SEMANA 6
MCD – MCM - FRACCIONES

1. Halle el MCD de los polinomios P(x) y Q(x).

$P(x)=12x^5+8x^4-45x^3-45x^2+8x+12$

$Q(x)=2x^4+5x^3-8x^2-17x-6$

A) x+1 B) (x+1)(x-2)
C) (x-2)(2x-1) D) 3x+2
E) (2x+3)(2x-1)

2. Indicar el grado del M.C.M. de los polinomios P(x) y Q(x) , donde:

$P(x)=x^7+8x^6+17x^5+9x^4+9x^3+17x^2+8x+1$

$Q(x)=x^5+5x^4+x^3+x^2+5x+1$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

3. Halle el M.C.D. de:

$A(x)=4x^4+4ax^3-36a^2x^2+44a^3x-16a^4$

$B(x)=6x^4-6ax^3-18a^2x^2+30a^3x-12a^4$

A) $2(x-a)^2$ B) x-a
C) $(x-a)^2$ D) $2(x-a)^3$
E) x - a²

4. Sabiendo que el M.C.D. de los polinomios:

$A(x)=2x^3-x^2+3x+m$

$B(x)=x^3+x^2+n$, es: (x^2-x+2). Halle "m+n"

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 0

5. Halle el MCD de los polinomios:

$P(x)=X^{m+n}-x^m-x^n+1$

$Q(x)=(m+n)x^{m+n-1}-mx^{m-1}-nx^{m-1}$

Sabiendo que m;n; $\frac{m}{n}\in\mathbb{Z}^+$

A) x^k-1 B) x^m-1 C) x^n-1
D) $x^{k-1}-1$ E) $x^{k+1}-1$

6. Sean los polinomios:

$P(x)\equiv ax^4+bx^3-(a-c)x^2-bx-c$

$Q(x)=4ax^3+(4b+5a)x^2+(4c+5b)x+5c$

Los cuales verifican:

$P(x)+Q(x)\equiv\left[MCD(P\wedge Q)\right]^2$

Calcule: "$a+b+c$"

A) 27 B) 16 C) 64
D) 125 E) 9

7. Sea D(x) el Mínimo común múltiplo de los polinomios M(x) y N(x) si:

$A(x)=\frac{M(x).N(x)}{D(x)}$ Halle el resto de dividir A(x) entre (x-3n), sabiendo que:

$M(x) = x^4 - nx^3 - 7n^2x^2 + n^3x + 6n^4$

$N(x) = x^3 + 4nx^2 + n^2x - 6n^3$

A) 0 B) $6n^2$ C) $-6n^2$
D) $10n^2$ E) $12n^2$

8. Si la fracción $\frac{4x^2 - 2x + 3}{2x^2 - x - 1}$ se transforma en otra equivalente $A + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{2x+1}$ donde A,B,C son constantes reales. Calcule: $\left(\frac{A}{3} + B + C\right)$

A) -1 B) 1 C) 3
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

9. Sabiendo que A,B,C y D son los numeradores de las fracciones parciales en que puede ser descompuesta la siguiente fracción:

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2(x+1)^2}$$

Halle: A+B+C+D

A) 2 B) -5 C) 1
D) -1 E) 0

10. Sabiendo que la fracción se transforma en otra equivalente.

$$\frac{5x^2 + 9x + 4}{x^3 + 3x^2 + 3x + 2} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$$

Halle: A + B + C

A) 1 B) 5 C) 6
D) 8 E) -5

11. Si la fracción se descompone en fracciones parciales de la forma:

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 2} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$$

Halle el grado del MCM de los polinomios P y Q.
Donde:

$P(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$

$Q(x) = 2x^2 + mx + 4;$

$m = -9(A + B + C)$

A) 4 B) 2 C) 3
D) 3 E) 5

12. Al descomponer la expresión en fracciones parciales se tiene los numeradores A, B y C:

$$\frac{x^2 + 5}{x^3 + 8x^2 + 17x + 10}$$

Luego se dan los polinomios:

$P(x) = x^3 + (m+5)x^2 + 11x + 6$

$Q(x) = x^3 + (m+1)x^2 - x + m - 3$

siendo : m= A + B + C

Halle el grado del MCM

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 3

13. Si: a,b,c, son números diferentes y:

$$\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} + \frac{x}{x-c} + x - d$$

Calcule: $\frac{a^2}{p(a)}+\frac{b^2}{p(b)}+\frac{c^2}{p(c)}$

A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

14. Indicar la respuesta correcta, luego de simplificar:

$$E=\frac{1+\frac{1+\frac{1+x}{1-3x}}{1-3\left(\frac{1+x}{1-3x}\right)}}{1-3\left[\frac{1+\frac{1+x}{1-3x}}{1-3\left(\frac{1+x}{1-3x}\right)}\right]}$$

A) 1 B) x C) 2x
D) 3x E) -1

15. Si: $(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=(abc)^2$
Simplificar:

$$\frac{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1}{2c^2-1}+\frac{\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+1}{2a^2-1}+\frac{\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}+1}{2b^2-1}$$

A) 0 B) 1
C) $a^2+b^2+c^2$ D) $\frac{a^2+b^2+c^2}{2}$
E) abc

16. Si se verifica que:
$2(a+b+2ab)=(a+b)(a+1)(b+1)$
Simplificar:

$$E=\frac{ab+a+2}{b+1}+\frac{ba+b+2}{a+1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

17. Simplificar la siguiente expresión y halle: $\frac{a}{c}$

$$\frac{\left(\frac{a(a-c)}{a^2+ac+c^2}\right)\cdot\left(\frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2}\right)\cdot\left(1+\frac{c}{a-c}-\frac{1+c}{c}\right)}{\frac{c(1+c)-a}{bc}}=2$$

A) 1 B) 2 C) -1
D) -2 E) 3

18. Al reducir la expresión:

$$\left(\frac{x+1}{x+1-\frac{1}{x-1+\frac{1}{x+1}}}-\frac{x-1}{x-1+\frac{1}{x+1+\frac{1}{x-1}}}\right)\div\frac{2}{x^2-\frac{1}{x^2}}$$

Se obtiene:

A) 1 B) x^2+x+1
C) x^2-x+1 D) x^4-x^2+1
E) x^4+x^2+1

19. Sabiendo que la fracción:

$$\frac{(ax+by)^2}{p^2x^2+2m^2xy+m^2y^2}$$

toma un valor constante k.
$k\neq 0$, para todo valor de x,y; $xy\neq 0$, Halle:
$\frac{a^2+b^2+p^2+m^2}{a^2+b^2-p^2-m^2}$ en términos de k.

A) $\frac{k+1}{k-1}$ B) $\frac{k^2+1}{k^2-1}$ C) k+1
D) k-1 E) k^2-1

20. Simplificar:

$$\frac{ax(ax+1)(ax+2)(ax+3)+1}{(1+ax)(1+2ax)(1+3ax)+a^4x^4}$$

A) $\frac{ax+1}{ax+2}$ B) $\frac{a+x}{a+2x}$ C) $\frac{x+a}{x+2a}$

D) 1 E) $\frac{a}{x}$