مسائل محلولة

أ. وفاء ابراهيم احمد

مثال 1

Classwork

اذا كان هنالك ثلاثة مكثفات C_1, C_2, C_3 بكم طريقة مختلفة يمكن توصيل هذه المكثفات موضحا اجابتك بالرسم.

مثال2

1. ماهي الشحنة على كل لوح لمكثف سعته $4\mu F$ اذا تم توصيله ببطارية فرق الجهد بين طرفيها $12V$. 2. اذا تم توصيل هذا المكثف ببطارية فرق الجهد لها $1.5V$ ماهي الشحنة المخزنة على كل لوح.

الحل: 1.

$$Q = C\Delta V$$

$$Q = 4 \times 10^{-6} \times 12 = 48 \times 10^{-6} = 48\mu C$$

2.

$$Q = 4 \times 10^{-6} \times 1.5 = 6 \times 10^{-6} = 6\mu C$$

مثال 3

لوحان يحملان شحنتان $+10\mu C, -10\mu C$ فرق الجهد بينهما $10V$. اوجد 1. السعة. 2. ماهو فرق الجهد اذا زادت الشحنة على كل لوح الى $+100\mu C, -100\mu C$.

الحل: 1.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{10 \times 10^{-6}}{10} = 1 \times 10^{-6} = 1\mu F$$

.2

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{100 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-6}} = 100V$$

مثال 4

كرة مشحونة نصف قطرها $12cm$ المجال الكهربي لها $4.9 \times 10^4\ {}^{N}/_{C}$ على مسافة تبعد $21cm$ من مركزها.
اوجد: 1. كثافة الشحنة السطحية σ. 2. اذا وضعت كرة خارجية نصف قطرها $16cm$ اوجد السعة.

الحل: 1.

$$E = \frac{kq}{r^2} \implies q = \frac{Er^2}{k}$$

$$q = \frac{4.9 \times 10^4 \times (0.21)^2}{8.99 \times 10^9} = 0.24 \times 10^{-6} = 0.24\mu C$$

مثال 4

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{0.24 \times 10^{-6}}{4\pi(0.12)^2} = 1.33 \times 10^{-6}$$

$$\sigma = 1.33\ {}^{\mu C}/_{m^2}$$

.2

$$C = \frac{ab}{k(b-a)} = \frac{0.12 \times 0.16}{8.99 \times 10^9 (0.16 - 0.12)}$$

$$C = 53.4 \times 10^{-12} = 53.4pF$$

مثال 5

مكثف متوازي اللوحيين الوسط العازل بين لوحيه هو الهواء, مساحة كل لوحة $7.6cm^2$ والمسافة الفاصلة بينهما $1.8mm$. تم تطبيق فرق جهد $20V$ بين طرفي المكثف. احسب: 1. السعة. 2. الشحنة على كل لوحة. 3. كثافة الشحنة السطحية.

الحل: 1.

$$C = \frac{\varepsilon_\circ A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 7.6 \times 10^{-4}}{1.8 \times 10^{-3}} = 3.74 \times 10^{-12}$$
$$= 3.74pF$$

مثال 5

.2

$$Q = C\Delta V = 3.74 \times 10^{-12} \times 20 = 74.8pC$$

.3

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{74.8 \times 10^{-12}}{7.6 \times 10^{-4}} = 98.4 \times 10^{-9} = 98.4\, {}^{nC}/_{m^2}$$

مثال 6

اذا تم تطبيق فرق جهد $150V$ بين طرفي مكثف متوازي اللوحيين, اذا كانت كثافة الشحنة السطحية للوحة $30\ ^{nC}/_{cm^2}$ اوجد المسافة بين اللوحيين.

الحل:

$$Q = C\Delta V = \frac{\varepsilon_\circ A}{d}\Delta V$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{\varepsilon_\circ \Delta V}{d} \quad \Longrightarrow \quad d = \frac{\varepsilon_\circ \Delta V}{\sigma}$$

$$d = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 150}{30 \times 10^{-9} 10^{4}} = 4.42 \times 10^{-6} = 4.42\mu m$$

مثال 7

مكثف اسطواني طوله $50m$ قطر الاسطوانة الداخلية $2.58mm$ والشحنة $8.1\mu C$ والاسطوانة الخارجية قطرها $7.27mm$ والشحنة $-8.1\mu C$ اوجد: 1. السعة. 2. فرق الجهد بين طرفي اللوحيين. افترض الوسط العازل هو الهواء.

الحل: 1.

$$C = \frac{l}{2k \ln \frac{b}{a}} = \frac{50}{2 \times 8.99 \times 10^9 \ln \frac{7.27}{2.58}}$$

$$C = 2.68 \times 10^{-9} = 2.68nF$$

مثال 7

.2

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{8.1 \times 10^{-6}}{2.68 \times 10^{-9}} = 3.02 \times 10^{3} = 3.02KV$$

مثال 8

مكثف كروي الوسط العازل الهواء نصف قطره الداخلي $7cm$ والخارجي $14cm$. احسب: 1. السعة. 2. فرق الجهد بين طرفيه اذا كانت الشحنة $4\mu C$. (CLASSWORK)

مثال 9

مكثفان $C_1 = 5\mu F$ $C_2 = 12\mu F$ تم توصيلهم ببطارية فرق الجهد بين طرفيها $9V$ احسب: 1. السعة المكافئة. 2. فرق الجهد بين طرفي كل مكثف. 3. الشحنة المخزنة على كل مكثف. اولا: اذا تم توصيلهم على التوازي. ثانيا: اذا تم توصيلهم على التوالي.

الحل:

اولا: توازي 1.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 5 + 12 = 17\mu F$$

مثال 9

ثانيا: توالي 1.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{12} \Longrightarrow C_{eq} = 3.53\mu F$$

.2

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V = 9V$$

.3

$$Q_1 = C_1 \Delta V = 5 \times 9 = 45\mu C$$
$$Q_2 = C_2 \Delta V = 12 \times 9 = 108\mu C$$

مثال 9

.3

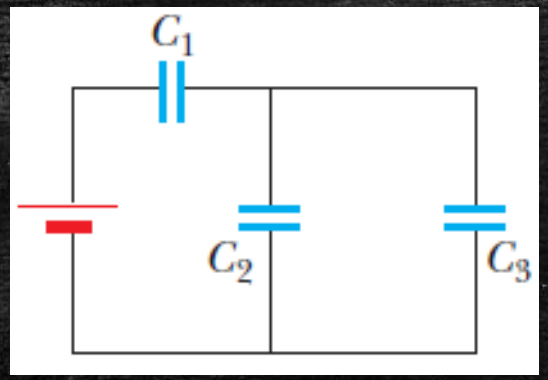
$$Q_{tot} = C_{eq}\Delta V = 3.53 \times 9 = 31.8\mu C$$
$$Q_1 = Q_2 = Q_{tot} = 31.8\mu C$$

.2

$$\Delta V_1 = \frac{Q_{tot}}{C_1} = \frac{31.8}{5} = 6.36V$$
$$\Delta V_2 = \frac{Q_{tot}}{C_2} = \frac{31.8}{12} = 2.65V$$

مثال 10

ثلاث مكثفات تم توصيلهم ببطارية كما في الشكل التالي, اذا كانت $C_1 = 3C$ $C_2 = C,$ $C_3 = 5C,$ اوجد السعة المكافئة.



الحل:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{3C} + \frac{1}{C + 5C}} = 2C$$

مثال 11

مكثفان السعة المكافئة لهما $9pF$ عندما تم توصيلهم على التوازي, وكان السعة المكافئة لهما $2pF$ عندما تم توصيلهم على التوالي. اوجد السعة لهذان المكثفان.

الحل: افترض ان السعتان هما x,y

توازي $x + y = 9 \implies y = 9 - x$

توالي $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \implies 2x + 2y = xy$

$$2x + 2(9 - x) = x(9 - x)$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

مثال 11

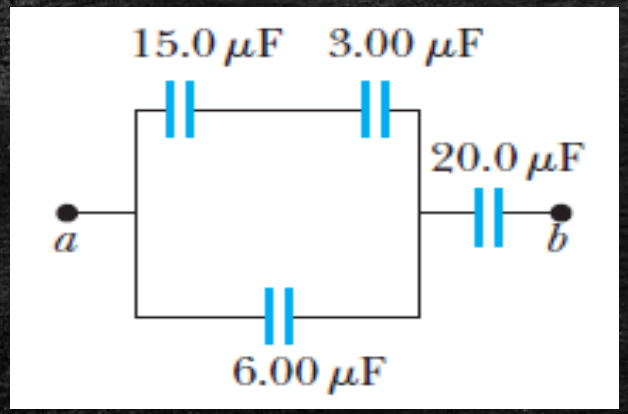
$$(x-6)(x-3)=0$$
$$x=6\ or\ x=3$$
$$at\ x=6, \qquad y=3$$
$$at\ \ x=3, \qquad y=6$$

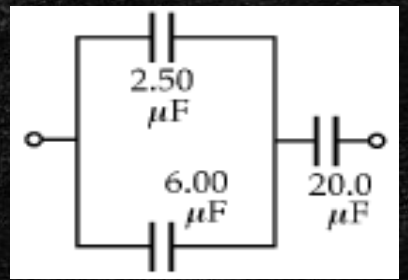
القيمة الفيزيائية هي قيمة واحدة فقط.

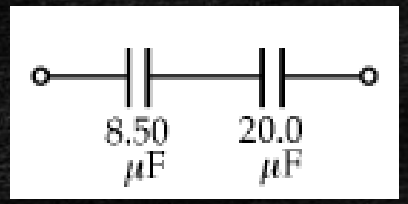
قيمة السعتين هما $pF(3, 6)$

مثال 12

اربع مكثفات تم توصيلهم كما في الشكل التالي, 1. اوجد السعة المكافئة بين النقطتين a, b 2. احسب الشحنة على كل مكثف اذا كان $\Delta V_{ab} = 15V$.







الحل: $\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{15}} = 2.5\mu F$

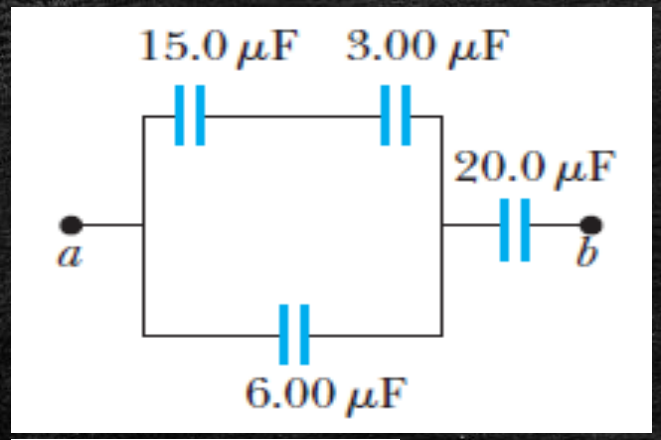
$2.5 + 6 = 8.5\mu F$

$$\frac{1}{\frac{1}{8.5}+\frac{1}{20}} = 5.96\mu F = C_{eq}$$

مثال 12

2. الشحنة على السعة $20\mu F$

$$Q_{tot} = C_{eq}\Delta V = 5.96\mu \times 15 = 89.4\mu C$$

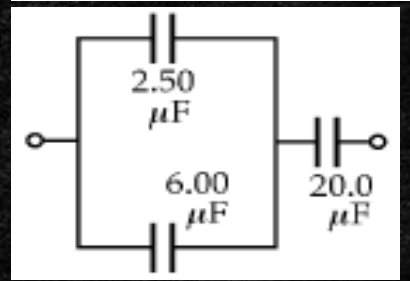


$$\Delta V_{20} = \frac{89.4}{20} = 4.47V$$

$$15 - 4.47 = 10.53V$$

$$Q_6 = 6\mu \times 10.53 = 63.2\mu C$$

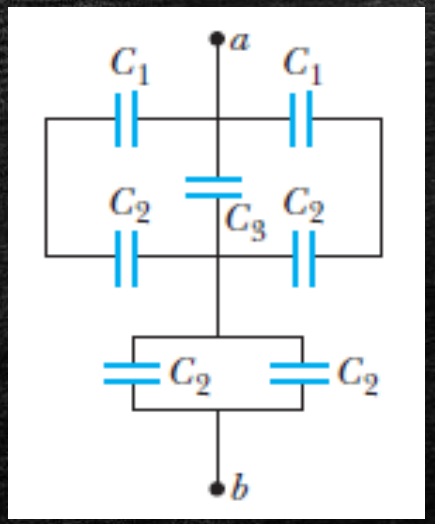
$$Q_{3,15} = 89.4\mu - 63.2\mu = 26.2\mu C$$





مثال 13

اوجد السعة المكافئة بين النقطتين a, b لمجموعة المكثفات في هذا الشكل. اذا كان $C_3 = 2\mu F, C_2 = 10\mu F$ $C_1 = 5\mu F$. الحل:



$$C_4 = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = 3.33\mu F$$

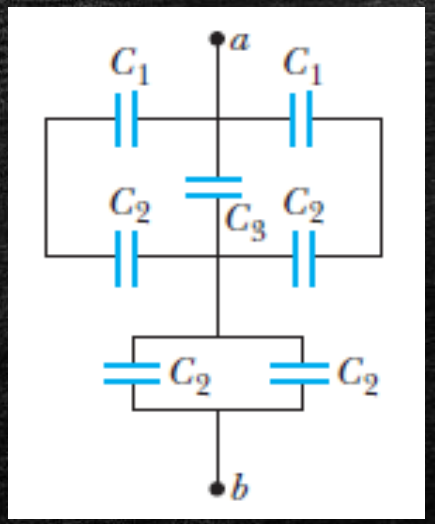
$$C_5 = C_4 + C_3 + C_4 = 2 \times 3.33 + 2 = 8.66\mu F$$

$$C_6 = C_2 + C_2 = 2 \times 10 = 20\mu F$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6}} = \frac{1}{\frac{1}{8.66} + \frac{1}{20}} = 6.04\mu F$$

مثال 14

للمثال رقم 13 اوجد الشحنة المخزنة في المكثف C_3 $= 2\mu F$. اذا كان فرق الجهد بين النقطتين a, b $60V$.



الحل:

$$Q_{tot} = C_{eq}\Delta V = 6.04\mu \times 60 = 362\mu C$$

$$\Delta V_5 = \frac{Q_{tot}}{C_5} = \frac{362\mu}{8.66\mu} = 41.8V$$

$$Q_3 = C_3\Delta V_5 = 2\mu \times 41.8 = 83.6\mu C$$

مثال 15

1. مكثف سعته $3\mu F$ تم توصيله ببطارية فرق الجهد لها $12V$ ما هي الطاقة المخزنة في المكثف. الحل:

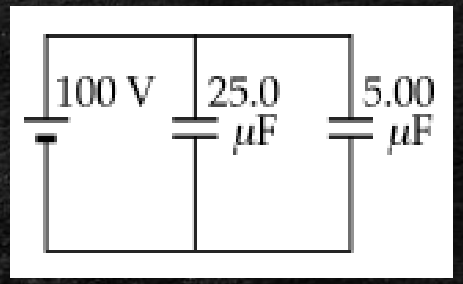
$$U = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{1}{2} 3\mu 12^2 = 216\mu J$$

2. اذا تم توصيله ببطارية فرق الجهد لها $6V$ كم تكون الطاقة المخزنة في هذا المكثف. الحل:

$$U = \frac{1}{2} C\Delta V^2 = \frac{1}{2} 3\mu 6^2 = 54\mu J$$

مثال 16

مكثفان $C_1 = 25\mu F,\quad C_2 = 5\mu F$ اذا تم توصيلهم على التوازي مع مصدر جهد فرق الجهد له $100V$. 1. ارسم الدائرة ثم احسب الطاقة المخزنة في الدائرة. الحل:



$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = 100V$$

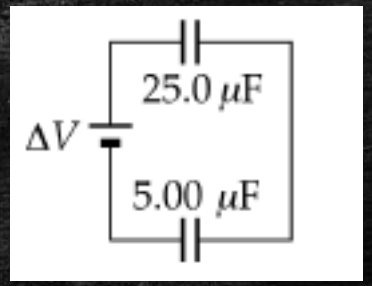
$$U_1 = \frac{1}{2} 25\mu 100^2 = 0.125J$$

$$U_2 = \frac{1}{2} 5\mu 100^2 = 0.025J$$

$$U_{tot} = U_1 + U_2 = 0.15J$$

مثال 17

للمثال السابق اذا تم توصيل المكثفان على التوالي ما هو فرق الجهد المطلوب لتخزين نفس الطاقة في الدائرة, ارسم هذه الدائرة. الحل:



$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{25} + \frac{1}{5}} = 4.17\mu F$$

$$U_{tot} = \frac{1}{2} C_{eq} \Delta V_{tot}{}^2 \Longrightarrow \Delta V_{tot} = \sqrt{\frac{2U_{tot}}{C_{eq}}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.15}{4.17\mu}}$$

$$= 268V$$

مثال 18

مكثف متوازي اللوحيين الوسط العازل له الهواء اذا كان $A = 25cm^2, d = 1.5cm$ تم توصيل المكثف بفرق جهد $250V$. اذا تم وضع مادة عازلة بين لوحيي هذا المكثف ثابت العزل لها 80. احسب. 1. الشحنة. 2. السعة قبل وبعد وضع العازل. 3. فرق الجهد بعد وضع العازل. 4. التغير في طاقة المكثف. الحل: 1.

الشحنة قبل وضع العازل تساوي الشحنة بعد وضع العازل.

$$Q = C_\circ \Delta V_\circ = \frac{\varepsilon_\circ A}{d} \Delta V_\circ = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 25 \times 10^{-4} \times 250}{1.5 \times 10^{-2}}$$

مثال 18

$$Q = 369 \times 10^{-12} = 369pC$$

.2

$$C_\circ = \frac{\varepsilon_\circ A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 25 \times 10^{-4}}{1.5 \times 10^{-2}} = 1.48pF$$

$$C = \kappa C_\circ = 80 \times 1.48p = 118pF$$

.3

$$\Delta V = \frac{\Delta V_\circ}{\kappa} = \frac{250}{80} = 3.12V$$

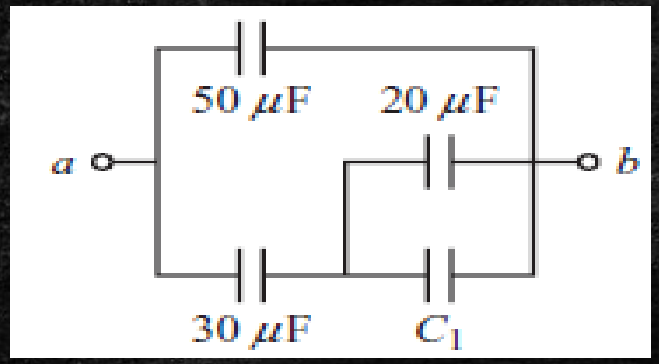
مثال 18

$$\Delta U = U - U_{\circ} = \left(\frac{1}{2}118p \times 3.12^2\right) - \left(\frac{1}{2}1.47p \times 250^2\right)^{.4}$$
$$= -45363.2p = -45.4nJ$$

مثال 19

ارسم الدائرة التي توضح اربع مكثفات بين النقطتيين a, b اذا كانت السعة المكافئة لهذه الدائرة تعطى بالعلاقة الاتية.

$$\frac{1}{\frac{1}{30\mu F}+\frac{1}{20\mu F+C_1}}+50\mu F=70\mu F$$



ثم اوجد قيمة السعة C_1 .

الحل:

مثال 19

$$\frac{1}{\frac{1}{30\mu F}+\frac{1}{20\mu F+C_1}}=70\mu F-50\mu F=20\mu F$$

$$\frac{1}{20\mu F}=\frac{1}{30\mu F}+\frac{1}{20\mu F+C_1}$$

$$\frac{1}{20\mu F}-\frac{1}{30\mu F}=\frac{1}{60\mu F}=\frac{1}{20\mu F+C_1}$$

$$60\mu F=20\mu F+C_1$$

$$C_1=40\mu F$$