محاضرة احصاء

- من العلوم الاساسية.
- من العلوم القديمة جدا.

/ /

محاضرة (1) احصاء :- ← مقدمة علم الاحصاء.

مفهوم علم الاحصاء.

تعريف علم الاحصاء :- هو احد فروع الرياضيات والذي يبحث مشكلات محددة احصائية في المجتمعات موضع الدراسة من خلال اتباع الطريقة العلمية في جمع وتبويب وتنقية وتنظيم البيانات بغرض استقراء واستنتاج واتخاذ بعض القرارات المتعلقة بالمجتمع والمشكلة موضع الدراسة ومن هذا نستنتج علم الاحصاء يمكن تقسيمه لنوعين :- (الاحصاء الوصفي - الاحصاء الاستنتاجي).

وضعها في جداول

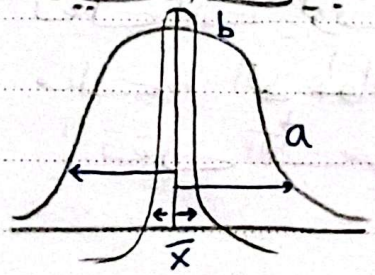
استخراج معلومات

علم الاحصاء

[التحليلي - الاستدلالي]

الاحصاء الوصفي

- جمع البيانات
- (تبويب البيانات) تنظيم
- اجراء بعض الحسابات البسيطة الظاهية بكل عينة.
  - متوسط العينة
  - تباين العينة



الاحصاء الاستنتاجي

- مقدمة نظرية المعاينة
- تقدير معالم المجتمع
- اختبارات معنوية
- تحليل البيانات
- تحليل التباين
- استقراء النتائج لاتخاذ القرار.

اقسام علم الاحصاء.

1- ايجاد القيم المتوسطة. 2- مقاييس التباين أو التبعثر.
3- مقاييس شكل المجتمع. 4- المتغيرات العشوائية.
5- الارتباط والانحدار.

• المجتمع :- هو مجموعة تضم كل افراد المجتمع موضع الدراسة والتي تشترك على الاقل في صفة بسائدة واحدة .

• العينة :- هي جزء من المجتمع يفترض بها أن تؤخذ بطريقة عشوائية وتكون ممثل فيه للأفراد التي اخذ منه .

- طبيعة البيانات الإحصائية :-

بيانات وصفية
هي تلك البيانات التي لا يمكن قياسها أو عدها.
مثل :- لون العين - مقاس الملابس

أ- بيانات ترتيبية :
هي البيانات الوصفية التي يمكن ترتيبها.

ب- بيانات أسمية :
هي البيانات الوصفية التي لا يمكن ترتيبها.

بيانات كمية
هي تلك البيانات التي يمكن عدها وزنها .

أ- بيانات كمية متقطعة :-
لا تقبل أن يكون بينها جزء عشري لا تقبل الكسر
مثل :- عدد افراد الأسرة .
تتميز بفرق واضح بين كل قراءة والتي تليها .

ب- بيانات كمية متصلة :-
تقبل أن يكون بينها جزء عشري
مثل :- الأطوال والأوزان .
تقبل الكسر

• كل العينات تسحب بعشوائية وبلا تعيين

أنواع العينات :-

1- العينة العشوائية البسيطة :- هي العينة التي تسحب من مجتمعات متجانسة ويكون لكل فرد في المجتمع فرصة للظهور بالعينة

2- العينة العشوائية الطبقية :- تحسب نسبة كل طبقة بالنسبة للمجتمع ثم تسحب العينة بناءً على هذه النسبة : (عدد افراد الطبقة / عدد افراد المجتمع) (عددهم / الكل)

3- العينة العشوائية المنتظمة :- تسحب بشكل منتظم من المجتمع بحيث يكون رقم المفردة المسحوبة يبعد بعدًا ثابتًا منتظمًا عن رقم المفردة السابقة له. مثال بفرض الاختيار العشوائي للمفردة رقم (7) وبفرض ان الفترة الثابتة بين المفردات المسحوبة هي (10) فتكون المفردات التالية هي ذات الارقام (17 و 27 و 37 و 47 و ----) .

4- العينة العشوائية العنقودية :- وقد تسمى العينة متعددة المراحل وفيها يقسم المجتمع الى مجموعات جزئية ليس بالضرورة ان تكون متجانسة ويتم تقسيم المجموعات الجزئية الى تحت جزئيات اخرى وهكذا بحيث تسمى اصغر مجموعة جزئية بالعنقود ثم نختار من كل عنقود عينة عشوائية بسيطة لتكون بالنهاية عينة عنقودية . مثل :- سحب عينة عنقودية من طلاب جامعة ما .

علامات المجموع :- علم الإحصاء له علامات خاصة به للتعامل مع الأرقام الإحصائية مثل $X_1 = 50 . \ X_2 = 70 . \ X_3 = 40 . \ X_4 = 35$

سيجمعها $\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + \cdots$

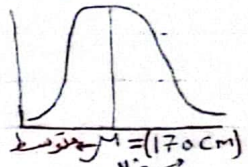
$$\sum_{j=1}^{4} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 .$$

$$\sum_{i=1}^{n} CX = C \sum_{i=1}^{n} X_i$$

محاضرة (2) :-

← مقاييس التوسط (النزعة المركزية)

الى اى مدى تتمركز البيانات حول قيمتها الاقتصادية.



• المقاييس :-

1- المتوسط الحسابي ← $\bar{X}$ ← M

2- المتوسط الهندسي.

3- المتوسط التوافقي.

4- المتوسط الوسيط.

5- المتوسط المنوالي.

• المقاييس التي تقاس من عينات يرمز لها برموز انجليزية وهي قيم متغيرة من عينة لأخرى ومن أمثلتها

X-bar , A3 , A4 , S , S^2

• المقاييس الاحصائية التي تقاس من المجتمعات فيرمز لها برموز لاتينية يونانية وهي قيم ثابتة المجموع الواحد

M - Σ - Σ^2 - α_3 - α_4

S^2 مقابلها Σ^2

S مقابلها Σ

A4 مقابلها α_3

A3 مقابلها α_4

M مقابلها X-bar

1- $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$

مجموع القيم ← $\sum X_i$

حجم العينة ← n

المتوسط الحسابي للعينة

مثلاً عينة :- (2, 4, 3, 1)

$= \frac{2+4+3+1}{4} = 2.5$

متوسط حسابي المجتمع

$M = \frac{\sum X}{N} = \frac{1+2+4+3}{4} = 2.5$. :- (1, 2, 4, 3) لو المجتمع مثلاً

N ← حجم المجتمع

← هنا حجم العينات أقل لأنه مجتمع.

1- المتوسط الحسابي ← M . $\bar{X}$

2- الوسيط :- Median ← Med

أ- ترتيب البيانات تصاعديًا أو تنازليًا.

ب- تحديد رتبة (مكان) موقع الوسيط.

• الوسيط :- هو القيمة التي يسبقها 50٪ من البيانات ويليها 50٪ من البيانات.

1- إذا كان عدد المشاهدات زوجيًا فإن موقع الوسيط هو $\left(\frac{n}{2} < \frac{n}{2}+1\right)$

مثلاً عينة :- 1, 2, 3, 4 (2.5) عدد العينات أو عدد المشاهدات

$\frac{n}{2} = 2$ و $\frac{n}{2}+1 = 3$ ← $\frac{2+3}{2} = 2.5$:- قيمة الوسيط

• 2.5 رقم المشاهدة وليس قيمتها يعني هذا الرقم هو العينة الثالثة.

2- لو العينة عددها فردي مثلاً (1, 2, 7, 9, 11) فإن الوسيط.

مكانه $= \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$.

∴ قيمة الوسيط هو 7.

3- المنوال :- Mode ← Mod

هو القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا في التوزيع (عينة / مجتمع).

مثلاً عينة :- 1, 2, 5, 7, 2, 4, 10, 2 . Mod = 2.

عينة أخرى :- 3, 1, 2, 5, 7, 2, 4, 5 . Mod = 2, 5.

عينة :- 1, 2, 3, 4, 5 ← هذا ليس منوال.

ALAHJIB.net

④ المتوسط الهندسي :- Geometive Mean

$$\bar{X}_G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\cdots(X_n)}$$

(n = عدد العينة)

مثلاً :- لو العينة : 1, 2, 7, 9, 11

$$\bar{X}_G = \sqrt[5]{1 \times 2 \times 7 \times 9 \times 11} = 4.24.$$

$$\bar{X}_G = (X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\log \bar{X}_G = \left(\frac{1}{n}\right)(\log X_1 + \log X_2 + \cdots + \log n) = \square$$

• Anti log (log $\bar{X}G$)

← خصائص المتوسط الحسابي :

X	$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	$(X-1)^2$	$(X-4)^2$
1	$1-2=-1$	1	0	9
0	$0-2=-2$	4	1	16
2	$2-2=0$	0	1	4
4	$4-2=2$	4	9	0
3	$3-2=1$	1	4	1
$n=5$ $\bar{X}=2$	$\Sigma(X-\bar{X})=0$	$\Sigma(X-\bar{X})^2=10$	15	30

• $\Sigma(X-\bar{X}) = 0$.

$\Sigma = (X-\bar{X})^2$ ← قيمة صغرى. (مهمة جداً للامتحان)

مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

تكملة الجدول :-

$X+2$	$X-2$	$X(2)$	$X/2$
3	-1	2	0.5
2	0	0	0
4	0	4	1
6	2	8	2
5	1	6	1.5
4	صفر	4	1

• تتأثر مقاييس التوسط بعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة لثابت في كل قيم المتغير.

• المتوسط المرجح أو الموزون.

المواد	الدرجات	الوزن	الوزن × الدرجة
احصاء	80	2	$80 \times 2 = 160$
كيمياء	90	3	$90 \times 3 = 270$
حشرات	75	3	$75 \times 3 = 225$
نبات	70	5	$70 \times 5 = 350$

$$\bar{X}_w = \frac{\Sigma X w}{\Sigma w} = \frac{(80\times2)+(90\times3)+(75\times3)+(70\times5)}{2+3+3+5} = 77.3.$$

($\bar{X}_w$ ← المتوسط المرجح أو الموزون)

غير فعال عند كل المجتمعات

فعال عند ما يكون عدد المجتمعات قليل.

المدى

1) Range $(R_X) = X_{max} - X_{min}$

$b \leftarrow R_X = 70 - 20 = 50\ kg$

$a \leftarrow R_X = 200 - 5 = 195\ kg$.

$\Sigma(X-\bar{X}) = zero.$

2) $MD = \frac{\Sigma |X-\bar{X}|}{n} = \frac{6}{5}$.

MD ← انحراف العينة المتوسط

X	$X-\bar{X}$	$\lvert X-\bar{X}\rvert$
3	1	1
4	2	2
0	-2	2
2	0	0
1	-1	1
$\Sigma X = 10$	$\Sigma(X-\bar{X}) = 0$	6

$\bar{X} = \frac{10}{5} = 2$

$MD = \frac{\Sigma (X-M)}{N}$ ← للمجتمع

مركز الفئات

$MD = \frac{\Sigma f|X-\bar{X}|}{\Sigma f}$

لجدول التوزيع التكراري.

$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{\Sigma f}$.

3) الانحراف القياسي → Standard Derivation.

للمجتمع: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ ← الانحراف القياسي للمجتمع

تباين المجتمع: $\sigma^2 = \frac{SS}{N} = \frac{\Sigma (X-M)^2}{N}$

للعينة: $S = \sqrt{S^2}$ ← الانحراف القياسي للعينة.

تباين العينة: $S^2 = \frac{SS}{n-1} = \frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}}{(n-1)}$

درجات الحرية ← $(n-1)$ ← عدد القيم

$= \frac{10}{4} = 2.5$.

$S = \sqrt{2.5} = 1.58$.

ALAUIB.net

Maya Mude

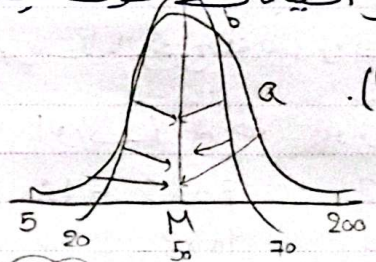
	I	II	III
n	100	70	200
$\bar{X}$	50	30	140

$\bar{\bar{X}} = \frac{(100)(50)+(70)(30)+(200)(140)}{100+70+200} = 94.86$.

محاضرة (3)-1 • مقاييس التبعثر - التشتت - التباين.

← اذا كانت مقاييس التوسط تقيس الى اى مدى تتجمع البيانات حول قيمتها الوسطية فإن مقاييس التبعثر تقيس إلى اى مدى تتبعثر البيانات حول قيمتها الاقتصادية

• الشكل (a) اكثر تبعثر من (b).



$(M \pm \sigma)$

$M = \frac{\Sigma X}{N}$

ALAUIB.net

• $\Sigma(X-\bar{X})$ ← تُقرأ مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

• $\Sigma(X-\bar{X})^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n} = \Sigma(X^2 - 2X\bar{X} + \bar{X}^2)$

← ابعاد الانتباه.

• حساب (S^2) من التوزيع التكراري :

$$S^2 = \frac{SS}{n-1} = \frac{\Sigma f(X-\bar{X})}{\Sigma f - 1} = \frac{\Sigma f X^2 - \frac{(\Sigma fX)}{\Sigma f}^2}{\Sigma f - 1}$$

← التكرارات

4) $C.V\% = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$

5) $S_{\bar{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}}$ ← الخطأ المعياري

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$

$S^2 = 20$	$\sigma^2 = 10$
$\bar{X} = 50\,kg$	$\bar{X} = 100\,cm.$
$C.V = \frac{\sqrt{20}}{50} \times 100 = 8.9$	$C.V = \frac{\sqrt{10}}{100} \times 100 = 3.16$

• خواص الانحراف المعياري والتباين :

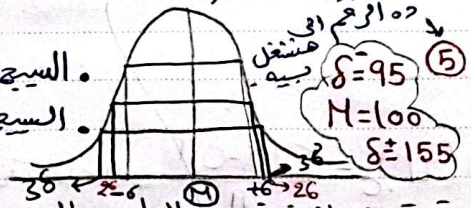
1- لا تتأثر التباين و الانحراف المعياري بعمليات الجمع والطرح .

2- تتأثر التباين والانحراف المعياري بعمليات الضرب والقسمة

• التباين الجديد = التباين القديم X مربع الثابت

3- الانحراف المعياري = الانحراف المعياري القديم X قيمة الثابت

4- تحدد العلاقة بين المتوسط والانحراف المعياري المساحة تحت المنحنى الطبيعي, بين ذلك :



مثلاً :- ⑤

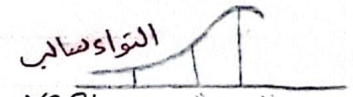
• السيجما + ← نزود رقم على M .

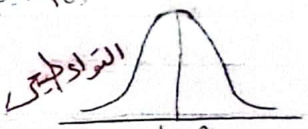
• السيجما - ← ننقص رقم من M .

• المساحة تحت المنحنى = الواحد الصحيح.

- $P(M \pm \delta) = 68\%$.
- $P(M \pm 2\delta) = 95\%$
- $P(M \pm 3\delta) = 99\%$.

محاضرة (4): مقاييس شكل المنحنى ← الالتواء. / التفرطح.





المنوال < الوسيط < الوسط

العزوم (Moments):

العزم الرائي (mr)

العزم الرائي حول النقطة C: $(Mr)_c = \frac{\Sigma (X-C)^r}{n}$ ← العزم حول المعنى

عندما تكون $(C=0)$:

$$(M\bar{r})_0 = \frac{\Sigma (X-0)^r}{n} = \frac{\Sigma X^r}{n}$$

العزم الأول حول النقطة صفر.

$$(M\bar{r})_1 = \frac{\Sigma X^1}{n} = \bar{X}$$

$$= \frac{1+2+3+4}{4} = 2.5.$$

$$(M\bar{r})_2 = \frac{\Sigma X^2}{n} = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{4}$$

$$(M\bar{r})_3 = \frac{\Sigma X^3}{n} = \frac{1^3+2^3+3^3+4^3}{4}$$

العزم الرائي حول الوسط $(C=\bar{X}^1)$

$$(mr)_{\bar{X}^1} = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^r}{n}$$

$$(mr)_1 = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)}{n} = 0.$$

$$(mr)_2 = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^2}{n} = S^{12}.$$

لـ مقدار تباين المجتمع.

$$S^2 = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^2}{n-1} \quad \text{،} \quad S^{12} = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^2}{n}$$

S^2: مقدار غير متحيز لمعلم الجمع σ^2

S^{12}: مقدار متحيز لعلمة المجتمع σ^2

الالتواء: حيود شكل المنحنى عن الشكل الطبيعي.

معامل بيرسون الأول: $a_1 = \frac{\text{Mean} - \text{Medain}}{S}$ ← الانحراف المعياري

معامل بيرسون الثاني: $a_2 = \frac{\text{Mean} - \text{Medain}}{S^1}$

معامل بيرسون الثالث: $a_3 = \frac{m_3}{S^{13}} = \frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^3/n}{(\sqrt{S^{12}})^3} \quad \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3}$

$\left(\frac{\frac{\Sigma (X-\bar{X}^1)^3}{n}}{(\sqrt{S^{12}})^3}\right)$

$\frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} = \begin{cases} >0 & \text{التواء موجب} \\ =0 & \text{توزيع طبيعي} \\ <0 & \text{التواء سالب} \end{cases}$

$m_1 = 0$

البرهان مطلوب

$m_2 = m'_2 - m'^2_1$ (Prove is Required)

$m_3 = m'_3 - 3m'_1 m'_2 + 3m'^3_1$

$= \frac{\Sigma X^2}{n} - \left(\frac{\Sigma X}{n}\right)^2$

$m_2 = \frac{\Sigma (X - X')^2}{n}$

$= \frac{1}{n} \Sigma (X^2 - 2XX' + X'^2)$

$= \frac{1}{n} [\Sigma X^2 - 2X' \Sigma X + n X'^2]$.

$= \frac{\Sigma X^2}{n} - 2X' \frac{\Sigma X}{n} + \frac{n}{n} \cdot \frac{\Sigma X}{n} \cdot \frac{\Sigma X}{n}$

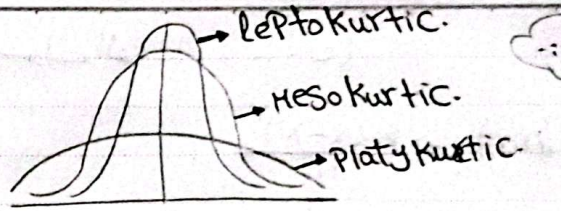
$= \frac{\Sigma X^2}{n} - 2X'^2 + X'^2$

$= m'_2 - m'^2_1$.

ALADDIN net

أبنية الحضارة

• التفرطح :-



قانون

$a_4 = \frac{m_4}{S^4} = \frac{m_4}{(S^2)^2}$.

$a_4 = \frac{m_4}{S^4} - 3 = \frac{m_4}{(S^2)^2} - 3$

قانون آخر مساوي

القيمة
- $a < 3 \rightarrow$ مفرطح
- $= 3 \rightarrow$ Mesokurtic
- $a > 3 \rightarrow$ مدبب

القيمة وليس صفر

• هناك علاقة اعتبارية بين (العزم حول الصفر) و(العزم حول الوسط)

$a_3 = \frac{m_3}{S^3} = \frac{\frac{\Sigma (X - X')^3}{n}}{\left(\sqrt{\frac{\Sigma (X - X')^2}{n}}\right)^3}$

$m'_1 = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{\Sigma f X'}{\Sigma f}$.

$m'_2 = \frac{\Sigma (X - X')^2}{n} = \frac{\Sigma f (X - X')^2}{\Sigma f}$.

ALADDIN net

CamScanner