## SEMANA 3
## PRODUCTOS NOTABLES

1. Si $\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} = 3(x - y)$, halle

$$W = \left(\frac{x^y}{y^x} + \frac{y^x}{x^y}\right)^4 \quad \forall x \neq 0, y \neq 0$$

A) 16 B) $2^3$ C) $4^{-2}$
D) $-2^{-4}$ E) $16^{-1/2}$

2. Si $a - a^{-1} = 1$, halle $W = a^{12} + a^{-12}$

A)256 B)306 C) 343
D)322 E)196

3. Si $\sqrt[8]{m-n} + \sqrt[8]{m-p} + \sqrt[8]{p-m} = 0$,

Halle $W = \frac{m^{4n} + n^{2p} + 1}{m^{4m} + p^{2n} + 1}$

$\forall m, np \in R^+$

A) mnp B)1
C) $\sqrt{mnp}$ D) $m + n + p$
E) $2^{-1}$

4. Si: $\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y} + \sqrt[6]{z} = 0$, halle

$$W = \left(\frac{9\sqrt[3]{xyz} - (x + y + z)}{\sqrt{xy} + \sqrt{xz} + \sqrt{yz}}\right)^4, \forall x, y, z \in R - \{0\}$$

A) $16^{-1}$ B)32 C) 18
D)16 E)8

5. Si $x = b + c - a$
$y = c + a - b$
$z = a + b - c$

Halle:

$$W = \frac{x^2yz + xy^2z + xyz^2}{(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c)(a + b + c)}$$

A) $\frac{x}{y}$ B) $b + c - a$
C) $2(y + z)$ D) $\frac{1}{abc}$
E) 1

6. Simplificar:

$$W = \left(\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8} + \sqrt{2} - 1} - \sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}}}\right)^5$$

A) 343 B) $4\sqrt{2}$ C) $32\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$ E) 32

7. Si $xy^{-1} = 3 - x^{-1}y$, halle

$$W = \left(\frac{(x + y)^4 + 3x^2y^2}{4x^2y^2}\right)$$

A)11 B)7 C)-6
D)4 E)8

8. Simplificar:

$$W = \frac{\sqrt[32]{1 + 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)\ldots(2^{128} + 1)}}{\sqrt[2^{n-3}]{1 + (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)\ldots n\,\text{fact}}}$$

A) 0,5 B)2 C)4
D) 0,25 E)1

9. Operar: $W = \sqrt[3]{1 + \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}} + \sqrt[3]{1 - \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}}$

A)1 B)2 C)3
D) $2\sqrt{7}$ E) $-2\sqrt{3}$

10. Si $(ab)^{-1} + (ac)^{-1} + (bc)^{-1} = -1$,

Halle: $W=\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{(a-1)(b-1)(c-1)}$,

$\forall a,b,c\neq 0$

A)1 B)-1 C)2
D) $\frac{1}{abc}$ E) $2^{-1}$

11. Si
$(1+a^{-1}x)(a+y)(1+a^{-1}z)=a+x+y+z$
,
Halle: $x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}, \forall x,y,z\neq 0$

A)a B) $a^{-1}$ C) $-a^{-1}$
D) $a^2$ E)1

12. Simplificar:
$W=(x-1)^2(x+1)^2(x^2+1)^2(x^4+1)^2\ldots$
$(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$

A)1 B) 0 C) $2^{11}$
D)-2 E) 4096

13. Si $n=(a+b+c)^4-4(ab+bc+ac)$
$(a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc)$
y : $a^2+b^2+c^2=8$
Halle: $\sqrt{n}, a\neq b\neq c$

A) $2\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C)2
D)4 E)8

14. Operar:
$W=(a+b+c)^3-(a-b+c)^3-6b\left[(a+c)^2-b^2\right]$
Si: b = 0,5

A)1 B)2 C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{16}$ E) $16^{-\frac{3}{4}}$

15. Si $a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}=0; a,b\wedge c\neq 0$,
Halle:
$E=\frac{a^4+b^4+c^4-4abc(a+b+c)}{(a+b+c)^4}$

A) $-4abc$ B)4abc C)1
D)2 E)abc

16. ¿Cuál es el intervalo de valores de "$\alpha$", de modo que la ecuación $2x^2-2(\alpha-1)x-8=0$, tenga raíces de distinto signo?

A) $\left\langle \frac{1}{2},+\infty \right\rangle$ B) $\langle -2;+\infty\rangle$
C) $\langle -\infty;-2\rangle$ D) $\langle -6;2\rangle$
E) $\langle 8;+\infty\rangle$

17. Los valores de "x" que satisfacen la ecuación:
$\sqrt{2x+13}=\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}$
tiene la propiedad que su suma es:

A)-14 B)-7 C)-9
D)-2 E)7

18. Sea A la suma de las raíces de $ax^2+bx+c=0$ y B la suma de las

raíces a $(x+1)^2+b(x+1)+c=0$, entonces B-A es:

A)-2 B)-1 C)0
D)1 E)2

19. En la ecuación cuadrática:
$ax^2+bx+c=0$ afirmamos:
I. Si la suma de sus raíces es igual a su producto, entonces b+c=0.
II. Si una raíz es la negativa de la otra, entonces b=0.
III. Si una raíz es doble de la otra, entonces $2b^2=9ac$

A) Las 3 afirmaciones son verdaderas.
B) Solo I y II son verdaderas.
C) Solo I y III son verdaderas.
D) Solo II y III son verdaderas.
E) Solo II es verdadera.

20. Si las ecuaciones cuadráticas:
$2x^2+(m+1)x+3-n=0$
$3x^2+(3n)x+m-2=0$
Son equivalentes, para
$m \wedge n \in R$, calcule n.

A) $\frac{23}{5}$ B)15 C) $\frac{15}{7}$
D) $\frac{11}{9}$ E) 9