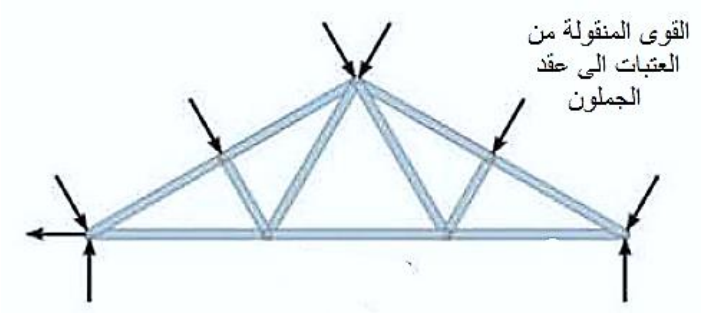
تحليل الجملونات Truss Analysis

يعرف الجملون على انه منشأة تقاوم الاحمال الواقعة عليها، تتكون من مجموعة من الاعضاء تتصل مع بعضها البعض في نهايتها في نقاط تعرف بالعقد.
الاحمال الواقعة غلى الجملون تؤثر فقط عند العقد كما هو مبين في الجملون الموضح ادناه حيث تسلط القوة علة عتبات تقوم بدورها بنقل الاحمال الى العقد.



تصميم أي جملون يتطلب تحديد مقدار القوة التي سوف يحملها كل عضو من اعضاءه بسبب القوة الخارجية المؤثرة على الجملون، و للقيام بهذا هناك افتراضين يجب اخذهم في الاعتبار:

1. كل الاحمال الخارجية تؤثر فقط على العقد.
2. الوصلات تتصل مع بعضها البعض عن طريق خوابير ملساء.

اختبار استقرارية الجملون Truss Stability Test:

اذا كانت ازالة أي عضو من اعضاء الجملون تفقده استقراريته (ينهار بإزالة احد الاعضاء) فإننا نقول ان الجملون مستقر stable، اما اذا كانت ازالة أي عضو من اعضاء الجملون لا تفقده استقراريته (لا ينهار بإزالة احد الاعضاء) فإننا نقول ان الجملون فوق المتسقر.
يمكن تحديد اذا ما كان الجملون مستقر باستخدام العلاقة:

$$m = 2j - 3$$

حيث m عدد الاعضاء، j عدد العقد.
نقول ان الجملون **محدد استاتيكا Statically Determinant**، اذا اكان يحقق الشرط:

$$m = 2j - 3$$

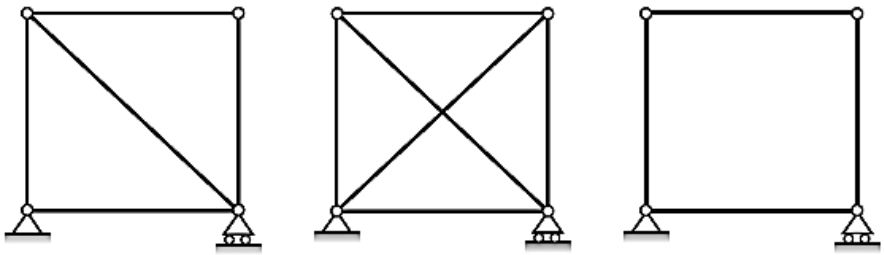
اذا كان عدد الاعضاء في الجملون اكثر من الشرط اللازم لتحقيق الاستقرارية فإننا نقول ان الجملون **غير محدد استاتيكيا Statically Indeterminant:**

$$m > 2j - 3$$

اما الجملون الذي يكون عدد اعضاءه اقل من الشرط اللازم لتحقيق شرط الاستقرارية نقول عنه انه **غير مستقر Unstable**:

$$m < 2j - 3$$

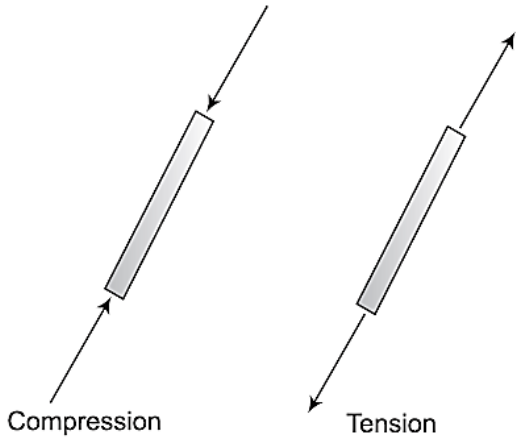
الجملونات المبينة في الشكل التالي توضح التعريفات السابقة:



حساب القوة في اعضاء الجملون و تحديد طبيعتها سواء كانت شد او ضغط يتم بإحدى طريقتين:

1. طريقة العقد Joint Method.
2. طريقة القطاعات Sections Method.

عندما تقع الاحمال على الجملون كل عضو من اعضاء الجملون يحمل اما قوة شد Tensile و اقوة ضغط Compression كما هو مبين في الشكل ادناه او قد يحمل قوة صفرية (لا يحمل أي قوة).



تحليل الجملون باستخدام طريقة العقد Joint Method:

تحليل الجملونات باستخدام طريقة العقد قائم على حقيقة ان الجملون في حالة اتزان مما يعني ان كل عقدة في الجملون تكون في حالة اتزان ايضا، و عليه لحساب القوة في كل عضو من اعضاء نقوم بتطبيق معادلتي الاتزان للقوة الافقية و الرأسية لكل عقدة.

يمكن تلخيص خطوات طريقة العقد لتحليل الجملونات في الخطوات التالية:

1. رسم مخطط الجسم الحر للجملون.
2. حساب قيم ردود الافعال في سواند الجملون (هذه الخطوة غير ضرورية اذا كانت هناك عقدة في الجملون تحمل مجهولين فقط).
3. تطبيق معادلات الاتزان في عقد الجملون لحساب قيم القوة في كل اعضاء الجملون (حساب القوى في اعضاء الجملون لا يتطلب تطبيق معادلات الاتزان في كل عقد الجملون).

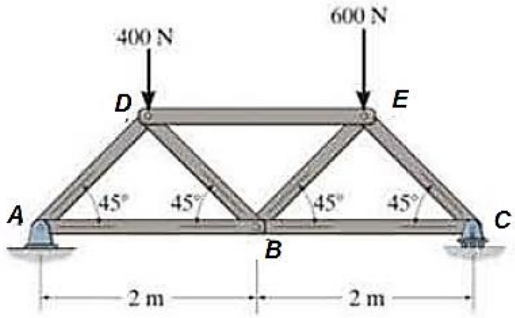
ملاحظة:

عند تحليل أي عقدة لابد التأكد من ان هذه العقدة تحمل مجهولين فقط على الاكثر.

دائما نفرض ان القوى في كل عضو عبارة عن قوة شد، و تكون قوة ضغط اذا حسبت بإشارة سالبة بعد تطبيق معادلتي الاتزان.

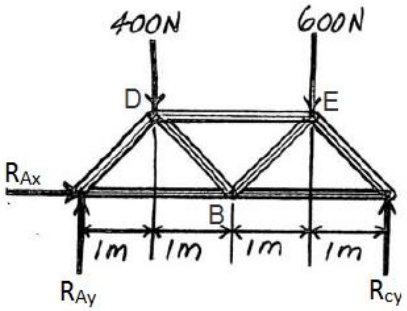
مثال1:

احسب القوى في اعضاء الجملون و بين اذا كان نوعها قوة شد او قوة ضغط.



الحل:

اولا نقوم برسم مخطط الجسم الحر و حساب قيم ردود الافعال.



$$\sum F_x = 0$$

$$R_{Ax} = 0N$$

$$\sum F_y = 0 \therefore R_{Ay} + R_{cy} = 1000 \dots\dots\dots\dots 1$$

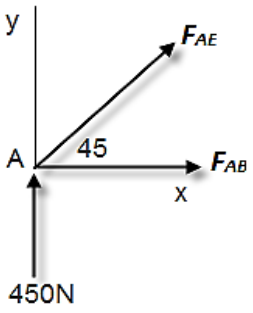
$$\sum M_A = 0$$

$$400 \times 1 + 600 \times 3 = 4R_{cy} \therefore R_{cy} = 550N$$

$$R_{Ay} = 1000 - 550 = 450N$$

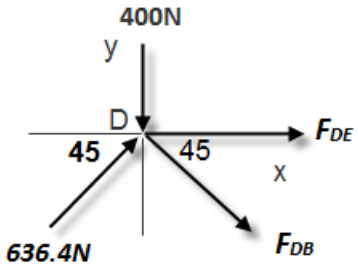
الان نقوم بتحليل العقد و حساب مقدار القوة في كل عضو و تحديد طبيعتها:

العقدة A:



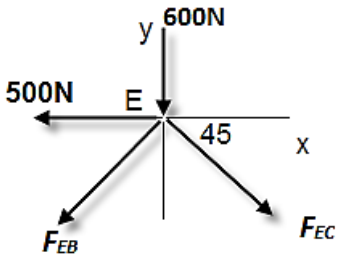
$$\sum F_y = 0$$
$$450 + F_{AE}sin45 \therefore F_{AE} = \frac{-450}{sin45} = -636.4N\ (C)$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{AB} + F_{AE}cos45 = 0 \therefore F_{AB} - 636.4cos45 = 0$$
$$F_{AB} = 450N\ (T)$$

العقدة D:



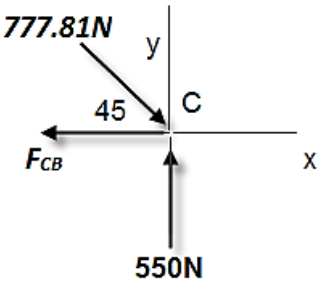
$$\sum F_y = 0$$
$$-400 + 636.4sin45 - F_{BD}sin45 = 0$$
$$F_{BD} = 70.71N\ (T)$$
$$\sum F_x = 0$$
$$636.4cos45 + F_{BD}cos45 + F_{DE} = 0$$
$$F_{DE} = -636.4cos45 - 70.71cos45 = -500N\ (C)$$

العقدة E:



$$\sum F_y = 0$$
$$-600 - F_{EB}sin45 - F_{EC}sin45 = 0$$
$$F_{EB}sin45 + F_{EC}sin45 = -600 \dots\dots\dots 1$$
$$\sum F_x = 0$$
$$-500 - F_{EB}cos45 + F_{EC}cos45 = 0$$
$$-F_{EB}cos45 + F_{EC}cos45 = 500 \dots\dots\dots 2$$
$$F_{EB} = -70.71N\ (C), F_{EC} = -777.81N\ (C)$$

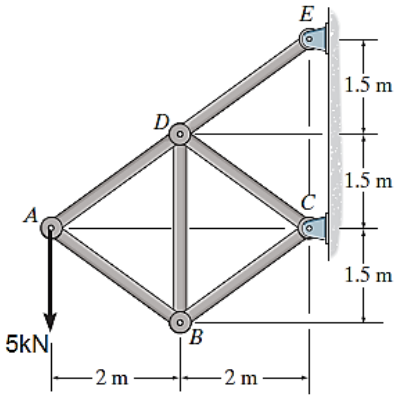
العقدة C:



$$\sum F_x = 0$$
$$-F_{CB} + 777.81cos45 = 0$$
$$F_{CB} = 550N\ (T)$$
check:
$$\sum F_y = 0$$
$$777.81\ sin45 = 550N$$

مثال2:

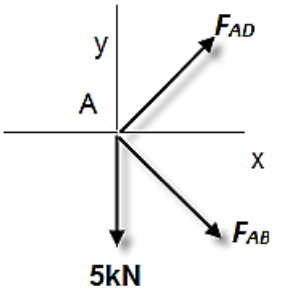
احسب القوى في اعضاء الجملون المبين في الشكل المجاور.



الحل:

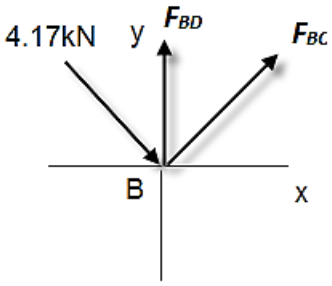
يمكن تحليل الجملون انطلاقا من العقدة A، لانها تحتوي لى مجهولين فقط.

العقدة A:



$$\sum F_y = 0$$
$$-5 + F_{AD} \times \frac{1.5}{2.5} - F_{AB} \times \frac{1.5}{2.5} = 0$$
$$0.6F_{AD} - 0.6F_{AB} = 5 \dots\dots\dots.1$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{AD} \times \frac{2}{2.5} + F_{AB} \times \frac{2}{2.5} = 0 \dots\dots\dots.2$$
$$F_{AD} = 4.17kN\ (T), F_{AB} = -4.17kN(C)$$

العقدة B:

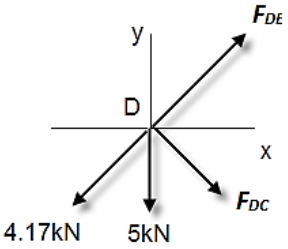


$$\sum F_y = 0$$
$$-4.17 \times \frac{1.5}{2.5} + F_{BC} \times \frac{1.5}{2.5} + F_{BD} = 0 \dots\dots\dots 1$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{BC} \times \frac{2}{2.5} + 4.17 \times \frac{2}{2.5} = 0 \dots\dots\dots.2$$
$$F_{BC} = -4.17kN\ (C)$$

من المعادلة 1:

$$-4.17 \times \frac{1.5}{2.5} - 4.17 \times \frac{1.5}{2.5} + F_{BD} = 0 \therefore F_{BD} = 5kN\ (T)$$

العقدة D:



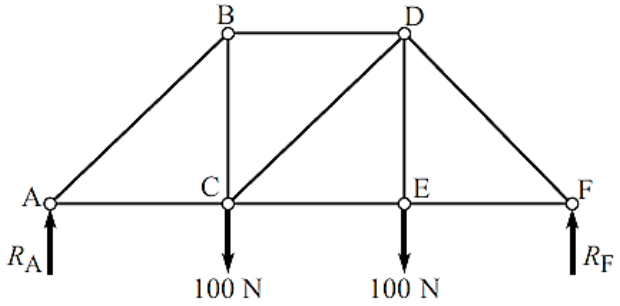
$$\sum F_y = 0$$
$$-4.17 \times \frac{1.5}{2.5} + F_{DE} \times \frac{1.5}{2.5} - 5 - F_{DC} \times \frac{1.5}{2.5} = 0$$
$$0.6F_{DE} - 0.6F_{DC} = 7.502 \dots\dots.1$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{DE} \times \frac{2}{2.5} + F_{DC} \times \frac{2}{2.5} - 4.17 \times \frac{2}{2.5} = 0$$
$$0.8F_{DE} + 0.8F_{DC} = 3.336 \dots\dots.2$$
$$F_{DE} = 8.336kN\ (T), F_{DC} = -4.16kN\ (C)$$

الجملون المتماثل *Symmetrical Truss*:

الجملون المتماثل عبارة عن جملون ذو شكل و حمل متماثلين، و عليه عند حساب القوة في اعضاءه نحسب القوة في نصف اعضاءه فقط لان الاعضاء المتناظرة في الجملون المتماثل تحمل نفس القوة مقدارا و نوعا.

مثال3:

احسب القوى غي جميع اعضاء الجملون الموضح في الشكل التالي، افرض ان اطوال اعضاء الجملون الافقية و الرأسية متساوية.



الحل:

نلاحظ ان الجملون متماثل من ناحية الشكل و من ناحية القوة المؤثرة، عليه فإن الجملون عبارة عن جملون متماثل، الآن لنقم بحساب ردود الافعال:

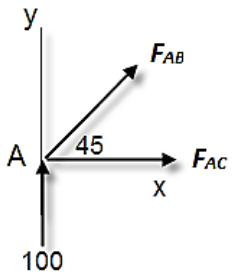
$$\sum F_y = 0 \therefore R_A + R_F = 200 \dots\dots\dots\dots 1$$

$$\sum M_A = 0$$

$$100l + 100 \times 2l = 3lR_F \therefore R_F = 100N$$

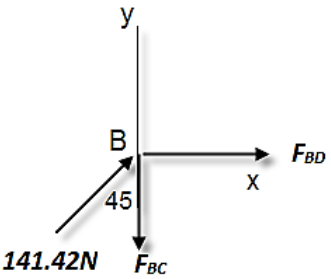
$$R_A = 200 - 100 = 100N$$

العقدة *A*:



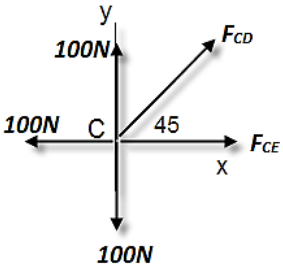
$$\sum F_y = 0$$
$$100 + F_{AB}sin45 = 0$$
$$F_{AB} = \frac{-100}{sin45} = -141.42N\ (C)$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{AB}cos45 + F_{AC} = 0$$
$$F_{AC} = -F_{AB}cos45 = --141.42cos45 = 100N\ (T)$$

العقدة *B*:



$$\sum F_y = 0$$
$$141.42sin45 - F_{BC} = 0$$
$$F_{BC} = 141.42sin45 = 100N\ (T)$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{BD} + 141.42cos45 = 0$$
$$F_{BD} = -100N\ (C)$$

العقدة *C*:



$$\sum F_y = 0$$
$$100 - 100 + F_{CD}sin45 = 0$$
$$F_{CD} = 0N$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{CE} + 100 = 0 \therefore F_{CE} = -100N\ (C)$$

بما ان الجملون متماثل:

$$F_{AB} = F_{FD} = -141.42N\ (C)$$
$$F_{AC} = F_{FE} = 100N\ (T)$$
$$F_{BC} = F_{DE} = 100N\ (T)$$

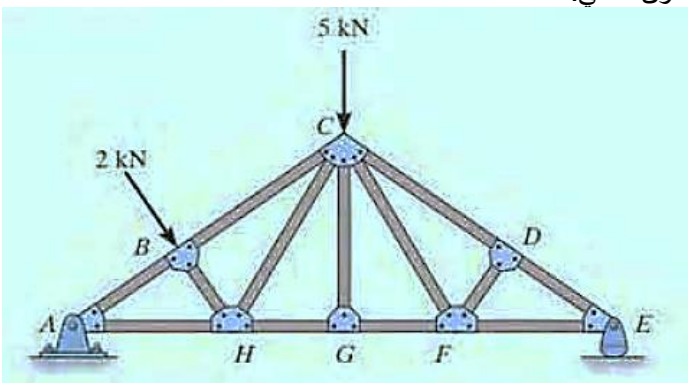
الاعضاء ذات القوى الصفرية في الجملونات *Zero Force* Member:

من الممكن تسهيل تحليل الجملوانت باستخدام طريقة العقد اذا تمكنا من تحديد الاعضاء التي تحمل قوة صفرية قبل البدء في تحليل الجملون، تحديد القوى الصفرية في اعضاء الجملون يتم عن طريق قاعدتين هما:

1. اذا التقى عضوان في عقدة و ليست هناك قوة خارجية مؤثرة على هذه العقدة فإن العضوين يحملان قوة صفرية.
2. اذا التقت ثلاثة اعضاء في عقدة اثنان منهما على استقامة واحدة و ليست هناك قوة خارجية مؤثرة على العقدة فان العضو الثالث يحمل قوة صفرية و العضوان الموجودان على استقامة واحدة يحملان قوتان متساويتان مقدارا و لهما نفس النوع.

مثال4:

حدد القوى الصفرية في اعضاء الجملون التالي:



الحل:

العقدة *G* بها ثلاث و صلات اثنان منهما على استقامة واحدة و ليست هناك قوة خارجية مؤثرة على الوصلة، عليه:

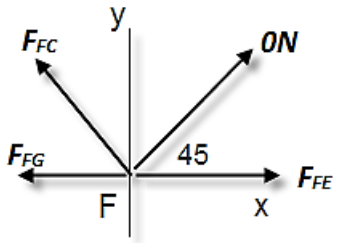
$$F_{GC} = 0$$

العقدة *D* بها ثلاث و صلات اثنان منهما على استقامة واحدة و ليست هناك قوة خارجية مؤثرة على الوصلة، عليه:

$$F_{DF} = 0$$

لنقم بتحليل العقدة *F*:

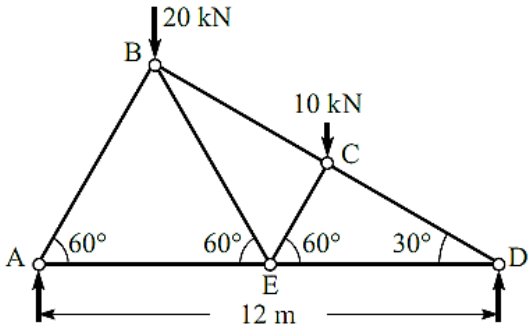
$$\sum F_y = 0$$
$$F_{FC} = 0N$$
$$\sum F_x = 0$$
$$F_{FE} = F_{FG}$$

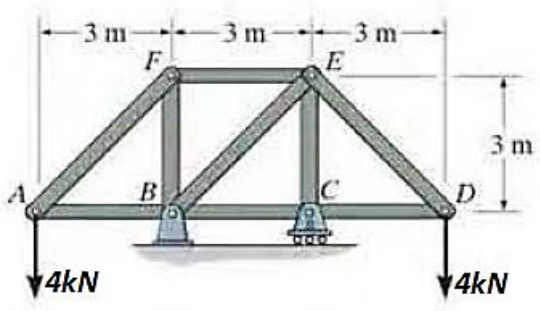
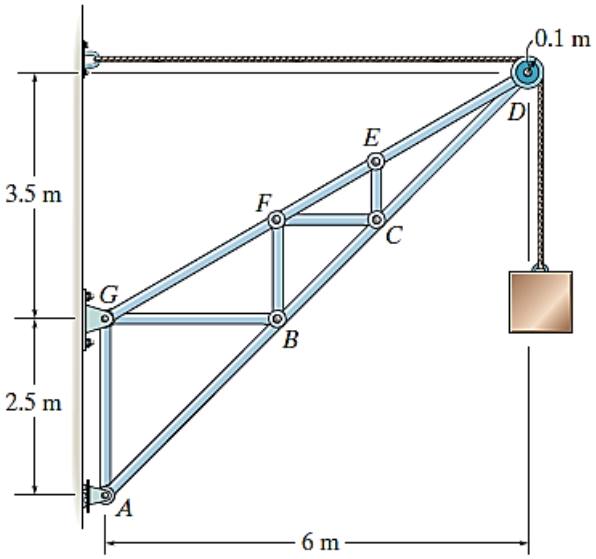


من المثال السابق نجد ان تحديد القوى الصفرية يسهل عملية تحليل الجملون، حيث اننا نكون قد حددنا مقدار القوة في الاعضاء الصفرية قبل البدء في التحليل.

مسائل:

- حدد القوى في اعضاء الجملونات التالية.





حدد الاعضاء ذات القوى الصفرية و من ثم احسب مقدار الكتلة التي حملها اذا علمت ان قوة الشد المسموح بها في أي عضو *30kN*، بينما قوة الشد المسموح بها *25kN*.