

Lecture 5

"من المتعة أن تحاول فعل المستحيل"

الإحتمالات

قواعد أساسية

شكر الله
في كل شئ
التي لا ينفصل
التي لا ينفصل

- الإحتمال يتراوح قيمته بين (0, 1) $1 \geq P(E) \geq 0$

- احتمال الحدث المؤكد / مجموع الإحتمالات $P(\Omega) = 1$

- احتمال الحدث المستحيل $P(\emptyset) = 0$

- احتمال الحدث يساوي 1 - المكمل $P(E) = 1 - P(E)^c$

- احتمال المكمل يساوي 1 - الحدث $P(E)^c = 1 - P(E)$

- $\{E_1 \cap E_2\}^c = \{E_1^c \cup E_2^c\}$
 مكمل التقاطع = اتحاد المكملات

- $\{E_1 \cup E_2\}^c = \{E_1^c \cap E_2^c\}$
 مكمل الاتحاد = تقاطع المكملات

- $E_1 \cap \{E_2 \cup E_3\} = \{E_1 \cap E_2\} \cup \{E_1 \cap E_3\}$
 * قانون التوزيع:

هونع أو ضرب الحد الذي يوفي القوس وأحول العلامة (التقاطع يكون اتحاد والعكس)

- $E_1 \cup \{E_2 \cap E_3\} = \{E_1 \cup E_2\} \cap \{E_1 \cup E_3\}$

* فضاء العينة Ω فئة كل النواتج الممكنة للتجربة (مجموع الأحداث) =

* فضاء عينة منتهى (الذي مثال المتناهي) $\rightarrow$ عارفة آخره

* فضاء عينة غير منتهى (الإحتمال غير متناهي) $\rightarrow$ مش عارفة آخره

* عدد الأحداث = 2^n
 عدد الأحداث أو المقاولات

$4 = 2^2$
 عند القاء عملة معدنية مرتين فإن عدد الأحداث =

* احتمال الحدث

$$P(E) = \frac{N(E)}{N} \quad \begin{array}{l} \text{عدد مرات الحدث} \\ \text{عدد مرات فضاء العينة} \\ \text{الناتج} \end{array}$$

← أحداث عادية

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

* الأحداث غير متافقية

اتحاد الاحتمالات = الاحتمال الأول + الاحتمال الثاني - تقاطع الاحتمالين

$$P(E - E_2) = P(E_1) - P(E_1 \cap E_2) \quad , \quad P(E_2 - E_1) = P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

← احتمالا الفرق

$$\{E_1 \cap E_2\} = \emptyset = 0 \quad \text{* الأحداث المتنافية، ذلك لا يوجد بينهم تقاطع}$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \quad \text{مجموع الاحتمالين فقط}$$

* الأحداث المستقلة: تقاطع الأحداث المستقلة هو ضرب الاحتمالات

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - [P(E_1) \times P(E_2)]$$

* الاحتمالات الشرطية

$$P(E_1 / E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}$$

* احتمال E_1 بشرط E_2 ← تقاطع الاحتمالين ÷ الاحتمال الثاني #

$$P(E_2 / E_1) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}$$

← لو أحداث غير متافقية ← يوجد تقاطع
← أحداث متافقية ← لا يوجد تقاطع

← شرط الأحداث المستقلة

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2)$$

* الحدث المستقل ليس له شكل

	Yes	No	عددهم
♀	عدد إلى قلائد 5 $\frac{5}{100}$	45 $\frac{45}{100}$	50 $\frac{1}{2}$
♂	30 $\frac{30}{100}$	20 $\frac{20}{100}$	50 $\frac{1}{2}$
مجموع	35 $\frac{35}{100}$	65 $\frac{65}{100}$	100 1

* احتمالات ذات وجهين
لـ تحويل الأرقام إلى احتمالات #

$P(A) = P(B)$ احتمال متساوي الإمكان

* الإحصاءات نوعان

$P(A) \neq P(B)$ احتمال غير متساوي الإمكان

* لو مثلأ جاني في المسألة قال احتمال وقوع الحدث (0,3) : احتمال عدم وقوع الحدث 0,7 (لأن مجموع الاحتمال لازم = 1) : هذا احتمال غير متساوي الإمكان

لـ أمالو احتمال وقوع الحدث $\frac{1}{4}$: عدم وقوع الحدث $\frac{3}{4}$: هذا احتمال متساوي الإمكان

H → صورة

T → كتابة

* لـ يولد عملة معدنية 50 احتمال ظهور ~~الصورة~~ صورة واحدة فقط (A)

$\Omega = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

$A = \{(H, T), (T, H)\}$ $P(A) = \frac{\text{عدد عناصر (A)}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

③ احتمال ظهور صورة واحدة على الأقل ④ : من واحدة وأكثر (واحدة، اثنين، ثلاثة...)

$B = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}$

احتمال متساوي

الإمكان

$$P(B) = \frac{\text{عدد عناصر (B)}}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{3}{4}$$

احتمال غير متبادلي الإمكان

إذا كان احتمال $P(H) = 0.4$ ، $P(T) = 0.6$

$$P(A) = [\text{احتمال العنصر - احتمال العنصر} + \text{احتمال العنصر - احتمال العنصر}]$$

$$A = \{ (H, T), (T, H) \}$$

$$P(A) = [(0.4 \times 0.6) + (0.6 \times 0.4)] = 0.24 + 0.24 = 0.48$$

$$P(B) = [(0.4 \times 0.4) + (0.4 \times 0.6) + (0.6 + 0.4)] = 0.16 + 0.24 + 0.24 = 0.64$$

أمثلة على أنواع الأحداث (متافقة، غير متافقة، مستقلة)

إذا علمت أن إحدى احتمالات سقوط المطر في فصل الربيع 0.52 واحتمال أن الطقس مشمس 0.36 واحتمال الطقس مشمس وممطر 0.18 فما هو احتمال أن يكون الطقس ممطر أو مشمس

$$P(A) = 0.52 \quad , \quad P(B) = 0.36$$

$$P(A \cap B) = 0.18 \quad , \quad P(A \cup B) = ?$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.52 + 0.36 + 0.18 = 0.7$$

* سحبنا قطرة دم من شخص يرغب تحليل دمه ما احتمال أن يكون فصيلة دمه غير O ؟
عدد فصائل الدم 4 ، ∴ 4 ، ∴ $P(O) = \frac{1}{4}$

$$- P(O)^c = 1 - P(O) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Lecture 5

الإحصاءات /

* إذا كان الحدثين مستقلين أو جدي احتمال

$$P(A) = 0,3$$

$$P(A \cup B)$$

$$P(B) = 0,2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - (P(A) \cdot P(B))$$

$$P(A \cup B) = 0,3 + 0,2 - (0,3 \times 0,2) = 0,5 - 0,06 = 0,44$$

$$P(A) = 0,3$$

* اختبر الأحداث الإستقلال (متقلة أو غير متقلة)

$$P(B) = 0,2$$

$$P(A \cap B) = 0,06$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

يقع أنا هجين ضرباً الإحصائيين وأنشوف يبارى التقاطع فلا لا #

$$P(A) \cdot P(B) = 0,3 \times 0,2 = 0,06$$

من الأحداث غير متقلة

* اختبر الأحداث A, B (متافية - غير متافية)

$$P(A) = 0,4$$

$$P(B) = 0,2$$

$$P(A \cup B) = 0,6$$

هنا جميع الإحصائيين وأنشوف يبارى الإيقاد أولاً من غير التقاطع أو بالتقاطع

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,4 + 0,2 = 0,6$$

لا يوجد تقاطع

احتمالات ثلاثية وحدها

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_2 \cap E_3) - P(E_1 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$

يركض أولئك لهذا الاتصال

$$- P(E_2 \cup E_3) = P(E_4) = P(E_2) - P(E_3) - P(E_2 \cap E_3) \quad [1]$$

افتراض

$$- P(E_1 \cup \overbrace{E_2 \cup E_3}^{E_4}) = P(E_1 \cup E_4) = P(E_1) + P(E_4) - P(E_1 \cap E_4) \quad [2]$$

$$- P(E_1 \cap E_4) = P(E_1) \cap \{E_2 \cup E_3\} = P(E_1 \cap E_2) \cup \{E_1 \cap E_3\} \\ P(E_1 \cap E_2) + P(E_1 \cap E_3) - P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) \quad [3]$$

بالنعوض في المعادلة 1 في 2

$$\therefore P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_2 \cap E_3) - P(E_1 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$



خصائص فضاء العينة

$$① \Omega \in \mathcal{E} \quad ② E^c \in \mathcal{E} \quad \{E_1 \cup E_2\} \in \mathcal{E}$$

① بروف أن $\emptyset \in \mathcal{E}$

$$\therefore \Omega \in \mathcal{E} \quad \therefore \Omega^c \in \mathcal{E}$$

$$\Omega^c = \emptyset \quad \therefore \emptyset \in \mathcal{E} \quad \#$$

LECTURE 5

الإحصاءات 1

② برهن أن $E_1 \cap E_2 \in \mathcal{E}$

$E_1, E_2 \in \mathcal{E} \Rightarrow E_1^c, E_2^c \in \mathcal{E}$

$\Rightarrow \{E_1^c \cup E_2^c\} \in \mathcal{E} \quad \{E_1^c \cup E_2^c\}^c \in \mathcal{E}$

$E^{cc} = E \Rightarrow \{E^{cc} \cap E_1^{cc}\} \in \mathcal{E} \Rightarrow E_1 \cap E_2 \in \mathcal{E}$



طال تجربة اختيار مادتين مع PH $(M \in \mathcal{E})$ مادتين PH

M_1 ← حافة
فلون
متكامل

$$N = 2^6 = 64$$

M_2 ← حافة
فلون
متكامل

الإحصاء العنصرية - قابل للعد - (مبنى هينغز) إلا لما أوصل للهدف هو له امتن

معرفة (F)

كامل إلى لاختيار صنف مقاوم حتى الوصول لبناء صواب (F) صواب F سليم S

أحد الهدف { F, SF, SSF, SSSF, ... } وابدأ به ثم اكمل باقي الحالات

حتى الوصول لوصول على بناء سليم مقاوم (S)

{ S, FS, FFS, FFFS, ... }

$$P(S) = P(S) + P(F) \cdot P(S) + P(F) \cdot P(F) \cdot P(S)$$

بناءً على المثال السابق إذا كان احتمال $P(F) = \frac{1}{10}$ ، $P(S) = \frac{9}{10}$

① احسب احتمال نبات مصاب في أول معاولة F, FS ←

$$P(E_1) = \left[\left(\frac{1}{10} \right) + \left(\frac{1}{10} \times \frac{9}{10} \right) \right] = 0,1 + 0,09 = 0,19$$

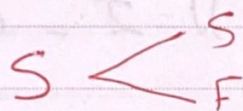
② احسب احتمال الحصول على نبات مصاب بعد أول معاولة
يقتر هبة أمناثاني إلى مالا نهاية

وأحيب أولاتيه وأصرح $\Omega \rightarrow 1$

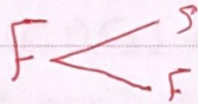
$$P(E_2) = 1 - 0,19 = 0,81 \quad \#$$

* سحب بالاحمال سيملا يوش وقوع احدها على الآخر

حالة $P(S)$
 $= \frac{7}{10}$



حالة $P(F)$
 $= \frac{3}{10}$



احتمال وقوع معاينات جيب
يحتمل أن تكون فاسدة أو مالهة

$$P(SS) = P(S) * P(S) = \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = 0,49$$

$$P(SF) = P(S) * P(F) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = 0,21$$

$$P(FS) = P(S) * P(F) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = 0,21$$

$$P(FF) = P(F) * P(F) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = 0,09$$

← المحفوظ مجموع دوال = 1

Lecture 5

الإحصاءات 1

* سحب باليد دون اطلاق ← أحداث غير مستقلة

مقياس كبير

$$P(S) = \frac{7}{10}$$

$$P(S/S) = \frac{6}{9}$$

$$P(S/F) = \frac{3}{9}$$

S	F
SS	FF
S	F

$$P(F) = \frac{3}{10}$$

$$P(F/S) = \frac{7}{9}$$

$$P(F/F) = \frac{2}{9}$$

$$P(SS) = P(S) * P(S/S) = \frac{7}{10} * \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$$

$$P(SF) = P(S) * P(S/F) = \frac{7}{10} * \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$$

$$P(FS) = P(F) * P(F/S) = \frac{3}{10} * \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$$

$$P(FF) = P(F) * P(F/F) = \frac{3}{10} * \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

← مجموع مساوي 1

بارب... توفيقاً

* قاعدة جمع الإحصاءات

← أحداث غير متانئة

$$\{E_1 \cap E_2\} \neq \emptyset$$

$$P(E_1 \cap E_2) > 0$$

$$* P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$* P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$

$$* P \bigcup_{i=1}^n E_i = \sum P_{E_i} - \sum_{E_i \cap E_j} P_{E_i \cap E_j} + \sum_{E_i \cap E_j \cap E_k} P_{E_i \cap E_j \cap E_k} - \dots$$

← أحداث متانئة

$$\{E_1 \cap E_2\} = \emptyset$$

لا يوجد عناصر مشتركة

$$\therefore P\{E_1 \cap E_2\} = 0$$

$$- P \bigcup_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n P(E_i)$$

$$- P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$- P \bigcup_{i=1}^3 E_i = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$$

* يثبت أن الأحداث متانئة

* قاعدة ضرب الاحتمالات

احداث غير مستقلة

← احداث مستقلة

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) * P(E_2 / E_1)$$

← احتمال E_2 بشرط E_1

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) * P(E_2)$$

$$P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = P(E_1) * P(E_2 / E_1) * P(E_3 / E_1 \cap E_2) = P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = P(E_1) * P(E_2) * P(E_3)$$

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) * P(E_2)$$

$$P(E_1 / E_2) = P(E_1)$$

$$P(E_1 / E_2 \cap E_3) = P(E_1)$$

← يجب ان يكون الاحتمال يتبع القاعدة دي

← يجب ان يكون الاحتمال يتبع القاعدة دي

$$\Omega = \{H, T\}$$

* عند القاء عملة معدنية 1

$$\Omega = \{H, T\}$$

* عند القاء عملة معدنية 2

* عند القاء عمليتين معدنيتين

$$\Omega = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

$$E_1 = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}$$

① احتمال ظهور صورة على الأقل

② احتمال ظهور صورة واحدة (أو على الأكثر)

$$E_2 = \{(H, T), (T, H)\}$$

$$P(E_1 \cap E_2) = \{(H, T), (T, H)\}$$

③ احتمال التقاطع

$$P(E_1 \cup E_2) = \{(H, T), (T, H), (H, H)\}$$

④ احتمال الاتحاد

$$E_3 = \{(T, T)\}$$

⑤ احتمال التكملة

* معلومات نظرية ١ -

- ① فضاء العينة منتهى ← نتائجه محدودة
 ميزاته ← يمكن تحديد نتائجه
 عيوبه ← غير قابل للعد - لا يمكن الوصول إلى نتيجة

- ② فضاء العينة الغير منتهى ← نتائجه غير محدودة
 ميزاته ← قابل للعد - يمكن الوصول إلى نتيجة
 عيوبه ← لا يمكن تحديد نتائجه

- ③ فضاء العينة Ω (أوميغا) ← هي عبارة عن فئة كل النتائج الممكنة
 من تجربة عشوائية

- ④ لكي اعرف عدد العناصر مصنفة (s, F)
 لو كان فردين الأول الثاني = النتائج
 $2 = 2 = 4$

- لو كان ثلاث أفراد
 الأول الثاني الثالث = النتائج
 $2 = 2 = 2 = 8$

- ⑤ فضاء عينة الأحداث $\mathcal{G}$ (زيتا) ← هي عبارة عن فئة كل الأحداث
 الممكنة من تجربة عشوائية
 $2^n = \mathcal{G}$

حيث n ← عدد النتائج والأحداث الممكنة

* مثال: كون $\mathcal{G}$ من تجربة أربع أحداث ما المعطيات حسب $\mathcal{G}$

$$\mathcal{G} = 2^n = 2^4 = 16 \#$$

Aladib

تمت بحمد الله

ما يخص الفوائد
 إذا تم
 ما يخص الفوائد
 وما يخص