

①



Esrad Karam

Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE: / /

DATE: / /

ملخص التفاضل
موضوع مهم

- ① $f(x) \rightarrow$ دالة x
 ② $f'(x) \rightarrow$ المشتقة الأولى لـ x
 ③ $f''(x) \rightarrow$ المشتقة الثانية لـ x

④ $f'(x) = D_x y = \frac{dy}{dx} \rightarrow$ المشتقة الأولى للمتغير y بالنسبة لـ x
 الدالة العكسية للدالة الأصلية

- ⑤ arc $\rightarrow$ المشتقة العكسية للدالة الأصلية
- ⑥ $\frac{\partial y}{\partial x} \rightarrow$ المشتقة الجزئية الأولى للمتغير y بالنسبة لـ x
- ⑦ $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \rightarrow$ المشتقة الجزئية الثانية لـ x
- ⑧ $\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial y} \rightarrow$ المشتقة الجزئية المختلطة لـ x و y

تفاضل جزئي

الدالة y هي علاقة تربط بين المتغيرات x و y بعضها ثابتة إذا كان لدينا دالة بين متغيرين وعلينا قيمة أحدهما فمن ثم يمكننا إيجاد قيمة المتغير الآخر.

* ملخصات مهمة بس ببساطة:

① $x \rightarrow$ ترتبط بعضر واحد فقط من y

② $y \rightarrow$ ترتبط بعضر أو أكثر من x

③ المجال Domain $\rightarrow$ من قيم x

④ المدى Range $\rightarrow$ من قيم y

⑤ تفاضل $e^x \rightarrow e^x$ برفض "لا تبالي زي الحلوة"

⑥ السوال المتلثة تسمى أيضاً السوال الدائرية

⑦ الدالة الأسية يكون الأس هو الدالة a^x حلاً

⑧ الدالة اللوغاريتمية هي دالة عكسية للأسية

⑨ $1 = \ln e$

⑩ الدالة الأسية لازم تمر بنقطة $(0, 1)$ واللوغاريتمية $(1, 0)$

(2)



Sat Sun Mon Tue Wed Thu Fri

PAGE:

DATE: / /

Esraa
Karam

* قوانين التفاضل *

① اشتقاق الدالة الجبرية أو دالة القوى :-
لن نزل الأس واطرح من الأس ①

ex:- $x = x^4 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 4x^3$

② اشتقاق دالة الثابت :-
صفر

③ اشتقاق دالة مقدار جبري متعدد :-
مجموع اشتقاق كل دالة

ex:- $y = 2x^3 + 4x^0 - 10 \rightarrow y' = 6x^2 + 4$

④ اشتقاق دالة مرفوعة لأس :-
مشتقة القوس * (القوس اللي) * أنزل الأس
جواه

ex:- $y = (2x - 7)^4 \rightarrow y' = 4 * (2x - 7)^3 * (2)$

⑤ اشتقاق الدالة الأسية :-

الأساس ln * الدالة الأسية * مشتقة الأس

ex:- $y = 5^{2x^4} \rightarrow y' = 8x^3 * 5^{2x^4} * ln(5)$

⑥ اشتقاق حاصل ضرب دالتين :-

مشتقة الدالة الأولى * الدالة الثانية + مشتقة الثانية * الدالة الأولى

ex:- $y = x^3 \cdot \sin x \rightarrow y' = x^3 \cdot \cos x + \sin x \cdot 3x^2$

⑦ اشتقاق خارج قسمة دالتين :-
(مشتقة البسط * المقام) - (البسط * مشتقة المقام)

المقام تربيع

ex:- $y = \frac{\log 4x}{5x^2}$

$\rightarrow y' = \frac{(\log 4x * 10x) - (5x^2 * \frac{4}{4x} * \ln)}{(5x^2)^2}$

3



Esraa Karam

Sat Sun Mon Tue Wed Thu Fri

PAGE:

DATE: / /

⑧ اشتقاق الجذر - وارفعه أس

④ واتعامل معه كدالة من فوعة لأس قانون رقم

ex: $Y = 4\sqrt{4x^2 - 2} \rightarrow Y = (4x^2 - 2)^{\frac{1}{4}}$

$$Y' = \frac{1}{4} * (4x^2 - 2)^{-\frac{3}{4}} * 8x$$

⑨ اشتقاق الدالة اللوغاريتمية -

الأساس $\ln$ * تفاضل المقدار المقار نفسه

ex: $Y = \log 3x^2 \rightarrow Y' = \frac{6x}{3x^2} * \ln 3x$

⑩ اشتقاق الدوال التثلثية - المحددات * اشتقاق الزاوية

$Y = \sin(x)$ $\rightarrow Y' = \cos(x)$ $Y = \cos(x)$ $\rightarrow Y' = -\sin(x)$ $Y = \tan(x)$ $\rightarrow Y' = \sec^2(x)$	$Y = \sec(x)$ $\rightarrow Y' = \sec(x) \cdot \tan(x)$ $Y = \csc(x)$ $\rightarrow Y' = -\csc(x) \cdot \cot(x)$ $Y = \cot(x)$ $\rightarrow Y' = -\csc^2(x)$
--	---

* اشتقاق الزاوية

هنا اللي فيه C فيه - عشان تفكرهم :-

ex: $Y = 11 \cos(3x^2) \rightarrow$ اللي تحته - مش بتغيره

$$Y' = 11 \cdot \sin(3x^2) * 6x$$

$$\text{أو } Y' = -11 \sin(3x^2) * 6x$$



⑪ اشتقاق الدالة المركبة : ضرب

الاول ازاى تعرف انه دي دالة مركبة ؟

بديني دالتين فبهم رمز مشترك والرمز المشترك ده يكون في طرف يمين في دالة وطرف يسار في الدالة الثانية مش نفس الطرف فبشتق كل دالة فبهم وبعدين اضربهم في بعض "اضرب المشتقتين"

المطلوب $\frac{dy}{dx}$

ex 3- $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$, $v = 4x^2 + 1$

هنا الرمز المشترك (v) موجود في دالة ① في الطرف الايسر لكن في دالة ② موجود في الطرف الايمن يبقى دالة مركبة

الحل :- $y' \leftarrow \frac{dy}{dv} = 2v - 3$, $v' \leftarrow \frac{dv}{dx} = 8x$

$\frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{dx} = 2v - 3 \cdot 8x = \frac{dy}{dx}$

⑫ اشتقاق الدالة البارامترية : قسمة

بديني دالتين برهنو فبهم رمز مشترك بس هنا الرمز في نفس الطرف في الدالتين بجيب مشتقة كل دالة واقسم المشتقتين على بعض

ex 3- $xy = t^2 - 1$, $x = 2t + 3$

الرمز المشترك (t) في نفس الطرف في الدالتين تبقى بارامترية

الحل :- $\frac{dy}{dt} = 2t$, $\frac{dx}{dt} = 2$

عشان ايجيب $\frac{dy}{dx}$ لازم اقسم على بعض ويقسم نفس اتجاه الاسهم كده

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{2t}$ باخذ dy ومبرجفش ايدى dx قاضيه باجيب بال 2 معايا على 2t

(5)



Esraa Karam

PAGE:

DATE: / /

اشتقاق
الدالة الضمنية (13)

دالة غير صريحة: الـ X و Y يكونوا في نفس الطرف فعشان نجيب $\frac{dy}{dx}$ بنفاضل المتغيرين اللي عندنا وبعدها نودي واحدة منهم في طرف لوحدها ونقسمهم على بعض

ex:-

$$X^2 + Y^2 = 2$$

تفاضله
نفاضله
ثابت

$$2X dx + 2Y dy = 0$$

$$2X dx = -2Y dy$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2X}{2Y} = -\frac{X}{Y}$$

* بنخط dy و dx
عشان في الآخر
نجيب $\frac{dy}{dx}$

(14) اشتقاق الدوال المثلثية العكسية: * هنا مش بنضرب في تفاضل الزاوية

I $Y = (\sin X)^{-1}$
تفاضل الزاوية
 $Y' = \frac{1}{1 - X^2}$

تربيع المزاوية

II $Y = (\cos X)^{-1}$
 $Y' = \frac{1}{1 - X^2}$

III $Y = (\tan X)^{-1}$
 $Y' = \frac{1}{1 + X^2}$

IV $Y = (\cot X)^{-1}$
 $Y' = \frac{1}{1 + X^2}$

V $Y = (\sec X)^{-1}$
 $Y' = \frac{1}{1 + \sqrt{X^2 - 1}}$

مقياس الزاوية

VI $Y = (\csc X)^{-1}$
 $Y' = \frac{1}{1 + \sqrt{X^2 - 1}}$

ex:- $Y = 5 (\csc X)^{-1} 3X^2$

تفاضل الزاوية

$$Y' = -5 \frac{6X}{12X^2 + \sqrt{(3X^2)^2 - 1}}$$

مقياس الزاوية

تربيع الزاوية



اللي تحته خط مش هتلمسه



Esraa
Karami

$$x' = \text{zero}$$

(7)

* تطبيقات التفاضل 8

II نظرية رول

مثال 3

$$y = x^3 - 4x$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
a b

III رول متصلة من a لـ b

IV قابلة للاشتقاق

V $f_b = f_a = 0$ يبقى نظرية رول لو متساويين يبقى نظرية القيمة المتوسطة

$$f_a \rightarrow -2 = a \text{ بقية}$$

$$f_b \rightarrow +2 = b \text{ بقية}$$

VI أوجد المشتقة الأولى

$$f'(x) = 3x^2 - 4$$

VII أساوي المشتقة الأولى بصفر عشان أوجد قيمة x

$$3x^2 - 4 = 0$$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

8



Esraa Karim

Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE: _____
DATE: / /

$$Y = X^3$$

$$-2 \leq X \leq 2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 a b

$$f_a = (-2)^3 = -8$$

$$f_b = (2)^3 = 8 \Rightarrow f_a \neq f_b$$

$\swarrow$ $\nwarrow$
 بين قيمة متوسطة

⑤ نظرية القيمة المتوسطة :-

* لها عدة شروط :-

① دالة متصلة

② قابلة للاشتقاق

$$f_a \neq f_b$$

* الخطوات :-

① إيجاد المشتقة الأولى للدالة

$$Y' = f'(x) = 3x^2$$

⑤ تساوي المشتقة الأولى بقيمة الميل

$$\therefore \text{slope} = \frac{(8) - (-8)}{2 - (-2)}$$

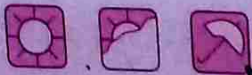
$$= \frac{16}{4} = 4$$

$$\rightarrow \text{slope} = \frac{(f_b) - (f_a)}{b - a}$$

$$\therefore \frac{3x^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore x^2 = \frac{4}{3} \neq$$

9



Esraa
Karam

٣) مفكوك ماكرولين وتاليور.

الخطوات:

١) يبين دالة مشتقتها أو مشتقات كنه قد ماربنا يقوينا

٢) هعوض عن كل x في كل مشتقة بصفر.

٣) هعوض في قانون ماكرولين.

مثال: مثال يقص بشأن ده مش بيتفهم الا مثال:

ex: $y = \cos x$ هعوض عن كل x بصفر واهوض بالآلة

خطوة ١

$$f(x) = \cos x \rightarrow \text{الدالة الكادي}$$

مشتقتها هوات

$$f'(x) = -\sin(x) \quad \text{مشتقة ١}$$

خطوة ٢

$$f(0) = \cos(0) = 1 \quad \text{الدالة الأصلية}$$

$$f'(0) = -\sin(0) = 0$$

$$f''(x) = -\cos(x) \quad \text{٢} //$$

$$f''(0) = -\cos(0) = -1$$

$$f'''(x) = -(-\sin(x)) = \sin(x) \quad f'''(0) = \sin(0) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = \cos(x)$$

$$f^{(4)}(0) = \cos(0) = 1$$

$$f^{(5)}(x) = -\sin(x)$$

$$f^{(5)}(0) = -\sin(0) = 0$$

خطوة ٣) بقى هنعوض في القانون

مشتق طلبت
معطانا

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0) \cdot x}{1!} + \frac{f''(0) \cdot x^2}{2!} + \frac{f'''(0) \cdot x^3}{3!} + \dots$$

$$f(x) = 1 + \frac{0 \cdot x}{1!} + \frac{-1 \cdot x^2}{2!} + \frac{0 \cdot x^3}{3!} + \dots$$

العلامة!
يعني مضروب
هو جودة على الآلة
فوق ١/١
ENG

تم بحمد الله التفاضل