تمرین های کامپیوتری درس ریاضی مهندسی پیشرفته / ۹۹۲/ بخش اول

(تمرین ۱) سیستم معادلات خطی $\mathbf{Ax=b}$ را با

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ 2 & -9 & 0\\ 0 & -8 & -6\end{pmatrix}\ ,\qquad \mathbf{b}=\begin{pmatrix}6\\ -7\\ 17\end{pmatrix}$$

در نظر بگیرید. با استفاده از روش های تکراری

- ژاکوبی
- فرا-آسودگی ژاکوبی
- گوس-سایدل
- فرا-آسودگی متوالی

با $K=10$ تکرار، خطا را در گام های $k=1, 2, 3, ..., K$-ام تخمین بزنید و این خطا ها را به همراه خطای نهایی در یک دستگاه برحسب k با خطای پذیرفتنی 10^{-4} رسم کنید. خطای گام اول $\boldsymbol{e}(0)$ و ω بهینه را به دلخواه خودتان تعیین کنید.

(تمرین ۲) معادله دیفرانسیل

$$kU_t = U_{xx},\ 0 \le x \le 1,$$

را با شرایط اولیه و مرزی

$$U(x,0) = 1-\cos \pi x,\ 0 \le x \le 1\ ,\ U(0,t) = 0 = U(1,t),\ t > 0$$

حل کنید. برای هر دو متغیر از تفاضل مرکزی استفاده کرده و فرض کنید

$$k=1,\ \Delta x = 0.2\ ,\quad r = \frac{\Delta t}{k\,(\Delta x)^2} = 0.5$$

با محاسبه پاسخ تحلیلی، نتایج را با روش عددی در نقاط گره مقایسه کنید.

(تمرین ۳) می خواهیم تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty \exp(-x^2/2)dx\ ;\ 0 \le x \le 1$ را به صورت یک تابع خطی به گونه ای تقریب بزنیم که میانگین مربع خطا (MSE) کمینه شود. ضرایب بسط را بیابید.