ملخص الاحتمالات للشعب العلمية

1. التجربة العشوائية: هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفتنا لمجموعة النتائج الممكنة.

2. مجموعة الامكانيات: هي مجموعة النتائج الممكنة ونرمز لها عادة ب Ω.

3. الحادثة: هي كل جزء من مجموعة الامكانيات Ω.

4. نتيجة هامة: في حالة تساوي الاحتمال لدينا:

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } E}$$

5. خواص: Ω هي مجموعة الامكانيات مزودة بقانون احتمال P

- من أجل كل حادثة A: $0 \leq P(A) \leq 1$,$P(\emptyset) = 0$ و $P(\Omega) = 1$
- اذا كانت A و B حادثتان كيفيتين فان: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- اذا كانت A و B حادثتان غير متلائمتين (منفصلتان) فان:
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- اذا كانت $\bar{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A فان: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- اذا كانت $A \subseteq B$ (معناه A جزء من B) فان: $P(A) \leq P(B)$
- احتمال الحادثة B علما أن الحادثة A محققة هو العدد الحقيقي $P_A(B)$ حيث $P_A(B)$ (الاحتمال الشرطي)
- $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$ و $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$
- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان فان:
  $P(A \cap B) = P(A)xP(B)$ (معناه $P_A(B)=P(B)$)

تطبيق: لتكن $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ مجموعة نتائج تجربة عشوائية ونعتبر الحادثتين $A=\{2,4,6,8\}$ و $B=\{7,8,9\}$ أحسب الاحتمالات التالية: $P(A)$ و $P(B)$ و $P(\bar{A})$ و $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B)$ و $P_A(B)$

Prof Rania

حل التطبيق: لدينا $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ و $A=\{2,4,6,8\}$, $B=\{7,8,9\}$

حساب الاحتمالات التالية: $P(A)$ و $P(B)$ و $P(\bar{A})$ و $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B)$ و $P_A(B)$

تذكير: $P(A)=\frac{a}{n}$ (حيث a عدد عناصر الحادثة A و n العدد الكلي)

$P(A)=\frac{4}{9}$ و $P(B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ و $P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ حساب

$P(A \cap B)$: وتقرأ A و B

لدينا $A \cap B=\{8\}$ (العناصر المشتركة فقط وهي حادثة أولية)

ومنه $P(A \cap B)=\frac{1}{9}$

حساب $P(A \cup B)$: وتقرأ A أو B

الطريقة الأولى: لدينا $A \cup B=\{2;4;6;7;8;9\}$ (العناصر المشتركة وغير المشتركة)

ومنه $P(A \cup B)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

الطريقة الثانية: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)=\frac{4}{9}+\frac{3}{9}-\frac{1}{9}=\frac{2}{3}$

6. العد: العاملي, القائمة, الترتيبة, التبديلة, التوفيقة:

1.العاملي:

مثال: أحسب !5, 5!=5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120

تذكير 1=!1 و 1=!0

2.القائمة: عدد القوائم ذات p عنصا من مجموعة ذات n هي n^p

3.الترتيبة: ويرمز لعدد الترتيبات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصرا بالرمز A_n^p حيث

$$A_n^p=\frac{n!}{(n-p)!}$$

مثال: أحسب A_5^2: $A_5^2=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=\frac{120}{6}=20$

Prof Rania

تذكير: $A_1^0 = 1$ و $A_1^1 = 1$

4.التوفيقة: نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n بالرمز C_n^p ونكتب:

$$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

مثال: أحسب C_5^2, $C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!.3!} = \frac{120}{12} = 10$

تذكير $C_n^0 = 1$, $C_n^n = C_n^1 = n$

5.التبديلة: عدد التبديلات هو $A_n^n = n!$

ملحوظة: عدد التبديلات مع التكرار (معامل الترتيب) يساوي:

$$\frac{n!}{n1!\ x\ n2!\ x\ \dots x\ nk!}$$

7. طرق العد والقانون المستعمل

الطريقة القانون	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	السحب من كيس	مجموعة
القائمة n^p	الأرقام يمكن أن تتكرر	////	على التوالي بارجاع	////
الترتيبة A_n^p	الأرقام لا يمكن أن تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون ارجاع	////
التوفيقة C_n^p	/////	المهام غير محددة	في ان واحد	أجزاء مجموعة

8. كيفية الحساب بالالة الحاسبة:

هناك رمز X! مقصود به العاملي, نصل اليها عن طريق SHIFT هناك خانة مكتوب عليها nCr تمثل التوفيقة, مثلا لحساب C_5^2 : نضغط على 5 وبعدها nCr وبعدها 2 ثم يساوي نتحصل على

Prof Rania

قيمة C_5^2 . هناك خانة مكتوب عليها nPr نصل اليها عن طريق SHIFT هي نفس خانة nCr تمثل الترتيبة, مثلا لحساب A_5^2 : نضغط على 5 وبعدها SHIFT وبعدها nPr ثم 2 بعدها تساوي نتحصل على قيمة A_5^2

ملحوظة: هناك نوع من الالات الحاسبة تجد الرمز nCr و nPr

في خانة x و ÷ على الترتيب.

معلومة 1 : في الحساب ("و" تعني الضرب) – ("أو" تعني الجمع)

معلومة 2 : $P(A) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$

معلومة 3 : على الأقل معناه قابلة للزيادة , على الأكثر معناه قابلة للنقصان

9. الأمل الرياضي, التباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي

الأمل الرياضي E(X)	$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$
التباين V(X)	$V(X) = \sum_{i=1}^{n} (xi - E(X))^2 p_i$
الانحراف المعياري V(X)	$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

10. الخواص:

a و b عددان حقيقيان, لدينا:

$$E(aX+b)=a \times E(X)+b$$

$$V(aX+b)=a^2 \times V(X)$$

$$\sigma(aX+b)=|a| \times \sigma(X)$$

Prof Rania