

SEMANA 12 FUNCIONES

1. Sea la función: $f_{(x)} = ax^2 + b$, $a \neq b$ constantes y "x" un número real cualquiera. Los pares ordenados $(0;3)$; $(2;2)$ y $(3;R)$ corresponden a los puntos de la función, ¿Calcular el valor de "R"?

- A) 1 B) $\frac{3}{4}$ C) $1; \frac{1}{3}$
D) 2 E) 5

RESOLUCIÓN

$$f_{(x)} = ax^2 + b$$

$$y = ax^2 + b$$

Evaluando:

$$(0;3) \rightarrow 3 = a(0)^2 + b \rightarrow b = 3$$

$$(2;2) \rightarrow 2 = a(2)^2 + b \rightarrow b = 2 = 4a + b \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$(3;R) \rightarrow R = a(3)^2 + b$$

$$R = -\frac{1}{4}(9) + 3$$

$$R = \frac{3}{4}$$

RPTA.: B

2. Halle el dominio de $f_{(x)} = \sqrt{2^2 - x^2}$

- A) $\mathbb{R}$
B) $\{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 4\}$
C) $[-2; 2]$
D) $[2; +\infty)$
E) $\mathbb{R} - \langle -2; 2 \rangle$

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x)} \geq 0$, entonces esta definida solo si $4 - x^2 \geq 0$

$$\text{Luego: } x^2 - 4 \leq 0$$

$$(x - 2)(x + 2) \leq 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x \leq 2 & & x \geq -2 \end{array}$$

$$x \in [-2; 2] \rightarrow \text{Dom } f \in [-2; 2] \text{ ó } \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 2\}$$

RPTA.: C

3. Halle el dominio de la función: $y = f_{(x)}$; tal que $f_{(x)} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{6 - x}$

- A) $[2; 4]$ B) $[2; 6]$ C) $\langle 2; 4 \rangle$
D) $\langle 2; 6 \rangle$ E) $[6; \infty)$

RESOLUCIÓN

$$x - 2 \geq 0 \quad \wedge \quad 6 - x \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad \quad \quad x \leq 6$$

$$x \in [2; 6]$$

RPTA.: B

4. Halle el rango de la función f cuya regla es $f_{(x)} = \frac{x - 2}{x + 3}$

- A) $\mathbb{R} - \{1\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1\}$
C) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$ D) $\left\langle -\frac{2}{3}; 1 \right\rangle$
E) $\{ \}$

RESOLUCIÓN

$$y = \frac{x - 2}{x + 3} \rightarrow xy + 3y = x - 2$$

$$xy - x = -3y - 2$$

$$x(y - 1) = -(3y + 2)$$

$$x = -\frac{(3y + 2)}{y - 1}$$

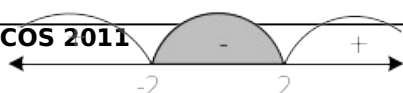
$$\text{Rango } f = \mathbb{R} - \{1\}$$

RPTA.: B

5. Dada las funciones f y g cuyas reglas de correspondencia son

$$f_{(x)} = -3(x - 1)^2 + 6$$

$$g_{(x)} = 2(x - 1)^2 - 3$$



Señale Rang f ^ Rang g

- A) $[-2; 6]$ B) $[-3; 6]$
 C) $[-6; \infty]$ D) $\langle -\infty; -3 \rangle$
 E) $\langle -3; 6 \rangle$

RESOLUCIÓN

$$\text{Rang } f = \langle -\infty; 6] \\ \text{Rang } g = [-3; \infty)$$

$$\text{Interceptando}$$

$$\text{Rang } f \cap \text{Rang } g = [-3; 6]$$

RPTA.: B

6. Halle "p" para que el conjunto de pares ordenados de:
 $f = \{(2; 3); (-1; 3); (2; P + 6)\}$ sea función

- A) -5 B) -4 C) -3
 D) 2 E) -1

RESOLUCIÓN

$$(2; 3) = (2; P + 6)$$

$$\text{Luego: } 3 = P + 6$$

$$-3 = P$$

RPTA.: C

7. Señale el dominio de la función f;

$$\text{si } f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - 1}}$$

- A) $\langle -\infty; -1 \rangle \cup \langle 1; \infty \rangle \cup \{0\}$
 B) $\langle -1; 1 \rangle \cup \langle 1; \infty \rangle$
 C) $\langle -\infty; -1 \rangle \cup [0; 1]$
 D) $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$
 E) $\{ \}$

RESOLUCIÓN

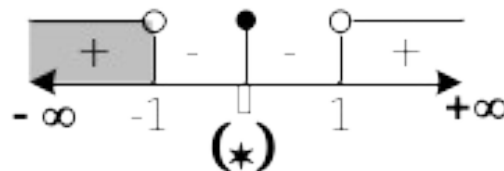
$$\frac{x^2}{x^2 - 1} \geq 0$$

$$\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$N \quad \{ x = 0 \}$$

P.C.

$$D \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$



$$\text{Dom } f = \langle -\infty; -1 \rangle \cup \langle 1; \infty \rangle \cup \{0\}$$

RPTA.: A

8. Halle el dominio de $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{1 - x^2}$

- A) $\langle -\infty; -1 \rangle$
 B) $\mathbb{R} - \{0\}$
 C) $[-1; 1] - \{0\}$
 D) $\mathbb{R}$
 E) $\mathbb{R} - [-1; 1]$

RESOLUCIÓN

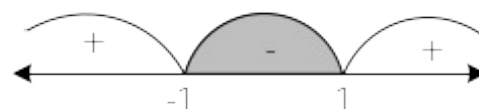
Como $f(x) > 0$, pues $x \neq 0$, entonces:

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$(x - 1)(x + 1) \leq 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ x = 1 & x = -1 \end{matrix}$$



$$x \in [-1; 1]$$

$$\therefore \text{dom } f \in [-1; 1] - \{0\}$$

RPTA.: C

9. Si $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2x-1}}$, halle su dominio.

- A) $\langle -\infty; \frac{1}{2} \rangle$ B) $\emptyset$

C) $\mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}; 4\right)$ D) $\mathbb{R} - \langle 3; +\infty \rangle$

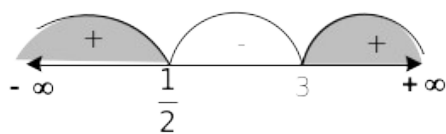
E) $\mathbb{R}$

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x)} \geq 0$, entonces esta

definida si: $\frac{x-3}{2x-1} \geq 0 \wedge x \neq \frac{1}{2}$

Luego $x-3=0 \rightarrow x=3$ puntos
 $2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ críticos



$$x \in \left\langle -\infty; \frac{1}{2} \right\rangle \cup [3; +\infty)$$

$\therefore \text{Dom } f \in \mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}; 3\right)$

RPTA.: B

10. Si la función parabólica $f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = ax^2 + bx + c\}$ pasa por los puntos A (1,2); B (-1;12); C (0;4) Calcule (a+b+c)

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$x = 0 \rightarrow c = 4$

$x = 1 \rightarrow a + b + 4 = 2$

$a + b = -2$

(α)

$x = -1 \rightarrow a - b + 4 = 12$

$a - b = 8$

(β)

De (α) y (β) $a = 3$ y $b = -5$

$f_{(x)} = 3x^2 - 5x + 4$

$\therefore f_{(1)} = 3 - 5 + 4 = 2$

RPTA.: B

11. Señale el valor máximo de la función f, si la regla de correspondencia es:

$f_{(x)} = -(x-1)^2 - (x-2)^2 - (x-3)^2$

- A) - 1 B) - 2 C) - 3
D) - 4 E) - 5

RESOLUCIÓN

Operando:

$f_{(x)} = -x^2 + 2x - 1$

$f_{(x)} = -x^2 + 4x - 4$

$f_{(x)} = -x^2 + 6x - 9$

$f_{(x)} = -3x^2 + 12x - 14$

$a = -3; b = 12; c = -14$

$f_{\text{máx}} = -\frac{\Delta}{4a}$

$\Delta = 144 - 4(-3)(-14)$

$\Delta = 144 - 168 = -24$

$f_{\text{máx}} = -\frac{(-24)}{2(-3)} = -4$

RPTA.: D

12. Halle el rango de la función f definida por: $f_{(x)} = |2x - 1| - x$

A) $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2} \right\rangle$ D) $\left\langle -\infty; -\frac{1}{2} \right\rangle$

E) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

RESOLUCIÓN

$$|2x - 1| = \begin{cases} 2x-1; & x \geq \frac{1}{2} \\ 1-2x; & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\rightarrow f_{(x)} = \begin{cases} 1-3x; & x < \frac{1}{2} \end{cases}$

$$x-1; x \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Si: } x < \frac{1}{2} \rightarrow y > -\frac{1}{2}$$

$$\text{Si: } x \geq \frac{1}{2} \rightarrow y \geq -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow R_f = \left[-\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

RPTA.: B

13. Dada la función $f_{(x)} = ax + b$; $x \in \mathbb{R}$ donde a y b son ctes reales, si $f_{(x+y)} = f_{(x)} + f_{(y)} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$, y si $f_{(x-2)} = -6$ Halle: $a + b$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$\text{Como } f_{(x+y)} = f_{(x)} + f_{(y)}$$

$$a(x+y) + b = ax + b + ay + b$$

$$\rightarrow b = 0$$

$$\text{luego: } f_{(x)} = ax$$

$$f_{(-2)} = -2a = -6 \Rightarrow a = 3$$

$$\therefore a + b = 3$$

RPTA.: C

14. Halle la suma de los valores enteros del dominio de la función:

$$f_{(x)} = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 4}}}$$

- A) 0 B) 1 C) -1
D) 5 E) -5

RESOLUCIÓN

El dominio esta dado por la solución de la inecuación:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 4}} \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [4; +\infty) \\ \sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 4} > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 4} < \sqrt{21} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 25 < 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty) \\ x \in (-5, 5) \end{cases}$$

$$\therefore \text{Dom}_{(f)} = (-5; -2] \cup [4; 5)$$

RPTA.: E

15. Si $M = \{(2; 6); (1; a-b); (1; 4); (2; a+b); (3; 4)\}$ es una función, halle: $a^2 + b^2$

- A) 12 B) 16 C) 32
D) 26 E) 27

RESOLUCIÓN

$$(2; 6) = (2; a+b) \wedge (1; a-b) = (1; 4)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 6 = a+b \\ a-b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = 6 \\ a-b = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a = 10 \end{cases}$$

$$a = 5$$

$$b = 1 \rightarrow a^2 + b^2 = 5^2 + 1^2 = 26$$

RPTA.: D

16. Sea una función definida en el conjunto de los números reales, por $f_{(x)} = ax + b$ y además $f_{(1)} = -1$ y $f_{(-3)} = -13$, hallar: $(3a-2b)$

- A) 17 B) 16 C) 15
D) 19 E) 23

RESOLUCIÓN

Si $f_{(x)} = ax + b$, evaluando:

$$* f_{(1)} = -1 \rightarrow a(1) + b = -1$$

$$a + b = -1$$

$$* f_{(-3)} = -13 \rightarrow a(-3) + b = -13$$

$$-3a + b = -13$$

$$a + b = -1 \quad \begin{cases} (-) \end{cases}$$

$$-3a + b = -13$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

$$b = -4$$

$$\rightarrow 3a - 2b = 3(3) - 2(-4) = 17$$

RPTA.: A

17. Halle el rango de: $f(x) = \sqrt{x^2 + 6} - 3$

A) $\mathbb{R} - \langle -7; 1 \rangle$

B) $\mathbb{R}$

C) $\mathbb{R} - \{0\}$

D) $\langle -7; 1 \rangle$

E) $[1; +\infty)$

RESOLUCIÓN

Como $f(x) \geq 0$, entonces esta definida solo si: $x^2 + 16 \geq 0$ pero, como nos solicitan el rango, entonces:

$$y = \sqrt{x^2 + 16} - 3$$

$$(y + 3)^2 = x^2 + 16$$

$$y^2 + 6y + 9 = x^2 + 16$$

$$x^2 = y^2 + 6y - 7$$

$$x = \pm \sqrt{y^2 + 6y - 7}$$

$$\geq 0$$

$$y^2 + 6y - 7 \geq 0$$

$$(y + 7)(y - 1) \geq 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$y = -7 \quad y = 1$$



$$y \in \langle -\infty; -7 \rangle \cup [1; +\infty)$$

$$\therefore \text{Ran} f \in \mathbb{R} - \langle -7; 1 \rangle$$

RPTA.: A

18. Si $f(x) = x^2 + 2$; $g(x) = x + a$, determinar el valor de "a" de modo que $(f \circ g)(3) = (g \circ f)(a-1)$

A) -8 B) $-\frac{8}{7}$ C) $-\frac{7}{8}$

D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

RESOLUCIÓN

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3 + a) = a^2 + 6a + 11$$

$$(g \circ f)(a-1) = g(f(a-1)) = g[(a-1)^2 + 2]$$

$$(g \circ f)(a-1) = g(f(a-1)) = a^2 - a + 3$$

Reemplazando resultados:

$$(f \circ g)(3) = (g \circ f)(a-1)$$

$$a^2 + 6a + 11 = a^2 - a + 3$$

$$\Rightarrow a = -\frac{8}{7}$$

RPTA.: B

19. Si: $f(x) = 2x - 3b$, determinar el valor de "b" de manera que $f(b+1) = 3f^*(b^2)$; $b \in \mathbb{Z}$

A) 3

B) 4

C) -3

D) -4 E) 2

RESOLUCIÓN

Calculando $f^*(x)$:

$$ff^*(x) = x, x \in D_f^*$$

$$\rightarrow 2f^*(a) - 3b = x$$

$$\rightarrow f^*(x) = \frac{x + 3b}{2}; x \in D_f^*$$

$$\text{Como: } f(b+1) = 3f^*(b^2)$$

$$\rightarrow 2(b+1) - 3b = 3\left(\frac{b^2 + 3b}{2}\right)$$

$$\rightarrow 3b^2 + 11b - 4 = 0$$

$$b = \frac{1}{3} \quad b = -4$$

RPTA.: D

20. Señale el valor de "n" en la función f; si $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} + \dots + \sqrt{x-n}$ y el dominio es $[10; \infty)$

- A) 6 B) 7 C) 9
D) 10 E) 13

RESOLUCIÓN

$$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

$$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

.

.

.

$$x - n \geq 0 \Rightarrow x \geq n$$

Como : $n > 2 > 3 \dots$

$$\text{Dom } f = [n; \infty)$$

$$\therefore n = 10$$

RPTA.: D