İÇİNDEKİLER **Sayfa no**

Sembol Listesi **i**

1. GİRİŞ **1**
1.1. Aparatın Yapısı İle İlgili Açıklamalar **1**
1.2. Aparatın Özellikleri **1**

2. Teori **5**

3. Deneyin Yapılışı **8**

4. Sonuçlar ve Hesaplamalar **9**
4.1. Sonuçların Değerlendirilmesi **9**
4.2. Birim Şekil Değiştirmeler **10**
4.3. Gerilmeler **11**

Kaynaklar

Sembol Listesi

Sembol	**Tanımı**	**Birim**
σ	Normal Gerilme	N/m^2
ε	Eksenel Birim Şekil Değiştirme	Metre / metre
E	Elastiklik Modülü	GN/m^2
p	Silindirin İç Basıncı	MN/m^2
τ	Kayma Gerilmesi	N/m^2
R_2	Silindirin Dış Yarıçapı	mm
R_1	Silindirin İç Yarıçapı	mm
r	Kesitin herhangi bir ara bölgesinindeki yarı çap	mm
K	R_2 'nin R_1' e oranı = 4.054	boyutsuz
ν	Poisson Oranı	boyutsuz

Kullanılan alt indisler:

H	Teğetsel veya çevresel yönü gösterir.
R	Radyal yönü gösterir.
L	Silindirin boyuna (eksenel) yönünü gösterir.

1. GİRİŞ

Kalın cidarlı bir silindirdeki gerilmelerin analizi, basınçlı kap,hidrolik silindir ve silah gövdeleri gibi alanlarda önemli bir pratik öneme sahiptir. Kalın Cidarlı Silindir Aparatı ile gerçekte ölçülen sonuçlarla, analitik olarak teoride formüllerle bulunan sonuçlar karşılaştırılarak elde edilen sonuçların doğruluğu kolayca gösterilebilir. Silindir gövdesi üzerinde farklı yarıçap ve doğrultularda yerleştirilen Strain Gage'ler birim şekil değiştirmelerin ölçülmesi için elverişli bir ortam sağlar. Bu sayede iç basınç nedeniyle silindir cidarı üzerinde oluşan gerilmelerin dağılımı hakkında bilgi sahibi oluruz.

Şekil 1 de Kalın Cidarlı Silindir Aparatı gösterilmiştir.

1.1. Aparatın Yapısı İle İlgili Açıklamalar

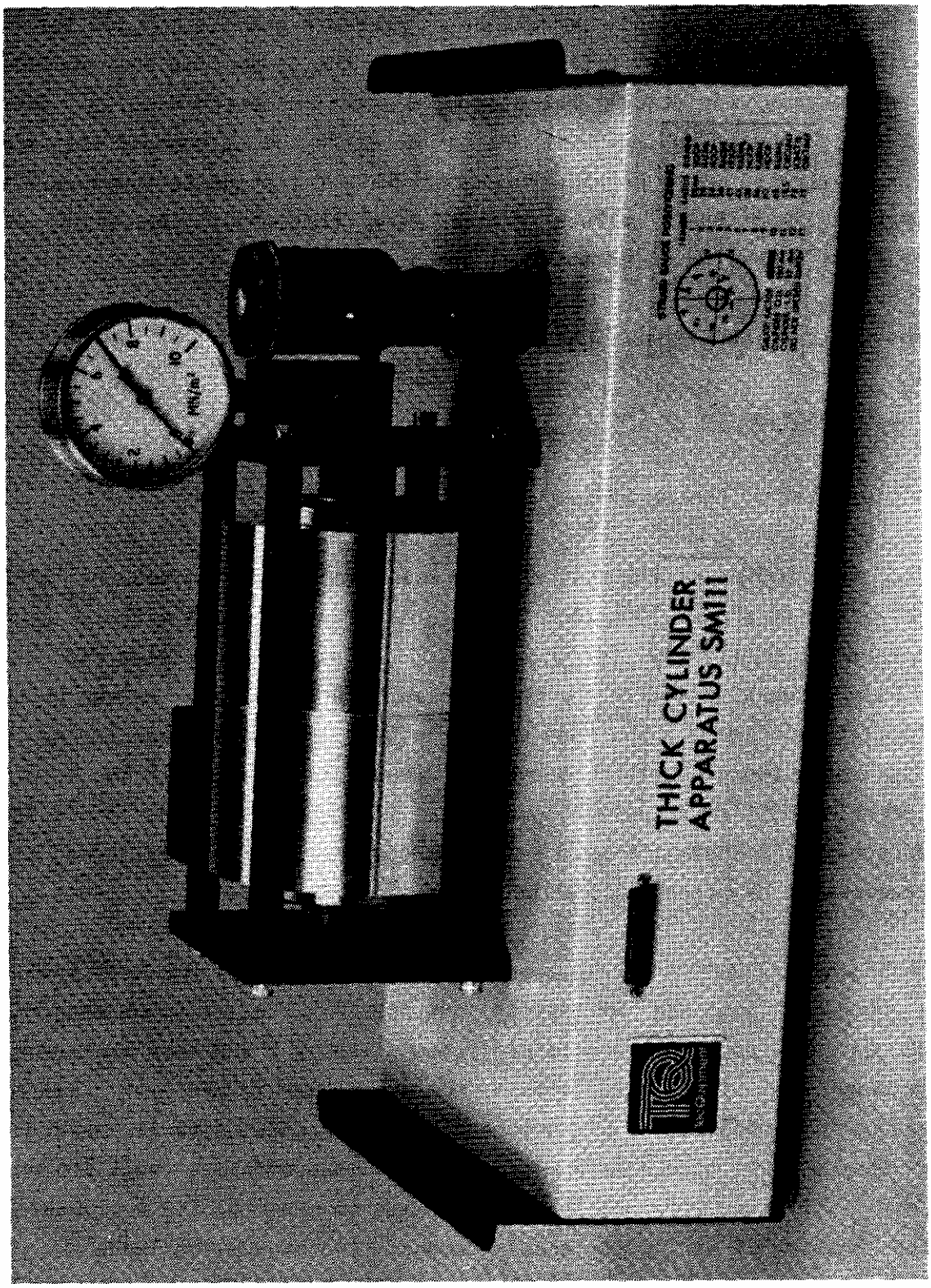
Şekil 2' de aparatın önden görünüşü gösterilmiştir.Silindirin her iki yarısı (**A**), dikkatli bir şekilde birleştirilmiştir. Bağlantı noktasının bir yüzeyi, cidar üzerinde eksantrik olarak açılmış bir yive sahiptir. Bu yiv üzerinde , şekil 3' te belirtilen konumlarda yerleştirilmiş 10 adet aktif Strain Gage vardır. Bu Gage'ler vasıtasıyla 5 ayrı yarı çapta radyal ve teğetsel doğrultulardaki birim şekil değiştirmeleri ölçmek mümkündür. Yiv, yapıştırıcıyla tamaman doldurulmuştur. Silindirin hem iç hem de dış yarıçapı üzerinde teğetsel ve eksenel doğrultularda yer alan ilave Strain Gage 'ler vasıtasıyla da bu yüzeyler üzerindeki asal birim şekil değiştirmelerin ölçülmesi sağlanır. Buna göre silindir cidarı üzerinde çeşitli doğrultularda gerilme ve birim şekil değiştirme analizinin yapılmasını sağlayan toplam 13 adet aktif strain gage bulunmaktadır.

Aparatın merkezinde yer alan ve kauçuk malzemeden yapılmış sızdırmazlık elemanları ile uçlarından kapatılmış olan çelik şaft (**E**), bir el pompası ile silindirin iç çapı ile şaftın arasındaki çevresel bir oluğa yağ iletilmesini sağlar. Böylece silindirde bir iç basınç oluşturulur. Şaftın yağ giriş tarafına bir çelik blok (**G**) vidalanmıştır.

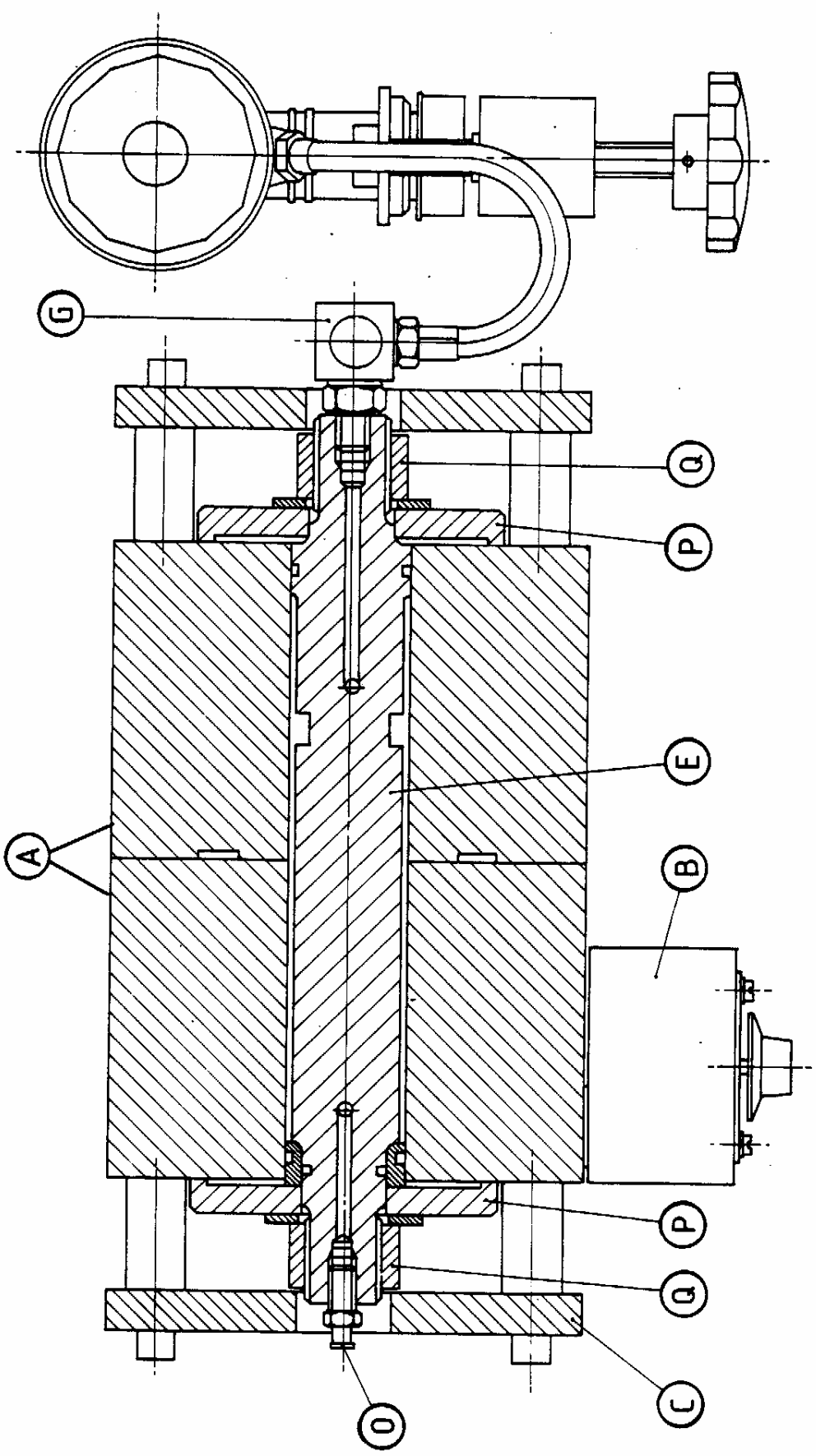
Silindirin diğer ucu bir kör tıpa (**O**) ile kapatılmıştır.Emniyet açısından silindir, iki çelik diafram (**P**) arasına bağlanmıştır. Bu diaframlar, gerdirme civataları (**Q**) vasıtasıyla silindirin her iki yüzeyine kuvvet uygulamaktadır. Tüm silindir sistemi, her iki uçta yer alan plakların 4 adet çelik çubuk tarafından gerildiği bir kafes yapı (**C**) tarafından serbestçe taşınmaktadır. Silindir üzerine kafes sistem tarafından bir gerilme uygulanmamaktadır.

1.2. Aparatın Özellikleri

Ağırlık	≅ 40 kg
Pompa kapasitesi	≅0.57 lt
Gage basıncı	0 – 7 MN/ m^2
Kontrol valfinin açılma basıncı	7.58 MN/ m^2
Silindir boyutları	Uzunluk 203 mm
	Dış çap 150 mm
	İç çap 37 mm
Silindir malzemesi	Aluminyum alaşımı
Silindir özellikleri	Elastiklik modülü E = 73.1 GN/m^2
	Poisson oranı υ = 0.33
Müsaade edilen maks. test basıncı	6.89 MN/ m^2
Strain Gage'ler	Elektrik dirençli tip

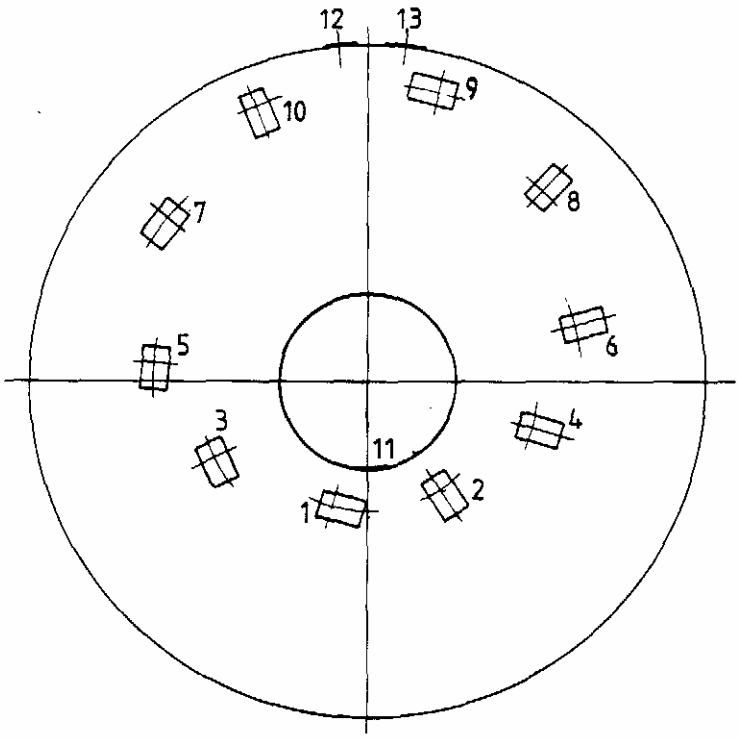


Şekil 1. Kalın Cidarlı Silindir Aparatı



Şekil 2

Strain Gage' lerin Konumları



Gage No	Yarıçap (mm)	Gerinme
1	28	Teğetsel
2	28	Radyal
3	36	Teğetsel
4	36	Radyal
5	45	Teğetsel
6	45	Radyal
7	56	Teğetsel
8	56	Radyal
9	63	Teğetsel
10	63	Radyal
11	18.5	Çevresel
12	75	Eksenel
13	75	Çevresel

Şekil 3

Not: Silindir üzerindeki tüm strain gage'ler aynı gage faktörüne sahip olacak şekilde seçilmiştir. Gage faktörü, aparatın ön yüzeyi üzerindeki strain gage konumlarını belirten etiket üzerinde yazılmıştır.

2. TEORİ

Şekil 5'te, üniform olarak dağılmış p iç basıncın etkisinde olan içi boş bir silindir görülmektedir. Şekilde, silindirin r yarıçaplı birim elemanı detaylandırılmıştır. Kalın Cidarlı Silindir Aparatının tasarım şekli nedeniyle σ_L eksenel gerilmesi ihmal edilebilir ve bu nedenle sistem, asal gerilmeleri σ_H ve σ_R olan düzlem gerilme haline maruz bir sistem olarak ele alınabilir. Sistemde meydana gelen deformasyonlar silindir eksenine göre simetriktir. Asal gerilmeler aşağıda verilmiştir;

$$\varepsilon_H = \frac{\sigma_H}{E} - \frac{\nu\sigma_R}{E} = \frac{1}{E}\left(\sigma_H - \nu\sigma_R\right) \tag{1}$$

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E} - \frac{\nu\sigma_H}{E} = \frac{1}{E}\left(\sigma_R - \nu\sigma_H\right) \tag{2}$$

$$\varepsilon_L = \frac{-\nu\sigma_H}{E} - \frac{\nu\sigma_R}{E} = -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_H + \sigma_R\right) \tag{3}$$

Yapılan kabule göre hem gerilmeler hem de birim şekil değiştirmeler için, negatif (-) işaret basıyı, pozitif (+) işaret çekiyi göstermektedir.

ElemanterLame denkllemleri;

$$\sigma_H = A - \frac{B}{r^2} \tag{4}$$

$$\sigma_R = A + \frac{B}{r^2} \tag{5}$$

Burada A ve B sabitlerdir. A ve B sabitlerini bulmak için aşağıdaki sınır şartları dikkate alınır;

$r = R_1$ de $\sigma_R = -p$ (işaretin negatif olması basınç olduğunu gösterir), ve $r = R_2$ de $\sigma_R =$ Atmosfer basıncı (p ' ye oranla küçük olması nedeniyle ihmal edilebilir), yani $\sigma_R = 0$ dır.

$$r = R_1 \text{ de:} \qquad \sigma_R = -p = A + \frac{B}{R_1^2}$$

$$r = R_2 \text{ de:} \qquad \sigma_R = 0 = A + \frac{B}{R_2^2}$$

Bu iki denklem çözüldüğünde A ve B aşağıdaki gibi elde edilir;

$$A = \frac{pR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \qquad\qquad B = -\frac{pR_2^2 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

A ve B, (5) denkleminde yerine yazılırsa ;

$$\sigma_R = \frac{pR_1^2}{R_2^2 - R_1^2}\left(1 - \frac{R_2^2}{r^2}\right)$$

veya

$$\sigma_R = \frac{p}{K^2 - 1}\left(1 - \frac{R_2^2}{r^2}\right) \tag{6}$$

A ve B, (5) denkleminde yerine yazılırsa ;

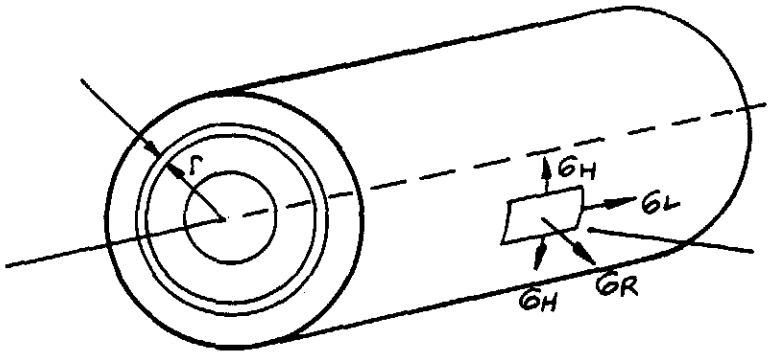
$$\sigma_H = \frac{pR_1^2}{R_2^2 - R_1^2}\left(1 + \frac{R_2^2}{r^2}\right)$$

veya

$$\sigma_H = \frac{p}{K^2 - 1}\left(1 + \frac{R_2^2}{r^2}\right) \tag{7}$$

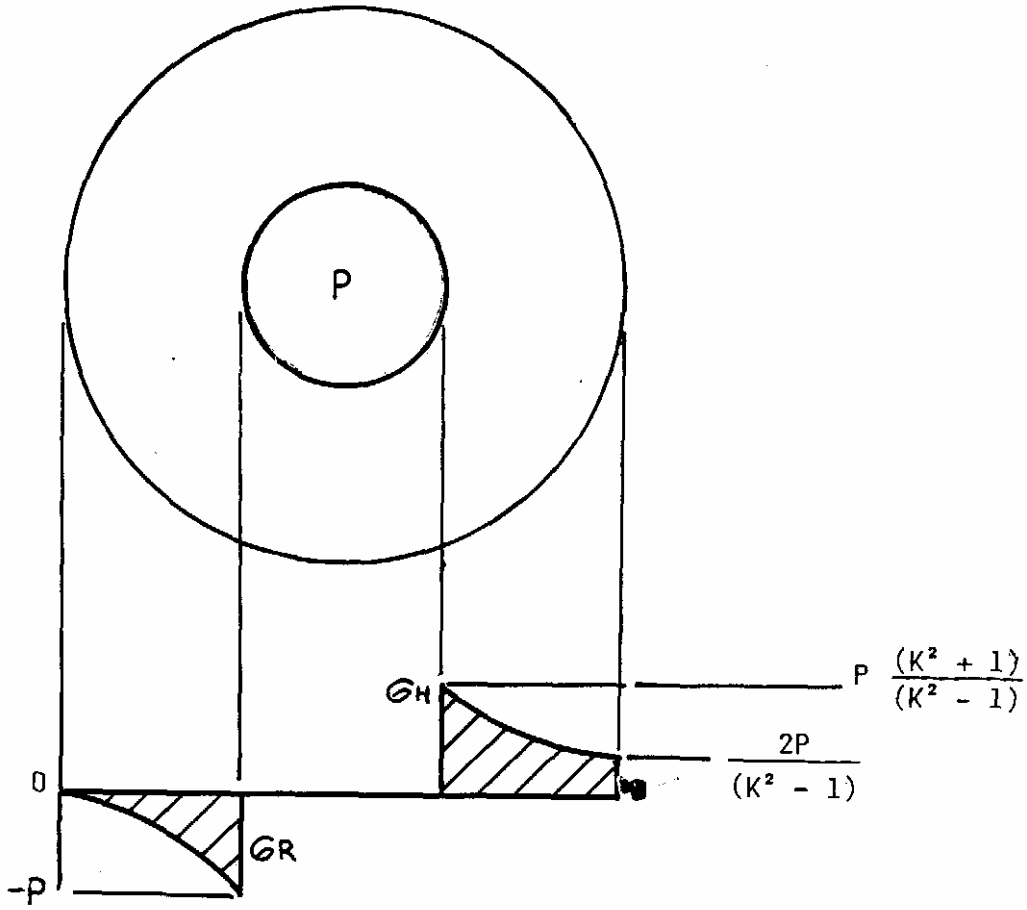
(7) denklemindeki pozitif işaret σ_H' ın her yerde çeki olduğunu gösterirken, (6) denklemindeki negatif işaret σ_R'in her yerde bası olduğunu gösterir.

Ayrıca; σ_R'in en büyük değeri iç yarı çapta (R_1'de) meydana gelir ve burada $\sigma_R = -p$ dir.
σ_R'ın en küçük değeri dış yarı çapta (R_2'de) meydana gelir ve burada $\sigma_R = 0$ dir



"r" yarıçapı üzerindeki birim eleman

Şekil 5



Şekil 6. Silindir cidarı üzerinde gerilmelerin değişimi

σ_H 'in en büyük değeri iç yarı çapta (R_1 'de) meydana gelir ve burada $\sigma_H = p\dfrac{K^2+1}{K^2-1}$ dir.

σ_H 'ın en küçük değeri dış yarı çapta (R_2 'de) meydana gelir ve burada $\sigma_H = \dfrac{2p}{K^2-1}$ dir

Şekil 6, silindir cidarı üzerindeki normal gerilmelerin değişimini gösterir.

İç basıncın etkisinde olan ve eksenel olarak bir yüklemeye maruz kalmayan bir silindirde, maksimum kayma gerilmesi iç yarı çapta meydana gelir.

Yani Maksimum kayma gerilmesi ($\tau_{\max}$) = $\frac{1}{2} \times$ (iki asal gerilmenin farkı)

$$= \frac{\sigma_R - \sigma_H}{2}$$

σ_R ve σ_H değerlerini yerine yazılırsa,

$$\tau_{\max} = \frac{pR_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

elde edilir. Böylece,

$$\tau_{\max} = \frac{pK^2}{K^2 - 1} \qquad (8)$$

Burada kullanılan silindir için K = 4.054 ve bundan dolayı $\tau_{\max} = 1.065\ p$ dir

3. DENEYİN YAPILIŞI

Aparatın tasarımının basit oluşu işlemlerin çok kolay yapılmasını sağlar. Sistem 0 basınçta iken, birim şekil değiştirmeleri ölçen cihaz (Strain Bridge Data Logger) vasıtasıyla 13 adet gage üzerindeki değerleri kaydedin. Arzu edilen test basıncına göre el pompası vasıtasıyla silindire basınç uygulayın, bu basınçta sistemi sabitleyin ve bu basıncı kaydedin. İyi sonuçların elde edilebilmesi için müsaade edilen maksimum 6.89 MN/m^2 lik test basıncı veya bunu aşmayan basınç değerleri önerilmektedir. Basınç uygulandıktan sonra tekrar birim şekil değiştirme değerlerini kaydedin. Son basıçta ölçülen birim şekil değiştirme değerlerinden 0 basınçta ölçülen birim şekil değiştirme değerleri çıkartıldığında elde edilen değerler, bize istediğimiz birim şekil değiştirme değerlerini verir. Bu değerleri Tablo 1 'deki **ölçülen birim şekil değiştirme** satırında ait olduğu gage nosunun alt hizasına yazın .

Tablo 1. Gerinmeler

Silindirin İç basıncı = MN/m^2

Yarıçap (mm)	**28**		**36**		**45**		**56**		**63**		**18.5**	**75**	
Gage no	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
Birim Şekil Değiştirme	ε_H	ε_R	ε_H	ε_R	ε_H	ε_R	ε_H	ε_R	ε_H	ε_R	ε_H	ε_L	ε_H
Ölçülen Birim Şekil Değiştirme $(\times 10^{-6})$													
Hesaplanan Birim Şekil Değiştirme $(\times 10^{-6})$													
Aradaki hata													

4. SONUÇLAR VE HESAPLAMALAR

Tüm hesaplamalarda elastiklik modülü ve Poisson oranı için aşağıdaki değerleri kullanın.

$E = 73.1\ GN/m^2$
$\nu = 0.33$

E ve ν' ye ait bu değerler farklı numuneler üzerinde yapılan çeşitli testler sonucunda elde edilmiştir. Silindirin yapıldığı malzemenin özellikleri daha önce belirtilmişti. Verilen bu değerler bu aparatla ilgili hesaplamalarda kullanılabilir.

4.1 Sonuçların Değerlendirilmesi

(i) Bölüm 4.2 de, teoriden daha önce çıkartılmış, teorik birim şekil değiştirme değerlerinin hesaplanmasına yarayan yöntem yer almaktadır. ε_H ve ε_R' ye ait değerleri hesaplayın ve bu değerleri Tablo 1' deki **hesaplanan birim şekil değiştirme** satırındaki uygun gage nosunun alt hizasına yazın.

Şekil 7 'deki gibi iki gerinmeye ait grafikleri çizin.

(ii) Bölüm 4.3 te, **teorik gerilme** değerlerinin hesaplanmasına yarayan yöntem ile **ölçülen birim şekil değiştirme**ler vasıtasıyla **çıkartılan gerilme** değerlerinin elde edilmesini sağlayan yöntem verilmiştir.

Tablo 2 de σ_R ve σ_H gerilmelerine ait değerler sırasını oluşturun.

4.2 Birim Şekil Değiştirmeler

Birim Şekil Değiştirmelerin Hesabı:

(i) **Teğetsel birim şekil değiştirmeler :** Teoriden, (6) ve (7) denklemlerinin (1) denkleminde yerine konulmasıyla,

$$\varepsilon_H = \frac{p}{E(K^2-1)}\left[\left(1+\frac{R_2^2}{r^2}\right)-\nu\left(1-\frac{R_2^2}{r^2}\right)\right]$$

E, K, ν ve R_2 değerleri yerine yazılırsa,

$$\varepsilon_H = \frac{p}{1128.2\times10^3}\left[\left(1+\frac{5625}{r^2}\right)-0.33\left(1-\frac{5625}{r^2}\right)\right] \qquad (9)$$

denklemlerinin elde edilebileceği görülebilir.

(ii) **Radyal birim şekil değiştirmeler :** Teoriden, (6) ve (7) denklemlerinin (2) denkleminde yerine konulmasıyla,

$$\varepsilon_R = \frac{p}{E(K^2-1)}\left[\left(1-\frac{R_2^2}{r^2}\right)-\nu\left(1+\frac{R_2^2}{r^2}\right)\right]$$

E, K, ν ve R_2 değerleri yerine yazılırsa,

$$\varepsilon_H = \frac{p}{1128.2\times10^3}\left[\left(1-\frac{5625}{r^2}\right)-0.33\left(1+\frac{5625}{r^2}\right)\right] \qquad (10)$$

denklemlerinin elde edilebileceği görülebilir.

(iii) **Eksenel birim şekil değiştirme:** Teoriden, (6) ve (7) denklemlerinin (3) denkleminde yerine konulmasıyla,

$$\varepsilon_L = \frac{-\nu p}{E(K^2-1)}\left[\left(1+\frac{R_2^2}{r^2}\right)+\nu\left(1-\frac{R_2^2}{r^2}\right)\right]$$

E, K, ν ve R_2 değerleri yerine yazılırsa,

$$\varepsilon_L = -2.925\times10^{-7} P\left[\left(1+\frac{5625}{r^2}\right)+0.33\left(1-\frac{5625}{r^2}\right)\right] \qquad (11)$$

denklemlerinin elde edilebileceği görülebilir.

Şekil 7 ' de, **hesaplanan ve ölçülen birim şekil değiştirmeler**e ait eğriler gösterilmiştir.

4.3 Gerilmeler

Teorideki (1) ve (2) denklemlerinden,

$$\sigma_H = E\varepsilon_H + \nu\sigma_R$$

$$\sigma_R = E\varepsilon_R + \nu\sigma_H$$

Buradan : $\sigma_H = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\nu\varepsilon_R + \varepsilon_H\right)$ (N/m^2) (12)

ve $\sigma_R = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\nu\varepsilon_H + \varepsilon_R\right)$ (N/m^2) (13)

Bu denklemlerde, Tablo 1' deki **ölçülen birim şekil değiştirme** değerleri yerine yazılırak, silindir cidarı üzerindeki her bir gerilme elde edilebilir. Daha sonra bu değerler, (6) ve (7) denklemlerinden teorik olarak hesapla elde edilen değerler ile karşılaştırılabilir.

(12) ve (13) denklemleri:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_H &= 82.03\times10^9\left(0.33\varepsilon_R+\varepsilon_H\right).....(N/m^2)\\ \sigma_R &= 82.03\times10^9\left(0.33\varepsilon_H+\varepsilon_R\right).....(N/m^2)\end{aligned}\right\}\text{çıkartılan gerilmeler}$$

haline gelir.

(6) ve (7) denklemleri:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_H &= \frac{p}{15.435}\times10^6\left(1+\frac{5625}{r^2}\right).....(N/m^2)\\ \sigma_R &= \frac{p}{15.435}\times10^6\left(1-\frac{5625}{r^2}\right).....(N/m^2)\end{aligned}\right\}\text{teorik gerilmeler}$$

Tablo 2. Gerilmeler

Yarıçap	Hesaplanan		Çıkartılan	
r	σ_H	σ_R	σ_H	σ_R
mm	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2	N/mm^2
18.5				
28				
36				
45				
56				
63				
75				

Bu tablodaki sonuçlar grafik olarak Şekil 8 'deki gibi gösterilebilir.

İç ve dış çaplardaki ε_R radyal şekil değiştirmelerin ölçülememesi nedeniyle, bu yarıçaplardaki teğetsel σ_H'a ait **çıkartılan gerilme** değerleri (12) ve (13) deklemleri vasıtasıyla kolayca bulunamaz. Bununla birlikte, (1) temel denklemini kullanarak aşağıdaki bağıntı elde edilebilir;

$$\sigma_H = \varepsilon_H E + \nu\sigma_R$$

burada ε_H; deneysel bir değerdir.

ε_H'ın değerleri deneyle belirlenebilir ve σ_R'nin değerleri iç çapta $-p$ MN/m^2 ve dış çapta 0 dır. Bu nedenle iç ve dış çaptaki teğetsel gerilmeler belirlenebilir ve teoriksel değerlerle karşılaştırılabilir.

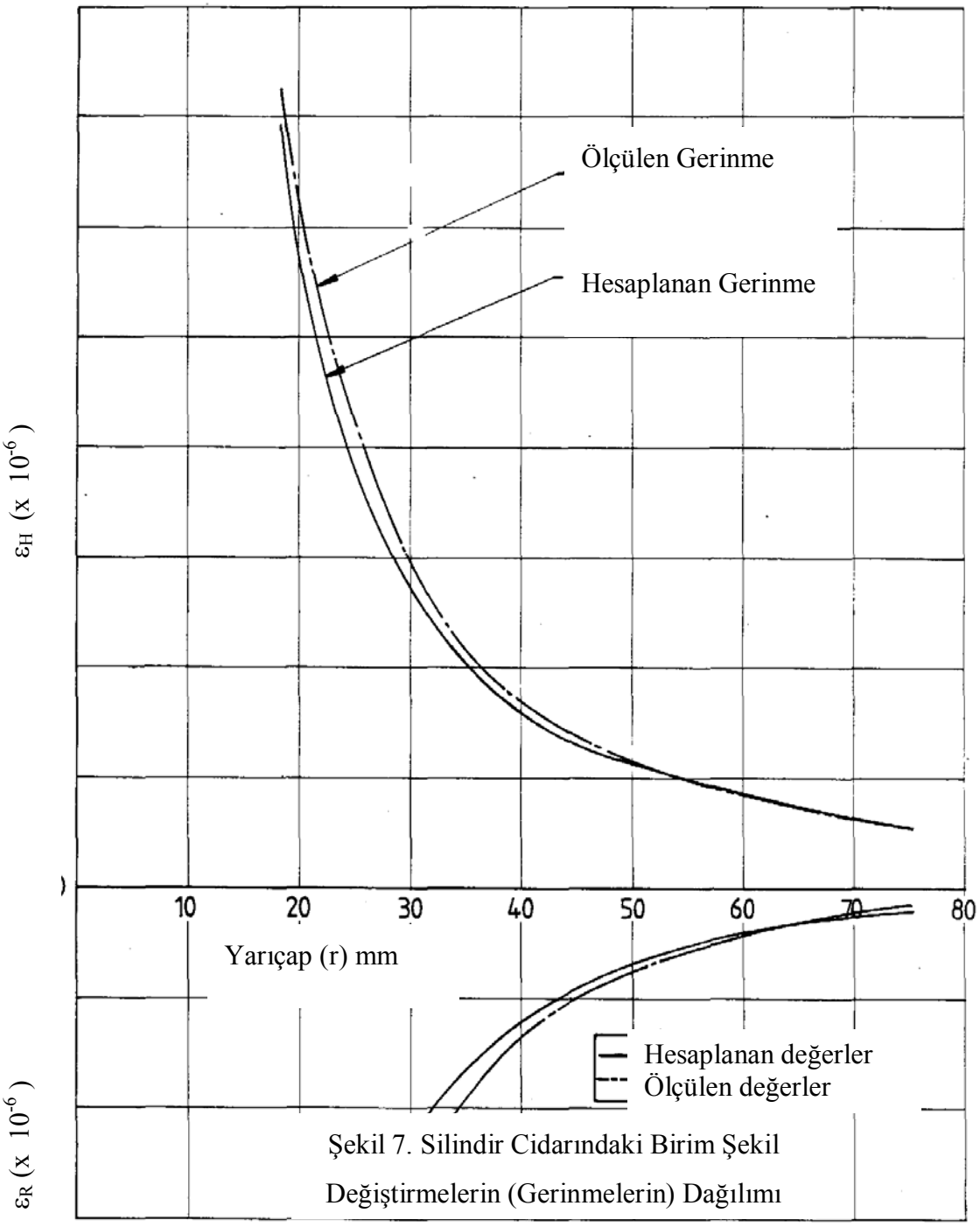
iç çapta: $\sigma_H = \left(\varepsilon_H \times 73.1\times 10^9\right) - \left(0.33\times p\times 10^6\right)$ (N/m^2)

Dış çapta: $\sigma_H = \left(\varepsilon_H \times 73.1\times 10^9\right) + 0$ (N/m^2)

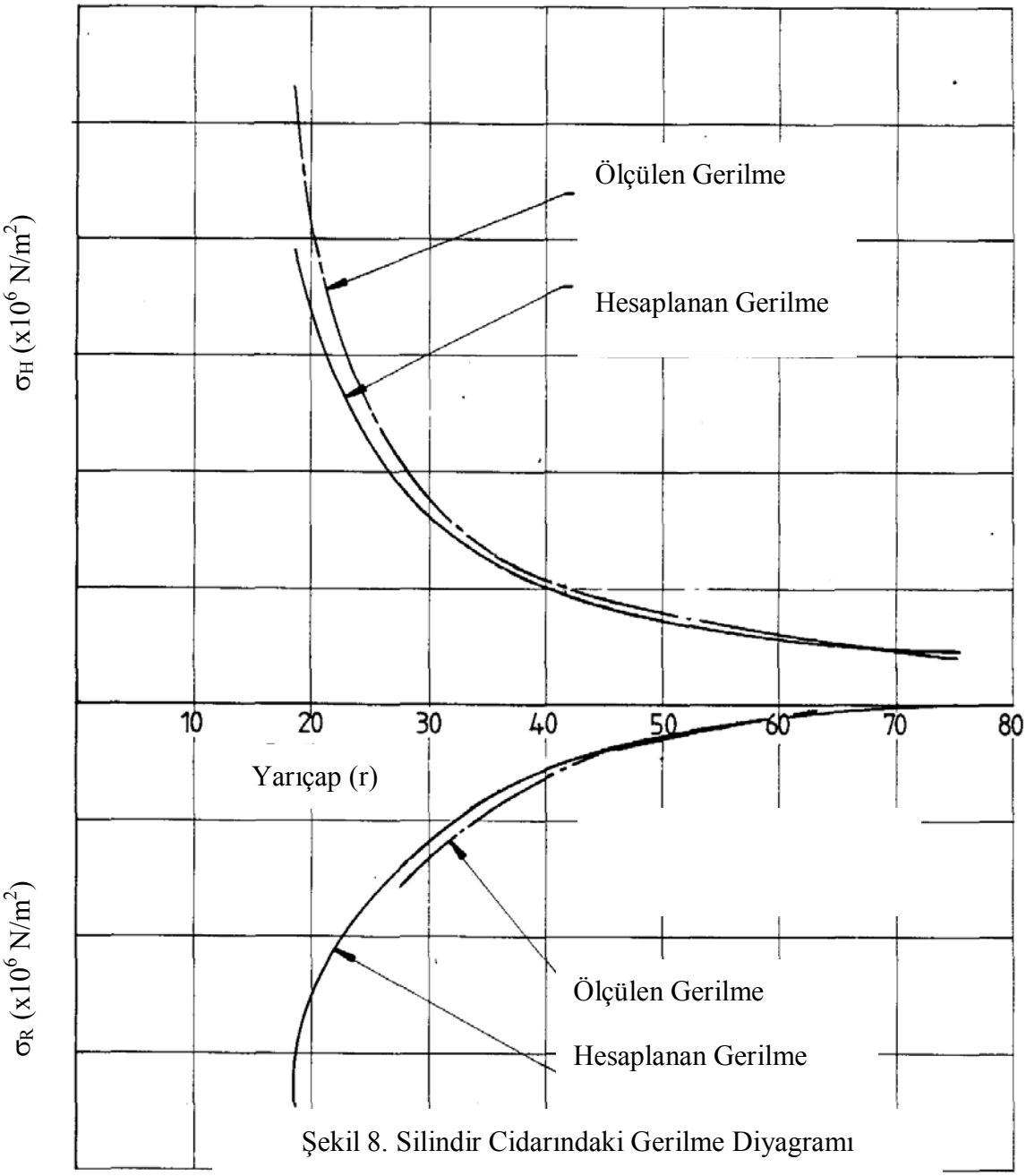
(3) denkleminden maksimum kayma gerilmesi;

$$\tau_{\max} = 1.065\times p$$
$$= 1.065\times p\times 10^6 \ (N/m^2) \quad (\text{iç çapta})$$

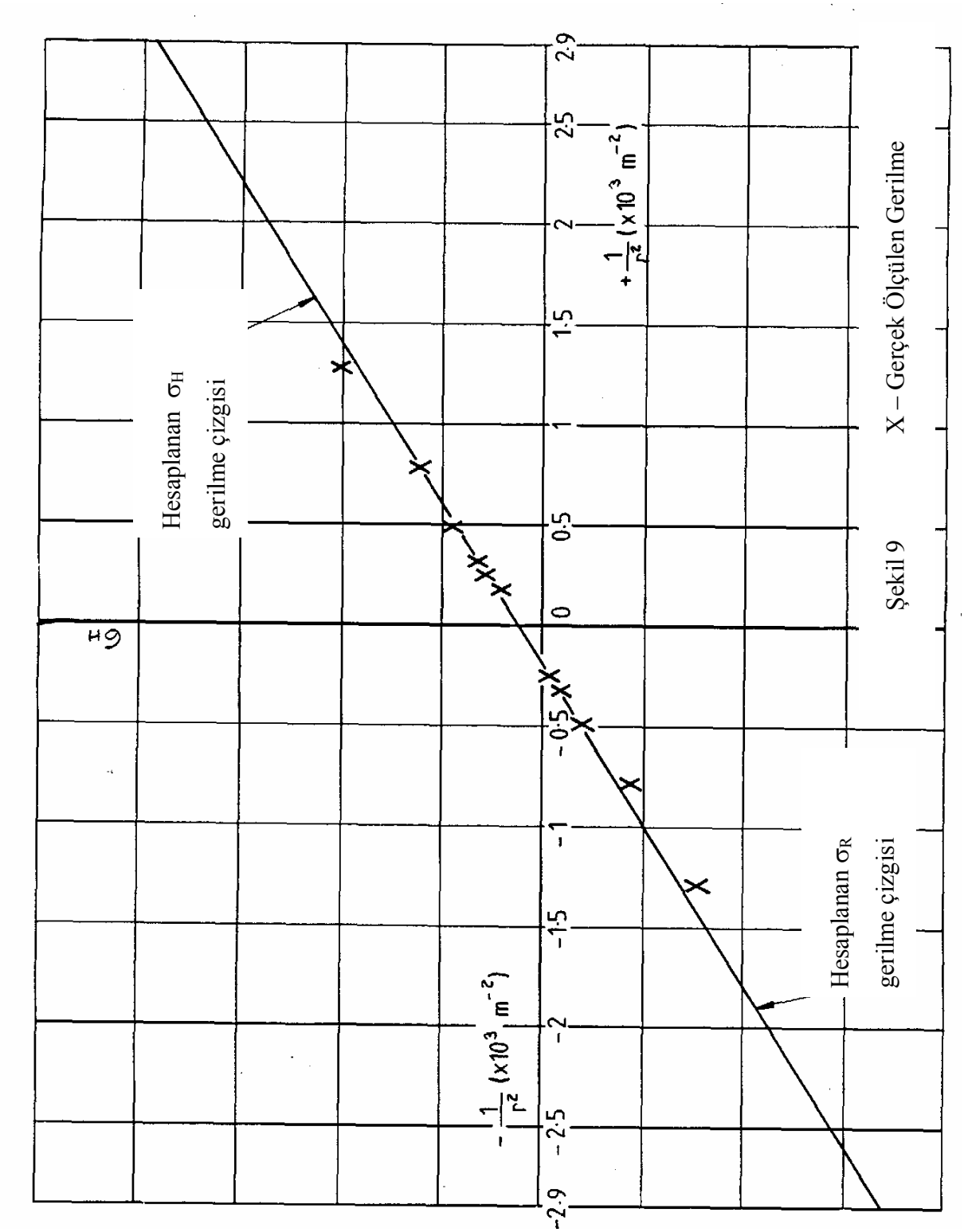
(4) ve (5) Lame bağıntılarını, Şekil 9' da grafik olarak gösterilmiştir. Grafikten, **ölçülen gerilmeler**in **hesaplanan gerilmeler**e çok yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 7. Silindir Cidarındaki Birim Şekil Değiştirmelerin (Gerinmelerin) Dağılımı



Şekil 8. Silindir Cidarındaki Gerilme Diyagramı



Şekil 9

Kaynaklar

İzmirli, O., İleri Mukavemet (J. P. Den Hartog dan Çeviri), 1969.
Budynas, Richard G. , Advanced Strength and Applied Stress Analysis ,1977.