الاتزان

اتزان مجموعة القوى المستوية المتلاقية في نقطة

Equilibrium of Concurrent Coplanar Force systems

عندما نقول ان نظام قوى معينة في حالة اتزان هذا يعني ان محصلة القوى الافقية يساوي صفراً ومحصلة القوى الرأسية يساوي صفراً ومحصلة العزوم حول اي نقطة يساوي صفراً، رياضياً

$$\Sigma F_x = 0 \quad , \quad \Sigma F_y = 0 \quad , \quad \Sigma M = 0$$

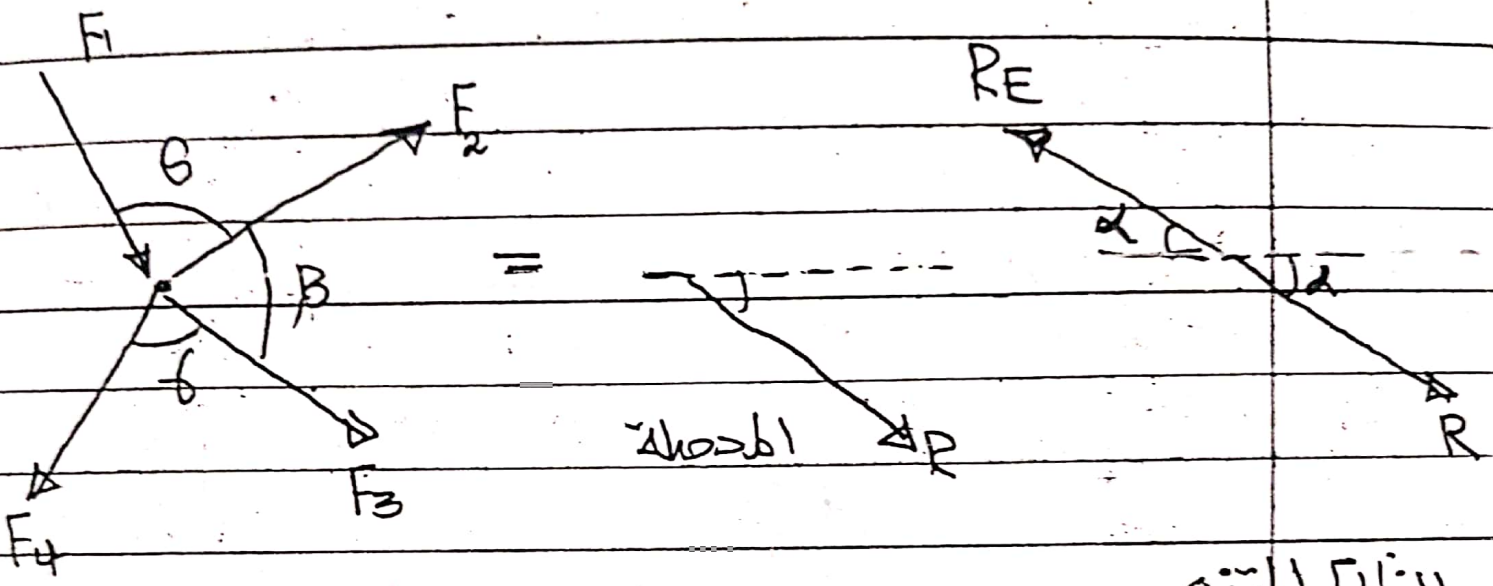
المعادلات اعلاه تسمى بشروط الاتزان لاي نظام القوى المستوية الغير متلاقية في نقطة، اما اذا كانت القوى المتلاقية في ~~نقطة~~ المستوية متلاقية في نقطة فان معادلات الاتزان تصبح

$$\Sigma F_x = 0 \quad , \quad \Sigma F_y = 0$$

ولا تحتاج لمعادلة العزوم لان القوى تجمعها متلاقية في نقطة ولا يمكن حساب العزوم لها.

Scanned by CamScanner

لتوضيح مفهوم الاتزان ألآن لنقم بدراسة المنظومة التالية وهي منظومة قوى مستوية متلاقية في نقطة



النظام المتزن

النظام الاساسي للقوى

في الشكل اعلاه تم حساب المحصلة R لنظام القوى الاساسي ، و ليصبح النظام متزناً أضفنا القوة RE في اتجاه المعاكس للمحصلة R ليكون محصلة النظام الكلية = صفر وعليه فان النظام الجديد يمثل نظام متزن لأن المحصلة فيه = صفر

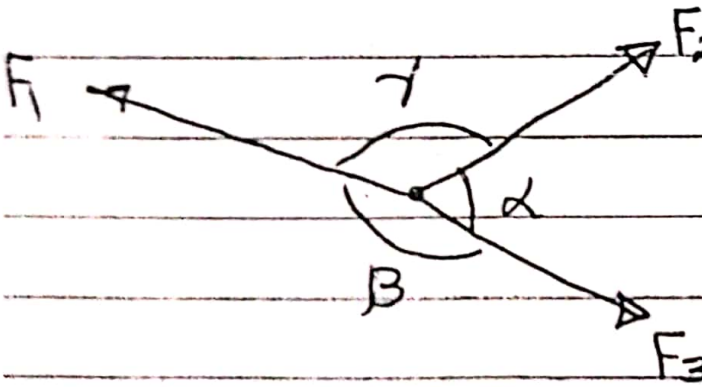
Scanned by CamScanner

وايضاً نلاحظ من المثال السابق ان القوى متلاقيه في نقطة واحده و بالتالي جميع القوى لا حدوهما تساوي صفراً حول نقطه التقاء القوى وعليه نضع معادلات الاتزان فقط

$$\Sigma F_x = 0 . \qquad \Sigma F_y = 0 .$$

Lami's Theorem :- *قاعدة لامي :

اذا اثرت جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقيه في نقطه فان نسبة القوة وجيب الزاوية بين القوتين الاخريتين يكون ثابتاً .



$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$$

Scanned by CamScanner

خطوات حل مسائل اتزان القوى المتزنة المستوية المتلاقية في نقطة :-

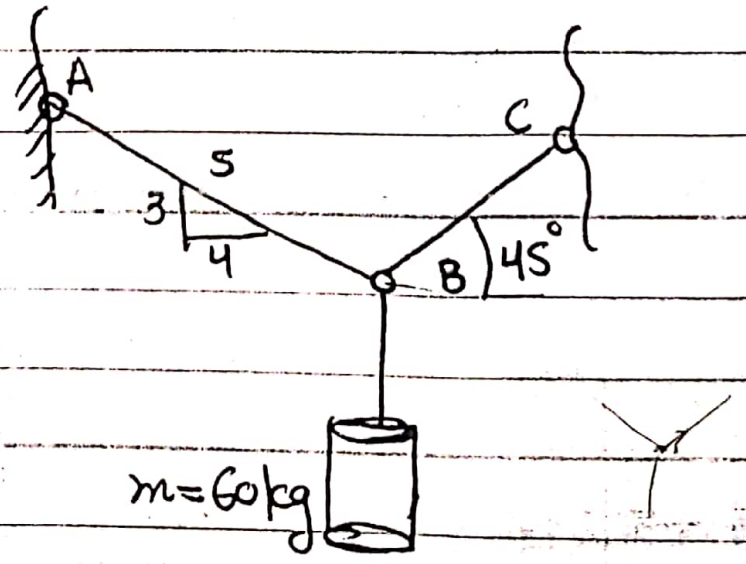
① ارسم مخطط الجسم الحر للمنظومة المعطية .
② اكتب القوى المعطية و القوى المجهولة .
③ طبق معادلات الاتزان فقط .

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0$$

④ حل المعادلات الناتجة من تطبيق معادلات الاتزان لإيجاد القوى المجهولة .

مثال ① :-

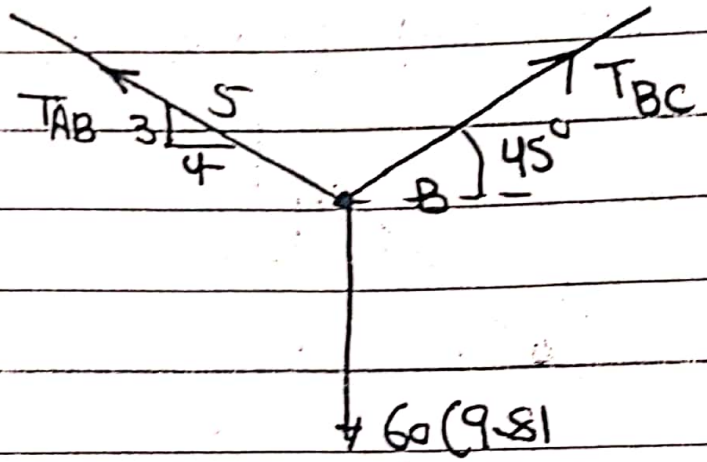
احسب الشدود في الكابل BA و BC



الحل

Scanned by CamScanner

نرسم مخطط الجسم الحر Free Body Diagram (FBD)



$\Sigma F_x = 0$ and $\Sigma F_y = 0$

$T_{BC}\cos 45 - T_{AB}(4/5) = 0 \longrightarrow (1)$

$T_{BC}\sin 45 + T_{AB}(3/5) = 60(9.81) \longrightarrow (2)$

نحل المعادلتين 1 و 2 .

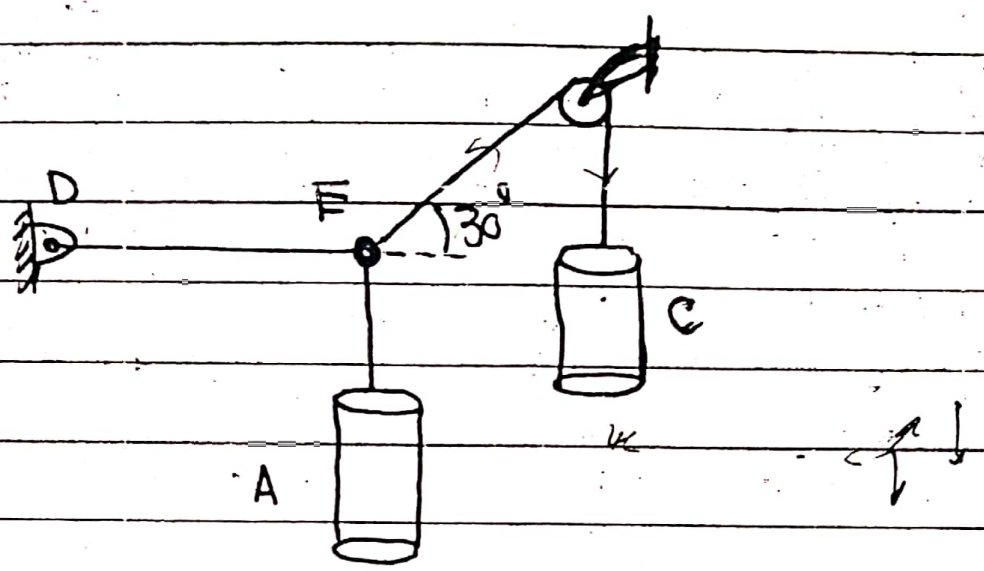
$T_{BC} = 476N$ $T_{AB} = 420N$

Scanned by CamScanner

write on either margin

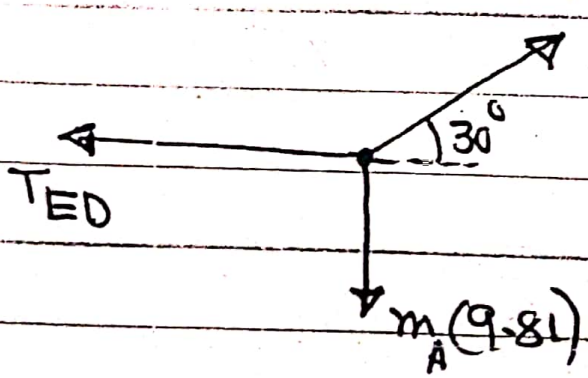
مثال ②:

الاسطوانة C كتلتها 40kg احسب مقدار كتلة الاسطوانة A التي تجعل المنظومة متزنة.



الحل

* الكتلة C تولد شداً قيمته 40(9.81) يمر على طرفي البكرة.
* نرسم مخطط الجسم الحر -2



$\Sigma F_x = 0$ and $\Sigma F_y = 0$

$40(9.81)\cos 30 - T_{ED} = 0$

$T_{ED} = 339.82\,N$

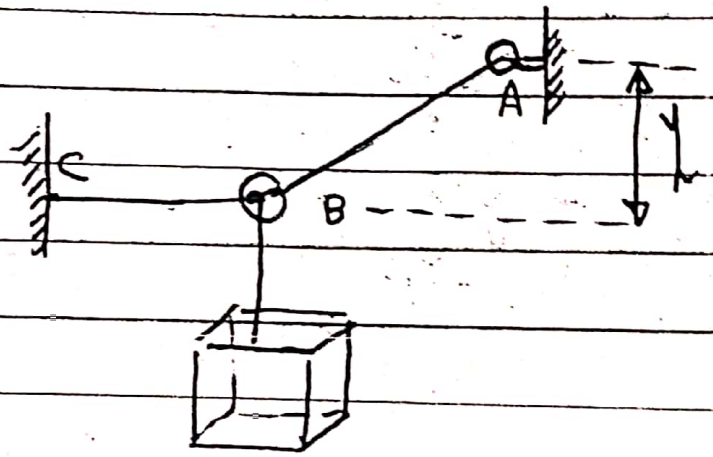
Scanned by CamScanner

$40(9.81)\sin 30° - m_A(9.81) = 0$

$m_A = \underline{\underline{20\ kg}}$

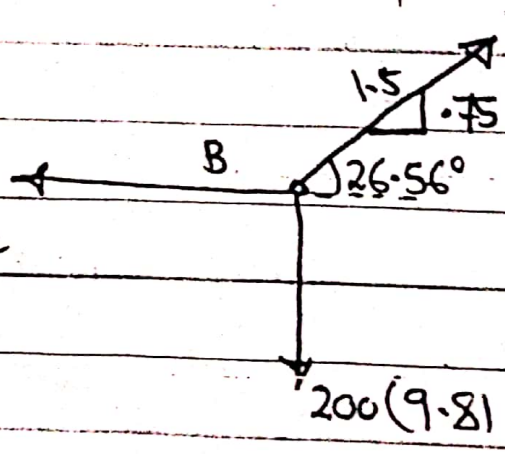
مثال ③ :

احسب مقدار الشد في كل حبل في المنظومة التالية اذا علمت أن $y = 0.75m$ وطول $AB = 1.5m$. والكتلة المعلقة تجعلها $200kg$.



الحل

برسم مخطط الجسم الحر



$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$T_{AB}\cos 26.56 - T_{BC} = 0 \rightarrow ①$

$T_{AB}\sin 26.56 - 200(9.81) = 0 \quad \therefore \quad T_{AB} = \underline{\underline{4387.16N}}$

T_{BC} في ① بالتعويض عن T_{AB}

$T_{BC} = \underline{\underline{3924.17N}}$

Scanned by CamScanner

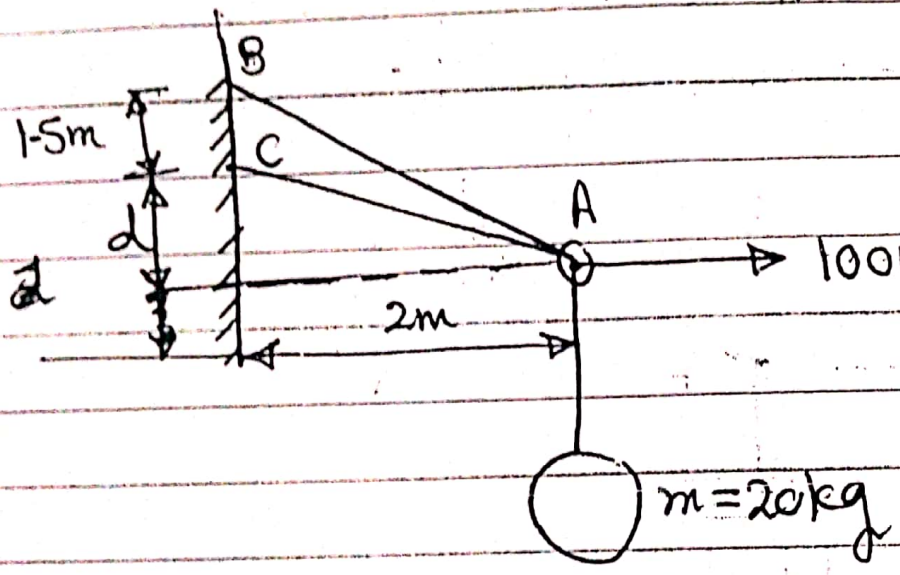
write on either margin

مثال (4) :-

الكرة D ذات كتلة 20kg ومقدار القوة F=300N احسب المسافة d التي تجعل الشد في كل من AC و AB متساوي

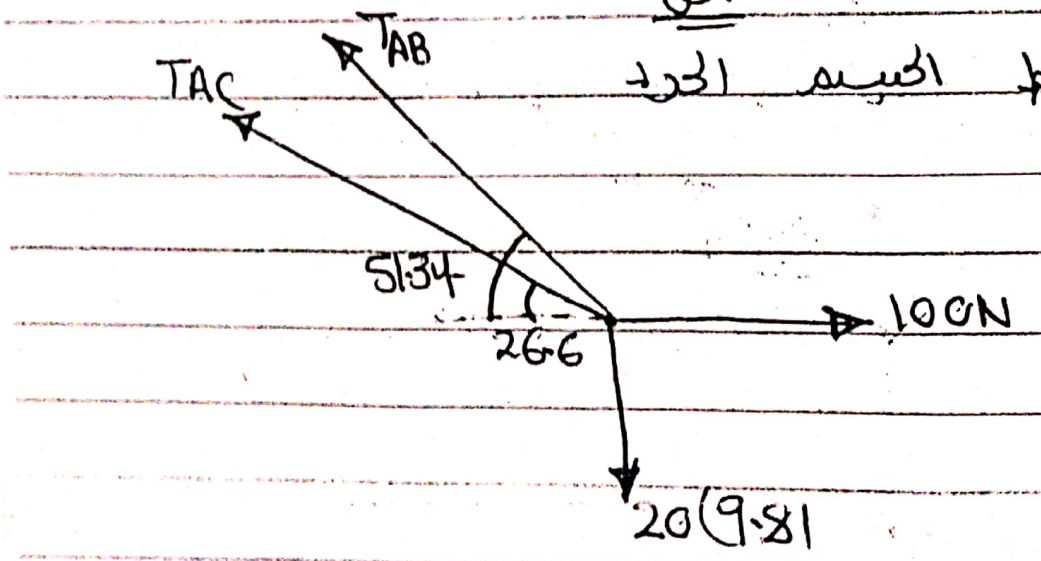
احسب الشدود في كل من AC و AB

المسافة d=1m



الحل

من مخطط الجسم الحر



$\Sigma F_x = 0$

$300 - T_{AC}\cos 26.6 - T_{AB}\cos 51.34 = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -20(9.81) + T_{AC}\sin 26.6 + T_{AB}\sin 51.34 = 0$

Scanned by CamScanner

51.34

$-T_{AC}\cos 26.6 - T_{AB}\cos 53.34 = -300 \longrightarrow ①$

$T_{AC}\sin 26.6 + T_{AB}\sin 53.34 = 20(9.81) \longrightarrow ②$

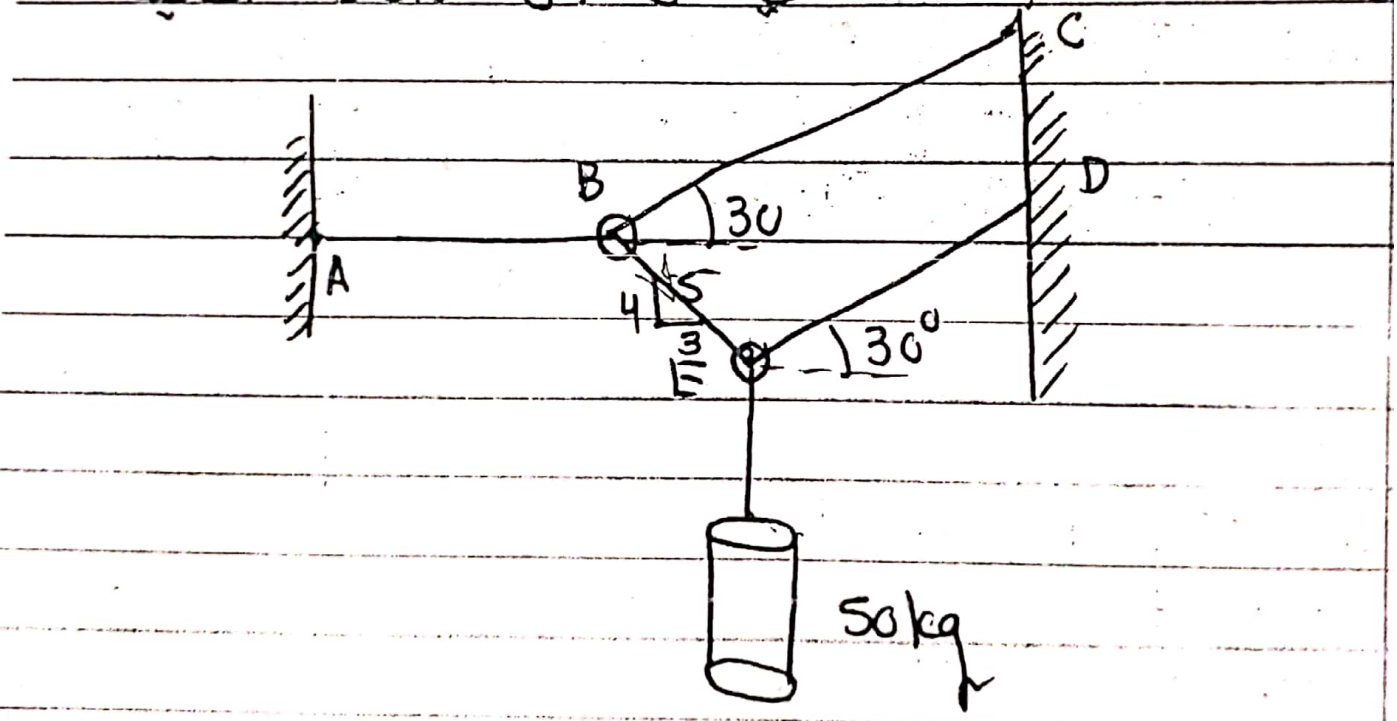
② مع ① كل.

$T_{AC} = 269.88\ N$

$T_{AB} = 93.94\ N$

مثال ⑤ :

احسب الشد في كل حبل للمنظومة التالية



أولاً نقوم بتحليل E

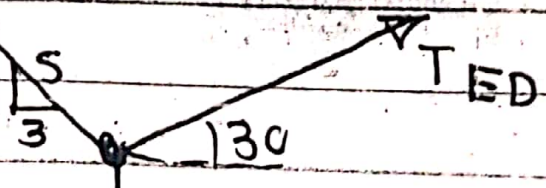
$\Sigma F_x = 0$

$T_{ED}\cos 30 - T_{EB}(3/5) = 0 \longrightarrow ①$

$\Sigma F_y = 0$

$T_{ED}\sin 30 + T_{EB}(4/5) = 50(9.81)$ $50(9.81)$

$\longrightarrow ②$

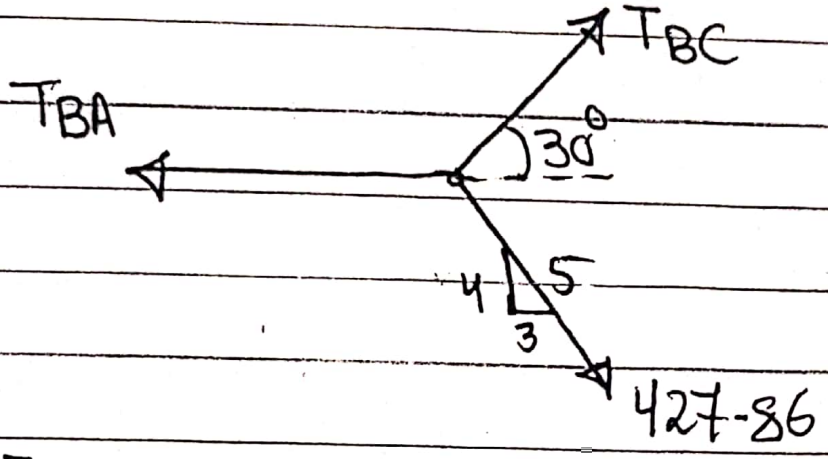


② و ① كل.

Scanned by CamScanner

$T_{ED} = 296.8\,N$ (4) $T_{EB} = 427.86\,N$

الآن بتحليل B



$\Sigma F_x = 0$

$T_{BC}\cos 30 + 427.86(3/5) = T_{BA}$

$T_{BC}\cos 30 - T_{BA} = 427.86(3/5)$ ——→ (1)

$\Sigma F_y = 0$

$T_{BC}\sin 30 = 427.86(4/5)$

$\therefore T_{BC} = 684.576\,N$

& (1) معادلة T_{BC} بالتعويض عن قيمة

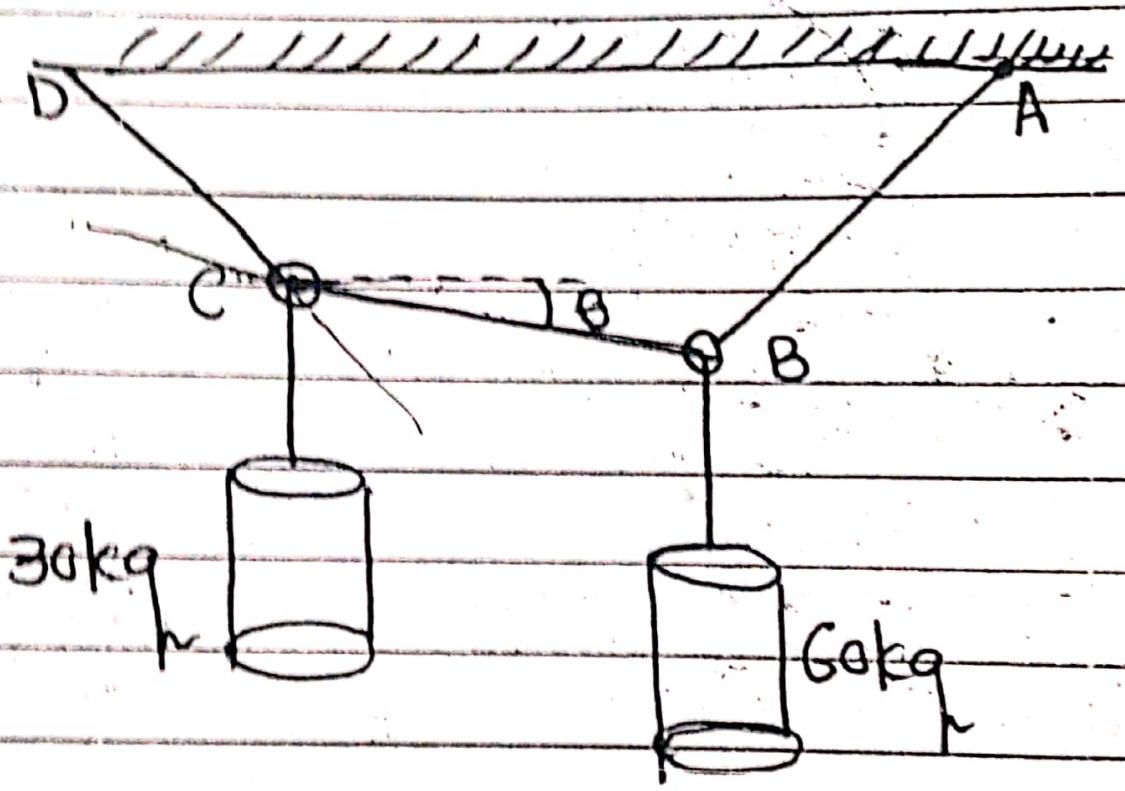
$684.576\cos 30 - T_{BA} = 427.86(3/5)$

$\therefore T_{BA} = 336.14\,N$

Scanned by CamScanner

مسألة تمرين رقم 1 :

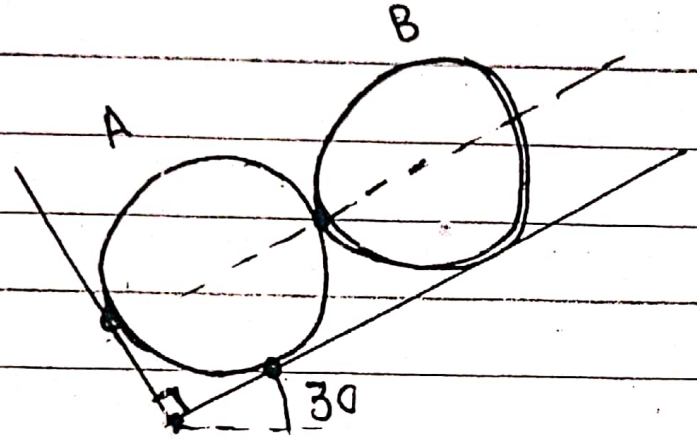
اوجد الشد في كل من CD ، CB ، BA
ومقدار الزاوية θ للمنظومة المتزنة التالية :



Scanned by CamScanner

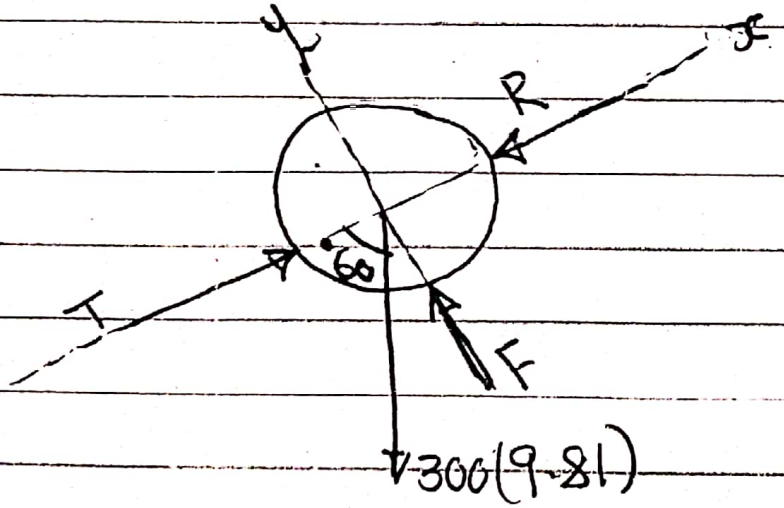
مثال (6)

اسطوانتان كتلة كل منهما 300kg موضوعتان كما هو في الشكل احسب رد الأفعال عند السطح الناعم.



الحل

مخطط الجسم الحر FBD للكرة A



$$\Sigma F_x = 0$$

$$T - R - 300(9.81)\cos 60 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

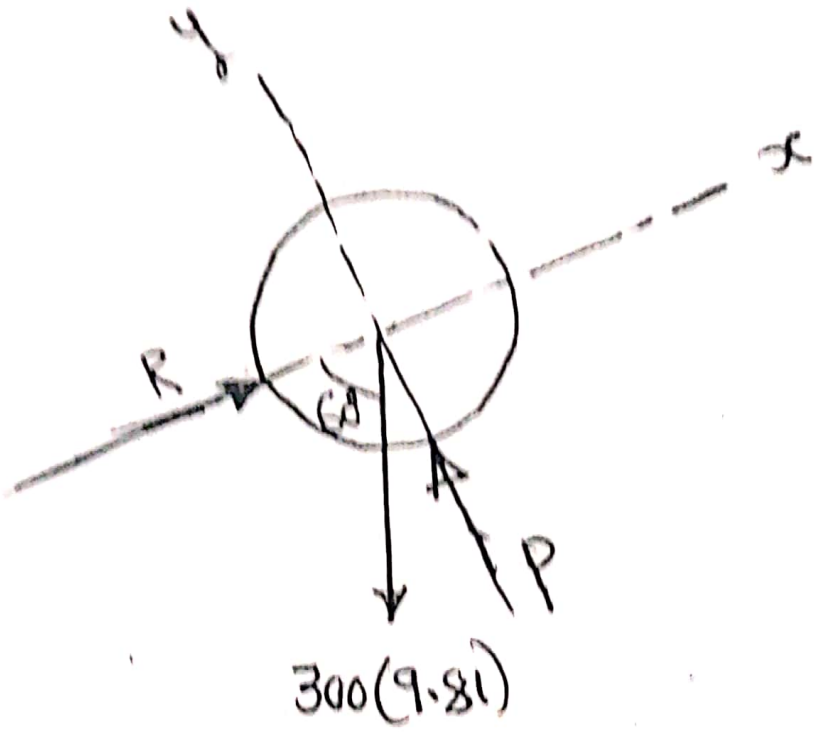
$$F - 300(9.81)\sin 60 = 0$$

$$\therefore F = 2548.7\,N$$

ما زال هناك مجهولان R و T لكن $\Sigma F_x = 0$ لا يمكن حلها

لابد أن نشغل الكتلة B.

Scanned by CamScanner



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R - 300(9.81)\cos 60 = 0$$

$$R = \underline{1471.5\,N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$P - 300(9.81)\sin 60 = 0$$

$$P = \underline{2548.7\,N}$$

الآن بعد أن تم حساب قيمة القوة R يمكن الحصول على قوة أخرى لحادلة الإسطوانة A.

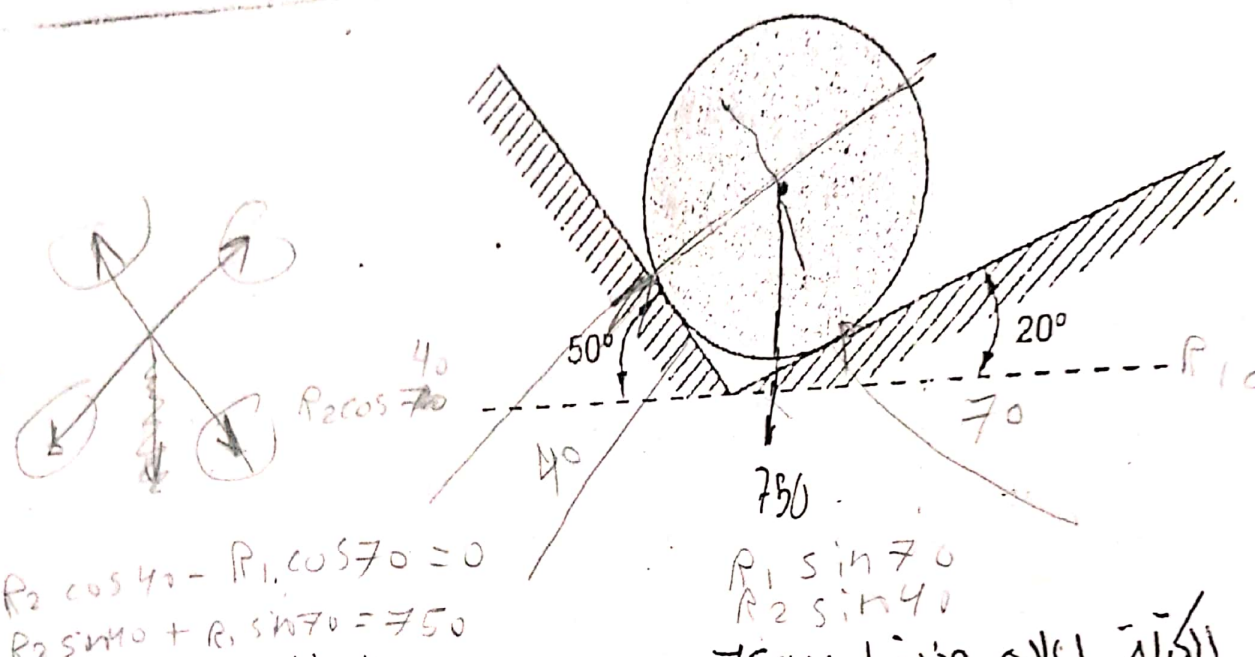
$$T - R - 300(9.81)\cos 60 = 0$$

$$T - 1471.5 - 300(9.81)\cos 60 = 0$$

$$\therefore T = \underline{2493\,N}$$

Scanned by CamScanner

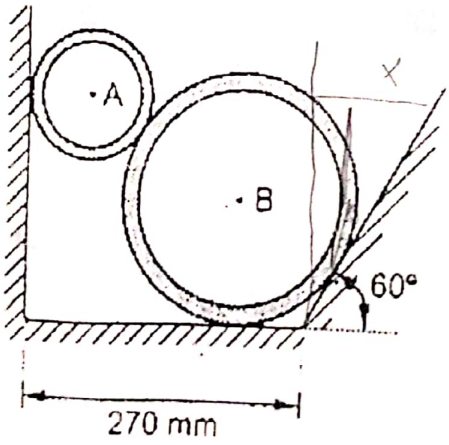
تمرين رقم (2)



الكتلة اعلاه وزنها 750 N اوجد ردود الافعال عند نقاط التلامس .

الاجابة 272.866 N و 611.22N

تمرين رقم (3) اسطوانتان A و B وزنها A = 500N و B وزنها 1.25N موضوعتان كما في الشكل . اذا كان قطر الاسطوانة A يساوي 150mm و قطر B 270mm ، احسب ردود الافعال عند نقاط التلامس .



الاجابة 602.242N — 335.723N — 857.66N — 1556.17N .

Scanned by CamScanner