اهدأ

قناة ملتقى طلبة الصف الثالث الثانوي

يمكنكم الاشتراك بالقناة على التلجرام بالمعرف(@Thirdgroupye)

كمايمكنكم الاشتراك بمجموعات الوتس من خلال ارسال رسالة وتس(الاسم+ الرقم) إلى الرقم(777917375)

كما لا ننسى ان نتقدم بجزيل الشكر لمعد هذا المحتوى ونسأل من الله عز وجل ان يكتبه في ميزان حسناته

@abdagbowl

مراجعة تفاضل وتكامل (٣ث)

* اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاه :-

(١) اى الدوال التالية تحقق العلاقة $\frac{ع^{٣}ص}{عس^{٣}} = ص$

(أ) $ص = \frac{١}{١٢}(س+١)^{٤}$ (ب) $ص = جاس$

(ج) $ص = هـ^{س}$ (د) $ص = \frac{س}{س-١}$

الحل

∴ اذا كانت $ص = هـ^{س}$ فان $ص^{(ن)} = هـ^{س} = ص$

حيث $ص^{(ن)}$ المشتقة النونية ∴ $ص = هـ^{س}$ تحقق العلاقة

(٢) اذا كانت $ص =$ قتاس فان عندما $س = \frac{\pi}{٤}$ تكون $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ ---

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $-\sqrt{٢}$ (ج) $٢\sqrt{٢}$ (د) $٣\sqrt{٢}$

الحل

∴ $ص =$ قتاس ∴ $\frac{عص}{عس} = -$ قتاس ظتاس

∴ $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} = -$ قتاس × قتاس + ظتاس × قتاس ظتاس

∴ $\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ قتا^{٣}س + قتاس ظتا^{٢}س وعندما $س = \frac{\pi}{٤}$ فان

$\frac{ع^{٢}ص}{عس^{٢}} =$ قتا^{٣}(٤٥°) + قتا(٤٥°) ظتا^{٢}(٤٥°) $= (\sqrt{٢})^{٣} + \sqrt{٢} \times ١$

$= ٢\sqrt{٢} + \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$ ← الاجابة (ج)

@abdagbawi

Scanned by CamScanner

(٣) اذا كانت $س^{٢}+ص^{٢}=٢س ص$ فان $\frac{ع ص}{ع س}$ = ...

(أ) -١ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

الحل

$\therefore س^{٢}+ص^{٢}=٢س ص$ $\quad \therefore س^{٢}-٢س ص+ص^{٢}=٠$

$\therefore (س-ص)^{٢}=٠$ $\quad$ منها $ص=س$

$\therefore \frac{ع ص}{ع س}=١$ ← الاجابة (ج)

(٤) اذا كانت $ص=$ جا^{٢}س جتا^{٢}س فان $ص''(\frac{\pi}{٣})$ = ...

(أ) -٤ (ب) صفر (ج) $٤\sqrt{٣}$ (د) ٨

الحل

$\therefore ص=$ جا^{٢}س جتا^{٢}س $\quad \therefore ص=\frac{١}{٤}$ جا^{٢}٢س

$\therefore ص'=٢$ جتا٢س $\quad ص''=-٨$ جا٢س

وعندما $س=\frac{\pi}{٣}=٦٠°$ فان $ص''=-٨$ جا$(٢\times ٦٠)=-٨$ جا$١٢٠°$

$\therefore ص''=-٨\times \frac{-\sqrt{٣}}{٢}=٤\sqrt{٣}$ ← الاجابة (ج)

(٥) إذا كان $س=٢ن^{٢}+٣$ ، $ص=\sqrt{٣ن}$ ، $ع ن=١$

فان $\frac{ع ص}{ع س}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ٤ (ج) ٢ (د) ٦

الحل

$\therefore \frac{ع س}{ع ن}=٤ن$ ، $\frac{ع ص}{ع ن}=\frac{٣ن^{٢}}{٢\sqrt{٣ن}}$

$\therefore \frac{ع ص}{ع س}=\frac{ع ص}{ع ن}\div \frac{ع س}{ع ن}$ $\quad \therefore \frac{ع ص}{ع س}=\frac{٣ن^{٢}}{٢\sqrt{٣ن}}\times \frac{١}{٤ن}=\frac{٣ن}{٨\sqrt{٣ن}}$

وعندما $ن=١$ فان $\frac{ع ص}{ع س}=\frac{٣}{٨}$ ← الاجابة (أ)

(٦) اذا كان $ص=٢ن^{٣}+٧$ ، $ع=ن^{٢}-٤$ فان معدل تغير ص بالنسبة الى ع يساوى .....

(أ) $٢ن$ (ب) $٣ن$ (ج) ٦ (د) ١٢

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

الحل

∴ $\frac{د ص}{د ن} = ٦ن^{٢}$ ، $\frac{د ع}{د ن} = ٢ن$ ∴ معدل تغير ص بالنسبة

الى ع هو $\frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د ن} \div \frac{د ع}{د ن} = ٣ن$ ← الإجابة (ب)

(٧) ميل المماس لمنحنى الدالة ص = ٣ طاس − قتاس

عند س = $\frac{٣\pi}{٤}$ هو .....

(أ) −٢ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) −٣

الحل

∴ $\frac{د ص}{د س} = ٣ قاس^{٢} - (٢ قتاس × - قتاس ظتاس)$

∴ $\frac{د ص}{د س} = ٣ قاس^{٢} + ٢ قتاس ظتاس$ وعندما س = $\frac{٣\pi}{٤} = ١٣٥^{\circ}$

فان $\frac{د ص}{د س} = ٣ × ٢^{٢} + ٢ × ٢ × -١ = ٢$ ← الإجابة (د)

(٨) اذا كانت د(س) = ظتاس فإن د$'$($\frac{\pi}{٤}$) تساوى .....

(أ) $\frac{-٤}{٩}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (ج) ٤ (د) $\frac{٩}{٢}$

الحل

∴ د(س) = − قتاس ∴ د$'$(س) = −[٢ قتاس × - قتاس ظتاس]

∴ د$'$(س) = ٢ قتاس ظتاس وعندما س = ٤٥$^{\circ}$ فان

د$'$(س) = ٢ × ١ × ٢ = ٤ ← الاجابة (د)

(٩) اذا كانت معادلة العمودى للمنحنى ص = د(س) عند النقطة

(١، ٤) هى س + ٤ ص = ٥ فان د$'$(١) تساوى .....

(أ) $\frac{-١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) ٤ (د) −٤

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

∵ ميل العمودي عند س = ١ يساوي $\frac{-١}{٤}$

∴ ميل المماس عند س = ١ يساوي ٤

∴ ك(١) = ٤ ← الاجابة (ج)

(١٠) يتزايد طول نصف قطر دائرة بمعدل ٢ سم/د ومساحتها بمعدل ٢٠π سم²/د فان طول نصف قطرها عند هذه اللحظة يساوي ..... سم

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ٢٠

الحل

∵ $\frac{دق}{دن}$ = ٢ سم/د ، $\frac{دم}{دن}$ = ٢٠π سم²/د ∵ م = π نق²

∴ $\frac{دم}{دن}$ = ٢π نق $\frac{دق}{دن}$ ∴ ٢٠π = ٢π × نق × ٢

∴ نق = ٥ سم ← الاجابة (ب)

(١١) اذا زاد طول نصف قطر دائرة بمعدل $\frac{١}{π}$ سم/ث فان محيط الدائرة يزداد بمعدل ..... سم/ث

(أ) $\frac{٢}{π}$ (ب) ٢ (ج) π (د) ٢π

الحل

∵ $\frac{دق}{دن}$ = $\frac{١}{π}$ سم/ث ∵ محيط الدائرة ل = ٢π نق

∴ $\frac{دل}{دن}$ = ٢π $\frac{دق}{دن}$ ∴ $\frac{دل}{دن}$ = ٢π × $\frac{١}{π}$ = ٢ ← الاجابة (ب)

(١٢) معدل تغير (٤ن³ + ٤) بالنسبة الى (٣ن² − ٢) يساوي .....

(أ) ٢ن (ب) $\frac{١}{٢ن}$ (ج) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

الحل

بفرض ص = ٤ن³ + ٤ ، س = ٣ن² − ٢

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{\text{دص}}{\text{دن}} = ١٢ن^{٢}$ $\qquad \frac{\text{دس}}{\text{دن}} = ٦ن$

$\therefore \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دن}} \div \frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{١٢ن^{٢}}{٦ن} = ٢ن$ ← الاجابة (أ)

(١٣) المماس للمنحنى $ص = ٣س^{٢} - ٥$ عند النقطة (١، -٢) يمر بالنقطة (أ) (٥، -٢) (ب) (٣، ١) (ج) (٢، -٤) (د) (٠، -٨)

الحل

$\because م = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٦س$ وعند $س = ١$ فان $م = ٦$

$\therefore$ معادلة المماس هي $ص + ٢ = ٦(س - ١)$

$\therefore$ النقطة التي تحقق معادلة المماس هي (٠، -٨) ← الاجابة (د)

(١٤) $\lim_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{س})^{٢س} = ...$

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) هـ (د) $هـ^{٢}$

الحل

$\lim_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{س})^{٢س} = \lim_{س \to \infty} \left[(١ + \frac{١}{س})^{س}\right]^{٢} = هـ^{٢}$

$\therefore$ الاجابة (د)

(١٥) $\lim_{س \to ٠} (١ + س)^{\frac{١}{٣س}} = ...$

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $هـ^{٣}$ (ج) $هـ^{\frac{١}{٣}}$ (د) $\frac{هـ}{٣}$

الحل

$\because \lim_{س \to ٠} (١ + س)^{\frac{١}{٣س}} = \lim_{س \to ٠} \left[(١ + س)^{\frac{١}{س}}\right]^{\frac{١}{٣}} = هـ^{\frac{١}{٣}}$

$\therefore$ الاجابة (ج)

(١٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢^{س} - ١}{٣س} = ...$

(أ) $٣ \text{ لو}_{هـ} ٢$ (ب) $\frac{١}{٣} \text{ لو}_{هـ} ٢$ (ج) $\text{لو}_{هـ} \frac{٢}{٣}$ (د) $٢ \text{ لو}_{هـ} ٣$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\because \lim_{س \to ٠} \frac{٢^{س} - ١}{٣س} = \frac{١}{٣} \lim_{س \to ٠} \frac{٢^{س} - ١}{س} = \frac{١}{٣} لو_{هـ} ٢$

(١٧) $\lim_{س \to ١} \frac{لو_{هـ} س}{س - ١} = ...$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) هـ (د) $هـ^{-١}$

الحل

$\lim_{س \to ١} \frac{لو_{هـ} س}{س - ١} = \lim_{(س-١) \to ٠} \frac{لو_{هـ}[(س-١)+١]}{(س-١)} = ١$

∴ الاجابة (ب)

(١٨) $\int طا\theta \, ء\theta = ...$

(أ) $لو_{هـ} |جتا\theta| + ث$ (ب) $لو_{هـ} جتا\theta + ث$

(ج) $-لو_{هـ} جتا\theta + ث$ (د) $-لو_{هـ} |جتا\theta| + ث$

الحل

$\because \int طا\theta \, ء\theta = \int \frac{جا\theta}{جتا\theta} ء\theta = -\int \frac{-جا\theta}{جتا\theta} ء\theta$

$= -لو_{هـ} |جتا\theta| + ث$ ← الاجابة (د)

(١٩) اذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة د عند اى نقطة عليه يساوى $\frac{١}{س - ٢}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة (٣، ٠) فان د(هـ^{٢}+٢) = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $لو_{هـ} ٢$ (د) $لو_{هـ} ٣$

الحل

$\because \frac{ءص}{ءس} = \frac{١}{س - ٢}$ ∴ $ص = \int \frac{١}{س - ٢} ءس$

∴ $ص = لو_{هـ} |س - ٢| + ث$ ← ① ∵ (٣، ٠) ∈ المنحنى

∴ صفر = $لو_{هـ} ١ + ث$ ∴ ث = صفر

∴ معادلة المنحنى هى $ص = لو_{هـ} |س - ٢|$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

∴ د(هـ^٢ + ٢) = لو_هـ هـ^٢ = ٢ ← ∴ الإجابة. (أ)

(٢٠) ∫ قا^٣س طاس ءس = ...

(أ) ١/٤ قا^٤س + ث (ب) ١/٣ قا^٣س + ث

(ج) ١/٢ طا^٢س + ث (د) −١/٢ طا^٢س + ث

الحل

∵ ∫ قا^٣س طاس ءس = ∫ قاس طاس قا^٢س ءس

= ١/٣ قا^٣س + ث ← الإجابة (ب)

(٢١) النسبة بين ميل المماس للمنحنى ص = لو_هـ ٣√(س+١) وميل مماس المنحنى ص = لو_هـ ٥√(س+١) عند س = أ كنسبة .....

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ٣ (ج) ١ : ١ (د) لو_هـ ٣ : لو_هـ ٥

الحل

∵ م١ = (٣ × ١)/(٢√(س+١)) × ١/(٣√(س+١)) م٢ = (٥ × ١)/(٢√(س+١)) × ١/(٥√(س+١))

∴ م١ = ١/(٢(أ+١)) ، م٢ = ١/(٢(أ+١)) ∴ م١ : م٢ = ١ : ١

(٢٢) ∫ ٤س هـ^(س^٢) ءس = ...

(أ) ١/٢ هـ^(س^٢) + ث (ب) هـ^(س^٢) + ث (ج) ٢هـ^(س^٢) + ث (د) ٤هـ^(س^٢) + ث

الحل

∵ ∫ ٤س هـ^(س^٢) ءس = ٢ ∫ ٢س هـ^(س^٢) ءس

= ٢ هـ^(س^٢) + ث ← الإجابة (ج)

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(٣٣) اذا كانت دَ(س) = س د(س) ، د(٣) = -٥
فان دَّ(٣) = ...
(أ) -٥٠ (ب) -٣٠ (ج) ١٥ (د) ٢٧

الحل
∵ دَ(س) = س د(س)
∴ دَّ(س) = س دَ(س) + د(س)
= س٢ د(س) + د(س) = (س٢ + ١) د(س)
∴ دَّ(٣) = (٩ + ١) د(٣) = ١٠ × -٥ = -٥٠
∴ الاجابة (أ)

(٣٤) ∫ ١ / (س لو٣ س) دس = ...
(أ) ٣ لو٣ |س| + ث (ب) ٣ لو٣ لو٣ |س| + ث
(ج) ١/٣ لو٣ |س| + ث (د) ١/٣ لو٣ لو٣ |س| + ث

الحل
∴ ∫ ١ / (س لو٣ س) دس = ∫ (١/س) / لو٣ س دس
= ١/٣ لو٣ لو٣ |س| + ث ← الاجابة (د)

(٣٥) اذا كانت د(س) = س٢ - ٣ لو٣ س فان دَ(٢) = ...
(أ) -١ (ب) ١ (ج) ٥/٢ (د) ٦

الحل
∴ دَ(س) = ٢س - ٣ × ٥/س ∴ دَ(س) = ٢س - ٣٠/س
∴ دَ(٢) = ٤ - ٣/٢ = ٥/٢ ← الاجابة (ج)

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

(٢٦) $\int$ س (س^{٢}+٣)^{٥} ءس = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (س^{٢}+٣)^{٦} + ث (ب) $\frac{١}{١٢}$ (س^{٢}+٣)^{٦} + ث

(ج) $\frac{١}{٤}$ (س^{٢}+٣)^{٤} + ث (د) $\frac{١}{٨}$ (س^{٢}+٣)^{٤} + ث

الحل

∵ $\int$ س (س^{٢}+٣)^{٥} ءس = $\frac{١}{٢}$ $\int$ ٢س (س^{٢}+٣)^{٥} ءس

= $\frac{١}{٢}$ $\frac{(س^{٢}+٣)^{٦}}{٦}$ + ث = $\frac{١}{١٢}$ (س^{٢}+٣)^{٦} + ث ← الإجابة (ب)

(٢٧) اذا كان $\int$ (٢س − ١) هـ$^{٢س+٣}$ ءس = ص ع − $\int$ ع ءص فان

$\int$ ع ءص = ...

(أ) هـ$^{٢س+٣}$ + ث (ب) $\frac{١}{٢}$ هـ$^{٢س+٣}$ + ث (ج) − هـ$^{٢س+٣}$ + ث (د) $\frac{-١}{٢}$ هـ$^{٢س+٣}$ + ث

الحل

∵ $\int$ ع ءص = $\int$ هـ$^{٢س+٣}$ × ٢ ءس = هـ$^{٢س+٣}$ + ث ← الإجابة (أ)

(٢٨) $\int$ (٣س+٢) جاس ءس = ...

(أ) (٣س+٢) جتاس + ٣جاس + ث (ب) −(٣س+٢) جتاس + ٣جاس + ث

(ج) (٣س+٢) جتاس + ٢جاس + ث (د) −(س+١) جتاس − ٢جاس + ث

الحل

∵ $\int$ (٣س+٢) جاس ءس

(٣س+٢) ← جاس ءس

٣ ءس ← −جتاس

∴ I = −(٣س+٢) جتاس + $\int$ ٣ جتاس ءس

= −(٣س+٢) جتاس + ٣ جاس + ث ← الإجابة (ب)

(٢٩) $\int_{-\frac{\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}}$ (جاس + جتاس) ءس = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) صفر (د) π

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

∴ جاس دالة فردية ، جتاس دالة زوجية

∴ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\text{جاس} + \text{جتاس}) \, ds = \text{صفر} + 2 \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جتاس} \, ds$

$= 2 [\text{جاس}]_{0}^{\frac{\pi}{4}} = 2$ ← الاجابة (ب)

(٣٠) اذا كان $\int_{1}^{3} د(س) \, ds = 5$ ، $\int_{3}^{1} ر(س) \, ds = 7$ فان

$\int_{1}^{3} (4 د(س) + ر(س) + 3) \, ds = \ldots\ldots$

(أ) -12 (ب) -7 (ج) 12 (د) 19

الحل

∴ $\int_{1}^{3} د(س) \, ds = 5$ ، $\int_{3}^{1} ر(س) \, ds = 7$ ∴ $\int_{1}^{3} ر(س) \, ds = -7$

∴ المقدار $= 4 \int_{1}^{3} د(س) \, ds + \int_{1}^{3} ر(س) \, ds + \int_{1}^{3} 3 \, ds$

$= 4 \times 5 + (-7) + 3 [س]_{1}^{3}$

$= 20 - 7 + 3 (3 - 1) = 19$ ← الاجابة (د)

(٣١) اذا كان $\int_{3}^{5} 2 د(س) \, ds = 8$ ، $\int_{3}^{4} 3 د(س) \, ds = 9$ فان

$\int_{4}^{5} د(س) \, ds = \ldots\ldots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٥

الحل

ب $\int_{3}^{5} 2 د(س) \, ds = 8$ ∴ $\int_{3}^{5} د(س) \, ds = 4$ ①

ج $\int_{3}^{4} 3 د(س) \, ds = 9$ ∴ $\int_{3}^{4} د(س) \, ds = 3$ ②

@abdagbawi

Scanned by CamScanner

$\therefore \int_{3}^{5} د(س) ءس = \int_{3}^{4} د(س) ءس + \int_{4}^{5} د(س) ءس$

$\therefore \quad ٤ = ٣ + \int_{4}^{5} د(س) ءس$

$\therefore \int_{4}^{5} د(س) ءس = ١$ $\quad \therefore \int_{4}^{5} ٥\, د(س) ءس = ٥$ ← الاجابة ④

(٣٢) اذا كانت $\int_{1}^{2} د(س) ءس = ٩$ ، $\int_{1}^{6} د(س) ءس = -٧$

فان $\int_{1}^{6} د(س) ءس =$ ---- ⓐ ٢ ⓑ ٨ ⓒ ١٦ ⓓ -٦٣

الحل

ب $\int_{6}^{2} د(س) ءس = -٧$ $\quad \therefore \int_{2}^{6} د(س) ءس = ٧$

ب $\int_{1}^{6} د(س) ءس = \int_{1}^{2} د(س) ءس + \int_{2}^{6} د(س) ءس$

$= ٩ + ٧ = ١٦$ ← الاجابة ⓒ

(٣٣) $\int_{-2}^{2} |س| ءس =$ ----

ⓐ -٤ ⓑ صفر ⓒ ٢ ⓓ ٤

الحل

ب لدالة زوجية $\therefore \int_{-2}^{2} |س| ءس = ٢ \int_{0}^{2} س ءس$

$\therefore \int_{-2}^{2} |س| ءس = ٢ \left[\frac{١}{٢} س^{٢}\right]_{0}^{2} = ٤$ ← الاجابة ④

(٣٤) $\int_{-١}^{٣} |٣س - ٤| ءس =$ ----

ⓐ ٢٧ ⓑ ٢٠ ⓒ -٢٠ ⓓ -٢٧

الحل

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

ب $د(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ١٢س & س \leq ٤ \\ -٣س^{٢} + ١٢س & س > ٤ \end{cases}$

$\therefore \int_{-١}^{٣} د(س)\,دس = \int_{-١}^{٣} (-٣س^{٢} + ١٢س)\,دس$

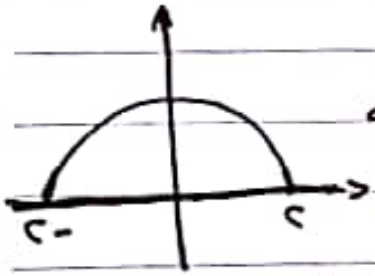
$= \left[-س^{٣} + ٦س^{٢} \right]_{-١}^{٣} = ٢٧ - ٧ = ٢٠$ ← الإجابة (ب)

(٣٥) مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنى ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ومحور السينات مقدرة بالوحدات المربعة تساوى .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٢π (د) ٤π

الحل

ب ص = $\sqrt{٤ - س^{٢}}$ ∴ $س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها = ٢

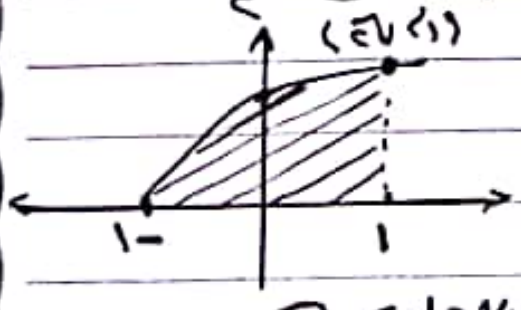


المساحة = $\frac{١}{٢}$ π $نق^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ π $٢^{٢}$ = ٢π وحدة مربعة

الإجابة (ب)

(٣٦) حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحدودة بالمنحنى ص = $\sqrt{س + ١}$ والمستقيمات ص = ٠ ، س = -١ ، س = ١ حول محور السينات يساوى ..... وحدة حجم

(أ) π (ب) $\frac{٣\pi}{٢}$ (ج) ٢π (د) $\frac{٥\pi}{٢}$



الحل

∴ ح = π $\int_{-١}^{١} ص^{٢}$ دس

= π $\int_{-١}^{١} (س + ١)$ دس

= π $\left[\frac{١}{٢} س^{٢} + س \right]_{-١}^{١}$ = ٢π

∴ الإجابة (ب)

@abdagbawi

Scanned by CamScanner

(٣٧) مساحة المنطقة المحددة بالمستقيمات ص = ٢س - ٣
ص = س + ١ ، س = ٢ تساوى .....
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $\frac{9}{2}$ (د) ٦

الحل

∵ ص$_1$ = ٢س - ٣ ، ص$_2$ = س + ١ ، حل المعادلتين معاً
∴ ٢س - ٣ = س + ١ ∴ س = ٤ ← ①
∵ ص$_2$ > ص$_1$
∴ المساحة = $\int_{2}^{4}$ (ص$_2$ - ص$_1$) دس

∴ م = $\int_{2}^{4}$ (-س + ٤) دس = $\left[-\frac{1}{2}س^2 + ٤س\right]_{2}^{4}$

∴ م = (-٨ + ١٦) - (-٢ + ٨) = ٨ - ٦ = ٢ الإجابة (أ)

(٣٨) يكون للدالة د قيمة صغرى محلية اذا كانت د(س) = ...
(أ) ٢س - ١ (ب) س^2 + ١ (ج) س^3 (د) - س^3

الحل

د(س) = س^2 + ١ الدالة قطع مكافئ مفتوح لأعلى ← الإجابة (ب)

(٣٩) منحنى الدالة د محدباً لأسفل فى ح اذا كانت د(س) = ...
(أ) ٣ + س^2 (ب) ٣ + س^3 (ج) ٣ - س^4 (د) ٣ + س^4

الحل

∵ المنحنى يكون محدباً لأسفل عندما تكون د(س) > ٠ لكل س ∈ ح
∴ د(س) = ٣ + س^2 ← الاجابة (أ)

(٤٠) اذا كان لمنحنى الدالة د نقطة انقلاب عند س = ٢ حيث
د(س) = س^3 + ك س^2 + ٤ فان قيمة ك = ...
(أ) -٦ (ب) -٣ (ج) ٣ (د) ٦

@abdagbawi

Scanned by CamScanner

∵ د'(س) = ٣س² + ٢ك س د''(س) = ٦س + ٢ك

∵ عند س = ٢ توجد نقطة انقلاب ∴ د''(٢) = ٠

∴ ١٢ + ٢ك = ٠ منها ك = -٦ ← الاجابة (أ)

(٤١) أكبر قيمة للمقدار ٨س - س² حيث س ∈ ح هي .....

(أ) ٨ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٦٤

الحل

بفرض أن د(س) = ٨س - س² ∴ د'(س) = ٨ - ٢س

∴ د'(س) = ٠ عندما س = ٤ ← (١)

∵ د''(س) = -٢ < ٠ ∴ عندما س = ٤ المقدار أكبر ما يمكن

∴ أكبر قيمة للمقدار = د(٤) = ٣٢ - ١٦ = ١٦ ← الاجابة (ب)

(٤٢) اذا كان منحنى الدالة د حيث د(س) = أ س³ - ٣س² + ب

له نقطة انقلاب احداثيها (١، ٣) فان ب - أ = ...

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ١

الحل

∵ د'(س) = ٣أ س² - ٦س د''(س) = ٦أ س - ٦

د''(س) = ٠ عند س = ١ ∴ ٦أ - ٦ = ٠ منها أ = ١

∴ د(س) = س³ - ٣س² + ب ∵ (١، ٣) ∈ المنحنى

∴ ١ - ٣ + ب = ٣ منها ب = ٥ ∴ ب - أ = ٤ ← الاجابة (ب)

(٤٣) حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين ص = طا θ

وص = قا θ والمستقيمين س = $\frac{\pi}{٦}$ ، س = $\frac{\pi}{٣}$ دورة كاملة حول

محور السينات مقدراً بالوحدات المكعبة = ...

(أ) $\frac{\pi}{٦}$ (ب) $\frac{\pi}{٣}$ (ج) $\frac{٢\pi}{٥}$ (د) ٢π

الحل

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\div$ $ص_1 = ظا\theta$ ، $ص_2 = قا\theta$ وبفرض أن $ص_1 = ص_2$

$\therefore \frac{جا\theta}{جتا\theta} = \frac{1}{جتا\theta}$ $\therefore جا\theta = 1$ $\therefore جتا\theta = 0$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} \notin [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}[$

$\therefore ص_2 > ص_1$ $\therefore ع = \pi$ $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (ص_2 - ص_1)\, d\theta$

$\therefore ع = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (قا^2\theta - ظا^2\theta)\, d\theta = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta = [\theta]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$

$\therefore ع = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ ← الاجابة (أ)

(٤٤) $\int \frac{1}{(1+س^2)^{\frac{3}{2}+س^2}}\, d س = ث +$ ـــــــــــ

(أ) $(1+س^2)^{\frac{3}{2}+س^2}\, d$ (ب) $س\, d^{\frac{3}{2}+س^2}$ (ج) $\frac{س}{2}\, d^{\frac{3}{2}+س^2}$ (د) $\frac{1+س^2}{2}\, d^{\frac{3}{2}+س^2}$

$\therefore I = \int (1+س^2)^{\frac{1}{2}+س^2}\, d^{\frac{3}{2}+س^2}$

$2س\, d س \rightarrow d^{1+س^2}$ ، $d^{\frac{3}{2}+س^2}\, d^{\frac{1}{2}}$

$\therefore I = \frac{1}{2}(1+س^2)\, d^{\frac{3}{2}+س^2} - \int d^{\frac{3}{2}+س^2}\, d س$

$= \frac{1}{2}(1+س^2)\, d^{\frac{3}{2}+س^2} - d^{\frac{1}{2}} + ث$

$= س\, d^{\frac{3}{2}+س^2} + ث$ ← الاجابة (ب)

@abdagbow

Scanned by CamScanner

ثانياً الأسئلة الموضوعية :-

(١) إذا كان $هـ^{س ص} - س^{٢} + ص^{٣} = ٠$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٠

الحل

$\therefore (س \frac{د ص}{د س} + ص) هـ^{س ص} - ٢س + ٣ص^{٢} \frac{د ص}{د س} = ٠$ ← ①

$\therefore$ عند س = ٠ فإن معادلة المنحنى $هـ^{صفر} - صفر + ص^{٣} = ٠$

$\therefore$ عند س = ٠ فإن ص = -١ بالتعويض فى ①

$\therefore (صفر - ١) هـ^{صفر} - صفر + ٣ \frac{د ص}{د س} = ٠$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣}$

(٢) أوجد معادلة العمودى للمنحنى

س = جتا θ ، ص = ظا θ + قا θ عند $\theta = \frac{\pi}{٤}$

الحل

$\therefore \frac{د ص}{د \theta} = جتا^{٢} \theta$ ، $\frac{د س}{د \theta} = -جا \theta$

$\therefore م = \frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د \theta} \div \frac{د س}{د \theta}$ $\therefore م = -ظتا \theta$ ←

وعندما $\theta = \frac{\pi}{٤}$ فإن $م = -ظتا ٤٥^{\circ} = -١$ ← ①

$\therefore$ عندما $\theta = \frac{\pi}{٤}$ فإن $س = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ص = \sqrt{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\therefore م = -١$ ونقطة التماس $(\frac{١}{\sqrt{٢}} ، \sqrt{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}})$

$\therefore$ ميل العمودى = ١

$\therefore$ معادلة العمودى هى $ص - \sqrt{٢} - \frac{١}{\sqrt{٢}} = ١ \times (س - \frac{١}{\sqrt{٢}})$

$\therefore س - ص + \sqrt{٢} = ٠$

@abdagbowr

Scanned by CamScanner

(٣) مثلث قائم الزاوية فى لحظة ما كان طولا ضلعى القائمة ٦ سم ، ٣٠ سم فاذا كان طول الضلع الاول يتزايد بمعدل $\frac{1}{3}$ سم/د وطول الضلع الثانى يتناقص بمعدل ١ سم/د أوجد
(أ) معدل التزايد فى مساحة المثلث بعد ٣ دقائق
(ب) الزمن الذى بعده يتوقف تزايد مساحة المثلث

الحل

نفرض أن ضلعى القائمة هما $(٦ + \frac{1}{3}ن)$ ، $(٣٠ - ن)$ عند أى لحظة

$\therefore م = \frac{1}{2}(٦ + \frac{1}{3}ن)(٣٠ - ن)$ ب $\therefore م = (٦ + \frac{1}{3}ن)(١٥ - \frac{1}{2}ن)$

$\therefore م = ٩٠ - ٣ن + ٥ن - \frac{1}{6}ن^{٢}$ $\therefore م = ٩٠ + ٢ن - \frac{1}{6}ن^{٢}$

$\therefore \frac{ع م}{ع ن} = ٢ - \frac{1}{3}ن$ وعندما ن = ٣ فان $\frac{ع م}{ع ن} = ١$ سم^{٢}/د ← أولا

(ب) تتوقف تزايد المساحة عندما $\frac{ع م}{ع ن} = ٠$ $\therefore ن = ٦$ دقائق

(٤) يتزايد حجم مكعب بانتظام بحيث يظل محتفظا بشكله بمعدل ٧٢ سم^{٣}/د أوجد معدل الزيادة فى مساحة أوجهه عند اللحظة التى يكون فيها طول حرفه ٣ سم

الحل

نفرض طول حرف المكعب = س $\therefore ح = س^{٣}$

$\therefore \frac{ع ح}{ع ن} = ٧٢$ سم^{٣}/د $\therefore ٧٢ = ٣س^{٢} \frac{ع س}{ع ن}$

وعندما س = ٣ ← $\therefore \frac{ع س}{ع ن} = \frac{٧٢}{٢٧} = ١$ سم/د

ب $م = ٦س^{٢}$ $\therefore \frac{ع م}{ع ن} = ١٢س \frac{ع س}{ع ن}$

$\therefore س = ٣$ سم ، $\frac{ع س}{ع ن} = ١$ سم/د

$\therefore \frac{ع م}{ع ن} = ٣٦$ سم^{٢}/د معدل زيادة مساحة الاوجه الستة

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(٥) اذا كانت ف بعد النقطة (١، ٠) عن النقطة (س، ص) الواقعة على المنحنى ص = √س فاوجد إحداثيات النقطة (س، ص) التى تكون عندها المسافة ف أصغر ما يمكن

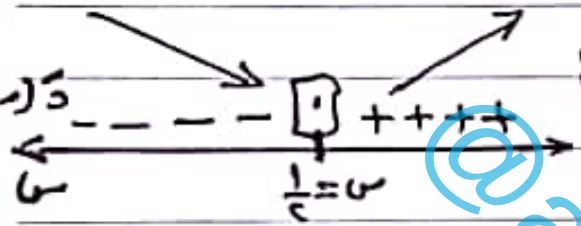
الحل

∵ ف² = (س - ١)² + ص² ∴ ف² = س² - ٢س + ١ + س

∴ ف² = س² - س + ١ ∴ ف = √(س² - س + ١)

∴ ف' = (٢س - ١) / (٢√(س² - س + ١)) ∴ ف' = ٠ عندما س = ١/٢

∴ عند س = ١/٢ فان ف أصغر ما يمكن

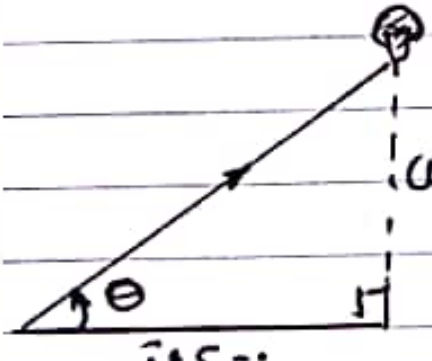


∵ س = ١/٢ ∴ ص = ١/√٢

∴ النقطة هى (١/٢ ، ١/√٢)

(٦) يرتفع بالون رأسيا لأعلى بمعدل ثابت قدره ٨٠ م/دقيقة فاذا تم رصد البالون من نقطة على الارض تبعد ٢٠٠ م عن موقع اطلاق البالون . أوجد معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد له عندما يكون البالون على ارتفاع ٢٠٠ م

الحل



∵ دص/دن = ٨٠ م/دقيقة

∴ ظا θ = ص/٢٠٠ باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن

∴ قا² θ × دθ/دن = ١/٢٠٠ × دص/دن ← ①

وعندما يكون ص = ٢٠٠ فان ظا θ = ١ ∴ θ = ٤٥°

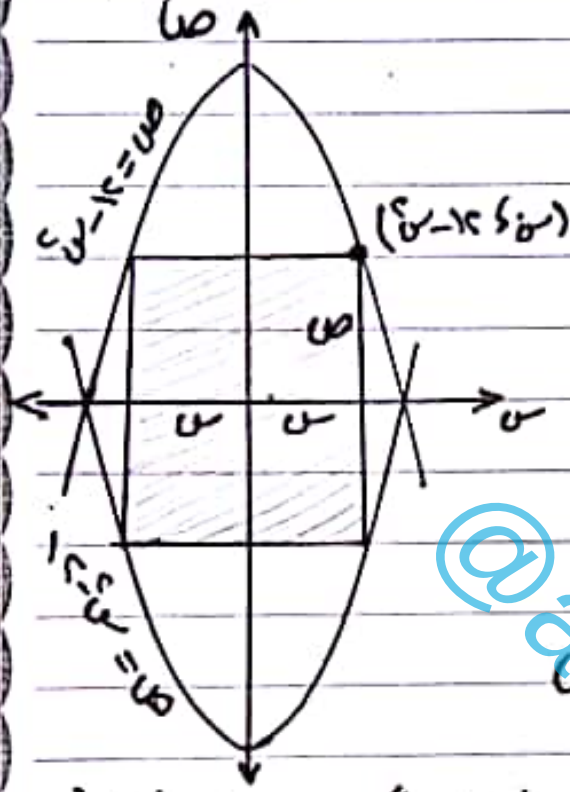
بالتعويض فى ① ∴ ٢ × دθ/دن = ١/٢٠٠ × ٨٠ ∴ دθ/دن = ٠,٧ راد/د

@abdagbow

Scanned by CamScanner

(٧) رسم مستطيل بحيث تقع رأسان متجاوران منه على المنحنى ص = س^{٢} − ١٢ والرأسان الآخران على المنحنى ص = ١٢ − س^{٢} احسب أكبر مساحة لهذا المستطيل

الحل



من هندسة الشكل نجد أن

مساحة المستطيل = ٢ × ٢س × ص

حيث ص = ١٢ − س^{٢}

∴ م = ٤س (١٢ − س^{٢})

∴ م = ٤٨س − ٤س^{٣} ← ①

∴ م' = ٤٨ − ١٢س^{٢}

∴ م' = ٠ عندما س^{٢} = ٤

∴ م' = ٠ عندما س = −٢ مرفوض

س = ٢

∵ م'' = −٢٤س وعند س = ٢ فإن م'' = −٤٨ < صفر

∴ عندما س = ٢ المساحة أكبر ما يمكن بالتعويض في ①

∴ أكبر مساحة = ٤٨ × ٢ − ٤ × ٨ = ٦٤ وحدة مربعة

(٨) إذا كانت ص = هـ^{س} جتاس أثبت أن $\frac{ء^{٤}ص}{ءس^{٤}}$ + ٤ص = ٠

الحل

∵ ص = هـ^{س} جتاس ∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = هـ^{س} × −جاس + هـ^{س} جتاس

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ص − هـ^{س} جاس ← ① بالاشتقاق مرة أخرى

∴ $\frac{ء^{٢}ص}{ءس^{٢}}$ = ص − هـ^{س} جاس − [هـ^{س} جتاس + هـ^{س} جاس]

= −٢ هـ^{س} جاس ← ② بالاشتقاق مرة أخرى

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

$\therefore \frac{ع^{٣}ص}{ع س^{٣}} = -٢[هـ^{س} جتاس + هـ^{س} حاس]$

$\therefore \frac{ع^{٣}ص}{ع س^{٣}} = -٢[ص + هـ^{س} حاس]$ بالاشتقاق مرة أخرى

$\therefore \frac{ع^{٤}ص}{ع س^{٤}} = -٢[ص - هـ^{س} حاس + هـ^{س} جتاس + هـ^{س} حاس]$

$\therefore \frac{ع^{٤}ص}{ع س^{٤}} = -٢[ص٢]$ $\therefore \frac{ع^{٤}ص}{ع س^{٤}} + ٤ص = صفر$

(٩) إذا كانت د(س) = $س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س - ١$

(أ) عين فترات التزايد والتناقص للدالة

(ب) اوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة [٠، ٢]

الحل

$\therefore د(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س - ١$ $\therefore د'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

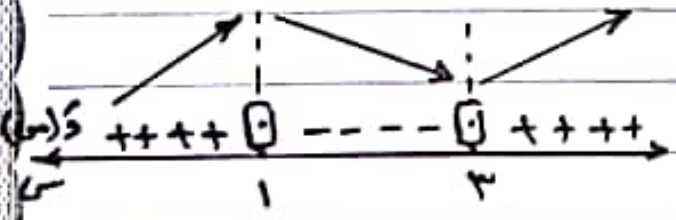
$\therefore د'(س) = ٣(س - ٣)(س - ١)$

$\therefore د'(س) = ٠$ عندما س = ٣ ، س = ١ ← ①

∴ الدالة تزايدية في الفترتين

$]-\infty، ١[$ ، $]٣، \infty[$

وتناقصية في الفترة $]١، ٣[$



(ب) عند ① $د'(س) = ٠$ عندما $س = ٣ \notin [٠، ٢]$ ليست نقطة حرجة

$س = ١ \in [٠، ٢]$ نقطة حرجة

∴ النقط الحرجة عند س = ١

$د(١) = ١ - ٦ + ٩ - ١ = ٣$

$د(٠) = -١$ $د(٢) = ٨ - ٢٤ + ١٨ - ١ = ١$

∴ القيمة العظمى المطلقة = ٣ وتبلغها الدالة عند س = ١

∴ القيمة الصغرى المطلقة = -١ وتبلغها الدالة عند س = ٠

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٠) اوجد معادلة المنحنى الذى يمر بالنقطة (هـ ، ٥هـ + ٧) وميل المماس له عند اى نقطة (س ، ص) هو $\frac{٥س + ٣}{س}$

الحل

$\therefore \frac{ء ص}{ء س} = \frac{٥س + ٣}{س}$ $\therefore \frac{ء ص}{ء س} = ٥ + \frac{٣}{س}$ ← ①

بالتكامل بالنسبة لـ س $\therefore$ ص = ٥س + ٣ لو$_{هـ}$ |س| + ث

$\therefore$ (هـ ، ٥هـ + ٧) ∈ المنحنى

$\therefore$ ٥هـ + ٣ لو$_{هـ}$ هـ + ث = ٥هـ + ٧ منها ث = ٤

$\therefore$ معادلة المنحنى هى ص = ٥س + ٣ لو$_{هـ}$ |س| + ٤

(١١) أوجد معادلة المنحنى ص = د(س) اذا كانت

د'(س) = ٢س + ب وله نقطة انقلاب عند (٠ ، ٠)

وقيمة عظمى عند (-٢ ، ٤)

الحل

$\therefore$ المنحنى له نقطة انقلاب عند س = ٠ $\therefore$ د'(٠) = ٠

$\therefore$ ٢ × صفر + ب = ٠ منها ب = صفر

$\therefore$ د'(س) = ٢س ← ① بتكامل الطرفين بالنسبة لـ س

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٢}$ ٢س^{٢} + ث ← ②

$\therefore$ المنحنى له قيمة عظمى عند س = -٢ $\therefore$ د'(-٢) = ٠

$\therefore$ بالتعويض فى ① ينتج ٢ × -٢ + ث = ٠ منها ث = -٢٢

$\therefore$ د'(س) = $\frac{١}{٢}$ ٢ س^{٢} - ٢٢ ← ③ بتكامل الطرفين

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٣}$ ٢ س^{٣} - ٢٢س + ث ← ④

$\therefore$ (٠ ، ٠) ∈ المنحنى بالتعويض فى ④ ينتج ث = ٠

$\therefore$ د(س) = $\frac{١}{٣}$ ٢س^{٣} - ٢٢س ← ⑤

$\therefore$ (-٢ ، ١٦٢) ∈ المنحنى بالتعويض فى ⑤

@abdagbowi

Scanned by CamScanner

∴ $\frac{-٨}{٦}$ أ + ٤ أ = ١٦ ∴ أ − $\frac{١}{٣}$ أ = ٤

∴ أ = ٦

∴ معادلة المنحنى هي ص = س^{٣} − ١٢ س

(١٢) اذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي حا^{٢}ص حاس
اوجد معادلة المنحنى علما بانه يمر بالنقطة (٠ ، $\frac{\pi}{٤}$)

الحل

∵ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = حا^{٢}ص حاس ∴ $\frac{١}{\text{حا}^{٢}\text{ص}}$ دص = حاس دس

∴ قتا^{٢}ص دص = حاس دس بتكامل الطرفين

∴ − ظتا ص = − جتاس + ث

∴ ظتا ص = جتاس + ث ← ①

∵ (٠ ، $\frac{\pi}{٤}$) ∈ المنحنى بالتعويض في ①

∴ ١ = ١ + ث ∴ ث = صفر

∴ معادلة المنحنى هي ظتاص = جتاس

(١٣) اوجد $\lim_{\text{س} \to \infty} \left(\frac{٢\text{س} - ١}{٢\text{س} + ١}\right)^{٢\text{س}}$

الحل

∵ $\lim_{\text{س} \to \infty}$ د(س) = $\lim_{\text{س} \to \infty} \left(١ + \frac{-٢}{٢\text{س} + ١}\right)^{٢\text{س}}$ ①

بفرض أن $\frac{-٢}{٢\text{س} + ١}$ = ص ∴ ٢س = $\frac{-٢}{\text{ص}}$ − ١

عندما س ← ∞ فان ص ← ٠

∴ $\lim_{\text{س} \to \infty}$ د(س) = $\lim_{\text{ص} \to ٠} (١ + \text{ص})^{\frac{-٢}{\text{ص}} - ١}$

= هـ$^{-٢}$ = $\frac{١}{\text{هـ}^{٢}}$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٣) اوجد (i) $\int \frac{هـ^{س}}{١+هـ^{س}}\, دس$ (ii) $\int \frac{س^{٢}}{\sqrt{٢س-١}}\, دس$

الحل

(i) ∵ $\int \frac{هـ^{س}}{١+هـ^{س}}\, دس = \int \frac{د'(س)}{د(س)}\, دس = لو_{هـ}|١+هـ^{س}| + ث$

(ii) بفرض أن $٢س-١ = ع^{٢}$ ∴ $٢\, دس = ٢ع\, دع$

∴ $دس = ع\, دع$ ← ①

∵ $س = \frac{١}{٢}(ع^{٢}+١)$ ∴ $س^{٢} = \frac{١}{٤}(ع^{٤}+٢ع^{٢}+١)$

∴ $\int \frac{س^{٢}}{\sqrt{٢س-١}}\, دس = \int \frac{١}{٤}\, \frac{(ع^{٤}+٢ع^{٢}+١)}{ع} \times ع\, دع$

$= \frac{١}{٤}\int (ع^{٤}+٢ع^{٢}+١)\, دع$

$= \frac{١}{٢٠}ع^{٥} + \frac{١}{٦}ع^{٣} + \frac{١}{٤}ع + ث$

$= \frac{١}{٢٠}(٢س-١)^{\frac{٥}{٢}} + \frac{١}{٦}(٢س-١)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{١}{٤}(٢س-١)^{\frac{١}{٢}} + ث$

(١٤) اوجد (i) $\lim_{س \to ٠} \frac{١-هـ^{-س}}{س}$ (ii) $\int \frac{٥س}{٣س^{٢}-١}\, دس$

الحل

∵ $\lim_{س \to ٠} د(س) = \lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{-س}-١}{-س} = لو_{هـ} هـ = ١$

(ii) ∵ $\int \frac{٥س}{٣س^{٢}-١}\, دس = \frac{٥}{٦}\int \frac{٦س}{٣س^{٢}-١}\, دس$

$= \frac{٥}{٦}\int \frac{د'(س)}{د(س)}\, دس = \frac{٥}{٦}\, لو_{هـ}|٣س^{٢}-١| + ث$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٥) أوجد (i) $\int (٣س^{٢} - ٤هـ^{٢س})\,دس$ (ii) $\int \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}}\,دس$

الحل

(i) $\because \int (٣س^{٢} - ٤هـ^{٢س})\,دس = \int ٣س^{٢}\,دس - ٢\int ٢هـ^{٢س}\,دس$

$= س^{٣} - ٢هـ^{٢س} + ث$

(ii) $\because \int \frac{س-١}{\sqrt{س+٣}}\,دس = \int (س+٣-٤)(س+٣)^{-\frac{١}{٢}}\,دس$

$= \int (س+٣)^{\frac{١}{٢}}\,دس - ٤\int (س+٣)^{-\frac{١}{٢}}\,دس$

$= \frac{٢}{٣}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} - ٨(س+٣)^{\frac{١}{٢}} + ث$

(١٦) أوجد (i) $\int س(٢س-١)^{٣}\,دس$ (ii) $\int س\,هـ^{-٢س}\,دس$

الحل

(i) $\because \int س(٢س-١)^{٣}\,دس = \frac{١}{٢}\int (٢س-١+١)(٢س-١)^{٣}\,دس$

$= \frac{١}{٢}\left[\int (٢س-١)^{٤}\,دس + \int (٢س-١)^{٣}\,دس\right]$

$= \frac{١}{١٠}(٢س-١)^{٥} + \frac{١}{٨}(٢س-١)^{٤} + ث$

(ii) $\because \int س\,هـ^{-٢س}\,دس$ ، $هـ^{-٢س}\,دس$

$س \rightarrow \frac{-١}{٢}هـ^{-٢س}$ ، $دس \rightarrow$

$\therefore I = \frac{-١}{٢}س\,هـ^{-٢س} + \int \frac{١}{٢}هـ^{-٢س}\,دس$

$= \frac{-١}{٢}س\,هـ^{-٢س} - \frac{١}{٤}هـ^{-٢س} + ث$

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٧) اوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين

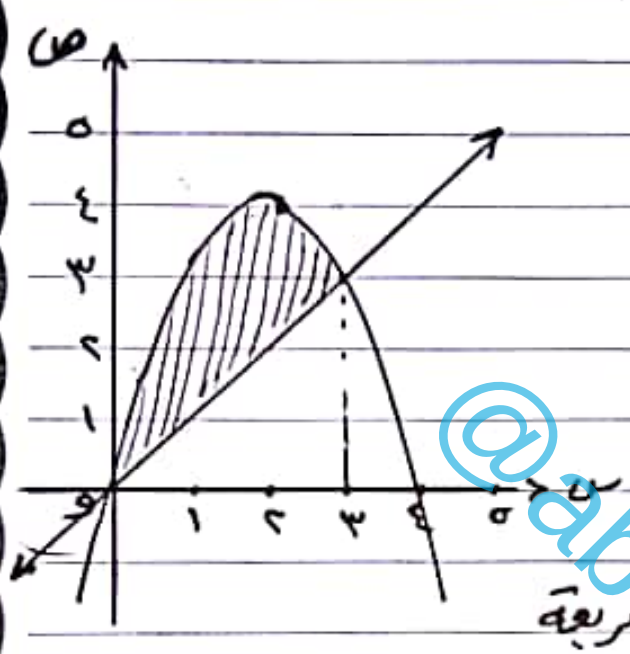
س - ص = ٠ ، ص = ٤س - س^{٢}

الحل

∵ ص$_{١}$ = س ، ص$_{٢}$ = ٤س - س^{٢} وبحل المعادلتين معاً

∴ س = ٤س - س^{٢} ∴ س(س - ٣) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ٣



∵ ص$_{٢}$ > ص$_{١}$

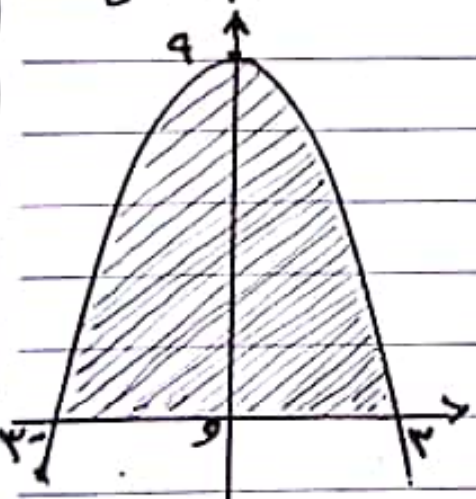
∴ م = $\int_{٠}^{٣}$ (ص$_{٢}$ - ص$_{١}$) ءس

∴ م = $\int_{٠}^{٣}$ (٣س - س^{٢}) ءس

∴ م = $\left[\frac{٣}{٢}س^{٢} - \frac{١}{٣}س^{٣}\right]_{٠}^{٣}$

∴ م = $\frac{٢٧}{٢}$ - ٩ = ٤,٥ وحدة مربعة

(١٨) اوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى ص = ٩ - س^{٢} ومحور السينات



الحل

بوضع ٩ - س^{٢} = ٠

∴ س = ± ٣

∴ م = $\int_{-٣}^{٣}$ (٩ - س^{٢}) ءس

∴ م = ٢ $\int_{٠}^{٣}$ (٩ - س^{٢}) ءس = ٢ $\left[٩س - \frac{١}{٣}س^{٣}\right]_{٠}^{٣}$

∴ م = ٢(٢٧ - ٩) = ٣٦ وحدة مساحة

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

(١٩) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين
$ص + س^2 = 6$ ، $ص + 2س - 3 = 0$

الحل

$\therefore ص_1 = 6 - س^2$ ، $ص_2 = 3 - 2س$ بحل المعادلتين

$\therefore 6 - س^2 = 3 - 2س$ $\therefore س^2 - 2س - 3 = 0$

$\therefore (س - 3)(س + 1) = 0$ $\therefore س = -1$ ، $س = 3$

$\therefore ص_1 > ص_2$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (ص_1 - ص_2)\, د س$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (6 - س^2 - 3 + 2س)\, د س$

$\therefore م = \int_{-1}^{3} (3 + 2س - س^2)\, د س$

$\therefore م = \left[3س + س^2 - \frac{1}{3}س^3\right]_{-1}^{3}$

$\therefore م = (9 + 9 - 9) - (-3 + 1 + \frac{1}{3})$

$\therefore م = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ وحدة مساحة

(٢٠) اوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بين منحنى $ص = س^2$ والمستقيمات $س = 0$ ، $س = 2$ دورة كاملة حول محور الصادات

الحل

$\because ص = س^2 \leftarrow \therefore س_1^2 = ص$

$\because س = 2 \leftarrow \therefore س_2^2 = 4$

$\therefore ح = \pi \int_{1}^{4} (س_2^2 - س_1^2)\, د ص$

@abdagbawi

Scanned by CamScanner

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{4} (4 - ص)\, ءص$

$\therefore ح = \pi \left[4ص - \frac{1}{2} ص^2 \right]_{0}^{4}$ $\therefore ح = 8\pi$ وحدة حجم

(21) أوجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $ص = س^2$ ، $ص = \sqrt{س}$ دورة كاملة حول محور ص

الحل

$\because ص = س^2$ $\therefore س_1^2 = ص \leftarrow ①$

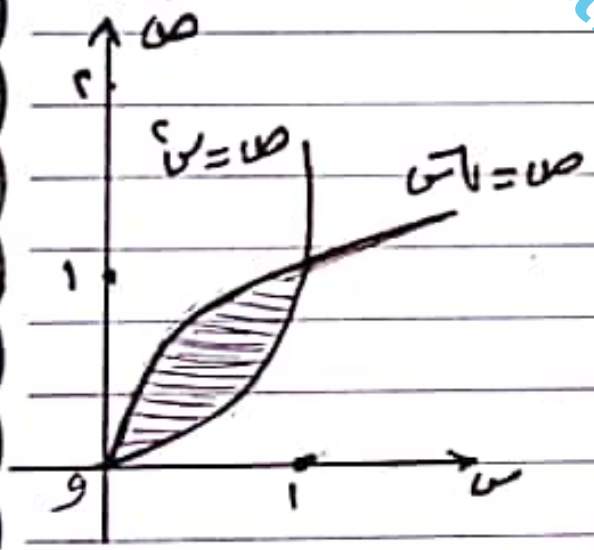
$\because ص = \sqrt{س}$ $\therefore س_2 = ص^2 \leftarrow \therefore س_2^2 = ص^4 \leftarrow ②$

ايجاد نقط التقاطع بحل المعادلتين معاً

$\therefore س^2 = \sqrt{س}$ $\therefore س^4 = س$ $\therefore س(س^3 - 1) = 0$

$\therefore س = 0$ منها $ص = 0$

$س = 1$ منها $ص = 1$



$\because س_1 > س_2$

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{1} (س_1^2 - س_2^2)\, ءص$

$\therefore ح = \pi \int_{0}^{1} (ص - ص^4)\, ءص$

$\therefore ح = \pi \left[\frac{1}{2} ص^2 - \frac{1}{5} ص^5 \right]_{0}^{1}$

$\therefore ح = \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$

$\therefore ح = \frac{3}{10} \pi$ وحدة حجم

@abdagbowl

Scanned by CamScanner

بُشْرَى سَارَّة

اقتني نسختك من كتب سلسلة الابداع

مميزات السلسلة:

1-أحدث نماذج اختبارات القبول لجامعات صنعاء- تعز- اب- ذمار- عمران- عدن، لجميع الكليات الطبية والعلمية(هندسة- حاسوب- تجارة) .2- حلول النماذج من قبل دكاترة ومعيدي جامعة صنعاء ومنفصلة عن الأسئلة نهاية الكتاب.

3- تحتوي على ملخصات قيمة لمواد اختبار القبول. 4- تدرس في العديد من المراكز التدريبية بأمانة العاصمة.

5- تحتوي على أسس ومعايير القبول للكليات. 6- تحتوي على خطوات التنسيق والتسجيل بالجامعات.



@abdagboowi

نقاط البيع:

- **صنعاء (مكتبة دار الفكر بوابة جامعة صنعاء جوار ايلول- كشك الجامعة- مكتبة الوسطية- كشك السنينة- كشك الوحدة التحرير-كشك الثقافة بالتحرير جوار مدرسة جمال- مكتبة التعليم العالي جامعة21سبتمبر- مجمع زاد التجاري)**
- **أب - مكتبة العالمية – شارع العدين جوار كلية التربية.**
- **للطلب للمحافظات او المكتبات التواصل على الرقم 770056229**

سجل االالان

نتمنى لطلبتنا الأعزاء التوفيق والامتياز بالثانوية العامة ونحيطكم علماً بأن فريق إعداد كتب سلسلة الابداع يقيم البرنامج التأهيلي لاجتياز اختبار القبول الجامعي للكليات الطبية(بشري-اسنان- صيدلة- مختبرات- تمريض) والعلمية(الهندسة- الحاسوب –التجارة)

مميزات البرنامج:

1- كادر تدريسي ذو كفأه وخبرة من دكاترة ومعيدي جامعة صنعاء ومدرسي ثانوية جمال عبدالناصر والكويت.

2- حصول طلبة البرنامج على المقاعد الأولى بالكليات الطبية والعلمية للأعوام السابقة.

3- تدريس المفاهيم والمواضيع الهامة لاختبارات القبول بالإضافة إلى اساسيات الجامعة وكتب الثانوية المقررة بالاختبار.

4- حلول نماذج الاختبارات للأعوام السابقة والحصول عليها مع الملخصات مجاناً.

5- اختبارات تجريبية نهاية البرنامج.

6- يوجد برنامج خاص لتأهيل الطلبة بمادة اللغة الإنجليزية عبارة عن ثلاث دورات مكثفة تأهلك لاجتياز اختبار المادة.

7- توجد مجموعات بالتلجرام والوتس خاصة لطلبة البرنامج تنزل فيها المحاضرات والنماذج ومناقشتها.

للتسجيل والاشتراك بقنوات التلجرام والوتس التواصل على الأرقام(777917375 – 770056229)

يقام البرنامج بالعديد من المراكز التدريبية بأمانة العاصمة

@abodagboom

من الكادر التدريسي للبرنامج:

-د/ قيس الصباحي -جامعة صنعاء . د/ إبراهيم المعمري- جامعة صنعاء. د/ يوسف النمر-جامعة صنعاء- جمال سابقاً

د/ حاكمة الهبوب- جامعة صنعاء. د/ أسماء قائد- جامعة صنعاء. أ. شائع فرحان- ثانوية الكويت.

أ. أمين الغيلي- ثانوية جمال عبدالناصر. أ. أسماء رسام- جامعة صنعاء