اهدأ

قناة ملتقى طلبة الصف الثالث الثانوي

يمكنكم الاشتراك بالقناة على التلجرام بالمعرف(@Thirdgroupye)

كمايمكنكم الاشتراك بمجموعات الوتس من خلال ارسال رسالة وتس(الاسم+ الرقم) إلى الرقم(777917375)

كما لا ننسى ان نتقدم بجزيل الشكر لمعد هذا المحتوى ونسأل من الله عز وجل ان يكتبه في ميزان حسناته

@abdagbowl

مراجعة تفاضل وتكامل (٣ث)

* اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاه :-

(١) اى الدوال التالية تحقق العلاقة $\frac{ع^{٣}ص}{عس^{٣}} = ص$

(أ) $ص = \frac{١}{١٢}(س+١)^{٤}$ (ب) $ص = جاس$

(ج) $ص = هـ^{س}$ (د) $ص = \frac{س}{س-١}$

الحل

∴ اذا كانت $ص = هـ^{س}$ فان $ص^{(س)} = هـ^{س} = ص$

حيث $ص^{(س)}$ المشتقة النونية ∴ $ص = هـ^{س}$ تحقق العلاقة

(٢) اذا كانت $ص =$ قتاس فان عندس $= \frac{\pi}{٤}$ تكون $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ ---

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $-\sqrt{٢}$ (ج) $٢\sqrt{٢}$ (د) $٣\sqrt{٢}$

الحل

∴ $ص =$ قتاس ∴ $\frac{عص}{عس} = -$ قتاس ظتاس

∴ $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} = -$ قتاس × قتاس + ظتاس × قتاس ظتاس

∴ $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ قتا^{٣}س + قتاس ظتا^{٢}س وعندس $= \frac{\pi}{٤}$ فان

$\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ قتا^{٣}(٤٥°) + قتا(٤٥°) ظتا^{٢}(٤٥°) $= (\sqrt{٢})^{٣} + \sqrt{٢} \times ١$

$= ٢\sqrt{٢} + \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$ ← الاجابة (ج)

@abdagbowr

Scanned by CamScanner

(٣) اذا كانت $س^{٢}+ص^{٢}=٢س ص$ فان $\frac{ع ص}{ع س}$ = ...

(أ) -١ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

الحل

$\therefore س^{٢}+ص^{٢}-٢س ص=٠$ $\therefore (س-ص)^{٢}=٠$ منها $ص=س$

$\therefore \frac{ع ص}{ع س}=١$ ← الاجابة (ج)

(٤) اذا كانت $ص=$ جا٢س جتا٢س فان $ص''(\frac{\pi}{٣})$ = ...

(أ) -٤ (ب) صفر (ج) ٤√٣ (د) ٨

الحل

$\therefore ص=$ جا٢س جتا٢س $\therefore ص=\frac{١}{٢}$ جا٤س

$\therefore ص'=٢$ جتا٤س $ص''=-٨$ جا٤س

وعندس $=\frac{\pi}{٣}=٦٠°$ فان $ص''=-٨$ جا(٤×٦٠)° $=-٨$ جا٢٤٠°

$\therefore ص''=-٨\times\frac{-\sqrt{٣}}{٢}=٤\sqrt{٣}$ ← الاجابة (ج)

(٥) إذا كان $س=٢ن^{٢}+٣$ ، $ص=\sqrt{٣ن}$ ، $ن=١$

فان $\frac{ع ص}{ع س}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (ج) ٢ (د) ٦

الحل

$\therefore \frac{ع س}{ع ن}=٤ن$ ، $\frac{ع ص}{ع ن}=\frac{٣}{٢\sqrt{٣ن}}$

$\therefore \frac{ع ص}{ع س}=\frac{ع ص}{ع ن}\div\frac{ع س}{ع ن}$ $\therefore \frac{ع ص}{ع س}=\frac{٣}{٢\sqrt{٣ن}}\times\frac{١}{٤ن}=\frac{٣ن}{٨\sqrt{٣ن}}$

وعند $ن=١$ فان $\frac{ع ص}{ع س}=\frac{٣}{٨}$ ← الاجابة (أ)

(٦) اذا كان $ص=٢ن^{٣}+٧$ ، $ع=ن^{٢}-٤$ فان معدل تغير ص بالنسبة الى ع يساوى .....

(أ) ٢ن (ب) ٣ن (ج) ٦ (د) ١٢

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

الحل

$\therefore \frac{د ص}{د ن} = ٦ن^{٢}$ ، $\frac{د ع}{د ن} = ٢ن$ ← معدل تغير ص بالنسبة

الى ع هو $\frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د ن} \div \frac{د ع}{د ن} = ٣ن$ ← الإجابة (ب)

(٧) ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٣ طاس − قتاس

عند س = $\frac{٣\pi}{٤}$ هو .....

(أ) −٢ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) −٣

الحل

$\therefore \frac{د ص}{د س} = ٣ قا^{٢}س - (٢ قتاس × - قتاس ظتاس)$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = ٣ قا^{٢}س + ٢ قتاس ظتاس$ وعندما س = $\frac{٣\pi}{٤} = ١٣٥^{\circ}$

فان $\frac{د ص}{د س} = ٣ \times (-\sqrt{٢})^{٢} + ٢ \times -\sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = ٢$ ← الإجابة (د)

(٨) اذا كانت د(س) = ظتاس فإن د$'$($\frac{\pi}{٤}$) تساوى .....

(أ) $\frac{-٤}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (ج) ٤ (د) $\frac{٩}{٤}$

الحل

$\therefore$ د(س) = − قتاس $\therefore$ د$'$(س) = −[٢ قتاس × − قتاس ظتاس]

$\therefore$ د$'$(س) = ٢ قتاس ظتاس وعندما س = ٤٥$^{\circ}$ فان

د$'$(س) = ٢ × ١ × ٢ = ٤ ← الاجابة (د)

(٩) اذا كانت معادلة العمودى للمنحنى ص = د(س) عند النقطة (١، ٤) هى س + ٤ ص = ٥ فان د$'$(١) تساوى .....

(أ) $\frac{-١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) ٤ (د) −٤

@abdaqboowl

Scanned by CamScanner

∴ ميل العمودى عند س = ١ يساوى $\frac{-١}{٤}$

∴ ميل المماس عند س = ١ يساوى ٤

∴ ك(١) = ٤ ← الاجابه (ب)

(١٠) يتزايد طول نصف قطر دائرة بمعدل ٢ سم/ث وبمساحتها بمعدل ٢٠π سم²/ث فان طول نصف قطرها عند هذه اللحظة يساوى ..... سم

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ٢٠

الحل

∴ $\frac{ع نق}{ن ز}$ = ٢ سم/ث ، $\frac{ع ط}{ن ز}$ = ٢٠π سم²/ث ∴ ط = π نق²

∴ $\frac{ع ط}{ن ز}$ = $\frac{ع نق}{ن ز}$ × ٢π نق ∴ ٢٠π = ٢ × ٢π نق

∴ نق = ٥ سم ← الاجابة (ب)

(١١) اذا زاد طول نصف قطر دائرة بمعدل $\frac{١}{π}$ سم/ث فان محيط الدائرة يزداد بمعدل ..... سم/ث

(أ) $\frac{٢}{π}$ (ب) ٢ (ج) π (د) ٢π

الحل

∴ $\frac{ع نق}{ن ز}$ = $\frac{١}{π}$ سم/ث ∴ محيط الدائرة ل = ٢π نق

∴ $\frac{ع ل}{ن ز}$ = ٢π $\frac{ع نق}{ن ز}$ ∴ $\frac{ع ل}{ن ز}$ = ٢π × $\frac{١}{π}$ = ٢ ← الاجابة (ب)

(١٢) معدل تغير (٤ن³ + ٤) بالنسبة الى (٣ن² - ٢) يساوى .....

(أ) ٢ن (ب) $\frac{١}{٢ن}$ (ج) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

الحل

نفرض ص = ٤ن³ + ٤ ، س = ٣ن² - ٢

@abdagbouni

Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{ع ص}{ع ن} = ١٢ ن^{٢}$ $\quad \frac{ع س}{ع ن} = ٦ ن$

$\therefore \frac{ع ص}{ع س} = \frac{ع ص}{ع ن} \div \frac{ع س}{ع ن} = \frac{١٢ ن^{٢}}{٦ ن} = ٢ ن$ ← الاجابة (أ)

(١٣) المماس للمنحنى $ص = ٣ س^{٢} - ٥$ عند النقطة $(-١ ، ٢)$ يمر بالنقطة (أ) $(٥ ، ٢-)$ (ب) $(١ ، ٣)$ (ج) $(٤ ، ٢-)$ (د) $(٨ ، ٢٠)$

الحل

$\because م = \frac{ع ص}{ع س} = ٦ س$ وعند $س = ١$ فان $م = ٦$

∴ معادلة المماس هى $ص + ٢ = ٦ (س - ١)$

∴ النقطة التى تحقق معادلة المماس هى $(٥ ، ١)$ ← الاجابة (أ)

(١٤) $\lim_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{س})^{٢ س} =$ .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) هـ (د) هـ^{٢}

الحل

$\lim_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{س})^{٢ س} = \lim_{س \to \infty} [(١ + \frac{١}{س})^{س}]^{٢} = هـ^{٢}$

∴ الاجابة (د)

(١٥) $\lim_{س \to ٠} (١ + س)^{\frac{١}{٣ س}} =$ .....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) هـ^{٣} (ج) هـ$^{\frac{١}{٣}}$ (د) $\frac{هـ}{٤}$

الحل

$\therefore \lim_{س \to ٠} (١ + س)^{\frac{١}{٣ س}} = \lim_{س \to ٠} [(١ + س)^{\frac{١}{س}}]^{\frac{١}{٣}} = هـ^{\frac{١}{٣}}$

∴ الاجابة (د)

(١٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢^{س} - ١}{٣ س} =$ .....

(أ) ٣ لو$_{هـ}$ ٢ (ب) $\frac{١}{٣}$ لو$_{هـ}$ ٢ (ج) لو$_{هـ}$ ٣ (د) ٢ لو$_{هـ}$ ٣

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

∴ $\lim_{س \to 0} \frac{هـ^{س-1}}{س^3} = \frac{1}{3} \lim_{س \to 0} \frac{هـ^{س-1}}{س} = \frac{1}{3}$ لو$_{هـ}$ ٢

(١٧) $\lim_{س \to 1} \frac{\text{لو}_{هـ} س}{س-1} =$ .....

① صفر ② ١ ③ هـ ④ هـ$^{-1}$

$\lim_{س \to 1} \frac{\text{لو}_{هـ} س}{س-1} = \lim_{(س-1) \to 0} \frac{\text{لو}_{هـ}[(س-1)+1]}{(س-1)}$ الحل $= 1$

∴ الاجابة ②

(١٨) $\int$ ظاθ قاθ $d\theta$ = ...

① لو$_{هـ}$ |جاθ| + ث ② لو$_{هـ}$ |جتاθ| + ث

③ -لو$_{هـ}$ |جتاθ| + ث ④ لو$_{هـ}$ |قاθ + ظاθ| + ث

∵ $\int$ ظاθ قاθ $d\theta$ = $\int \frac{جا\theta}{جتا\theta} d\theta$ الحل $= -\int \frac{-جا\theta}{جتا\theta} d\theta$

$=$ - لو$_{هـ}$ |جتاθ| + ث ← ١ الاجابة ④

(١٩) اذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة د عند اى نقطة عليه يساوى $\frac{1}{س-2}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة (٠،٣) فان د(هـ^2+٢) = ...

① ٢ ② ٣ ③ لو$_{هـ}$ ٢ ④ لو$_{هـ}$ ٣

∵ $\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{س-2}$ ∴ ص = $\int \frac{1}{س-2} د س$ الحل

∴ ص = لو$_{هـ}$ |س-٢| + ث ← ١ ∵ (٠،٣) ∈ المنحنى

∴ صفر = لو$_{هـ}$ ١ + ث ∴ ث = صفر

∴ معادلة المنحنى هى ص = لو$_{هـ}$ |س-٢|

@abdagpowr

Scanned by CamScanner

∴ ق(هـ٢ + ٢) = لو_هـ ٢ = ٢ ← ∴ الاجابة (أ)

(٢٠) ∫ قا^٣ س ظا س دس = ...

(أ) ١/٤ قا^٤ س + ث (ب) ١/٣ قا^٣ س + ث

(ج) ١/٢ ظا^٢ س + ث (د) -١/٢ ظا^٢ س + ث

الحل

∴ ∫ قا^٣ س ظا س دس = ∫ قا س ظا س قا^٢ س دس

= ١/٣ قا^٣ س + ث ← الاجابة (ب)

(٢١) النسبة بين ميل المماس للمنحنى ص = لو_هـ ٣ ظا س + ١ وميل مماس المنحنى ص = لو_هـ ٥ ظا س + ١ عند س = ٠ هى .....

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ٣ (ج) ١ : ١ (د) لو_هـ ٣ : لو_هـ ٥

الحل

م_١ = ١ × ٣ / (ظا س + ١) قا^٢ س ، م_٢ = ١ × ٥ / (ظا س + ١) قا^٢ س × ١ / ٥ ظا س + ١

∴ م_١ = ١ / (١ + ٠) قا^٢ ٠ = ١ / (١ + ٠) ٢ = ١ ، م_٢ = ١ / (١ + ٠) ٢ = ١

∴ م_١ : م_٢ = ١ : ١

(٢٢) ∫ ٤ س هـ^{س^٢} دس = ...

(أ) ٢ هـ^{س^٢} + ث (ب) هـ^{س^٢} + ث (ج) ٢ هـ^{س^٢} + ث (د) ٤ هـ^{س^٢} + ث

الحل

∴ ∫ ٤ س هـ^{س^٢} دس = ٢ ∫ ٢ س هـ^{س^٢} دس

= ٢ هـ^{س^٢} + ث ← الاجابة (ج)

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

(٣٣) اذا كانت دَ(س) = س د(س) ، د(٣) = -٥
فان دَّ(٣) = ...

(أ) -٥٠ (ب) -٣٠ (ج) ١٥ (د) ٢٧

الحل

∵ دَ(س) = س د(س)

∴ دَّ(س) = س دَ(س) + د(س)

= س٢ د(س) + د(س) = (س٢ + ١) د(س)

∴ دَّ(٣) = (٩ + ١) د(٣) = ١٠ × -٥ = -٥٠

∴ الاجابة (أ)

(٣٤) ∫ ١ / (س لو٣ س) دس = ...

(أ) ٣ لو٣ |س| + ث (ب) لو٣ لو٣ |س| + ث

(ج) ١/٣ لو٣ |س| + ث (د) ١/٣ لو٣ لو٣ |س| + ث

الحل

∴ ∫ ١ / (س لو٣ س) دس = ∫ (١/س) / لو٣ س دس

= ١/٣ لو٣ لو٣ |س| + ث ← الاجابة (د)

(٣٥) اذا كانت د(س) = س٢ - ٣ لو٣ س فان دَ(٢) = ...

(أ) -١ (ب) ١ (ج) ٥/٢ (د) ٦

الحل

∴ دَ(س) = ٢س - ٣ × ٥/س ∴ دَ(س) = ٢س - ٣٠/س

∴ دَ(٢) = ٤ - ٣/٢ = ٥/٢ ← الاجابة (ج)

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

(٦) $\int س(س^2+3)^5 \, د س =$ .....

أ) $\frac{1}{2}(س^2+3)^6 + ث$ ب) $\frac{1}{12}(س^2+3)^6 + ث$

ج) $\frac{1}{4}(س^2+3)^4 + ث$ د) $\frac{1}{8}(س^2+3)^4 + ث$

الحل

$\therefore \int س(س^2+3)^5 \, د س = \frac{1}{2}\int 2س(س^2+3)^5 \, د س$

$= \frac{1}{2}\frac{(س^2+3)^6}{6} + ع = \frac{1}{12}(س^2+3)^6 + ث$ ← ب الاجابة

(٧) اذا كان $\int (2س-1) هـ^{3+س^2} \, د س = هـ^{3+س^2} - \int ع \, د ص$ فان

$\int ع \, د ص =$ .....

أ) $ع هـ^{3+س^2} + ث$ ب) $\frac{1}{2} هـ^{3+س^2} + ث$ ج) $- هـ^{3+س^2} + ث$ د) $\frac{-1}{2} هـ^{3+س^2} + ث$

الحل

$\therefore \int ع \, د ص = \int هـ^{3+س^2} \, 2س \, د س = هـ^{3+س^2} + ث$ ← أ الاجابة

(٨) $\int (3س+2) جاس \, د س =$ .....

أ) $(3س+2) جتاس + 3 جاس + ث$ ب) $-(3س+2) جتاس + 3 جاس + ث$

ج) $(3س+2) جتاس + 2 جاس + ث$ د) $-(س+1) جتاس - 2 جاس + ث$

الحل

$\int (3س+2) جاس \, د س$ $\quad$ $(3س+2)$ $\quad$ $جاس \, د س$

$3 \, د س$ ← $-جتاس$

$\therefore I = -(3س+2) جتاس + \int 3 جتاس \, د س$

$= -(3س+2) جتاس + 3 جاس + ث$ ← ب الاجابة

(٩) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (جاس + جتاس) \, د س =$ .....

أ) ٤ ب) ٢ ج) صفر د) π

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

* حاس دالة فردية ، حتاس دالة زوجية

∴ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\text{حاس} + \text{حتاس}) \, \text{دس} = \text{صفر} + 2 \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{حتاس} \, \text{دس}$

$= 2 [\text{حاس}]_{0}^{\frac{\pi}{4}} = 2$ ← الاجابة (ب)

(٣٠) اذا كان $\int_{1}^{3} د(س) \, دس = 5$ ، $\int_{3}^{1} ر(س) \, دس = 7$ فان

$\int_{1}^{3} (4 د(س) + ر(س) + 3) \, دس = \ldots\ldots$

(أ) -12 (ب) -7 (ج) 12 (د) 19

الحل

$\therefore \int_{1}^{3} د(س) \, دس = 5$ ، $\int_{3}^{1} ر(س) \, دس = 7$ ∴ $\int_{1}^{3} ر(س) \, دس = -7$

∴ المقدار $= 4 \int_{1}^{3} د(س) \, دس + \int_{3}^{1} ر(س) \, دس + \int_{1}^{3} 3 \, دس$

$= 4 \times 5 + (-7) + 3 [س]_{1}^{3}$

$= 20 - 7 + 3 (3 - 1) = 19$ ← الاجابة (د)

(٣١) اذا كان $\int_{3}^{5} د(س) \, دس = 8$ ، $\int_{3}^{4} 3 د(س) \, دس = 9$ فان

$\int_{4}^{5} د(س) \, دس = \ldots\ldots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٥

الحل

ب $\int_{3}^{5} د(س) \, دس = 8$ ∴ $\int_{3}^{5} د(س) \, دس = 4$ (ب)

ج $\int_{3}^{4} 3 د(س) \, دس = 9$ ∴ $\int_{3}^{4} د(س) \, دس = 3$ (ج)

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\therefore \int_{3}^{5} د(س) ءس = \int_{3}^{4} د(س) ءس + \int_{4}^{5} د(س) ءس$

$\therefore \quad ٤ = ٣ + \int_{4}^{5} د(س) ءس$

$\therefore \int_{4}^{5} د(س) ءس = ١ \quad \therefore \int_{4}^{5} ٥\, د(س) ءس = ٥$ ← الاجابة ④

(٣٢) اذا كانت $\int_{1}^{2} د(س) ءس = ٩$ ، $\int_{1}^{6} د(س) ءس = -٧$

فان $\int_{1}^{6} د(س) ءس =$ ---- ⓐ ٢ ⓑ ٨ ⓒ ١٦ ⓓ -٦٣

الحل

ب $\int_{2}^{6} د(س) ءس = -٧ \quad \therefore \int_{2}^{6} د(س) ءس = ٧$

ب $\int_{1}^{6} د(س) ءس = \int_{1}^{2} د(س) ءس + \int_{2}^{6} د(س) ءس$

$= ٩ + (-٧) = ١٦$ ← الاجابة ⓒ

(٣٣) $\int_{-2}^{2} |س| ءس =$ ----

ⓐ -٤ ⓑ صفر ⓒ ٢ ⓓ ٤

الحل

ب لدالة زوجية $\therefore \int_{-2}^{2} |س| ءس = ٢ \int_{0}^{2} س ءس$

$\therefore \int_{-2}^{2} |س| ءس = ٢ \left[\frac{١}{٢} س^{٢}\right]_{0}^{2} = ٤$ ← الاجابة ④

(٣٤) $\int_{-1}^{3} |٣س - ٤| ءس =$ ----

ⓐ -٧٢ ⓑ -٤٠ ⓒ ٤٠ ⓓ ٧٢

الحل

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

ب $د(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ١٢س & س \leq ٤ \\ -٣س^{٢} + ١٢س & س > ٤ \end{cases}$

$\int_{-١}^{٣} د(س)\,دس = \int_{-١}^{٣} (-٣س^{٢} + ١٢س)\,دس$

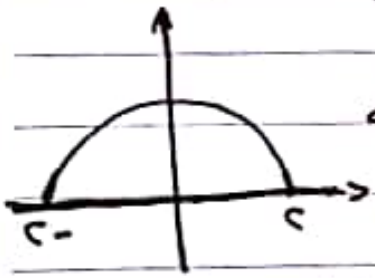
$= \left[-س^{٣} + ٦س^{٢} \right]_{-١}^{٣} = ٢٧ - ٧ = ٢٠$ ← الإجابة (ب)

(٣٥) مساحة المنطقة المحدة بالمنحنى ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ومحور السينات مقدرة بالوحدات المربعة تساوى .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٢π (د) ٤π

الحل

ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ∴ $س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها = ٢

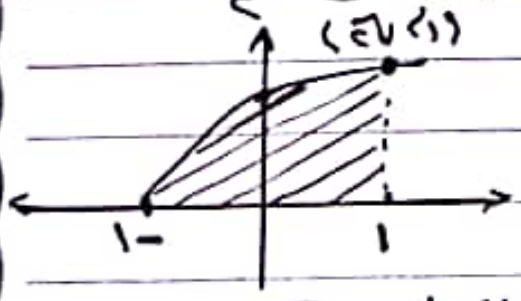


المساحة = $\frac{١}{٢}$ π $نق^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ π $٢^{٢}$ = ٢π وحدة مربعة

الإجابة (ب)

(٣٦) حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحدة بالمنحنى ص = $\sqrt{س + ١}$ والمستقيمات ص = ٠ ، س = -١ ، س = ١ حول محور السينات تساوى ..... وحدة حجم

(أ) π (ب) $\frac{٣\pi}{٢}$ (ج) ٢π (د) $\frac{٥\pi}{٢}$



الحل

$ح = \pi \int_{-١}^{١} ص^{٢}\,دس$

$= \pi \int_{-١}^{١} (س + ١)\,دس$

$= \pi \left[\frac{١}{٢} س^{٢} + س \right]_{-١}^{١} = ٢\pi$

∴ الإجابة (ب)

@abdagboul

Scanned by CamScanner

(٣٧) مساحة المنطقة المحددة بالمستقيمات ص = ٢س - ٣
ص = س + ١ ، س = ٢ تساوى .....
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $\frac{9}{2}$ (د) ٦

الحل

∴ ص$_1$ = ٢س - ٣ ، ص$_2$ = س + ١ ، حل المعادلتين معاً
∴ ٢س - ٣ = س + ١ ∴ س = ٤ ← ①
∴ ص$_2$ > ص$_1$
∴ المساحة = $\int_{2}^{4}$ (ص$_2$ - ص$_1$) دس

∴ م = $\int_{2}^{4}$ (-س + ٤) دس = $\left[-\frac{1}{2}س^2 + ٤س\right]_{2}^{4}$

∴ م = (-٨ + ١٦) - (-٢ + ٨) = ٨ - ٦ = ٢ الإجابة (أ)

(٣٨) يكون للدالة د قيمة صغرى محلية اذا كانت د(س) = ...
(أ) ٢س - ١ (ب) س^2 + ١ (ج) س^3 (د) - س^3

الحل

د(س) = س^2 + ١ دالة قطع مكافئ مفتوح لاعلى ← الإجابة (ب)

(٣٩) منحنى الدالة د محدباً لاسفل فى ح اذا كانت د(س) = ...
(أ) ٣ + س^2 (ب) ٣ + س^3 (ج) ٣ - س^4 (د) ٣ + س^4

الحل

∴ المنحنى يكون محدباً لاسفل عندما تكون د(س) > ٠ لكل س ∈ ح
∴ د(س) = ٣ + س^2 ← الاجابة (أ)

(٤٠) اذا كان لمنحنى الدالة د نقطة انقلاب عند س = ٢ حيث
د(س) = س^3 + ك س^2 + ٤ فان قيمة ك = ...
(أ) -٦ (ب) -٣ (ج) ٣ (د) ٦

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

∵ د(س) = ٣س٢ + ٢ك س ، د'(س) = ٦س + ٢ك

∵ عند س = ٢ توجد نقطة انقلاب ∴ د'(٢) = ٠

∴ ١٢ + ٢ك = ٠ منها ك = -٦ ← الإجابة (أ)

(٤١) أكبر قيمة للمقدار ٨س - س٢ حيث س ∈ ح هى .....

(أ) ٨ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٦٤

الحل

نفرض أن د(س) = ٨س - س٢ ∴ د'(س) = ٨ - ٢س

∴ د'(س) = ٠ عندما س = ٤ ← (١)

∵ د''(س) = -٢ < ٠ ∴ عندما س = ٤ المقدار أكبر ما يمكن

∴ أكبر قيمة للمقدار = د(٤) = ٣٢ - ١٦ = ١٦ ← الإجابة (ب)

(٤٢) إذا كان منحنى الدالة د حيث د(س) = أ س٣ - ٣س٢ + ب

له نقطة انقلاب اضافية (٢، ٤) فإن ب - أ = ...

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ١

الحل

∵ د'(س) = ٣أ س٢ - ٦س د''(س) = ٦أ س - ٦

د'(س) = ٠ عند س = ١ ∴ ٦أ - ٦ = ٠ منها أ = ١

∴ د(س) = س٣ - ٣س٢ + ب ∴ (٢، ٤) ∈ المنحنى

∴ ١ - ٣ + ب = ٣ منها ب = ٥ ∴ ب - أ = ٤ ← الإجابة (ب)

(٤٣) جسم الجسر الناشئ عن دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين ص = ظا٥ و ص = قا٥ والمستقيمين س = $\frac{\pi}{4}$ ، س = $\frac{\pi}{3}$ دورة كاملة حول محور السينات مقدراً بالوحدات المكعبة = ...

(أ) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{5}$ (د) π

الحل

@abdlagbowi

Scanned by CamScanner

$\div$ $ص_1 = ظا\theta$ ، $ص_2 = قا\theta$ وبفرض أن $ص_1 = ص_2$

$\therefore \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{1}{جتا\theta}$ $\therefore جا\theta = 1$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{2} \notin [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

$\therefore جتا\theta = 0$

$\because ص_2 > ص_1$ $\therefore ع = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (ص_2 - ص_1)\, د\theta$

$\therefore ع = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (قا^2\theta - ظا^2\theta)\, د\theta = [\theta]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$

$\therefore ع = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$ ← الاجابة (أ)

(٤٤) $\int (1+س^2)^{س^2+3}$ هـ $د س = ...$ + ث

(أ) $(1+س^2)^{س^2+3}$ هـ (ب) $س$ هـ$^{س^2+3}$ (ج) $\frac{س}{2}$ هـ$^{س^2+3}$ (د) $\frac{1+س^2}{2}$ هـ$^{س^2+3}$

$\therefore I = \int (1+س^2)^{س^2+3}$ هـ $س د س$

$\leftarrow$ $2 د س = د$ ($س^2+1$) هـ$^{س^2+3}$ هـ $د$

$\therefore I = \frac{1}{2} \int$ هـ$^{س^2+3}$ هـ $د$

$= \frac{1}{2}$ هـ$^{س^2+3}$ + ث

$= س$ هـ$^{س^2+3}$ + ث ← الاجابة (ب)

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

ثانياً الأسئلة الموضوعية :-

(١) إذا كان $هـ^{س ص} - س^{٢} + ص^{٣} = ٠$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٠

الحل

$\therefore (س \frac{د ص}{د س} + ص) هـ^{س ص} - ٢س + ٣ص^{٢} \frac{د ص}{د س} = ٠$ ← ①

$\therefore$ عند س = ٠ فإن معادلة المنحنى $هـ^{صفر} - صفر + ص^{٣} = ٠$

$\therefore$ عند س = ٠ فإن ص = -١ بالتعويض في ①

$\therefore (صفر - ١) هـ^{صفر} - صفر + ٣ \frac{د ص}{د س} = ٠$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣}$

(٢) أوجد معادلة العمودي للمنحنى

س = جتا θ ، ص = ظا θ + قا θ عند $\theta = \frac{\pi}{٤}$

الحل

$\therefore \frac{د ص}{د \theta} = جتا^{٢} \theta$ ، $\frac{د س}{د \theta} = -جا \theta$

$\therefore م = \frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د \theta} \div \frac{د س}{د \theta}$ ، $\therefore م = -ظتا \theta$ ←

وعندما $\theta = \frac{\pi}{٤}$ فإن $م = -ظتا ٤٥^{\circ} = -١$ ← ①

$\therefore$ عندما $\theta = \frac{\pi}{٤}$ فإن $س = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ص = \sqrt{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\therefore م = -١$ ونقطة التماس $(\frac{١}{\sqrt{٢}} ، \sqrt{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}})$

$\therefore$ ميل العمودي = ١

$\therefore$ معادلة العمودي $ص - \sqrt{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}} = ١ \times (س - \frac{١}{\sqrt{٢}})$

$\therefore س - ص + \sqrt{٢} = ٠$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(٣) مثلث قائم الزاوية فى لحظة ما كان طولا ضلعى القائمة ٦ سم ، ٣٠ سم فاذا كان طول الضلع الاول يتزايد بمعدل $\frac{1}{3}$ سم/د وطول الضلع الثانى يتناقص بمعدل ١ سم/د أوجد
(i) معدل التزايد فى مساحة المثلث بعد ٣ دقائق
(ii) الزمن الذى بعده يتوقف تزايد مساحة المثلث

الحل

نفرض أن ضلعى القائمة هما $(٦ + \frac{1}{3}ن)$ ، $(٣٠ - ن)$ عند أى لحظة

ب م $= \frac{1}{2}$ $(٦ + \frac{1}{3}ن)(٣٠ - ن)$ ∴ م $= (٦ + \frac{1}{3}ن)(١٥ - \frac{1}{2}ن)$

∴ م $= ٩٠ - ٣ن + ٥ن - \frac{1}{6}ن^{٢}$ ∴ $\frac{ع م}{ع ن} = ٢ن - \frac{1}{3}ن^{٢}$

وعندما ن $= ٣$ فإن $\frac{ع م}{ع ن} = ١$ سم^{٢}/د ← أولاً

(ii) تتوقف تزايد المساحة عندما $\frac{ع م}{ع ن} = ٠$ ∴ ن $= ٦$ دقائق

(٤) يتزايد حجم مكعب بانتظام بحيث يظل محتفظاً بشكله بمعدل ٧٢ سم^{٣}/د أوجد معدل الزيادة فى مساحة أوجهه عند اللحظة التى يكون فيها طول حرفه ٣ سم

الحل

نفرض طول حرف المكعب = س ∴ ح $= س^{٣}$

∴ $\frac{ع ح}{ع ن} = ٧٢$ سم^{٣}/د ∴ $٧٢ = ٣س^{٢} \frac{ع س}{ع ن}$

وعندما س $= ٣$ ← ∴ $\frac{ع س}{ع ن} = \frac{٧٢}{٢٧} = ١$ سم/د

ب م $= ٦س^{٢}$ ∴ $\frac{ع م}{ع ن} = ١٢س \frac{ع س}{ع ن}$

∴ س $= ٣$ سم ، $\frac{ع س}{ع ن} = ١$ سم/د

∴ $\frac{ع م}{ع ن} = ٣٦$ سم^{٢}/د معدل زيادة مساحة الاوجه الستة

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

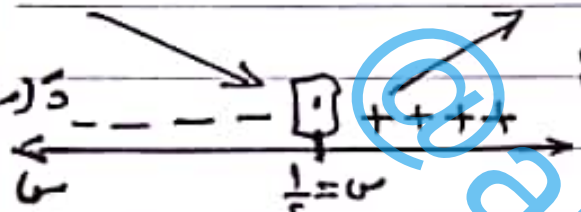
(٥) اذا كانت ف بعد النقطة (١، ٠) عن النقطة (س، ص) الواقعة على المنحنى ص = √س فاوجد إحداثيات النقطة (س، ص) التى تكون عندها المسافة ف أصغر ما يمكن

الحل

∵ ف² = (س - ١)² + ص² ∴ ف² = س² - ٢س + ١ + س

∴ ف² = س² - س + ١ ∴ ف = √(س² - س + ١)

∴ ف' = (٢س - ١) / (٢√(س² - س + ١)) ∴ ف' = ٠ عندما س = ١/٢



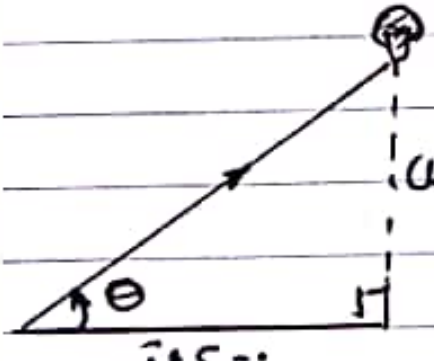
∴ عند س = ١/٢ فان ف أصغر ما يمكن

∵ س = ١/٢ ∴ ص = ١/√٢

∴ النقطة هى (١/٢ ، ١/√٢)

(٦) يرتفع بالون رأسيا لاعلى بمعدل ثابت قدره ٨٠ م/دقيقة فاذا تم رصد البالون من شاهد على الارض يبعد ٢٠٠ م عن موقع اطلاق البالون . أوجد معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد له عندما يكون البالون على ارتفاع ٢٠٠ م

الحل



∵ دص/دن = ٨٠ م/دقيقة

∴ ظا θ = ص/٢٠٠ باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن

∴ قا² θ × دθ/دن = ١/٢٠٠ × دص/دن ← ①

وعندما يكون ص = ٢٠٠ فان ظا θ = ١ ∴ θ = ٤٥°

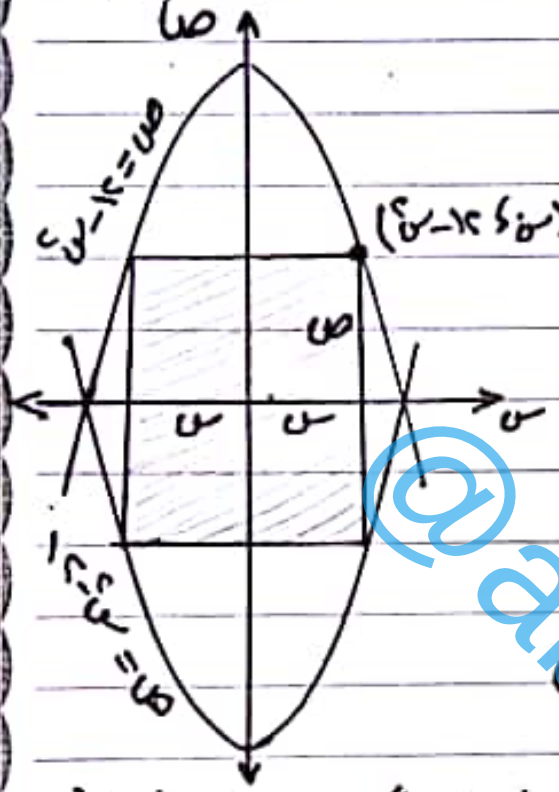
بالتعويض فى ① ∴ ٢ × دθ/دن = ١/٢٠٠ × ٨٠ ∴ دθ/دن = ٠,٧ راد/د

@abdalgbowl

Scanned by CamScanner

(٧) رسم مستطيل بحيث تقع رأسان متجاوران منه على المنحنى ص = ١٢ - س٢ والرأسان الآخران على المحور س
ص = ١٢ - س٢ احسب أكبر مساحة لهذا المستطيل

الحل



من هندسة الشكل نجد أن
مساحة المستطيل = ٢ × س × ص
حيث ص = ١٢ - س٢
∴ م = ٢ س (١٢ - س٢)
∴ م = ٢٤ س - ٢ س٣ ← ①

∴ م' = ٢٤ - ٦ س٢
عندما م' = ٠ ، عندما س٢ = ٤
∴ م' = ٠ ، عندما س = ٢ ، س = -٢ مرفوض

∴ م'' = -١٢ س
∴ عندما س = ٢ فإن م'' = -٢٤ < صفر
∴ عندما س = ٢ المساحة أكبر ما يمكن بالقوس ①
∴ أكبر مساحة = ٢ × ٢٤ - ٢ × ٨ = ٦٤ وحدة مربعة

(٨) إذا كان ص = هـ^س جتاس أثبت أن د٢ص/دس٢ + ٢ص = ٠

الحل

∴ ص = هـ^س جتاس ∴ دص/دس = هـ^س × -حاس + هـ^س جتاس

∴ دص/دس = ص - هـ^س حاس ← ① بالاشتقاق مرة أخرى

∴ د٢ص/دس٢ = ص - هـ^س حاس - [هـ^س جتاس + هـ^س حاس]
= -٢ هـ^س حاس ← ② بالاشتقاق مرة أخرى

@abdaqbown

Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{د^3 ص}{د س^3} = -2 [هـ^س جتاس + هـ^س ماس]$

$\therefore \frac{د^3 ص}{د س^3} = -2 [ص + هـ^س ماس]$ بالاشتقاق مرة أخرى

$\therefore \frac{د^4 ص}{د س^4} = -2 [ص - هـ^س ماس + هـ^س جتاس + هـ^س ماس]$

$\therefore \frac{د^4 ص}{د س^4} = -2 [ص 2]$ $\therefore \frac{د^4 ص}{د س^4} + 4 ص = صفر$

(٩) إذا كانت د(س) = $س^3 - 6 س^2 + 9 س - 1$

(أ) عين فترات التزايد والتناقص للدالة

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة [٠، ٢]

الحل

$\therefore د(س) = س^3 - 6 س^2 + 9 س - 1$ $\therefore د'(س) = 3 س^2 - 12 س + 9$

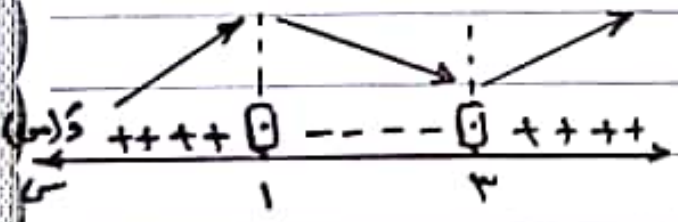
$\therefore د'(س) = 3 (س - 3)(س - 1)$

$\therefore د'(س) = 0$ عندما $س = 3$ ، $س = 1$ ← (1)

$\therefore$ الدالة تزايدية في الفترتين

$]-\infty، 1[$ ، $]3، \infty[$

وتناقصية في الفترة $]1، 3[$



(ب) من (1) $د'(س) = 0$ عندما $س = 3 \notin [0، 2]$ ليست نقطة حرجة

$س = 1 \in [0، 2]$ نقطة حرجة

$\therefore$ النقط الحرجة عند $س = 1$

$\therefore د(1) = 1 - 6 + 9 - 1 = 3$

$د(0) = -1$ $د(2) = 8 - 24 + 18 - 1 = 1$

$\therefore$ القيمة العظمى المطلقة = 3 وتبلغها الدالة عند $س = 1$

$\therefore$ القيمة الصغرى المطلقة = -1 وتبلغها الدالة عند $س = 0$

@abdagabowi

Scanned by CamScanner

(١٠) اوجد معادلة المنحنى الذى يمر بالنقطة (هـ ، ٥هـ + ٧) وميل المماس له عند اى نقطة (س ، ص) هو $\frac{٥س+٣}{س}$

الحل

$\therefore \frac{ء ص}{ء س} = \frac{٥س+٣}{س}$ $\therefore \frac{ء ص}{ء س} = ٥ + \frac{٣}{س}$ ← ①

بالتكامل بالنسبة لـ س $\therefore$ ص = ٥س + ٣ لو$_{هـ}$ |س| + ث

$\therefore$ (هـ ، ٥هـ + ٧) ∈ المنحنى

$\therefore$ ٥هـ + ٣ لو$_{هـ}$ هـ + ث = ٥هـ + ٧ منها ث = ٤

$\therefore$ معادلة المنحنى هى ص = ٥س + ٣ لو$_{هـ}$ |س| + ٤

(١١) أوجد معادلة المنحنى ص = د(س) اذا كانت

د'(س) = ٢س + ب وله نقطة انقلاب عند (٠ ، ٠)

وقيمة عظمى عند (-٢ ، ٦)

الحل

$\therefore$ المنحنى له نقطة انقلاب عند س = ٠ $\therefore$ د'(٠) = ٠

$\therefore$ ٢ × صفر + ب = ٠ منها ب = صفر

$\therefore$ د'(س) = ٢س ← ① بتكامل الطرفين بالنسبة لـ س

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٢}$ ٢س^{٢} + ث ← ②

$\therefore$ المنحنى له قيمة عظمى عند س = -٢ $\therefore$ د'(-٢) = ٠

$\therefore$ بالتعويض فى ① ينتج ٢ × -٢ + ث = ٠ منها ث = -٢٢

$\therefore$ د'(س) = $\frac{١}{٢}$ ٢س^{٢} - ٢٢ ← ③ بتكامل الطرفين

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٣}$ ٢س^{٣} - ٢٢س + ث ← ④

$\therefore$ (٠ ، ٠) ∈ المنحنى بالتعويض فى ④ ينتج ث = ٠

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٣}$ ٢س^{٣} - ٢٢س ← ⑤

$\therefore$ (-٢ ، ١٦) ∈ المنحنى بالتعويض فى ⑤

@abdagpowl

Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{-8}{6}p + 4p = 16 \quad \therefore p - \frac{1}{3}p = 4$

$\therefore p = 6$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى $ص = س^3 - 12س$

(١٢) اذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة يساوى $جا^2ص \, جاس$ اوجد معادلة المنحنى علما بانه يمر بالنقطة $(0 ، \frac{\pi}{4})$

الحل

$\therefore \frac{د ص}{د س} = جا^2ص \, جاس \quad \therefore \frac{1}{جا^2ص} د ص = جاس \, د س$

$\therefore$ قتا^{2}ص $د ص = جاس \, د س$ بتكامل الطرفين

$\therefore - ظتاص = - جتاس + ث$

$\therefore ظتاص = جتاس + ث$ ---①

$\therefore (0 ، \frac{\pi}{4})$ ∈ المنحنى بالتعويض فى ①

$\therefore 1 = 1 + ث \quad \therefore ث = صفر$

$\therefore$ معادلة المنحنى هى ظتاص = جتاس

(١٣) اوجد $\lim_{س \to \infty} \left(\frac{2س - 1}{2س + 1} \right)^{س^2}$

الحل

$\therefore \lim_{س \to \infty} د(س) = \lim_{س \to \infty} \left(1 + \frac{-2}{1 + 2س} \right)^{س^2}$ ---①

نفرض أن $ص = \frac{-2}{1 + 2س} \quad \therefore 2س = -1 - \frac{2}{ص}$

عندما $س \to \infty$ فان $ص \to 0$

$\therefore \lim_{س \to \infty} د(س) = \lim_{ص \to 0} (1 + ص)^{-\frac{1}{ص} - 1}$

$= ه^{-2} = \frac{1}{ه^2}$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٣) اوجد (i) $\int \frac{هـ^{س}}{1+هـ^{س}}\,د س$ (ii) $\int \frac{س^{2}}{\sqrt{1-س^{6}}}\,د س$

الحل

(i) $\int \frac{هـ^{س}}{1+هـ^{س}}\,د س = \int \frac{د(س)}{(س)}$ $\therefore$ $د س = لو_{هـ}|1+هـ^{س}| + ث$

(ii) بفرض أن $ع = س^{3}$ $\therefore$ $د ع = 3 س^{2}\,د س$ $\therefore$ $د س = \frac{د ع}{3 س^{2}}$ ← (1)

$\therefore$ $س^{3} = ع$ $\therefore$ $س^{2} = \frac{1}{4}(ع^{2}+2ع+1)$

$\therefore \int \frac{س^{2}}{\sqrt{1-س^{6}}}\,د س = \int \frac{\frac{1}{4}(ع^{2}+2ع+1)}{ع} \times د ع$

$= \frac{1}{4}\int (ع^{2}+2ع+1)\,ع^{-\frac{1}{2}}\,د ع$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{2}{5}ع^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}ع^{\frac{3}{2}} + 2ع^{\frac{1}{2}}\right] + ث$

$= \frac{1}{10}(س^{3})^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{6}(س^{3})^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}(س^{3})^{\frac{1}{2}} + ث$

(١٤) اوجد (i) $\lim_{س \to 0} \frac{هـ^{س}-1}{س}$ (ii) $\int \frac{5س}{\sqrt{1-3س^{2}}}\,د س$

الحل

(i) $\therefore \lim_{س \to 0} د(س) = \lim_{س \to 0} \frac{هـ^{س}-1}{س} = لو_{هـ} هـ = 1$

(ii) $\therefore \int \frac{5س}{\sqrt{1-3س^{2}}}\,د س = \frac{5}{6}\int \frac{6س}{\sqrt{1-3س^{2}}}\,د س$

$= \frac{5}{6}\int \frac{د(س)}{د(س)}\,د س = \frac{5}{6} لو_{هـ}|1-3س^{2}| + ث$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٥) أوجد (أ) $\int (٣س^{٢} - ٤هـ^{س}) دس$ (ب) $\int \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}} دس$

الحل

(أ) $\because \int (٣س^{٢} - ٤هـ^{س}) دس = \int ٣س^{٢} دس - ٤ \int هـ^{س} دس$

$= س^{٣} - ٤هـ^{س} + ث$

(ب) $\because \int \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}} دس = \int (س+٣-٤)(س+٣)^{-\frac{١}{٢}} دس$

$= \int (س+٣)^{\frac{١}{٢}} دس - ٤ \int (س+٣)^{-\frac{١}{٢}} دس$

$= \frac{٢}{٣}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} - ٨(س+٣)^{\frac{١}{٢}} + ث$

(١٦) أوجد (أ) $\int س(٢س-١)^{٣} دس$ (ب) $\int س هـ^{-٢س} دس$

الحل

(أ) $\because \int س(٢س-١)^{٣} دس = \frac{١}{٢} \int (٢س-١+١)(٢س-١)^{٣} دس$

$= \frac{١}{٢}\left[\int (٢س-١)^{٤} دس + \int (٢س-١)^{٣} دس\right]$

$= \frac{١}{١٠}(٢س-١)^{٥} + \frac{١}{٨}(٢س-١)^{٤} + ث$

(ب) $\because \int س هـ^{-٢س} دس$

$س \to$ $دس \to$ $هـ^{-٢س}$

$\therefore I = -\frac{١}{٢} س هـ^{-٢س} + \int \frac{١}{٢} هـ^{-٢س} دس$

$= -\frac{١}{٢} س هـ^{-٢س} - \frac{١}{٤} هـ^{-٢س} + ث$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٧) اوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين

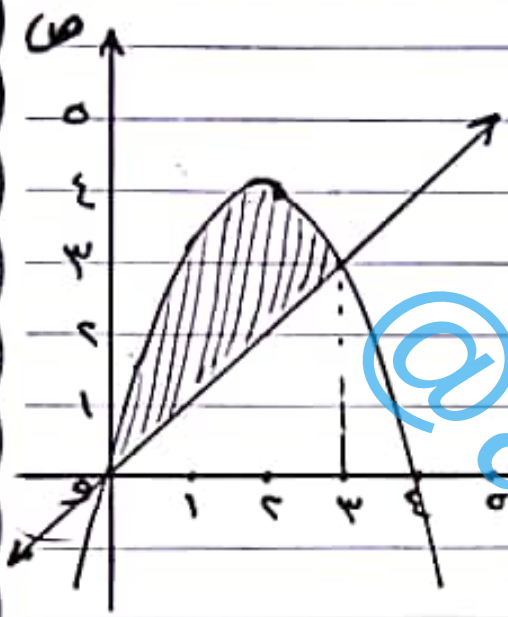
$س - ص = ٠$ $ص = ٤س - س^{٢}$؟

الحل

$\therefore ص_{١} = س$ $ص_{٢} = ٤س - س^{٢}$ وبحل المعادلتين معاً

$\therefore س = ٤س - س^{٢}$ $\therefore س(س-٣) = ٠$

$\therefore س = ٠$ ، $س = ٣$



$\therefore ص_{٢} > ص_{١}$

$\therefore م = \int_{٠}^{٣} (ص_{٢} - ص_{١}) د س$

$\therefore م = \int_{٠}^{٣} (٣س - س^{٢}) د س$

$\therefore م = \left[\frac{٣}{٢} س^{٢} - \frac{١}{٣} س^{٣} \right]_{٠}^{٣}$

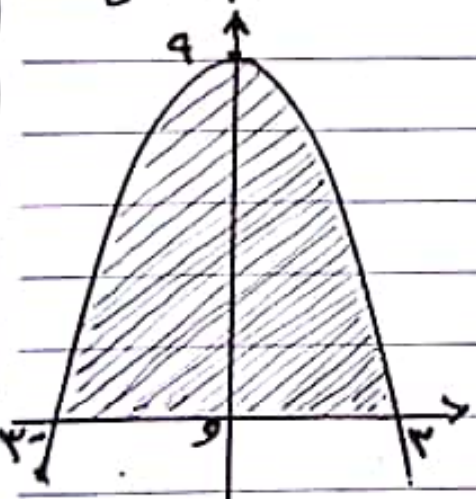
$\therefore م = \frac{٢٧}{٢} - ٩ = ٤٫٥$ وحدة مربعة

(١٨) اوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى $ص = ٩ - س^{٢}$ ومحور السينات

الحل

بوضع $٩ - س^{٢} = ٠$

$\therefore س = \pm ٣$



$\therefore م = \int_{-٣}^{٣} (٩ - س^{٢}) د س$

$\therefore م = ٢ \int_{٠}^{٣} (٩ - س^{٢}) د س = ٢ \left[٩س - \frac{١}{٣} س^{٣} \right]_{٠}^{٣}$

$\therefore م = ٢ (٢٧ - ٩) = ٣٦$ وحدة مساحة

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٩) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين
$ص + س^2 = 6$ ، $ص + 2س - 3 = 0$

الحل

$\therefore ص_1 = 6 - س^2$ ، $ص_2 = 3 - 2س$ بحل المعادلتين

$\therefore 6 - س^2 = 3 - 2س$ $\therefore س^2 - 2س - 3 = 0$

$\therefore (س - 3)(س + 1) = 0$ $\therefore س = -1$ ، $س = 3$

$\therefore ص_1 > ص_2$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (ص_1 - ص_2)\, د س$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (6 - س^2 - 3 + 2س)\, د س$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (3 + 2س - س^2)\, د س$

$\therefore م = [3س + س^2 - \frac{1}{3}س^3]_{-1}^{3}$

$\therefore م = (9 + 9 - 9) - (-3 + 1 + \frac{1}{3})$

$\therefore م = 10\frac{2}{3}$ وحدة مساحة

(٢٠) اوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بين منحنى $ص = س^2$ والمستقيمات $س = 0$ ، $س = 2$ دورة كاملة حول محور الصادات

الحل

$\because ص = س^2 \leftarrow \therefore س_1^2 = ص$

$\because س = 2 \leftarrow \therefore س_2^2 = 4$

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{4} (س_2^2 - س_1^2)\, د ص$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{4} (4 - ص)\, د ص$

$\therefore ح = \pi [4ص - \frac{1}{2} ص^2]_{0}^{4}$ $\therefore ح = 8\pi$ وحدة حجم

(١٤) أوجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $ص = س^2$ ، $ص = \sqrt{س}$ دورة كاملة حول محور ص

الحل

$\because ص = س^2 \quad \therefore س_1^2 = ص$ ← ①

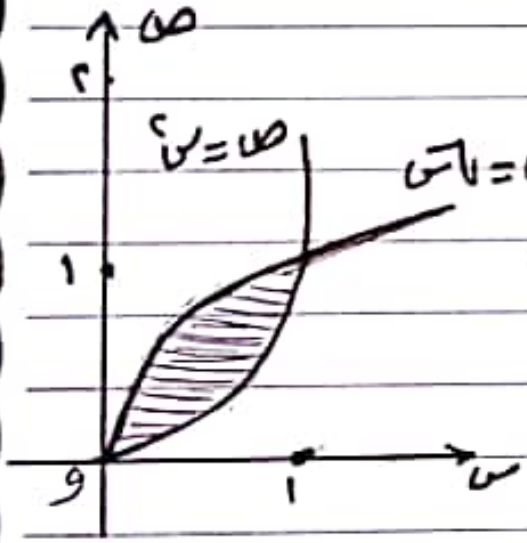
$\because ص = \sqrt{س} \quad \therefore س_2 = ص^2$ ← ②

إيجاد نقط التقاطع بحل المعادلتين معاً

$\therefore س^2 = \sqrt{س} \quad \therefore س^4 = س \quad \therefore س(س^3 - 1) = 0$

$\therefore س = 0$ منها $ص = 0$

$س = 1$ منها $ص = 1$



$\therefore س_1 > س_2$

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{1} (س_1^2 - س_2^2)\, د ص$

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{1} (ص - ص^4)\, د ص$

$\therefore ح = \pi [\frac{1}{2} ص^2 - \frac{1}{5} ص^5]_{0}^{1}$

$ح = \pi (\frac{1}{2} - \frac{1}{5})$

$\therefore ح = \frac{3}{10} \pi$ وحدة حجم

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

بشرى سارة

اقتني نسختك من كتب سلسلة الابداع

مميزات السلسلة:

1-أحدث نماذج اختبارات القبول لجامعات صنعاء- تعز- اب- ذمار- عمران- عدن، لجميع الكليات الطبية والعلمية(هندسة- حاسوب- تجارة) .2- حلول النماذج من قبل دكاترة ومعيدي جامعة صنعاء ومنفصلة عن الأسئلة نهاية الكتاب.

3- تحتوي على ملخصات قيمة لمواد اختبار القبول. 4- تدرس في العديد من المراكز التدريبية بأمانة العاصمة.

5- تحتوي على أسس ومعايير القبول للكليات. 6- تحتوي على خطوات التنسيق والتسجيل بالجامعات.



@abdulgbowl

نقاط البيع:

- صنعاء (مكتبة دار الفكر بوابة جامعة صنعاء جوار ايلول- كشك الجامعة- مكتبة الوسطية- كشك السنينة- كشك الوحدة التحرير-كشك الثقافة بالتحرير جوار مدرسة جمال- مكتبة التعليم العالي جامعة21سبتمبر- مجمع زاد التجاري)
- أب - مكتبة العالمية – شارع العدين جوار كلية التربية.
- للطلب للمحافظات او المكتبات التواصل على الرقم 770056229

سجل االالان

نتمنى لطلبتنا الأعزاء التوفيق والامتياز بالثانوية العامة ونحيطكم علماً بأن فريق إعداد كتب سلسلة الابداع يقيم البرنامج التأهيلي لاجتياز اختبار القبول الجامعي للكليات الطبية(بشري-اسنان- صيدلة- مختبرات- تمريض) والعلمية(الهندسة- الحاسوب –التجارة)

مميزات البرنامج:

1- كادر تدريسي ذو كفأه وخبرة من دكاترة ومعيدي جامعة صنعاء ومدرسي ثانوية جمال عبدالناصر والكويت.

2- حصول طلبة البرنامج على المقاعد الأولى بالكليات الطبية والعلمية للأعوام السابقة.

3- تدريس المفاهيم والمواضيع الهامة لاختبارات القبول بالإضافة إلى اساسيات الجامعة وكتب الثانوية المقررة بالاختبار.

4- حلول نماذج الاختبارات للأعوام السابقة والحصول عليها مع الملخصات مجاناً.

5- اختبارات تجريبية نهاية البرنامج.

6- يوجد برنامج خاص لتأهيل الطلبة بمادة اللغة الإنجليزية عبارة عن ثلاث دورات مكثفة تأهلك لاجتياز اختبار المادة.

7- توجد مجموعات بالتلجرام والوتس خاصة لطلبة البرنامج تنزل فيها المحاضرات والنماذج ومناقشتها.

للتسجيل والاشتراك بقنوات التلجرام والوتس التواصل على الأرقام(777917375 – 770056229)

يقام البرنامج بالعديد من المراكز التدريبية بأمانة العاصمة

من الكادر التدريسي للبرنامج:

-د/ قيس الصباحي -جامعة صنعاء . د/ إبراهيم المعمري- جامعة صنعاء. د/ يوسف النمر-جامعة صنعاء- جمال سابقاً

د/ حاكمة الهبوب- جامعة صنعاء. د/ أسماء قائد- جامعة صنعاء. أ. شائع فرحان- ثانوية الكويت.

أ. أمين الغيلي- ثانوية جمال عبدالناصر. أ. أسماء رسام- جامعة صنعاء

@abdagbawi