التخصص..... رقم الطالب:.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....

المتابعات الفصلية ـ الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م

المادة: الحسبان | الدوال ومجال التعريف | الزمن: ساعتان

الفصل: الاول | متابعة رقم(١) | التاريخ: / /٢٠١٥

١- لتكن $f(x)=\frac{2x^2+1}{x-2}$ فاوجد كلا من

$f(1)$

$f(1)=\frac{2+1}{1-2}=-3$

$f(3)$

$f(3)=\frac{2*(3)^2+1}{3-2}=19$

$f(\sin x)$

$f(\sin x)=\frac{2\sin^2 x+1}{\sin x+2}$

٢- صنف الدوال الاتية من حيث أنها زوجية ام فردية أو غير ذلك؟

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 7$$

$f(-x) = 3(-x)^4 - 2(-x)^2 + 7$

$= 3x^4 - 2x^2 + 7 = f(x)$

∴ الدالة زوجية

$$f(x) = 3x^5 - 4x^3 - 9x$$

$f(-x) = 3(-x)^5 - 4(-x)^3 - 9(-x)$

$= -3x^5 + 4x^3 + 9x = -f(x)$

∴ الدالة فردية

$$f(x) = \cos x$$

$f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$

∴ الدالة زوجية

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$f(-x) = \sqrt{4 - (-x)^2} = \sqrt{4 - x^2} = f(x)$

∴ الدالة زوجية

$$f(x) = \sin x$$

$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$

∴ الدالة فردية

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

$f(-x) = \frac{-x}{1+(-x)^2} = \frac{-x}{1+x^2} = -f(x)$

∴ الدالة فردية.

$$f(x) = x^2 \sin x$$

$f(-x) = (-x)^2 \sin(-x) = -x^2 \sin x = -f(x)$

∴ الدالة فردية.

$$f(x) = 3^x$$

$f(-x) = 3^{-x} = \frac{1}{3^x}$

∴ الدالة لا زوجية ولا فردية.

$$f(x) = 5^{1-x^2}$$

$f(-x) = 5^{1-(-x)^2}$

$= 5^{1-x^2} = f(x)$

∴ الدالة زوجية

$$f(x) = \log(1-x^2)$$

$f(-x) = \log(1-(-x)^2)$

$= \log(1-x^2) = f(x)$

∴ الدالة زوجية

٣- وضح الفترة علي الخط الحقيقي التي يمكن أن تعرف فيها كل من الدوال الاتية

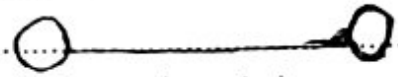
$$f(x) = \log_{10}(1 - x^2)$$

$0 < 1 - x^2$

$1 > x^2$

$1 > x > -1$

الفترة المفتوحة : $(-1, 1)$



$-1 < x < 1$

$$f(x) = 5x^2 - 3x + 2$$

∴ الدالة $f(x)$ كثيرة حدود

∴ مجال التعريف هو (R) كاملة

$\forall x \in R$

∴ الفترة $(-\infty, \infty)$



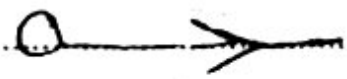
$-\infty < x < \infty$

$$f(x) = \ln(x - 4)$$

$0 < x > -4$

$4 < x$

∴ الفترة المفتوحة $(4, \infty)$



$4 < x < \infty$

٤- أوجد الدالة العكسية للدوال الاتية

$$f(x) = 4x - 3$$

$f(x) = y = 4x - 3$

$\Rightarrow x = 4y - 3$

$f^{-1}(x) = y = \frac{x+3}{4}$

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$f(x) = y = \frac{1}{x-1}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{y-1}$

$f^{-1}(x) = y = \frac{1}{x} + 1$

$$f(x) = a^2 \sin x$$

$f(x) = y = a^2 \sin x$

$\Rightarrow x = a^2 \sin y$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = y = a^2 \sin^{-1} x$

$$f(x) = 2x^2 + 5x - 1$$

$f(x) = y = 2x^2 + 5x - 1$

$\Rightarrow x = 2y^2 + 5y - 1$

$2y^2 + 5y = x + 1$

$y(2y + 5) = x + 1$

$f^{-1}(x) = y = x + 1$

$2y + 5 = x + 1$

$f^{-1}(x) = y = \frac{x - 4}{2}$

$$f(x) = \frac{5x + 7}{9}$$

$f(x) = y = \frac{5x + 7}{9}$

$\Rightarrow x = \frac{5y + 7}{9}$

$f^{-1}(x) = y = \frac{9x - 7}{5}$

$$f(x) = \sqrt{x - 1}$$

$f(x) = y = \sqrt{x - 1}$

$\Rightarrow x = \sqrt{y - 1}$

$f^{-1}(x) = y = x^2 + 1$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$f(x) = y = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y^2 - 4}$$

$$f^{-1}(x) = y = \sqrt{x^2 + 4} = x + 2$$

٥- اذا كان $f(x) = 2^x$ اثبت ان

$$f(x+3) - f(x-1) = \frac{15}{2} f(x)$$

$$\Rightarrow 2^{x+3} - 2^{x-1}$$

$$= 2^x \cdot 2^3 - 2^x \cdot 2^{-1}$$

$$= 2^x \cdot 8 - \frac{2^x}{2}$$

$$= \frac{16 \cdot 2^x - 2^x}{2}$$

$$= \frac{15}{2} \cdot 2^x = \frac{15}{2} f(x)$$

$$f(x+3) - f(x-1) = \frac{15}{2} f(x)$$

#

٦- اذا كان $f(x)=\log_a \frac{1}{x}$ اثبت ان $f(a^3)=-3$

$$f(a^3)=\log_a \frac{1}{a^3} = -3\log_a \frac{1}{a} = -3$$

$$\therefore f(a^3)=-3$$

٧- اذا كان $f(x)=2^x$ اثبت ان

$$\frac{f(x+3)}{f(x-1)}=f(4)$$

$$L.H.S \Rightarrow \frac{2^{x+3}}{2^{x-1}} = \frac{2^x \cdot 2^3}{2^x \cdot 2^{-1}} = 8 * 2 = 16$$

$$R.H.S \Rightarrow 2^4 = 16 = L.H.S$$

$$\therefore \frac{f(x+3)}{f(x-1)} = f(4)$$

اثبت ان $\ln\frac{9}{4}+\ln\frac{8}{3}-\ln\frac{2}{3}=\ln 9$

في اللوغريتم تحول علاقة الجمع إلى ضرب

وعلاقة الطرح إلى قسمة

$$L.H.S \Rightarrow \ln \frac{\frac{9}{4} * \frac{8}{3}}{\frac{2}{3}} = \ln 9 = \ln 9$$

التخصص.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....
رقم الطالب:.....		

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م

المادة: الحسبان	(تخطيط +نهاية +اتصال) الدوال	الزمن: ساعتان
الفصل: الاول	متابعة رقم(٢)	التاريخ: / /٢٠١٥

١- خطط بيان الدوال الاتية

$$f(x)=\frac{x}{9-x^2}$$

1/ $x=0$

2/ $y=0$

1] تقاطع التقاطع مع المحورين

P/ عند $x = zero$ $y = zero$ النقطة وحيدة $(0,0)$

2] خطوط التقارب وذلك عند $x=\pm\infty$ و $y=\pm\infty$

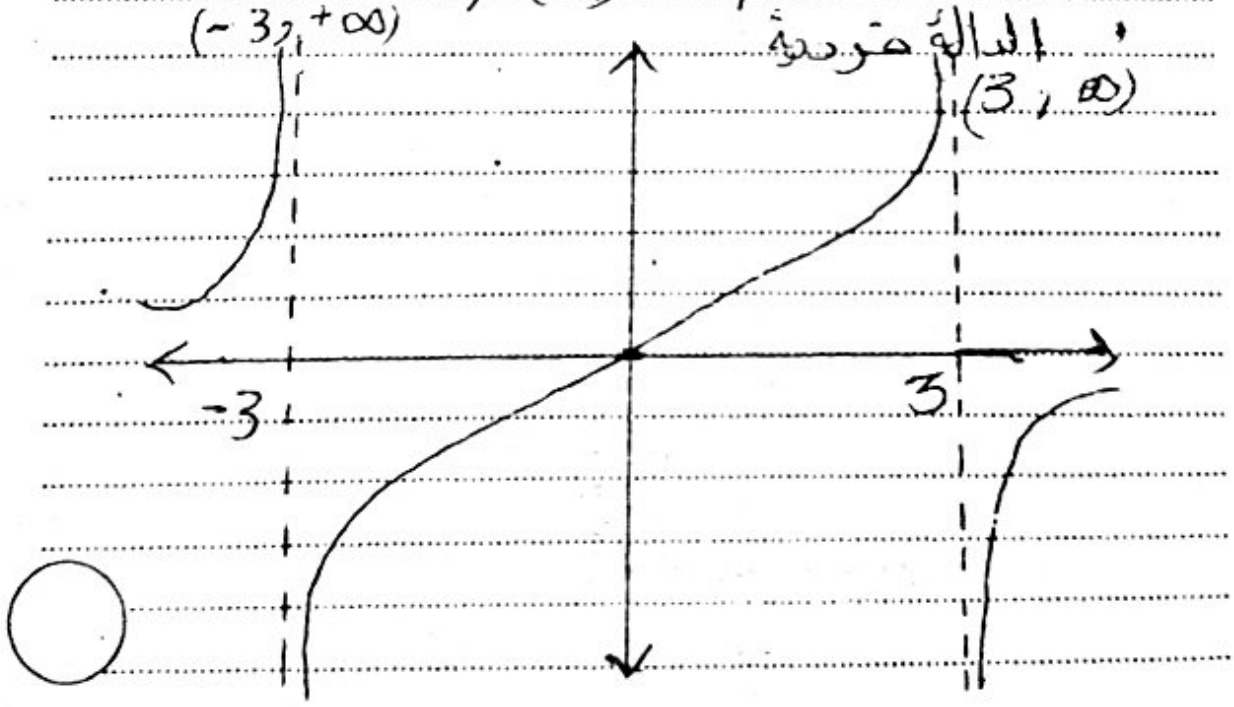
$y=\infty$ عند $x=\pm 3$

$x=-3 \Leftarrow +\infty$ يسار $\Leftarrow -\infty$ يمين

$x=3 \Leftarrow +\infty$ يمين $\Leftarrow +\infty$ يسار

3] $f(-x)=\frac{-x}{9-(-x)^2}=\frac{-x}{9-x^2}=-f(x)$

الدالة فردية



$$f(x) = \tan x$$

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = \log_2 x$$

٢- اوجد قيمة النهايات التالية

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{x^2}$$

$$= \frac{\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)^2}{\frac{\pi^2}{4}} = \frac{1^2-\text{zero}}{\frac{\pi^2}{4}}$$

$$= 1 \div \frac{\pi^2}{4} = \frac{4}{\pi^2}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-16}{x^5-32}$$

$$\lim_{x\to 2} = \frac{2^4-16}{2^5-32} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-2^4}{x^5-2^5} = \frac{4}{5} \times 2^{4-5}$$

$$= \frac{4}{5} * \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{\frac{1}{2}}-(1)^{\frac{1}{2}}}{x-1} = \frac{1}{2} * (1)^{\frac{1}{2}-1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}$$

$\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x} = 2\lim_{x\to 0}\sin\frac{x}{2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$

$\lim_{x\to 0}\sin = 2\times 0\times\frac{1}{2}\lim_{\frac{x}{2}\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}$

$= 2\times 0\times\frac{1}{2} = 0$

$$\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos^2 t}{2t^2}$$

$\lim_{t\to 0}\frac{\sin^2 t}{2t^2} = \lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{2t}\cdot\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}$

$= \frac{1}{2}\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}\cdot\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t} = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{\sin 8x} = \frac{0}{0}$$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{\sin 8x} = \frac{7}{8}$ Ans

$$\lim_{x \to \pi/2} \frac{1-\sin x}{\frac{1}{2}\pi - x}$$

$\lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\frac{\pi}{2}-x}$

$= \lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{2\sin^2\left(\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\div 2\right)}{\frac{\pi}{2}-x} = \lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}-x}$

$= \lim_{\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2} \to 0} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}} \cdot \lim_{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2} \to 0} \sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) \cdot \lim_{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2} \to 0} \sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$

$= 1 * 0 = 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{1+\sin x}$$

$\frac{1-1}{1+0} = \frac{0}{1} = 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{x^2}$$

$\lim_{x \to 0} \frac{2\sin 3x \cdot \sin x}{x^2}$

$2\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = -2 * 3 \lim_{3x \to 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \lim_{x \to 0}$

$= -6 * 1 * 1 = -6$

٣- اثبت أن الدوال الاتية متصلة لجميع قيم x الحقيقية

$$f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$$

$1+x^2 \neq 0$

∴ الدالة متصلة

$\forall x \in R$

$$f(x)=5x^2-3x+2$$

كثيرة الحدود متصلة

$\forall x \in R$

$$f(x)=3^x$$

الدالة الأسية متصلة

$\forall x \in R$

٤- أوجد كل قيم x التي تكون عندها كل من الدوال الاتية غير مستمرة

$$f(x)=\frac{x^2}{1-x^2}$$

$1-x^2=1$

$x^2=1$

$\therefore x=\pm 1$

$$f(x)=\frac{1}{4-2\cos x}$$

$4-2\cos x=0$

$\cos x \neq 2 \quad \forall x \in R$

∴ لا توجد قيمه تمنع الاتصال

$$f(x)=\frac{\cos x}{x}$$

$x=0$

٥- وضح لماذا كانت كل من الدالتين $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{\tan x}{x}$ مستمرة عند x=٠

$f(x) = \frac{\tan x}{x}$, $\frac{\sin x}{x}$ $\quad x \neq 0$

$f(x) = 1 \quad x = 0$

$0) = \lim_{x \to 0} f(x)$ لما أن -3

وبناءً عليه -1 $f(0) = 1$ موجوده ∴ الدوال متصلة عند $x = 0$

$\lim_{x \to 0^-} 2 = 1$ موجوده

٦- أثبت أن كثيرة الحدود $x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ لها جذر بين صفر و ٢ وجذر بين ٢ و ٣ وجذر بين ٣ و ٥

$f(0) = 0^3 - 9*(0)^2 + 23*0 - 15 = -15$

$f(2) = 2^3 - 9*2^2 + 46 - 15 = 3$

$f(3) = 3^3 - 9*3^2 + 69 - 15 = 0$

$f(5) = 5^3 - 9*5^2 + 165 - 15 = 0$

بين الصفر و 2 : $-45 = -15 - 3$ ∴ يوجد جذر

بين 2 و 3 : $0 = 0*3$ ∴ لا يوجد جذر

بين 3 و 5 : $0 = 0*0$ ∴ لا يوجد جذر

٧- أدرس اتصال الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x > 1 \\ 0 & x = 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$$

عند النقطة x=١

1/ $f(1)$ موجوده : $f(1) = 0$

2/ a/ $\lim_{x \to -1} x - 1 = 1 - 1 = 0$

b/ $\lim_{x \to +1} x - 1 = 1 - 1 = 0$

$\lim_{x \to 1} f(x) = 0$ موجوده

$f(1) = \lim_{x \to 1} f(x) = 0$

∴ الداله متصلة ومستمره عند $x = 1$

٥- وضح لماذا كانت كل من الدالتين $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{\tan x}{x}$ مستمرة عند $x=0$

$$f(x) = \frac{\tan x}{x} , \frac{\sin x}{x} \qquad x \neq 0$$

$$f(x) = 1 \qquad x = 0$$

$0) = \lim_{x \to 0} f(x)$ لما أن -3

وبناءً عليه -1 $f(0)=1$ موجوده ∴ الدوال متصلة عند $x=0$

$\lim_{x \to 0} = 1$ موجوده -2

٦- أثبت أن كثيرة الحدود $x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ لها جذر بين صفر و ٢ وجذر بين ٢ و ٣ وجذر بين ٣ و ٥

$f(0) = 0^3 - 9*(0)^2 + 23*0 - 15 = -15$

$f(2) = 2^3 - 9*2^2 + 46 - 15 = 3$

$f(3) = 3^3 - 9*3^2 + 69 - 15 = 0$

$f(5) = 5^3 - 9*5^2 + 165 - 15 = 0$

بين الصفر و 2 : $-45 = -15 - 3$ ∴ يوجد جذر

بين 2 و 3 : $0 = 0*3$ ∴ لا يوجد جذر

بين 3 و 5 : $0 = 0*0$ ∴ لا يوجد جذر

٧- أدرس اتصال الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x > 1 \\ 0 & x = 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$$

عند النقطة $x=1$

1/ $f(1)$ موجوده : $f(1) = 0$

2/ a/ $\lim_{x \to -1} x - 1 = 1 - 1 = 0$

b/ $\lim_{x \to +1} x - 1 = 1 - 1 = 0$

$\lim_{x \to 1} f(x) = 0$ موجوده

$f(1) = \lim_{x \to 1} f(x) = 0$

∴ الدالة متصلة ∴ مستمره عند $x=1$

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا

كلية الهندسة

قسم العلوم العامة

التخصص.....

رقم الطالب:.....

الاسم:.....

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م

المادة: الحسبان تفاضل الدوال (الجبرية+المثلثية) الزمن: ساعتان

الفصل: الاول متابعة رقم(٣) التاريخ: / /٢٠١٥

١- أوجد تفاضل الدوال الاتية

$$f(x) = (x^2+2)(x+3)$$

$\frac{dy}{dx} = (x^2+2)\cdot 1 + (x+3)\cdot 2x$

$= (x^2+2) + (2x^2+6x)$

$$f(x) = (x^2+1)(3x-1)\cos x$$

$x)\ (3x^3 - x^2 + 3x - 1)\cos x$

$dy/dx = (3x^3 - x^2 + 3x - 1)\cdot -\sin x + \cos x \cdot (9x^2 -$

$= -3x^3\sin x + x^2\sin x - 3x\sin x + 9x^2\cos x - + 3\cos x$

$$f(x) = \frac{1}{a^2+x^2}$$

$f(x) = (a^2+x^2)^{-1}$

$dy/dx = -(a^2+x^2)^{-2}\cdot(2a+2x)$

$$f(x) = \frac{\tan x}{1+\tan x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\tan x)\cdot \sec^2 x - \tan x \cdot \sec^2 x}{(1+\tan x)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x + \tan x \sec^2 x - \tan x \sec^2 x}{(1+\tan x)^2}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

$$\frac{(1+\cos x)\cdot \cos x - \sin x \cdot -\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x + \cos x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2}$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x\cos x}$$

$$\frac{x\cos x \cdot 2 - (2x+1)\cdot(x\cdot -\sin x + \cos x \cdot 1)}{(x\cos x)^2}$$

$$= \frac{2x\cos x - (2x+1)(-x\sin x + \cos x)}{x^2\cos^2 x}$$

$$f(x)=\frac{x^2}{1+\cos x}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{(1+\cos x)\cdot 2x - x^2(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}$$

$$\therefore dy/dx=\frac{2x+2x\cos x+x^2\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

$$f(x)=\frac{\sec x}{2+\tan x}$$

$$dy/dx\ \frac{(2+\tan x)\cdot \sec x\tan x - \sec x\cdot(\sec^2 x)}{(2+\tan x)^2}$$

$$\therefore dy/dx=\frac{2\sec x\tan x+\sec x\tan^2 x-\sec^3 x}{(2+\tan x)^2}$$

$$f(x)=(3x^2-1)\tan x$$

$$dy/dx=(3x^2-1)\sec^2 x+\tan x\cdot 6x^2$$

$$\therefore dy/dx=3x^2\sec^2 x-\sec^2 x+\tan x\cdot 6x$$

$$=3x^2\sec^2 x-\sec^2 x+6x^2\tan$$

$$y = \sec(2x^2+1)$$

$dy/dx = \sec(2x^2+1)\tan(2x+1) \cdot 4x$

$\therefore dy/dx = 4x \sec(2x^2+1)\tan(2x+1)$

$$y = \sin mx \cos nx$$

$\sin mx \cdot -\sin nx \cdot n + \cos nx \cdot \cos mx \cdot m$

$= -n \sin mx \sin nx + m \cos nx \cos mx$

$$y = \sin\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$$

$dy/dx = \cos\frac{2x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)\cdot 2 - (2x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{(2x+4)-(2x+1)}{(x+2)^2} \cos\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$

$$y = \tan\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \quad \Rightarrow y = \tan\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\frac{dy}{dx} = \sec\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{-1}{2}} \cdot \frac{(x-1)\cdot 1 - (x+1)\cdot 1}{(x-1)^2}$

$\therefore dy/dx = \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{-1}{2}} \frac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)^2} \sec\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$$y = \sec(2x^2+1)$$

$dy/dx = \sec(2x^2+1)\tan(2x+1) \cdot 4x$

$\therefore dy/dx = 4x\sec(2x^2+1)\tan(2x+1)$

$$y = \sin mx \cos nx$$

$\sin mx \cdot -\sin nx \cdot n + \cos nx \cdot \cos mx \cdot m$

$= -n \sin mx \sin nx + m \cos nx \cos mx$

$$y = \sin\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$$

$dy/dx = \cos\frac{2x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)\cdot 2 - (2x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{(2x+4)-(2x+1)}{(x+2)^2} \cos\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$

$$y = \tan\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \quad \Rightarrow y = \tan\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\frac{dy}{dx} = \sec\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{-1}{2}} \cdot \frac{(x-1)\cdot 1 - (x+1)\cdot 1}{(x-1)^2}$

$\therefore dy/dx = \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{-1}{2}} \frac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)^2} \sec\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

$$y = \cos^2(x(x+1))$$

$y = [\cos(x^2+x)]^2$

$dy/dx = 2[\cos(x^2+x)] \cdot -\sin(x^2+x) \cdot (2x+1)$

$dy/dx = -2\sin(x^2+x)\cos(x^2+x) \cdot (2x+1)$

$= -2(2x+1)\sin(x^2+x)\cos(x^2+x)$

$$y = \tan\sqrt{x^2+1}$$

$\frac{dy}{dx} = \sec^2(x^2+1)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$

$= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \sec^2(x^2+1)^{\frac{1}{2}}$

$$y = \sin\sqrt{(ax^2+bx+c}$$

$\frac{dy}{dx} = \cos(ax^2+bx+c)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}(ax^2+bx+c)^{-\frac{1}{2}}(2ax+b$

$= \frac{1}{2\sqrt{ax^2+bx+c}} \cdot (2ax+b)\cos(ax^2+bx+c)^{\frac{1}{2}}$

$$y = \sin[\sin(\sin x)]$$

$\cos(\sin(\sin x) \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos x$

$\cos(\sin(\sin x)) \cdot \cos(\sin x)\cos x$

$$y = \sqrt{1 - \sin x^2}$$

$y = \sqrt{1 - \sin x^2} = (1 - \sin x^2)^{\frac{1}{2}}$

$dy/dx = \frac{1}{2}(1 - \sin x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot -\cos x^2 \cdot 2x$

$= \frac{-x \cos x^2}{\sqrt{1 - \sin x^2}}$

$$y = \sqrt{\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}}$$

$y = \left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(1 + \tan x) \cdot -\sec^2 x - (1 - \tan x)\sec^2 x}{(1 + \tan x)^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}} \cdot \frac{-\sec^2 x \cdot (1 + \tan x) - \sec^2 x (1 - \tan x)}{(1 + \tan x)^2}$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2 + \cos x}}$$

$y = (2 + \cos x)^{-\frac{1}{2}}$

$dy/dx = -\frac{1}{2}(2 + \cos x)^{-\frac{3}{2}} \cdot -\sin x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \sin x \, (2 + \cos x)^{-\frac{3}{2}}$

٣- اذا كان

$$y = \frac{\sin x}{\cos x + 1}$$

اثبت ان $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+\cos x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\cos x + 1)\cdot \cos x - \sin x \cdot -\sin x}{(\cos x + 1)^2}$$

$$= \frac{\overbrace{(\cos^2 x + \cos x) + \sin^2 x}^{=1}}{(\cos x + 1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{(\cos x + 1)}}{(\cos x + 1)^{\cancel{2}}} = \frac{1}{\cos x + 1}$$

٤- اذا كان

$$y = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$$

اثبت ان $\frac{dy}{dx} = 2\sin 2x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\tan x + \cot x)\cdot(\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2) - (\tan x - \cot x)\cdot(\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x)}{(\tan x + \cot x)^2}$$

$$= \frac{\cancel{(\tan x \sec^2 x)} + (\tan x \operatorname{cosec}^2 x) + (\cot x \sec^2 x) + \cancel{(\cot x \operatorname{cosec}^2 x)} - \cancel{(\tan x \sec^2 x)} + (\tan x \operatorname{cosec}^2 x) + (\cot x \sec^2 x) - \cancel{\cot x \operatorname{cosec}^2 x}}{(\tan x + \cot x)^2}$$

$$\frac{2(\tan x \operatorname{cosec}^2 x + \cot x \sec^2 x)}{(\tan x + \cot x)^2}$$

$$= 2\sin 2x$$

التخصص.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....
رقم الطالب:.....		

المتابعات الفصلية ـ الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م

المادة: الحسبان تفاضل الدوال (العكسية+الضمنية+الوسيطية) الزمن: ساعتان

الفصل: الاول متابعة رقم(٤) التاريخ: / /٢٠١٥

١- أوجد المشتقة الاولي للدوال الاتية

$$f(x) = \cos^{-1} x^2$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$f(x) = \sin^{-1}\sqrt{x} \quad = \sin^{-1} x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-x}}$$

$$f(x)' = \sin(\tan^{-1} x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}\cdot\cos(\tan^{-1}x)$$

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + a \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} + a \cdot \frac{1}{a\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}}$$

$$f(x) = \sqrt{\cot^{-1}\sqrt{x}} = \left(\cot^{-1}(x)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{4\sqrt{\cot^{-1}\sqrt{x}}\,(1 + \cot^{-1}\sqrt{x})\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{4(1 + \cot^{-1}\sqrt{x})\sqrt{x\cot^{-1}\sqrt{x}}}$$

$$f(x)=\frac{x\tan^{-1}x}{1+x^2}$$

$$f'(x)=\frac{(1+x^2)\left(\frac{x}{1+x^2}+\tan^{-1}x\right)-2x^2\tan^{-1}x}{(1+x^2)^2}$$

$$=\frac{x+\tan^{-1}x+x^2\tan^{-1}x-2x^2\tan^{-1}x}{(1+x^2)^2}$$

$$=\frac{x+\tan^{-1}x-x^2\tan^{-1}x}{(1+x^2)^3}$$

$$f(x)=\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1+\sin x}\right)$$

$$f'(x)=\frac{\frac{-\sin x(1+\sin x)+\cos^2 x}{(1+\sin x)^2}}{1+\left(\frac{\cos^2 x}{(1+\sin x)^2}\right)}$$

$$=\frac{\frac{-(1+\sin x)}{(1+\sin x)^2}}{1+\frac{\cos^2 x}{(1+\sin x)^2}}=\frac{-1}{(1+\sin x)+\frac{\cos^2 x}{1+\sin x}}$$

$$f(x)=\cos^{-1}\left(\frac{x-x^{-1}}{x+x^{-1}}\right)=\cos^{-1}\left[\frac{1-x^{-2}}{1+x^{-2}}\right.$$

$$f'(x)=\frac{\frac{-\left((1+x^{-2})\cdot -2x^{-3}\right)-(1-x^{-2})\cdot -2x^{-3})}{(1+x^{-2})^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$$

$$=\frac{\frac{(-2x^{-3}-2x^{-3}+2x^{-3}-2x^{-5})}{(1+x^{-2})^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$$

$$=\frac{\frac{4x^{-5}}{1+2x^{-2}+x^{-4}}}{\sqrt{1-\left(\frac{1-2x^{-2}+x^{4}}{1+4x^{-2}+x^{-4}}\right)}}$$

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\right)}$$

$$\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}} = \tan^2\frac{x}{2}$$ لكن :

$$F(x) = \tan^{-1}\sqrt{\tan^2\frac{x}{2}} = \tan^{-1}\left(\tan\frac{x}{2}\right)$$

$$f'(x) = \frac{\sec^2\frac{x}{2}}{2\left(1+\left(\tan\frac{x}{2}\right)^2\right)} = \frac{\sec^2\frac{x}{2}}{2\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)}$$

٢- اذا كان

$$y = \cot^{-1}\sqrt{x^2-1} + \sec^{-1}x$$

اثبت ان $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}\left(1+x^2-1\right)} + \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$= \frac{-x}{x^2\sqrt{x^2-1}} + \frac{1}{x\sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}} + \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} = 0$$

٣- اذا كان

$$y = \tan^{-1}\frac{x}{a} + \tan^{-1}\frac{a}{x}$$

اثبت ان $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{a\left(1+\frac{x^2}{a^2}\right)} + \frac{-a}{x^2\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)}$$

$$= \frac{1}{a+\frac{x^2}{a}} - \frac{a}{x^2+a^2}$$

$$= \frac{1}{\frac{a+x^2}{a}} - \frac{1}{\frac{x^2}{a}+a} = \text{Zero}$$

٤- أوجد $\frac{dy}{dx}$ في الحالات التالية

$$\tan xy = \frac{x}{y}$$

$$\left(x\frac{dy}{dx}+y\right)\sec^2 xy = \frac{y - x\frac{dy}{dx}}{y^2}$$

$$y^2 x\frac{dy}{dx}\sec^2 xy + y^3\sec^2 xy = y - x\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - y^3\sec^2 xy}{y^2 x\sec^2 xy - x}$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=1$$

$$\frac{y-x\frac{dy}{dx}}{y^2}+\frac{x\frac{dy}{dx}-y}{x^2}=0$$

$$\frac{x^2\left(y-x\frac{dy}{dx}\right)+y^2\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)}{y^2x^2}=0$$

$$x^2y-x^3\frac{dy}{dx}+y^2x\frac{dy}{dx}-y^3=0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{y^3-xy^2}{xy^2-x^3}$$

$$x=3\cos^3\theta \quad , \quad y=3\sin^3\theta$$

$$\frac{dy}{d\theta}=9\sin^2\theta\cdot\cos\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta}=-9\cos^2\theta\cdot\sin\theta$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{d\theta}\div\frac{dx}{d\theta}=\frac{+9\sin^2\theta\cos\theta}{-9\cos^2\theta\sin\theta}=\frac{-\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$=-\tan\theta$$

$$x=\sec^2 t \quad , \quad y=\operatorname{cosec}^2 t$$

$$\frac{dy}{dt}=2\operatorname{cosec}t\cdot\cot t\operatorname{cosec}t=2\cot t\operatorname{cosec}^2 t$$

$$\frac{dx}{dt}=2\sec t\sec t\tan t=2\tan t\sec$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{2\cos t}{\sin t}\cdot\frac{1}{\sin^2 t}=\frac{2\cos t}{\sin^3 t}$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{2\sin t}{\cos t}\cdot\frac{1}{\cos t}=\frac{2\sin t}{\cos^3 t}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\div\frac{dx}{dt}=\frac{2\cos t\cdot\cos^3 t}{\sin^3 t\cdot 2\sin t}=\frac{\cos^4 t}{\sin^4 t}=\cot$$

$$x=\tan^{-1}\theta \quad , \quad y=\sin^{-1}\theta$$

$$\frac{dy}{d\theta}=\frac{1}{\sqrt{1-\theta^2}} \quad , \quad \frac{dx}{d\theta}=\frac{1}{1+\theta^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{d\theta}\div\frac{dx}{d\theta}=\frac{1+\theta^2}{\sqrt{1-\theta^2}}$$

٥- اوجد جميع قيم $\frac{dy}{dx}$ عند x=١ اذا كان $y^3 - 2xy^2 - x^2y + 4x = 2$

$$3y^2\frac{dy}{dx} - \left(2y^2 + 4xy\frac{dy}{dx}\right) - \left(2xy + x^2\frac{dy}{dx}\right) + 4 = 0$$

$$3y^2\frac{dy}{dx} - 2y^2 - 4xy\frac{dy}{dx} - 2xy - x^2\frac{dy}{dx} + 4 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2 + 2xy - 4}{3y^2 - 4xy - x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} \xrightarrow[y=1]{x=1} \frac{2+2-4}{3-4-1} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} \xrightarrow[y=-1]{x=1} \frac{2+2-4}{3+4-1} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$$

$$\frac{dy}{dx} \xrightarrow[y=2]{x=1} \frac{8+4-4}{12-8-1} = \frac{8}{3}$$

٦- اذا كان $x^k y^i = (x+y)^{k+i}$ حيث k و i اي عددين فاثبت ان $x\frac{dy}{dx} = y$

٧- اذا كان $x = a\cos 2t$, $y = b\sin^2 t$ اثبت ان $\frac{dy}{dx}$ لاتعتمد على t

$$\frac{dy}{dt} = 2b\sin t \cdot \cos t$$

$$\frac{dx}{dt} = -2a\sin 2t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \div \frac{dx}{dt} = \frac{2b\sin t \cdot \cos t}{-2a\sin 2t}$$

$$= \frac{b\sin t\cos t}{2a\sin t\cos t}$$

$$= \frac{b}{2a}$$

∴ لا يعتمد على t

٨- اذا كان $x = a\sin t$, $y = a\cos t$ اثبت ان $\frac{dy}{dx} = -\tan t$

$$\frac{dy}{dt} = -a\sin t \quad , \quad \frac{dx}{dt} = a\cos t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-a\sin t}{a\cos t} = \frac{-\sin t}{\cos t} = -\tan t$$

التخصص.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....
رقم الطالب:.....		

المتابعات الفصلية ـ الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م

المادة: الحسبان — التفاضل المتتالي — الزمن: ساعتان

الفصل: الاول — متابعة رقم(٥) — التاريخ: / /٢٠١٥

١- أوجد المشتقة الاولي والثانية والثالثة لكل من الدوال الاتية

$f(x) = \sqrt{x}$

① $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$

② $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{4} x^{-\frac{3}{2}}$

③ $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{3}{8} x^{-\frac{5}{2}}$

$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{-1}{2}(x)^{n-1} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n-1)}{2^{n-1}} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)$

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$

① $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$

② $\frac{d^2y}{dx} = \frac{-2}{9} x^{-\frac{5}{3}}$

③ $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{10}{27} x^{-\frac{8}{3}}$

$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{1}{3} x^{\frac{n-1}{3}}$

$f(x) = \cos 2x$

① $\frac{dy}{dx} = -2\sin 2x \Rightarrow 2\cos(2x+n)$

② $\frac{d^2y}{dx^2} = -4\cos 2x \Rightarrow 4\cos(2x+n)$

③ $\frac{d^3y}{dx^3} = -8\sin 2x \Rightarrow 8\cos(2x+n)$

$$\frac{d^ny}{dx} = 2^n\cos\left(2x + n\frac{\pi}{2}\right)$$

$f(x) = (1+x)^3$

① $\frac{dy}{dx} = 3(1+x)^2(1)$

② $\frac{d^2y}{dx^2} = 6(1+x)(1) \Rightarrow 6+6x$

③ $\frac{d^3y}{dx^3} = 6$

$$\frac{d^ny}{dx^n} = \frac{3(1+x)^{n-1}}{(n-1)}$$

$f(x) = (1+x)^{-3}$

① $\frac{dy}{dx} = -3(1+x)^{-4}(1)$

② $\frac{d^2y}{dx^2} = 12(1+x)^{-5}(1)$

③ $\frac{d^3y}{dx^3} = -60(1+x)^{-6}(1)$

$$\frac{d^ny}{dx^n} = (-1)^n\frac{(n+2)!}{2}(1+x)^{-(n+3)}$$

٢- استنتج القاعدة العامة لايجاد المشتقة النونية للدوال الاتية

$$f(x)=\frac{1}{ax+b}=(ax+b)^{-1}$$

① $\frac{dy}{dx}=-(ax+b)^{-2}(a)$

② $\frac{d^2y}{dx^2}=2(ax+b)^{-3}(a)$

③ $\frac{d^3y}{dx^3}=-6(ax+b)^{-4}(a)$

$$\frac{d^ny}{dx^n}=\frac{n!}{(ax+b)^{n+1}}$$

$$f(x)=\sin(ax+b)$$

① $\frac{dy}{dx}=a\cos(ax+b)$

② $\frac{d^2y}{dx^2}=-a^2\sin(ax+b)$

③ $\frac{d^3y}{dx^3}=-a^3\cos(ax+b)$

$$\frac{d^ny}{dx^n}=(-1)^{2n+1}a^n\sin\left(ax+n\frac{\pi}{2}+b\right)$$

$$f(x)=\cos(ax+b)$$

① $\frac{dy}{dx}=-a\sin(ax+b)$

② $\frac{d^2y}{dx^2}=-a^2\cos(ax+b)$

③ $\frac{d^3y}{dx^3}=a^3\sin(ax+b)$

$$\frac{d^ny}{dx^n}=a^n\cos\left(ax+n\frac{\pi}{2}+b\right)$$

٣- اذا كان $x = \sin t$, $y = \sin pt$ اثبت ان

$$(1-x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + p^2 y = 0$$

$\frac{dy}{dx} = p\cos pt$ ، $\frac{dx}{dt} = \cos t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{p\cos pt}{\cos t} \Rightarrow$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d(y')}{dx} \div \frac{d}{dx}$

$\frac{d(y')}{dx} = \frac{-\cos t(-p^2 \sin pt) - p\cos pt(-\sin t)}{\cos^2 t}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-p^2 \cos t \sin pt + p\sin t \cos pt}{\cos^2 t} * \cos t$

$= \frac{(1-x)^2 p^2 \cos t \sin pt + \cos pt - xp\cos pt + p^2 y}{\cos t}$

$= -p^2 y + p^2 y = 0$

//

٤- أوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ للدوال التالية

$y = \tan x$

$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = (\sec x)^2$

$= 2\sec x^2 \tan x$

$$y = \sin(2x^2 + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x \cos(2x^2 + 1)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -16x^2 \sin(2x^2+1)$$

$$y = \operatorname{cosec}\sqrt{1-x^2}$$

$$y = \operatorname{cosec}(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x) \cdot \left(-\cot\sqrt{1-x^2}\operatorname{cosec}\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x)\cot\sqrt{1-x^2}\operatorname{cosec}\sqrt{1-x^2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{1-x^2}\operatorname{cosec}\sqrt{1-x^2}\cot\sqrt{1-x^2}$$

$$x = \frac{1-t}{1+t}, \quad y = 2t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \div \frac{dx}{dt}$$

$$* \frac{dy}{dt} = 2 \iff * \frac{dx}{dt} = \frac{2t}{(1+t)^2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2(1+t)^2}{2t}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \left(2\frac{(1+t)^{-2}}{2t}\right)\frac{2t}{(1+t^2)} = 2+2$$

$x = 3\tan\theta \quad , \quad y = 3\sin^2\theta$

$\frac{dx}{d\theta} = 3\sec^2\theta \quad , \quad \frac{dy}{d\theta} = 6\sin\theta\cos\theta$

$\frac{dy}{dx} = \frac{3\sin 2\theta}{3\sec^2\theta} = \sin 2\theta \cos^2\theta.$

$\frac{d^2y}{dx^2} = (-2\cos\theta\sin\theta)\sin 2\theta + 2\cos 2\theta(\cos^2\theta)$

$= -2\cos\theta \sin 2\theta^2 + 2\cos^2 2\theta^2$

$x = 2\cos\theta + \cos 2\theta \quad , \quad y = 2\sin\theta + \sin 2\theta$

$\frac{dx}{d\theta} = -2\sin\theta - 2\sin 2\theta$

$\frac{dy}{dx} = 2\cos\theta + 2\cos 2\theta$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x\cos\theta + 2\cos 2\theta}{-x\sin\theta - x\sin 2\theta}$

$\frac{dy}{dx} = \cot\theta + \frac{1}{2\sin\theta} + \frac{\cos 2\theta}{\sin\theta} + \frac{2\sin^2\theta + \cos}{\sin^2\theta}$

$= -\operatorname{cosec}^2\theta - \frac{\frac{1}{2}\cot\theta}{\sin\theta} + \frac{2\cos^2 2\theta}{\sin^2\theta} + \operatorname{cosec}^2 2\theta$

٥- اذا كان $x^3 - x^2y + 3xy^2 = 5$ فاوجد قيمة $\frac{d^2y}{dx^2}$ عندما x=١

٦- اذا كان $x^k y^i = (x+y)^{k+i}$ حيث k و i أي عددين فاثبت ان $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

$$\ln x^k + \ln y^i = ki \ln(x+y)$$

$$k \ln x + i \ln y = (k+i) \ln(x+y)$$

$$k \frac{1}{x} + i \frac{y'}{y} = (k+i) \frac{1+y'}{x+y}$$

$$\frac{kx - (k+i)}{x+y} = \frac{(k+i)y' - iy'}{y}$$

$$\frac{ky - xy'}{x} = \frac{(k+i)y - xiy'}{y}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{y'}{y}$$

$$y = 0 \qquad y' = \frac{y}{x}$$

٧- اذا كان $x = a\cos 2t$, $y = b\sin^2 t$ اثبت ان $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

$\frac{dx}{dt} = -2a\cos 2t$ ، $\frac{dy}{dt} = 2b\sin t\cos t$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2b\sin t\cos t}{-2a\cos 2t} = \frac{b\sin 2t}{-2a\cos 2t}$

$= \frac{-b}{2a}\frac{\sin 2t}{\cos 2t} = \frac{-b}{2a}\tan 2t$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx}\left(\frac{d}{dx}\right)$

$= \frac{1}{-2a\cos 2t}\left[\frac{-b}{2a}\sec^2 2t\right]$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-b}{2a}\tan\left[\frac{\frac{-b}{2a}\sec^2 2t}{-2a\cos 2t}\right] = 0$

٨- اذا كان $x = a\cos^{-1}\left(\frac{y-a}{a}\right) - \sqrt{2ay - y^2}$ حيث a ثابت فاثبت أن

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{a}{y^2}$$

$$\lim_{x \to \pi/2} \frac{1-\sin x}{\frac{1}{2}\pi - x}$$

$$\lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$= \lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{2\sin^2\left(\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\div 2\right)}{\frac{\pi}{2}-x} = \lim_{\frac{\pi}{2}-x \to 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}-x}$$

$$= \lim_{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2} \to 0} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}} \cdot \lim_{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2} \to 0} \sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) \cdot \lim_{\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2} \to 0} \sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$$

$$= 1 * 0 = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{1+\sin x}$$

$$\frac{1-1}{1+0} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{x^2}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2\sin 3x \cdot \sin x}{x^2}$$

$$2\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = -2 * 3 \lim_{3x \to 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \lim_{x \to 0}$$

$$= -6 * 1 * 1 = -6$$

التخصص..... رقم الطالب:.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي 2015/2014م

المادة: الحسبان — لايبنتز +متطابقات الدوال الزائدية — الزمن: ساعتان

الفصل: الاول — متابعة رقم(6) — التاريخ: / /2014

1- مستخدما قاعدة لايبنتز أوجد المعامل التفاضلي للدوال من الرتبة الموضحة بعد كل منها

(الرابعة) $f(x)=x^4(1+x)^3$

$D^4_3(uv) = uD^4v + 4Du\,D^3v + \frac{4\times 3}{2!}D^2u\,D^2v + D^3u\,Dv + \frac{4!}{4!}D^4u\,Dv$

$= uD^4v + 4Du\,D^3v + 6D^2u\,D^2v + 4D^4u\,D^0v + 0$

$= x^4((3)(1+x)^2) + 4x\,4x^3((6)(1+x)) + 6\cdot 12x^2(6) + 4(24x)(0) + 0$

(الثالثة) $f(x)=x^5\cos x$

$D(uv) = u^nDv + nDu\,D^{n-1}u + \frac{n(n-1)}{2!}D^2u\,D^{n-2}v + \frac{n(n-1)+(n-1)}{3!}Du\,D^{n-3}u$

$= x^5\cos(x+\frac{3\pi}{2}) + 5x\,5x^4)\cos(x+\pi) + \frac{5x^4}{2}(20x^3)\cos x+\frac{\pi}{2} + \frac{5x\,4x^3}{6}(60x^2)\cos x+\frac{0}{\pi}$

$= x\cos(x+\frac{3\pi}{2}) + 25x\cos(x+\pi) + 200x^3(\cos(x+\frac{\pi}{2}) + 0$

(الرابعة) $f(x) = x^2 \tan x$

$$D^n(uv) = uD^n v + nDuD^{n-1}v + \frac{n(n-1)}{2!}D^2uD^{n-2}v + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}D^3uD^{n-3}v + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}D^4uD^{n-4}v$$

$$= uD^4v + 4DuD^3v + \frac{4\times3}{2}D^2uD^2v + \frac{4\times3\times2}{3}D^3uDv + \frac{4\times3\times2\times1}{24}D^4uD^0v$$

$$= x^2\tan\left(x+\frac{4}{2}\pi\right) + 8x\tan\left(x+\frac{3}{2}\pi\right) + 12\tan\left(x+2\pi\right) + 8x\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right) + 0\tan(x+\pi)$$

$$= x^2\tan(x+2\pi) + 8x\tan\left(x+3\frac{\pi}{2}\right) + 12\tan(x+\pi)$$

(العاشرة) $f(x) = x^4 \sin x$

$$D^{10}(uv) = uD^{10}v + 10DuD^9v + \frac{10\times9}{2}D^2uD^8v + \frac{10\times9\times8}{6}D^3uD^7v + \frac{10\times9\times8\times7}{24}D^4uD^6v + \frac{10\times9\times8\times7\times6}{120}D^5uD^5v$$

$$= x^4\left(\sin x + 5\pi\right) + (4x^3)\cdot10\left(\sin x + \frac{9\pi}{2}\right) + 45(12x^2)\left(\sin x + 4\pi\right) + 120(24x)\left(\sin x + \frac{7\pi}{2}\right) + (210\times24)\left(\sin x + 3\pi\right)$$

$$= x^4\left(\sin x + 5\pi\right) + 40x^3\sin x + 9\pi + 540x^2\sin x + 4\pi + 2880x\sin x + 7\pi + 5040\sin x + 3\pi$$

2- أوجد قيمة النهايات التالية

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{4n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right)^{4} = e^{4}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+2}{n-1}\right)^{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{n+2}{n}}{\frac{n-1}{n}}\right)^{n}$$

$$= \frac{\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n}}{\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}} = \frac{e^{2}}{e^{-1}} = e^{3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2n+2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2n}\cdot\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2n} \cdot \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right)^{4} \cdot \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{\infty}\right)^{2}$$

$$= e^{4} \cdot 1 = e^{4}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n}$$

$$= \frac{\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n}}{\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n}}$$

$$= \frac{\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}}{\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}} = \frac{e^{-1}}{e} = e^{-2}$$

$$\lim_{n\to 0}(1+2n)^{\frac{2}{n}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\right)^{4}$$

$$= e^{4}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+2}{2n+4}\right)^{2n+2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}\right)^{2n+2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n} \cdot \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2n} \cdot \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{2}$$

$$= \frac{e^2}{e^2} \times 1 = e^{\lim_{n\to\infty}[n(\ln(n+1)-\ln n)]}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$$

3- أثبت صحة المتطابقات الزائدية التالية

$$\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$$

$$\sinh x \cosh x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^{y} + e^{-y}}{2}$$

$$= \frac{1}{4}\left[e^{x+y} + e^{x-y} - e^{-x+y} - e^{-x-y}\right] \quad - ①$$

$$\cosh x \sinh x = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^{y} - e^{-y}}{2}$$

$$= \frac{1}{4}\left[e^{(x+y)} - e^{x-y} + e^{-x+y} - e^{-x-y}\right] \quad - ②$$

$$= ① + ②$$

$$= \frac{1}{4}\left(2e^{x+y} - 2e^{-x-y}\right)$$

$$= \frac{e^{x+y} - e^{-x-y}}{2} = \sinh(x+y) \quad \#$$

$$\tanh 2x = \frac{2\tanh x}{1+\tanh^2 x}$$

$$R.h. = 2\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right) \div 1 + \frac{\left(e^{2x}-1\right)^2}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$$

$$= 2\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right) \div \frac{\left(e^{2x}+1\right)^2 + \left(e^{2x}-1\right)^2}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$$

$$= \frac{e^{2(2x)} - 1}{e^{2(2x)} + 1}$$

$$\cosh x + \cosh y = 2\cosh\left(\frac{x+y}{2}\right)\cosh\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{\frac{1}{2}e^{(x+y)} + \frac{1}{2}e^{(x-y)}}{2}\right)\left(\frac{\frac{1}{2}e^{(x-y)} - \frac{1}{2}e^{(-x+y)}}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}e^{(2x)} + \frac{1}{2}e^{(2y)} + \frac{1}{2}e^{(-2y)} + \frac{1}{2}e^{(-2x)}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)e^{x} \cdot e^{y} + e^{-y} + e^{-x}$$

$$= \left(\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right) + \left(\frac{e^{y}+e^{-y}}{2}\right)$$

4- عبر عن الدوال الزائدية العكسية التالية في صورة دوال لوغريثمية طبيعية

$$y = \tanh^{-1} x$$

$x = \tanh y$

$$= \frac{e^{y} - e^{-y}}{e^{y} + e^{-y}}$$

$$x e^{y} + x e^{-y} = e^{y} - e^{-y}$$

$$x e^{-y} - e^{-y} = -e^{y} - x e^{y}$$

$$e^{-y}(x-1) = -e^{y}(1+x)$$

$$e^{2y}(x-1) = -(1+x)$$

$$e^{2y} = -\frac{(1+x)}{(x-1)}$$

$$\ln e^{2y} = \ln\frac{-(1+x)}{(x-1)}$$

$$2y = \ln(1+x) - \ln(x-1)$$

$$2\tanh^{-1} x = \left[\ln(1+x) - \ln(x-1)\right]$$

حل آخر:

$$x = \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1}$$

$$x e^{2y} + x = e^{2y} - 1$$

$$x e^{2y} - e^{2y} = -(1+x)$$

$$2y = -\frac{(1+x)}{(x-1)}$$

$$\ln e^{2y} = \ln\frac{-(1+x)}{x-1}$$

$$2\tanh^{-1} x = \left[\ln(1+x) - \ln(x-1)\right]$$

$$y = \coth^{-1} x$$

$$x = \coth y$$

$$x = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$

$$x e^{2y} - x = e^{2y} + 1$$

$$x e^{2y} - e^{2y} = 1 + x$$

$$e^{2y}(x - 1) = 1 + x$$

$$\ln e^{2y} = \ln \frac{(1+x)}{(x-1)}$$

$$2 \coth^{-1} = \ln(1+x) - \ln(x-1)$$

$$y = \operatorname{sech}^{-1} x$$

$$x = \operatorname{sech} y$$

$$x = \frac{2}{e^{y} + e^{-y}}$$

$$x e^{y} + x e^{-y} = 2$$

$$x e^{y} = 2 - x e^{-y}$$

$$x e^{2y} = 2e^{y} - x$$

$$x e^{2y} - 2e^{y} + x = 0$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4x^2}}{2}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{1 - x^2}$$

$$\operatorname{sech}^{-1} x = \ln\left[1 \pm \sqrt{1 - x^2}\right]$$

$$y = \operatorname{cosech}^{-1} x$$

$$x = \operatorname{cosch} y$$

$$x = \frac{2}{e - e^{-y}}$$

$$x e^{y} - x e^{-y} = 2$$

$$x e^{y} = 2 + x e^{y}$$

$$x e^{2y} = 2e^{y} + x = x e^{2y} - 2e^{y} - x = 0$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$e^{y} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4x^2}}{2} = e^{y} = 1 \pm \sqrt{1 + x^2}$$

$$\cosh^{-1} x = \ln\left[1 \pm \sqrt{1 + x^2}\right]$$

5- عبر عن $\sinh^{-1} 2$, $\tanh^{-1}\left(\frac{-4}{5}\right)$ في صورة لوغريتمات طبيعية

$$x = \tanh y$$

$$x = \frac{e^{y} - e^{-y}}{e^{y} + e^{-y}}$$

$$x e^{y} + x e^{-y} = e^{y} - e^{-y}$$

$$(x-1) e^{y} = -(1+x) e^{-y}$$

$$e^{2y} = \frac{-(1+x)}{(x-1)}$$

$$\ln e^{2y} = \ln \frac{-(1+x)}{(x-1)}$$

$$2y = \left[\ln(1+x) - \ln(x-1)\right]$$

$$2 \tanh^{-1}\left(\frac{-4}{5}\right) =$$

$$\left[\ln\left(1 - \frac{4}{5}\right) - \ln\left(\frac{-4}{5} - 1\right)\right]$$

التخصص..... رقم الطالب:.....	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم:.....

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي 2015/2014م

المادة: الحسبان، تفاضل الدوال (الاسية+اللوغريثمية) الزمن: ساعتان

الفصل: الاول متابعة رقم(7) التاريخ: / /2014

1- أوجد المعامل التفاضلي الاول للدوال الاتية .

$$f(x) = e^{\cos^2 x}$$

$= \cos^2 x \, e^{\cos^2 x}$

$\frac{dy}{dx} = -2\cos x \sin x \, e^{\cos^2 x}$

$$f(x) = e^{\sqrt{2x^2+3}}$$

$= \frac{d}{dx} \sqrt{2x^2+3}$

$= \frac{1}{2} (2x^2+3)^{\frac{1}{2}} \, 4x \, e^{\sqrt{2x^2+3}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x \, e^{\sqrt{2x^2+3}}}{\sqrt{2x^2+3}}$

$$f(x) = e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\frac{3x+1}{3x-1} \cdot \frac{d}{dx} e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$F'(x) = \frac{(3x-1)3 - (3x+1)3}{(3x-1)^2} \quad e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$F'(x) = \frac{9x-3-9x-3}{(3x-1)^2} \quad e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$= \frac{-6}{(3x-1)^2} \quad e^{\frac{3x+1}{3x-1}}$$

$$f(x) = e^{\cos x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x \cdot -\sin x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = -2x \sin x^2$$

$$f(x) = e^{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$$

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\frac{1+\cos x}{1-\cos x} \cdot \frac{d}{dx} e^{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$$

$$= \frac{(1-\cos x)(-\sin x) - (1+\cos x)\sin x}{(1-\cos x)^2} \quad e^{\frac{1+\cos}{1-\cos}}$$

$$= \frac{-\sin x + \sin x \cos x - \sin x - \sin x \cos x}{1-\cos^2 x} \quad e^{\frac{1}{1}}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sin x}{\sin^2 x}\, e^{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} = \frac{-2}{\sin x}\, e^{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$$

$$f(x) = e^{x^2} \sin 2x$$

$$f'(x) = e^{x^2} \frac{d}{dx} \sin 2x + \sin 2x \cdot \frac{d}{dx} e^{x^2}$$

$$f'(x) = 2\cos 2x\, e^{x^2} + 2x \sin 2x\, e^{x^2}$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x+3}{3+2x}\right)$$

$$f'(x) = \ln(2x+3) - \ln(3+2x)$$

$$= \frac{2}{2x+3} - \frac{2}{3+2x}$$

$$= \frac{2(2x+3) - 2(2x+3)}{(2x+3)^2}$$

$$= \frac{0}{(2x+3)^2}$$

$$= 0$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+\cos x}{1+\sin x}\right)$$

$$f'(x) = \ln(1+\cos x) - \ln(1+\sin x)$$

$$F^{-}(x) = \frac{-\sin x}{1+\cos x} - \frac{\cos x}{1+\sin x}$$

$$= \frac{-\sin x(1+\sin x) - \cos x(1+\cos x)}{(1+\cos x)(1+\sin x)}$$

$$= \frac{-\sin x - \sin^2 x - \cos x - \cos^2 x}{(1+\cos x)(1+\sin x)} = \frac{-(\sin x - \cos}{(1+\cos x)(1+\sin}$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$$

$$F^{-}(x) = \ln(e^{2x}-1) - \ln(e^{2x}+1)$$

$$= \frac{0 + 2e^{2x}}{e^{2x}-1} - \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$$

$$= \frac{2e^{2x}(e^{2x}+1) - e^{2x}(e^{2x}-1)}{(e^{2x}-1)(e^{2x}+1)}$$

$$= \frac{0}{(e^{4x}-1)} = 0$$

$$f(x) = \ln(\ln x)$$

$u = \ln x$

$$F^{-}(x) = \frac{u^{-}}{u}$$

$$F^{-}(x) = \frac{1}{\ln x}$$

$$f(x) = (\ln x)^2$$

$$F^{-}(x) = 2\ln x \cdot \frac{d}{dx}\ln x$$

$$F^{-}(x) = 2\ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$F^{-}(x) = \frac{2\ln x}{x}$$

$$f(x) = \ln(\sec x + \tan x)$$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(\sec x + \tan x)\ \ln(\sec x + \tan x)$$

$$f'(x) = \frac{\sec x \tan x + \sec^2 x}{\sec x + \tan x}$$

$$f(x) = \ln(\tan(x^2 - 1))$$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\tan(x^2 - 1) / \tan(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = \frac{2x \sec^2(x^2 - 1)}{\tan(x^2 - 1)}$$

$$f(x) = \frac{(\ln x)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{x \frac{d}{dx} \ln x - \ln x \frac{d}{dx} x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f(x) = e^{x^2} \cos(x^2 \ln x - 1)$$

$$f'(x) = e^{x^2} \frac{d}{dx} \cos(x^2 \ln x - 1) + \cos(x^2 \ln x - 1) \frac{d}{dx} e^{x^2}$$

$$= e^{x^2}\left(\frac{x^2}{x - 1} + 2x(\ln x - 1)\sin(x^2 \ln x - 1)\right)$$

$$= e^{x^2} \cos(x^3 - \ln x - 1)$$

$$f(x) = \sin(\ln(e^x))$$

$$f^{-}(x) = \cos(\ln(e^x))$$

$$f(x) = \ln(\sin^{-1}\sqrt{1-x^2})$$

$$\sin^{-1}\sqrt{1-x^2} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}-x^2}$$

$$f^{-}(x) = \frac{\frac{x}{\sqrt{1-x^2}-x^2}}{\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = e^{\tan^{-1}x + \ln(\sec^{-1}x)}$$

$$\tan^{-1}x = \frac{1}{1+x^2} \quad , \quad \sec^{-1}x = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$f^{-}(x) = e^{\tan^{-1}x} \frac{d}{dx} \ln(\sec^{-1}x) + \ln(\sec^{-1}x) \frac{d}{dx} e^{\tan^{-1}x}$$

$$= \frac{\sec^{-1}x}{x\sqrt{x^2-1}} e^{\tan^{-1}x} + \frac{\ln(\sec^{-1}x)}{1+x^2} e^{\tan^{-1}x}$$

2- أوجد $\frac{dy}{dx}$ اذا كانت $y = e^{3x}\sin 2x$, $y = e^{3x}\cos 2x$

$\frac{dy}{dx} = e^{3x} \cdot -2\sin 2x + \cos 2x \cdot 3e^{3x}$

$\frac{dy}{dx} = -2e\sin 2x + 3e^{3x}\cos 2x \longrightarrow (1)$

$\frac{dy}{dx} = e^{3x} \cdot -2\cos x + \sin 2x \cdot 3e^{3x} \longrightarrow (2)$

$\frac{dy}{dx} = 1 + 2$

$= -2e^{3x}\sin 2x + 3e^{3x}\cos 2x + 2e^{3x}\cos x + 3e^{3x}\sin 2x$

3- اذا كانت $x = e^{-2t}\tan t$, $y = e^{-t}\cot 2t$ فاوجد $\frac{dy}{dx}$

4- أوجد المعامل التفاضلي الخامس للدالة $y = x^4 e^x$ مستخدما قاعدة لايبنتز

$u = x^4$ $\quad$ $v = e^x$

$Du = 4x^3$ $\quad$ $Dv = e^x$

$D^2u = 12x^2$ $\quad$ $D^2v = e^x$

$D^3u = 24x$ $\quad$ $D^3v = e^x$

$D^4u = 24$ $\quad$ $D^4v = e^x$

$D^5u = 0$ $\quad$ $D^5v = e^x$

بإضافة المعاملات $(1, 5, 10, 40, 5, 1)$

$= x^4e^x + 20x^3e^x + 120x^2e^x + 240xe^x + 160e^x$

5- اذا كانت $y = \ln(\cot\theta + \sin 2\theta)$, $x = \cos 2\theta$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ وكذلك $\frac{d^2y}{dx^2}$

$\frac{dx}{d\theta} = -2\sin 2\theta$, $\frac{du}{d\theta} = \frac{-\operatorname{cosec}^2\theta + 2\cos 2\theta}{\cot\theta + \sin 2\theta}$

$\frac{du}{dx} = \frac{-2\sin 2\theta \cdot (-\operatorname{cosec}^2\theta - 2\cos 2\theta)}{\cot\theta + \sin 2\theta}$

$= \frac{2\sin 2\theta \operatorname{cosec}^2\theta - 4\sin 2\theta \cos 2\theta}{\cot\theta + \sin 2\theta}$

$= \frac{-2\sin 2\theta(\operatorname{cosec}^2\theta + 1)}{\cot\theta + \sin 2\theta}$

$\frac{du}{dx} = \frac{2\cot 2\theta}{\cot\theta} = 2\cot\theta$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -2\cot\theta\,\mathrm{cosec}\,\theta$$

6- اذا كانت $y=\ln(1+\cos\theta)$, $x=\ln(1-\cos\theta)$ فاثبت أن

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy}{dx}+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{-\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta} = \frac{dx}{d\theta}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin\theta}{1+\cos\theta} \times \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

$$= \frac{+2\sin^2\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} = -\tan\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d(y)}{d\theta} = \frac{dx}{d\theta} = -2\tan\frac{\theta}{2}\cdot\frac{1}{2}\sec^2\frac{\theta}{2}$$

$$= -\tan\frac{\theta}{2}\sec^2\frac{\theta}{2}$$

7- اذا كان $y=a\sin t$, $x=a(\cos t+\ln\tan t/2)$ فاثبت أن

$$\frac{dy}{dx}=\tan t$$

$$\frac{dy}{dt} = a\cos t \quad , \quad \frac{dx}{dt} = a\left(-\frac{\sin t}{2} + \frac{t\sec^2 t}{\tan t}\right)$$

$$= a(-2\sin t$$

الحل الخطي

8- اذا كان $\frac{x}{x-y} = \ln\frac{a}{x-y}$ فاثبت ان $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{x}{y}$

$$\frac{(x-y) - x\left(1 - \frac{dy}{dx}\right)}{(x-y)^2} = \ln a - \ln x - y$$

$$x - y - x + x\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x-y}\left[1 - \frac{dy}{dx}\right]$$

$$x\frac{dy}{dx} \cdot y = -(x-y)\left[1 - \frac{dy}{dx}\right]$$

$$y\frac{dy}{dx} = 2y - x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{x}{y}$$

التخصص: الكيمياء	جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الاسم: [illegible] علي
رقم الطالب: [illegible]		

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول العام الدراسي 2015/2014م

المادة: الحسبان | تفاضل الدوال (الزائدية+الزائدية العكسية) | الزمن: ساعتان

الفصل: الاول | متابعة رقم(8) | التاريخ: / /2014

1- أوجد المعامل التفاضلي الاول للدوال الاتية

$$y = \cosh^2 x - \sin^2 x$$

$y = 1$

$\frac{dy}{dx} = 0$

$$y = \frac{\cosh x}{1 + \cosh^2 x}$$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cosh^2 x)\times \sinh x - [\cosh x] \times 2\cosh x \sinh x}{(1+\cosh^2 x)^2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\sinh x + \sinh x \cosh^2 x - \cosh x \times \sinh 2x}{(1+\cosh^2 x)^2}$

$= \frac{\sinh x [1 + \cosh^2 x] - \cosh x * \sinh 2x}{(1+\cosh x)^2}$

$$y = 2\tanh x - \coth^2 x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\,\mathrm{Sech}^2 x - 2\coth x\,\mathrm{cosech}^2 x$$

$$= 2\,\mathrm{Sech}^2 x - 2\,\mathrm{cosech}^2 x \coth x$$

$$y = \tan^{-1}\left(\frac{1+\sinh x}{1+\cosh x}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+\left[\frac{1+\sinh x}{1+\cosh x}\right]^2}\,\frac{d}{dx}\left[\frac{1+\sinh x}{1+\cosh x}\right]$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+\cosh x+\sinh x}{(1+\cosh x)^2}$$

$$\frac{1}{1+\left[\frac{1+\sinh x}{\cosh x}\right]^2}$$

$$y = \mathrm{sech}^{-1}\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d/dx\left[\frac{3x-1}{2x+3}\right]}{\left[\frac{3x-1}{2x+3}\right]\sqrt{1-\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right)^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{7}{(2x+3)^2}}{\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right)\sqrt{1-\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right)^2}}$$

$$y = e^{\sinh^2 x}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\sinh x \cosh x \; e^{\sinh^2 x}$$

$$y = \ln(\cosh x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$= \tanh x$$

$$y = \ln\left[\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{2\sinh x/2 \cdot \cosh x/2}{\tanh x/2}}$$

$$= \frac{1}{\sinh x} \tan x/2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\tanh x/2}{\sinh x/2}$$

$$y = \ln(\cosh x) + \frac{1}{2\cosh^2 x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sinh x}{\cosh x} + \frac{-4\cosh x \sinh x}{(2\cosh^2 x)^2}$$

$$= \tanh x - \frac{2(2\cosh x \sinh x)}{(2\cosh^2 x)^2}$$

$$= \tanh x - \frac{2\sinh 2x}{(2\cosh^2 x)^2}$$

$$y = \operatorname{cosech}^{-1}(\tan x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d/dx\ (\tan x)}{\tan x \sqrt{1+\tan^2 x}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{\tan x \sqrt{1+\tan^2 x}}$$

$$y = 4^{x^2-1}$$

$$\ln y = \ln 4^{x^2-1}$$

$$1/y \frac{dy}{dx} = x^{2-1} \ln 4$$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x^{2-1})\, 4^{x2-1}$$

$y = 10^{2x+3}$

$\ln y = (2x+3)\ln 10$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \ln 10$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = 2x+3 \ln 10$

$\frac{dy}{dx} = (2x+3)\,10^{2x+3}$

$y = (\tan x)^x$

$\ln y = \ln(\tan x)^x$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = x \ln \tan x$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{x \sec^2 x}{\tan x}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x(\tan x)^x \sec^2 x}{\tan x}$

$y = (\cos x)^{\sin x}$

$\ln y = \ln(\cos x)^{\sin x}$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \sin x \ln \cos x$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x(-\sin x)}{\cos x}$

$\frac{dy}{dx} = (-\sin x \tan x)(\cos x)^{\sin x}$

$y = (\tanh x)^{\sin x}$

$\ln y = \ln(\tanh x)^{\sin x}$

$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \sin x \left(\frac{\operatorname{sech}^2 x}{\tanh x}\right)$

$\frac{dy}{dx} = (\cosh x \operatorname{sech}^2 x \coth x)^{\sin x}$

$$y=\sqrt[\frac{2}{3}]{\frac{(4x+1)(2x-7)}{(3x+2)(x+3)}}$$

$$y=\left(\frac{8x^2-26x-7}{3x^2+11x+6}\right)^{1/3}$$

$$\frac{dy}{dx}=1/3\left(\frac{8x^2-26x-7}{3x^2+11x+6}\right)^{-\frac{2}{3}}\frac{d}{dx}\left[\frac{8x^2-26x-7}{3x^2+11x+6}\right]$$

$$=1/3\left(\frac{8x^2-26x-7}{3x^2+11x+6}\right)^{-\frac{2}{3}}\frac{30x+21x-342}{(3x^2+11x+6)^2}$$

$$\frac{1/3\left(\frac{30x^2+21x-342}{(3x^2+11x+6)^2}\right)}{\left(\frac{8x^2-26x-7}{3x^2+11x+6}\right)^{2/3}}$$

$$y=\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right)^{\tan x}$$

$$\frac{dy}{dx}=\sec^2 x\left[\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right]^{\tan x-1}\left[\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right]$$

$$\frac{dy}{dx}=\sec^2 x\left[\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right]^{\tan x-1}\frac{\sin 2x-1}{(\sin x-\cos x}$$

$$\frac{dy}{dx}=\left[\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right]^{\tan x-1}\sec^2 x\left(\frac{\sin 2x-1}{\sin x-\cos x}\right)$$

$$(\cos y)^x = (\sin x)^y$$

$$\ln(\cos y)^x = \ln(\sin x)^y$$

$$x \ln(\cos y) = y \ln(\sin x)$$

$$= \frac{-x \sin y}{\cos y} \frac{dy}{dx} = y \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{dy}{dx} = (-x \tan y) = y \cot x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$

2- أوجد قيمة $\frac{dy}{dx}$ عندما $\theta = \frac{\pi}{4}$ اذا كان $x = (\cos\theta)^\theta$, $y = (\theta)^{\cos\theta}$

$$\ln x = \theta \ln \cos\theta$$

$$\frac{1}{x} = -\theta \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \longrightarrow \frac{1}{x} = -\theta \tan\theta \;,\; x = \frac{-1}{\theta \tan\theta}$$

$$\ln y = \ln \theta^{\cos\theta}$$

$$1/y \frac{dy}{d\theta} = \cos\theta \, 1/\theta$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{\cos\theta}{\theta} \theta^{\cos\theta}$$

$$\frac{dx}{d\theta} = \theta \sec^2\theta + \tan\theta$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\cos\theta}{\theta} \theta^{\cos\theta}}{\theta \sec^2\theta + \tan\theta}$$

$$= \frac{\cos\frac{\pi}{4} \frac{\pi}{4}^{\cos\frac{\pi}{4}}}{\frac{\pi}{4} \sec^2\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{4}} \qquad \theta = \frac{\pi}{4}$$

3- اذا كانت $(\sin x)^{\cos y} = (\cos y)^{\sin x}$ فاثبت ان

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x \ln \cos y - \cos y \cot x}{\sin x \tan y - \sin y \ln \sin x}$$

$$\ln (\sin x)^{\cos y} = \ln (\cos y)^{\sin x}$$

$$\cos y \ln(\sin x) = \sin x \ln(\cos x)$$

4- أوجد المعامل التفاضلي الرابع للدالة $y = x^3 \cosh x$ مستخدما نظرية لابينتز

$u = x^3$ $\quad v = \cosh x$

$Du = 3x^2$ $\quad Dv = \sinh x$

$D^2u = 6x$ $\quad D^2v = \cosh x$

$D^3u = 6$ $\quad D^3v = \sinh x$

$D^4u = 0$ $\quad D^4v = \cosh x$

$D^4(x^3 \cosh x)$

$= x^3 \cosh x + 3x^2 \sinh x + 6x \cosh x + 6 \sinh x$

$(1, 4, 6, 4, 1)$ بإضافة المعاملات

$= D^4(x^3 \cosh x)$

$= x^3 \cosh x + 12x^2 \sinh x + 36x \cosh x + 24 \sinh x$

5- مستخدما التفاضل اللوغريثمي أثبت أنه اذا كان $x^n y^m = (x+y)^{m+n}$ لجميع الاعداد m و n فان $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

$$\ln x^n \ln y^m = \ln (x+y)^{m+n}$$

$$\frac{n}{x} \frac{m}{y} \frac{dy}{dx} = (m+n) \ln (x+y)$$

$$\frac{n}{x} + \frac{m}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{(m+n)}{(x+y)} \left[1 + \frac{dy}{dx} \right]$$

$$\frac{n}{x} + \frac{m}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{m+n}{x+y} + \frac{m+n}{x+y} \frac{dy}{dx}$$

$$\left(\frac{m}{y} - \frac{m+n}{x+y} \right) \frac{dy}{dx} = \frac{m+n}{x+y} - \frac{n}{x}$$

$$\frac{m(x+y) - y(m+n)}{y(x+y)} \frac{dy}{dx} = \frac{x(m+n) - n(x+y)}{x(x+y)}$$

$$\frac{y}{x} \left[\frac{mx + nx - nx - ny}{mx + my - ym - ny} \right]$$

6- اذا كانت $y = \cos(\ln x) + \sin(\ln x)$ فاثبت أن

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x} \sin(\ln x) + \frac{1}{x} \cos(\ln x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \cos(\ln x) - \frac{1}{x^2} \sin(\ln x)$$

$$y = \cos(\ln x) + \sin(\ln x)$$

$$-\frac{1}{x^2} \cos(\ln x) - \frac{1}{x^2} \sin(\ln x) - \frac{1}{x} \sin(\ln x) + \frac{1}{x} \cos(\ln x) + \cos(\ln x) + \sin(\ln x)$$

$$= 0$$

7- اذا كان $y = x^4 + 4^x$ فاوجد $\frac{dy}{dx}$

$$\ln y = \ln x^4 + 4^x$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = 4\ln x + x \ln 4$$

$$1/y \frac{dy}{dx} = 4\frac{4}{x} + \frac{2x}{5}$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{4}{x} + \frac{2x}{5}\right) \times 4^x$$

8- اذا كان $y = (\ln x)^{\ln x}$ فاوجد قيمة $\frac{dy}{dx}$ عندما x=e

$$\ln y = \ln (\ln x)^{\ln x}$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \ln x \ln(\ln x)$$

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \ln x \frac{1}{\ln x}\frac{1}{x} + \ln$$

أكمل الحل

التخصص.....	بسم الله الرحمن الرحيم	الإسم:.....
رقم الطالب:.....	جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا	
	كلية الهندسة	
	قسم العلوم العامة	

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي 2015/2014م

المادة: الحسبان — المتسلسلات — الزمن: ساعتان

الفصل: الاول — متابعة رقم(9) — التاريخ: / /2014

1- أكتب الحد العام بدلالة n في كل من المتسلسلات الاتية ثم اختبرها للتقارب والتباعد

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\cdots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$$

متباعدة

$$1+\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots$$

$$\frac{1}{(2n-1)^2}$$

$$p = 2$$

متقاربة

$$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots$$

$\frac{1}{n(n+1)}$ $\quad p=2$

متسابعة

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\frac{1}{24}+\cdots$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2-1}$ $\quad p=2$

متقاربة

$$1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\cdots$$

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\cdots$$

2- لاي قيم x تكون كل من المتسلسلات الاتية متقاربة

$$x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

$$\lim_{x\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|$$ الحد الاخير بدلالة

$$\frac{x^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{x\,n}{x^n} = \frac{2x}{\frac{n+1}{n\cdot n}} = |x|$$

∴ المتسلسلة تكون متقاربة عند $(-1)(1)$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|$$

$$u_{n+1} = \frac{x^{n+1}}{2^{n+1}} \times \frac{2^n}{x^n}$$

$$u_{n+1} = \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$$

$\left|\frac{x}{2}\right| < 0$ ⇐ تكون المتسلسلة متقاربة عند

$$1+x+x^2+x^3+\cdots$$

المسلسلة هندسية تكون متقاربة

عند $r<1$

ولتكن هذه المسلسلة x

$\Rightarrow x<1$

عند $(1-r)$

$$\frac{x}{3}+\frac{x^2}{6}+\frac{x^3}{9}+\frac{x^4}{12}+\cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3n}$$

$$\Rightarrow u_{n+1}=\frac{x^{n+1}}{3n+3}\times\frac{3n}{x^n}$$

$$\Rightarrow \frac{3nx}{\frac{3n}{n}+\frac{3}{n}}$$

$$\frac{3x}{3}<1$$

$$x<1$$

$(1-(1))$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n+1)}$$

$$1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)!}$$

Ghadi Nadir.

$$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} \cdots$$

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$$1+nx+\frac{n(n-1)}{2!}x^2+\cdots$$

3- أكتب الحد العام للمتسلسلة $1+\frac{5}{4}+\frac{25}{32}-\frac{125}{192}+\cdots$ ومن ثم اوجد حاصل جمعها الى مالانهاية

4-أوجد قيمة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (n-1)}{(n+1)!}$

5-إكتب الحد العام للمتسلسلة $\frac{1}{3!}+\frac{2}{4!}-\frac{3}{5!}+\cdots$ ومن ثم أوجد حاصل جمعها الي مالانهاية

$$\sum_{n=3} \frac{n-2}{n!} = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n!} - 2\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$\left[\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots\right] - 2\left(\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\cdots\right)$$

$$e-2-2)\left(e-\frac{5}{2}\right) = e-2-2e-5$$

$$= -(e+7)$$

6- أوجد قيمة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{n!}$

7- اثبت أن $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2-1}{(n+1)!} = 2e-1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{(n+1)!} - \sum_{n+1} \frac{1}{(n+1)!}$$

$$\left[\frac{3}{2!} + \frac{12}{3!} + \frac{27}{4!}\right] - \left[\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \cdots\right]$$

3- اثبت أن المتسلسلة $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$ تتقارب لجميع قيم x النتهية

$$u_n = \frac{x^n}{(n+1)!} \qquad u_{n+1} = \frac{x}{n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{x^n \cdot x}{(n+1)!} \cdot \frac{x(n+1)!}{x^n} = \frac{x}{n}$$

$$-1 < x < 1$$

المتسلسلة متقاربة

التخصص: ..... رقم الطالب:	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا كلية الهندسة قسم العلوم العامة	الإسم: .....

المتابعات الفصلية – الفصل الدراسي الاول للعام الدراسى 2015/2014م

المادة: الحسبان — متسلسلة تيلر+ماكلورين — الزمن: ساعتان

الفصل: الاول — متابعة رقم(10) — التاريخ: / /2014

1- اكتب الاربع حدود الاولى من مفكوك الدوال الآتية حول النقطة الموضحة امام كل منها

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2 \qquad a=2$$

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!}f'''(a)$$

$$f(x) = x^5 + 2x^4 - x^2 + x + 1 \qquad a=-1$$

$$f(a) = x^5 + 2x^4 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$f'(x) = 5x^4 + 8x^3 - 2x + 1 = 0$$

$$f''(x) = 20x^3 + 24x^2 - 2 = 0$$

$$f'''(x) = 60x^2 + 48x = 12$$

$$f''''(x) = 120x + 48 = 12 - 78$$

$$d(x) = (x+1)^2 + 2(x+1)^3 - \frac{13}{4}(x+1)^4$$

$f(x)=\sqrt[3]{x}$ a=1

$y = x^{\frac{1}{3}} = 1$

$\bar{y} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$

$\bar{\bar{y}} = -\frac{2}{9} x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9}$

$\bar{\bar{\bar{y}}} = \frac{70}{81} x^{-\frac{10}{3}} = \frac{70}{81}$

$f(a) + f(a)(x-a) + f(a)\frac{(x-a)^2}{2}$

$f(a) = 1 + \frac{1}{3}(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2 + \frac{5}{27}\frac{(x-1)^3}{3} = \frac{35}{81}$

$f(x)=\ln(x+\sqrt{1-x^2})$ a=0

$y' =$

$f(x) = \tan x$ a=0

$y = \tan x = 0$

$f'(x) = \cot^2 x = 1$

$f''(x) = 2\sec^2 x \tan x = 0$

$f'''(x) = 2(\sec^2 x \sec^2 x + \tan x \cdot 2\sec^2 x \tan x) = 1$

$f''''(x) = 2(4\sec^4 \tan x) + 2(\tan^2 x \times 2\sec^2 x \tan x + 2\sec^2 x)$

$f(x) = 0 + x + 0 + \frac{x^3}{3} + 0$

$f(x) = \arcsin x$ a=0

$y = \sinh x = 0$

$y' = \sinh(x - \pi/2) = 2.3$

$y'' = \sinh(x - \pi) = 4.5$

$y''' = \sinh(\pi + \frac{3\pi}{2}) = 55.0$

$y'''' = \sinh(\pi + \frac{4\pi}{2}) = 267.7$

$f(x) = 0 + 2.3x + 4.5\frac{x^2}{2} + 55.6\frac{x^3}{6} + 267.7\frac{x^4}{24}$

$$f(x) = \ln(1-x) \qquad a=0$$

$y = \ln(1-x) = 0$

$y' = \frac{-1}{1-x} = -1$

$y'' = \frac{-1}{(1-x)^2} = -1$

$y''' = (1-x)^4 \cdot 2 - 2(1-x)^3$

$$f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right) \qquad a=0$$

$f(x) = \tanh x$, a=0

$f(x) = \tanh x = 0$

$f'(x) = \operatorname{sech}^2 x = 1$

$f''(x) = -2\operatorname{sech}^2 x \tanh x$

$f'''(x) = 2\operatorname{sech}^2 x \operatorname{sech}^2 x + \tanh x \operatorname{sech}^2 x \tanh x$

$f''''(x) = \operatorname{sech}^4 x * \tanh x + \tanh^2 x \operatorname{sech}^2 x \tanh x$

$+ \operatorname{sech}^2 x \, 2\tanh x + \operatorname{sec}^2 h x = 0$

$f(x) = 0 + x + x^2 + 0$

$f(x) = \operatorname{arctan} hx$, a=0

$F(x) = \sin^{-1} \tanh x = \text{zero}$

$F(0) = \dfrac{\operatorname{sec}^2 h x}{1 - \tanh^2 x} = \dfrac{1}{1} = 1$

$$F''(0) = \frac{1 - \tanh^2 x) * 2\operatorname{sech} x * \tanh x \cdot \operatorname{sec}^2 h x + \tanh x \operatorname{sec}^2 h x}{[1 - \tanh^2 x]^2}$$

$\operatorname{arctanh} x =$

$\text{Zero} + 1 - \dfrac{1}{12} + \cdots$

$f(x) = \tan x \qquad a = \frac{\pi}{4}$

$f'(x) = \sec^2 x = 2$

$f''(x) = 2\sec^2 x \cdot \tan x = 4$

$f^{3}(x) = 2\sec^2 x \cdot \sec^2 x + 2\tan x \cdot 4\sec^2 x \cdot \tan x = 24$

$f^{4}(x) = 2\sec^2 x \cdot \tan^2 x \cdot 8\sec^2 x \cdot \tan x \cdot 2\sec^2 x \cdot \tan x =$

$f(x) = 1 + 2x + 2x^2 + 4x^3 + 3x^4$

$f(x) = e^x \sin x \qquad a=0$

$$f(x) = \cos^{-1} x \qquad a=2$$

$$f(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = -(1-x^2)^{-2}$$

$$f'(x) = -x(1-x^2)^{-\frac{8}{2}}$$

$$f''(x) = 3x(1-x^2)^{-\frac{5}{2}}$$

$$f''' = 15x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$f'''' = 105x(1-x^2)^{-\frac{9}{2}}$$

$$F(a) = \frac{-1}{\sqrt{3}} - 2(x-2)$$

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad a = \frac{1}{2}$$

$$\ln(1+e^x) = \ln 2 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{6} - \frac{x^4}{192} + \cdots$$

$f(0) = \ln(1+e^0) = \ln 2$

$f'(0) = \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{e}{1+e} = \frac{1}{2}$

$f''(0) = \frac{x}{8}$

$f'''(0) = \frac{[1+e^x]^2(e^x+2e-2e) - [e^x][2(1+e^x)]\cdot e}{[1+e^x]^4}$

$\ln(1+e^x) = \ln 2 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{6} - \frac{x^4}{192}$

H-W $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots$

H-W $f(x) = \cot^{-1} x$

2- باستخدام مفكوك ماكلورين أثبت أن

H-W $e^{\sin x} = 1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} + \cdots$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$d(x) = \cosh x = 1$

$d(x) = \sinh x = 0$

$d^2(x) = \cosh x = 1$

$d^3(x) = \sinh x = 0$

$d^4(x) = \cosh x = 1$

$= 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!}$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$$

$f(x) = (1-x)$

$F(x) = \frac{-1}{(1-x)}$

$$\ln(1+\sin x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{\quad} - \frac{x^4}{\quad} + \cdots$$

$F(0) = F(-) = 1 + \sin$ $\ln(1) =$

$f(0) = F(-) = \frac{\cos x}{1+\sin x} = \ln x = x$

$F(0) = \frac{(1+\sin x)x - \sin x - \cos^2 x}{(1+\sin x)^2} = -\frac{x^2}{2}$

$\Rightarrow \ln(1+\sin x) =$ $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

