* घातांक / करणी *

घातांक = घात

$5 \times 5 = 5^2$

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

5^{25} — घात

5 — आधार

5 ∧ 25

5 = आधार

∧ = घात का चिंह

25 = घात

करणी -

वर्ग	वर्गमूल
$(5)^2$	$\sqrt{5}$ / $5^{\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{1}{7}}$ = सातवी करणी / $\sqrt[7]{5}$

$3^{\frac{1}{3}}$ = तीसरी करणी / $\sqrt[3]{3}$

नियम (1) → $x^a \times x^b = x^{a+b}$

उदा - $3^2 \times 3^4 = 3^6$

उदा = $x^a \times x^b \times x^c = x^{a+b+c}$

नियम (2) → $\frac{a^3}{a^2} = a^{3-2} = a^1$

उदा. = $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$

नियम (3) $\Rightarrow \frac{1}{x^a} = x^{-a}$

$x^a = \frac{1}{x^{-a}}$

घात

$2^1 = 2$	$5^1 = 5$	$3^1 = 3$
$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	$3^2 = 9$
$2^3 = 8$	$5^3 = 125$	$3^3 = 27$
$2^4 = 16$	$5^4 = 625$	$3^4 = 81$
$2^5 = 32$	$5^5 = 3125$	$3^5 = 243$
$2^6 = 64$	$5^6 = 15625$	$3^6 = 729$
$2^7 = 128$	$5^7 = 78125$	$3^7 = 2187$
$2^8 = 256$		$3^8 = 6561$
$2^9 = 512$		
$2^{10} = 1024$		
$2^{11} = 2048$		
$2^{12} = 4096$		

प्र. $(81)^{\frac{1}{4}}$ को सरल करो

Ans $3^{4 \times \frac{1}{4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

नियम (7) = $\left(\frac{a}{b}\right)^{-x} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^{x}$

प्र. 3^{-4} को सरल करो

Ans $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

प्र. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ को सरल करो

Ans $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^3$

नियम (8) = $(a \times b)^x = a^x \times b^x$

प्र० $(3 \times 5)^4$ को सरल करो

Ans $(3 \times 5)^4 = 3^4 \times 5^4$

प्र० $(2 \times 3 \times 5)^4$ को सरल करो

Ans $(2 \times 3 \times 5)^4 \Rightarrow 2^4 \times 3^4 \times 5^4$

प्र० $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ को सरल करो

Ans $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3}$

नियम (9) = $x^a = 5^a$

$x = 5$

उदा० = $x^2 = 3^2$

$x = 3$

नियम (10) = $x^a = x^b$

$a = b$

उदा० = $5^x = 5^3$

$x = 3$

प्र० $2^x = \frac{2^3 \times 2^4}{2^5}$ में x का मान ज्ञात करो

Ans $2^x = \frac{2^7}{2^5} \Rightarrow 2^{7-5} = 2^2$

$2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

प्र० $\frac{3^5 \times 81}{243} = 9^x$ का मान ज्ञात करो

Ans $\frac{3^5 \times 3^4}{3^5} = 9^x$

$\frac{3^{5+4}}{3^5} = 9^x$

$3^{9-5} = 3^{2x}$

$3^4 = 3^{2x}$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2} = 2$ Ans

प्र० $125 \times 625 = 5^{x-1}$ को सरल करो

Ans $5^3 \times 5^4 = 5^{x-1}$

$5^{3+4} = 5^{x-1}$

$5^7 = 5^{x-1}$

$x - 1 = 7$

$x = 8$

प्र० $\left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{1}{4}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $(5^{-4})^{\frac{1}{4}}$

$= 5^{-4 \times \frac{1}{4}}$

$= 5^{-1}$

$= \frac{1}{5}$ Ans

* करणी के नियम →

नियम (1) $= \sqrt[3]{x} \times \sqrt[4]{x} \times \sqrt{x}$

$x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{1}{4}} \times x^{\frac{1}{2}}$

$x^{\frac{13}{12}}$

नियम (2) $= \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{4}}} \Rightarrow 7^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}} \Rightarrow 7^{\frac{4-3}{12}} \Rightarrow 7^{\frac{1}{12}}$

प्र॰ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt[4]{7}}$ को सरल करो

Ans $7^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} \Rightarrow 7^{\frac{2-1}{4}} = 7^{\frac{1}{4}}$ या $\sqrt[4]{7}$

नियम (3) $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{4}}$

प्र॰ $\sqrt{\sqrt{2}}$ को सरल करो

Ans $2^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{8}}$

नियम (4) $= m\sqrt{n\sqrt{x}}$

$x^{n\times m} = x^{mn}$ या $\sqrt[mn]{x}$

प्र॰ $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{15}}}$ को सरल करो

Ans $15^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}} = 15^{\frac{1}{24}}$ या $\sqrt[24]{15}$

नियम (5) $\sqrt{3\times2} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

प्र॰ $\sqrt{9\times8}$ को सरल करो

Ans $\sqrt{9\times8} = \sqrt{9} \times \sqrt{8}$

प्र.① $\sqrt[3]{72}$ को सरल करो

Ans $= \sqrt[3]{9 \times 8}$

$= \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{8}$

$2\sqrt[3]{9}$ Ans

प्र.② $\sqrt{17+2\sqrt{72}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $2ab = 2\sqrt{72}$

$ab = \sqrt{9 \times 8}$

$a = \sqrt{9} \quad b = \sqrt{8}$

$(\sqrt{9} + \sqrt{8})$ या $3 + \sqrt{8}$ Ans

प्र.③ $9 + 2\sqrt{14}$ का वर्गमूल ज्ञात करो

Ans $2ab = 2\sqrt{14}$

$ab = \sqrt{14}$

$ab = \sqrt{7 \times 2}$

$a = \sqrt{7} \quad b = \sqrt{2}$

$= \sqrt{7} + \sqrt{2}$ Ans

Note $(-x)^a$ = यदि a सम संख्या हो तो (+)

$(-x)^a$ = यदि a विषम संख्या हो तो (-)

प्र.④ $\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $(64)^{\frac{1}{3}} = 2^{6 \times \frac{1}{3}} = 2^2 = 4$ Ans

---

प्र. ⑤ $2^{2^{-2}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$2^{2^{-2}} = 2^{\frac{1}{4}}$ या $\sqrt[4]{2}$ Ans

प्र. ⑥ 2^{-2^2} का मान ज्ञात करो

$(-2 \times -2) = 4$

Ans $2^{-2^2} = 2^4 = 16$ Ans

प्र. ⑦ $2^{-2^{-2}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $-2^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$2^{\frac{1}{4}}$ या $\sqrt[4]{2}$ Ans

प्र. ⑧ -2^{-2^2} का मान ज्ञात करो

Ans $-2^2 = -2 \times -2 = 4$

$(-2)^4 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 = 16$ Ans

प्र. ⑨ $-2^{-2^{-2}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $-2^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$(-2)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{-2}$ Ans

Note - $\sqrt[4]{-2}$ यह एक काल्पनिक संख्या है।

प्र. ⑩ $81^{-2^{-2}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $-2^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$(81)^{\frac{1}{4}} = 3^{4 \times \frac{1}{4}} = 3$ Ans

प्र० ⑪ - $256^{2^{-3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$(256)^{\frac{1}{8}} = 2^{8\times\frac{1}{8}} = 2$ Ans

प्र० ⑫ $256^{-2^{-3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $-2^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

$256^{-\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2^{8\times\frac{1}{8}}} = \frac{1}{2}$ Ans

---

प्र० ⑬ $(729)^{-3^2}$ का मान ज्ञात करो

Ans $-3^2 = -3\times3 = 9$

$(3^6)^9 = 3^{54}$ Ans

प्र० ⑭ $\left(\sqrt[6]{\sqrt[4]{\sqrt{5}}}\right)^{24}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\left(5^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}}\right)^{24} = 5^{\frac{1}{48}\times24} = 5^{\frac{1}{2}}$ या $\sqrt{5}$

प्र० ⑮ $\left(\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{7}}}\right)^{45}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\left(7^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}}\right)^{45} = (7)^{\frac{1}{30}\times45}$ $7^{\frac{3}{2}}$

$7^{\frac{3}{2}}$ का मिश्रण भिन्न

$7^{\frac{3}{2}} = 7^{1+\frac{1}{2}} = 7^1 * 7^{\frac{1}{2}}$

$7\sqrt{7}$ Ans

प्र० (16) $5^{-2} - 5^{-3}$ का मान ज्ञात करो।

Ans $\frac{1}{25} - \frac{1}{125} \Rightarrow \frac{5-1}{125} = \frac{4}{125}$ Ans

---

प्र० (17) $\frac{5^{-2} - 5^{-3}}{5^{-2} + 5^{-3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\frac{\frac{1}{25} - \frac{1}{125}}{\frac{1}{25} + \frac{1}{125}} = \frac{\frac{5-1}{125}}{\frac{5+1}{125}} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ Ans

---

प्र० (18) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ को सरल करो

Ans $5^3 - 5^2 \Rightarrow 125 - 25 = 100$ Ans

प्र० (19) $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}$ को सरल करो

Ans $\frac{5^3 - 5^2}{5^3 + 5^2} \Rightarrow \frac{125 - 25}{125 + 25} = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}$ Ans

---

प्र० (20) $\frac{4^{-2} - 4^{-3}}{4^{-2} + 4^{-3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\frac{\frac{1}{16} - \frac{1}{64}}{\frac{1}{16} + \frac{1}{64}} \Rightarrow \frac{\frac{4-1}{64}}{\frac{4+1}{64}} = \frac{3}{5}$ Ans

---

प्र० (21) $\left(\sqrt[7]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{8^7}}}}\right)^{15}$ का मान ज्ञात करो

Ans $8^{\frac{7}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times 15}$

$\sqrt{8}$ या $8^{\frac{1}{2}}$ Ans

प्र० (22) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 320$ का मान ज्ञात करो

(A) 6 (B) 7

(C) 4 (D) 5 [B]

Ans $x = 7$ रखने पर

$2^{7+1} + 2^{7-1} = 320$

$2^8 + 2^6 = 320$

$256 + 64 = 320$

$320 = 320$ Ans

या $2^{x+1} + 2^{x-1} = 320$

$2^x \times 2^1 + 2^x \times 2^{-1} = 320$

$2^x (2^1 + 2^{-1}) = 320$

$2^x \left(2 + \frac{1}{2}\right) = 320$

$2^x \left(\frac{4+1}{2}\right) = 320$

$2^x \left(\frac{5}{2}\right) = 320$

$2^x = \frac{320 \times 2}{5}$ (64)

$2^x = 64 \times 2 = 128$

$2^x = 2^7 \quad = x = 7$ Ans

प्र०(23) यदि $7^x = 1$ हो तो x का मान ज्ञात करो

Ans $a^0 = 1$

$7^x = 7^0 \quad x = 0$ Ans

प्र (24) यदि $a^x = 1$ हो तो x का मान ज्ञात करो

Ans $a^x = a^0$

$x = 0$

प्र० (25) - $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$ का मान ज्ञात करो

(A) x^a (B) x^{abc}

(C) 0 (D) 1 [D]

Ans $(x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} \times (x^{c-a})^{c+a}$

$x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times x^{c^2-a^2}$

$x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}$

$x^0 = 1$ Ans

प्र० (26) $\sqrt{x^{-1}y} \times \sqrt{y^{-1}z} \times \sqrt{z^{-1}x}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\sqrt{\frac{y}{x}} \times \sqrt{\frac{z}{y}} \times \sqrt{\frac{x}{z}}$

$\sqrt{\frac{y}{x} \times \frac{z}{y} \times \frac{x}{z}} \rightarrow 1$ Ans

---

प्र० (27) यदि $x^a = x$ हो तो a का मान ज्ञात करो

Ans $x^a = x^1$

$a = 1$ Ans

प्र० (28) यदि $x^a = y$, $y^b = z$, $z^c = x$ हो तो abc को मान ज्ञात करो

Ans $x^a = y$

$(z^c)^a = y$

$((y^b)^c)^a = y$

$y^{abc} = y^1$

$abc = 1$ Ans

प्र० (29) यदि $4^a = 5$, $5^b = 6$, $6^c = 7$ $7^d = 8$ का मान ज्ञात करो

Ans

$7^d = 8$

$(6^c)^d = 8$

$((5^b)^c)^d = 8$

$[[[4^b]^c]^d]^a = 8$

$2^{2abcd} = 2^3$

$2abcd = 3$

$abcd = \frac{3}{2}$ Ans

प्र० (30) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, $\sqrt{6} - \sqrt{5}$, $\sqrt{8} - \sqrt{7}$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans

$1.732 - 1.414$ $\quad$ $2.449 - 2.236$ $\quad$ $2.828 - 2.645$

0.318 $\quad$ 0.213 $\quad$ 0.183

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ सबसे बड़ी है

Note - इस प्रकार की संख्या के बीच का अंतराल यदि बराबर हो तो छोटी दिखने वाली संख्या सबसे बड़ी तथा बड़ी दिखने वाली संख्या सबसे छोटी होगी।

अरोही क्रम = बढ़ता क्रम (छोटे से बड़ा)

अवरोही क्रम = घटता क्रम (बड़ा से छोटा)

प्र० (31) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$, $\sqrt{7} - \sqrt{5}$, $\sqrt{8} - \sqrt{6}$, $\sqrt{12} - \sqrt{10}$ में से छोटी संख्या ज्ञात करो

Ans

सबसे छोटी संख्या = $\sqrt{12} - \sqrt{10}$

प्र० (32) $\sqrt{6}-\sqrt{3}$, $\sqrt{8}-\sqrt{5}$, $\sqrt{11}-\sqrt{8}$ के अरोही क्रम मे व्यवस्थित करो

Ans अरोही क्रम $= (\sqrt{11}-\sqrt{8}) < (\sqrt{8}-\sqrt{5}) < (\sqrt{6}-\sqrt{3})$

प्र० (33) $\sqrt{6}-\sqrt{3}$, $\sqrt{8}-\sqrt{5}$, $\sqrt{11}-\sqrt{8}$ के अवरोही क्रम मे व्यवस्थित करो

Ans अवरोही क्रम $= (\sqrt{6}-\sqrt{3}) > (\sqrt{8}-\sqrt{5}) > (\sqrt{11}-\sqrt{8})$

प्र० (34) $4^{\frac{1}{3}}$, $5^{\frac{1}{4}}$, $6^{\frac{1}{2}}$ मे से सबसे छोटी सख्या ज्ञात करो

Ans $\sqrt[3]{4}$ $\sqrt[4]{5}$ $\sqrt{6}$

3, 4, 2 का ल.स.प. $\Rightarrow 12$

$4^{\frac{1}{3}\times\frac{4}{4}}$, $5^{\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}}$ $6^{\frac{1}{2}\times\frac{6}{6}}$

$4^{\frac{4}{12}}$ $5^{\frac{3}{12}}$ $6^{\frac{6}{12}}$

$(4^4)^{\frac{1}{12}}$ $(5^3)^{\frac{1}{12}}$ $(6^6)^{\frac{1}{12}}$

सबसे छोटी $= 5^{\frac{1}{4}}$

सबसे बडा $= 6^{\frac{1}{2}}$

प्र० (35) $3^{\frac{1}{5}}$, $4^{\frac{1}{3}}$, $7^{\frac{1}{5}}$ में से सबसे बडी सख्या ज्ञात करो

Ans $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{4}$ $\sqrt[5]{7}$

ल. स. प. $= 15$

3^3 , 4^5 , 7^3

27 1024 343

सबसे बडी $= 4^{\frac{1}{3}}$

सबसे छोटी $= 3^{\frac{1}{5}}$

प्र० (36) $\sqrt{5}$ $(\sqrt[3]{4})^2$, $(\sqrt[4]{5})^3$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans $5^{\frac{1}{2}}$ $4^{\frac{2}{3}}$, $5^{\frac{3}{4}}$

ल. स. प. = 12

5^6 4^8 5^9

सबसे बड़ी = $(\sqrt[4]{5})^3$

सबसे छोटी = $(\sqrt[3]{4})^2$

प्र० (37) $\sqrt[10]{3}$, $\sqrt[12]{5}$, $\sqrt[15]{7}$, $\sqrt[20]{12}$ का अरोही क्रम ज्ञात करो

Ans $3^{\frac{1}{10}}$, $5^{\frac{1}{12}}$, $7^{\frac{1}{15}}$, $12^{\frac{1}{20}}$

10, 12, 15, 20 का ल० स० प० = 60

3^6, 5^5, 7^4, 12^3

729, 3125, 2401, 1728

$\Rightarrow \sqrt[10]{3} < \sqrt[20]{12} < \sqrt[15]{7} < \sqrt[12]{5}$

प्र० (38) $(\sqrt[6]{5})^2$ $(\sqrt[3]{3^2})$, $\sqrt{7^3}$ का अवरोही क्रम ज्ञात करो

Ans $5^{\frac{2}{6}}$ $3^{\frac{2\times1}{3}}$ $7^{\frac{3}{2}}$

$5^{\frac{2}{2\times3}}$ $3^{\frac{2}{3}}$ $7^{\frac{3}{2}}$

ल. स. प. = 6

5^2 3^4 7^9

अवरोही क्रम (बड़ा से छोटा)

$\sqrt{7^3} > \sqrt[3]{3^2} > (\sqrt[6]{5})^2$

प्र० (39) यदि $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ हो तो $\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}$ का मान ज्ञात करो

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}/2$ (C) $2+\sqrt{3}$ (D) $2-\sqrt{3}$

Ans

$$\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}_{a} + \sqrt{2-\sqrt{3}}_{b}\right)$$

$$2ab = \sqrt{3}$$

$$ab = \sqrt{3}/2$$

$$ab = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $\quad b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \left[\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right] \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$ Ans

---

प्र० (40) $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{x^{a-b}+1+x^{c-b}} + \frac{1}{x^{a-c}+x^{b-c}+1}$ को सरल करो

Ans $\frac{1}{1+\frac{x^b}{x^a}+\frac{x^c}{x^a}} + \frac{1}{\frac{x^a}{x^b}+1+\frac{x^c}{x^b}} + \frac{1}{\frac{x^a}{x^c}+\frac{x^b}{x^c}+1}$

$$\frac{x^a}{x^a+x^b+x^c} + \frac{x^b}{x^a+x^b+x^c} + \frac{x^c}{x^a+x^b+x^c}$$

$$\frac{x^a+x^b+x^c}{x^a+x^b+x^c} = 1$$ Ans

प्र० (41) $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ba}} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $(x^{a-b})^{\frac{1}{ab}} \times (x^{b-c})^{\frac{1}{bc}} \times (x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$

$\left(x^{a \times \frac{1}{ab}} \times x^{b \times \frac{1}{ab}}\right) \times x^{\frac{b-c}{bc}} \times x^{\frac{c-a}{ca}}$

$x^{\frac{a-b}{ab}} \times x^{\frac{b-c}{bc}} \times x^{\frac{ca}{ca}}$

$x^{\frac{a+b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$

$x^{\frac{ac-bc+ab-ac+bc-ab}{abc}} \Rightarrow x^0 = 1$ Ans

प्र० (42) $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a-b}$ का मान ज्ञात करो

Ans $(x^{a-b})^{a+b-c} \times (x^{b-c})^{b+c-a} \times (x^{c-a})^{c+a-b}$

$x^{a^2+ab-ac-ab-b^2+bc} \times x^{b^2+bc-ba-bc-c^2+ca}$

$x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} \times x^{c^2-a^2}$

$x^{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2+a^2}$

$x^0 = 1$ Ans

प्र० (43) $\frac{9^n \times 3^2 \times 3^{(-n)^{-2}} - 27^n}{3^{3m}} = \frac{2^3}{3^3}$ हो तो $m-n$ का मान ज्ञात करो

Ans $\frac{3^{2n} \times 3^2 \times 3^n - 3^{3n}}{3^{3m}} = \frac{2^3}{3^3}$

$\Rightarrow \frac{3^{2n+2+n} - 3^{3n}}{3^{3m}} = \frac{2^3}{3^3}$

$\Rightarrow \frac{3^{3n+2} - 3^{3n}}{3^{3m}} = \frac{2^3}{3^3}$

$$\Rightarrow \frac{3^{3n}(3^2-1)}{3^{3m}} = \frac{2^3}{3^3}$$

$$\Rightarrow \frac{3^{3n}}{3^{3m}} = \frac{1}{3^3}$$

$$\Rightarrow 3^{3n-3m} = 3^{-3}$$

$$3n-3m = -3$$

$$n-m = -1$$

$$+(m-n) = +1$$

$$m-n = 1 \quad \text{Ans}$$

प्र० (44) $2^{100}, 3^{200}, 5^{50}, 4^{150}$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans 100, 200, 50, 150 का म. स. प. $\Rightarrow$ 50

$2^{2\times50}$ $3^{4\times50}$ $5^{1\times50}$ $4^{3\times50}$

4, 81, 5, 64

सबसे बड़ी = 3^{200} Ans

प्र० (45) $3^{10}, 2^{30}, 5^{50}, 4^{20}, 6^{40}$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans 10, 30, 50, 20, 40 का म. स. प. $\Rightarrow$ 10

3^1 2^3 5^5 4^2 6^4

3 8 3125 16 1256

सबसे बड़ी = 5^{50} Ans

प्र० (46) $\sqrt{3}-\sqrt{5}$, $\sqrt{7}-\sqrt{9}$, $\sqrt{10}-\sqrt{12}$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans सबसे बड़ी संख्या $= \sqrt{10}-\sqrt{12}$

प्र० (47) $\sqrt{13}-\sqrt{17}$, $\sqrt{17}-\sqrt{21}$, $\sqrt{2}-\sqrt{6}$, $\sqrt{3}-\sqrt{7}$ में से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करो

Ans सबसे बड़ी संख्या $= \sqrt{17}-\sqrt{21}$

Note -" उपरोक्त प्रकार की संख्या के मध्य अंतराल बराबर हो तथा इनका मान (-) ऋणात्मक आए तो बड़ी देखने वाली संख्या सबसे बड़ी तथा छोटी देखने वाली संख्या सबसे छोटी होगी।"

प्र० (48) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $2ab = 4\sqrt{3}$

$ab = 2\sqrt{3}$

$a = 2 \quad b = \sqrt{3}$

$2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}$ / $\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2$

4 Ans $\qquad 2\sqrt{3}$ Ans

प्र० (49) $\dfrac{1}{\sqrt{12-\sqrt{140}}} - \dfrac{1}{\sqrt{8-\sqrt{60}}} - \dfrac{2}{\sqrt{10+\sqrt{84}}}$ को सरल करो

Ans (i) $2ab = \sqrt{140}$

$ab = \dfrac{\sqrt{140}}{2} = \dfrac{\sqrt{4\times35}}{2}$

$ab = \sqrt{7\times5}$

$a = \sqrt{7}$

$b = \sqrt{5}$

(ii) $2ab = \sqrt{60}$

$ab = \sqrt{60}/2 \quad \dfrac{\sqrt{4\times15}}{2}$

$ab = \sqrt{3\times5}$

$a = \sqrt{5}$

$b = \sqrt{3}$

(iii) $\sqrt{84} = 2ab$

$ab = \dfrac{\sqrt{84}}{2} \quad \dfrac{\sqrt{21\times4}}{2}$

$ab = \sqrt{7\times3}$

$a = \sqrt{7}$

$b = \sqrt{3}$

$2ab = \sqrt{4 \times 35}$

$2ab = 2\sqrt{35}$

$ab = \sqrt{7} \times \sqrt{5}$

$a = \sqrt{7} \quad \sqrt{5} = b$

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2} - \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{2}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{0}{2} = 0 \text{ Ans}$$

प्र० (50) $\sqrt{36-\sqrt{140}}$ का मान ज्ञात करो

Ans $(\sqrt{\sqrt{35}-\sqrt{1}})^2$

$\sqrt{35}+1$ Ans

$2ab = \sqrt{140}$

$2ab = \sqrt{4 \times 35}$

$2ab = 2\sqrt{35}$

प्र० (51) $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ का मान ज्ञात करो

Ans

$2ab = \sqrt{5}$

$ab = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$ab = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$a = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \perp \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ans

प्र० (52) यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो तो

$$\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - \sqrt{32} + \sqrt{50}} = ?$$

Ans

$$\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3} - 2\sqrt{4\times3} - \sqrt{16\times2} + \sqrt{25\times2}}$$

$$\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3} + \sqrt{2\times3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$$ Ans

---

प्र० (53)

$$\left[\frac{x^{\frac{m}{m-n}}}{x^{\frac{m}{m+n}}} \times \frac{x^{\frac{n}{m-n}}}{x^{\frac{n}{m+n}}}\right]^{m+n} = ?$$

Ans

$$\left[x^{\frac{m}{m-n} - \frac{m}{m+n}} \times x^{\frac{n}{n-m} - \frac{n}{m+n}}\right]^{m+n}$$

$$\left[x^{\frac{m^2+mn-m^2-mn}{m^2-n^2}} + \frac{mn+n^2-n^2-mn}{m^2-n^2}\right]^{m+n}$$

$$x^{\frac{0}{m^2-n^2}} \Rightarrow x^0 = 1$$ Ans

प्र० (54) यदि $x = 7 - 4\sqrt{3}$ हो तो $x + \frac{1}{x}$ का मान ज्ञात करो

Ans $x + \frac{1}{x}$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{7-4\sqrt{3} + 7+4\sqrt{3}}{49 - 16\times3} \Rightarrow 14$$ Ans

प्र० (55) यदि $x = 7-4\sqrt{3}$ हो तो $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ का मान ज्ञात करो

Ans

$2ab = 4\sqrt{3}$

$a = 2 \quad b = \sqrt{3}$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$$

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \frac{1}{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}}$$

$$2 - \sqrt{3} + \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} \rightarrow 4 \text{ Ans}$$

प्र० (56) $\sqrt{\frac{(\sqrt{12}-\sqrt{8})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5+\sqrt{24}}}$ का मान ज्ञात करो

Ans

$$\sqrt{\frac{(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5+\sqrt{24}}}$$

$$\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{5+\sqrt{24}}}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5+\sqrt{24}}}$$

$2ab = \sqrt{6 \times 4}$

$ab = \frac{2\sqrt{6}}{2}$

$ab = \sqrt{3 \times 2}$

$a = \sqrt{3} \quad b = \sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{1}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{4}$$

$$\sqrt{6} - 2 \text{ Ans}$$

प्र० (57) यदि $2^x = 2^y = 2^{-z}$ है तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

प्र०(61) यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$ हो तो 3^{x-y} का मान ज्ञात करो

Ans $3^{2x-y} = 3^{x+y} = 27^{\frac{1}{2}}$

$3^{2x-y} = 3^{x+y} = 3^{\frac{3}{2}}$

$x + y = \frac{3}{2}$ | $2x - y = x + y$

$x = \frac{3}{2} - y$ | $2x - x = 2y$

$x = 2y$

$2y + y = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$

$x = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$3^{x-y} \Rightarrow 3^{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow 3^{\frac{1}{2}}$ या $\sqrt{3}$ Ans

---

प्र०(62) $\frac{4^5+4^5+4^5}{3^5+3^5} \times \frac{6^5+6^5+6^5+6^5}{2^5+2^5+2^5} = 2^n$ का मान ज्ञात करो

Ans $\frac{3 \times 4^{2^5}}{2 \times 3^5} \times \frac{24 \times 6^5}{3 \times 2^5}{}^{2^5}$

$2^5 \times 2^1 \times 2^5 = 2^{11}$

$n = 11$ Ans

प्र०(63) $\sqrt{-84} \times \sqrt{-48} \times \sqrt{7}$ का मान ज्ञात करो

Ans $\sqrt{-4 \times 21} \times \sqrt{-16 \times 3} \times \sqrt{7}$

$2\sqrt{21} \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

$8\sqrt{21 \times 3 \times 7}$

$8\sqrt{441}$

$8 \times 21 = 168$ Ans

प्र० (64) $\frac{4^n \times 4^8 - 4^{n+1}}{4 \times 4^{n+7}} = x$ हो तो $x \times 4^7$ का मान ज्ञात करो

Ans

$$\frac{4^{n+8} - 4^{n+1}}{4^n \times 4^8} = x$$

$$\frac{4^n (4^8 - 4^1)}{4^n \times 4^8} = x$$

$$\frac{4(4^7 - 1)}{4 \times 4^7} = x$$

$$x \times 4^7 = 4^7 - 1 \quad \text{Ans}$$

प्र० (65) $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$ को सरल करो

Ans

$$\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8(2 + \sqrt{3})}}$$

$$\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 16 + 8\sqrt{3}}}$$

$$\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{19 + 8\sqrt{3}}}$$

$$\sqrt{-\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{4}$$

$$2 \quad \text{Ans}$$
