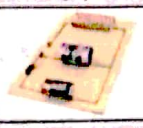
III . الاهتزازات الكهربائية

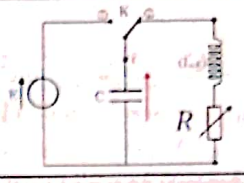
الحالة 1 : الاهتزازات الحرة المتخامدة في دارة (RLC) : $R_T \neq 0$

1. الجملة الكهربائية المهتزة



- الجملة الكهربائية المهتزة : هي كل دارة كهربائية تحتوي على وشيعة ، مكثفة مشحونة و مقاومة .
- تعريف الدور T : هو زمن دورة واحدة (اهتزازة واحدة) رمزه T وحدته الثانية s.
- تعريف التواتر f : هو عدد الدورات (الاهتزازات) في الثانية الواحدة رمزه f وحدته الهرتز Hz.

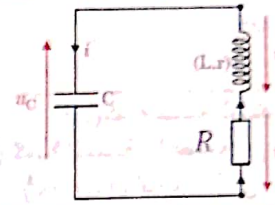
2. التركيب التجريبي



خطوات العمل

1. نشحن المكثفة بوضع البادلة K في الوضع (1) .
2. ثم نفرغ المكثفة بوضع البادلة K في الوضع (2) .
3. نعطي للمقاومة R قيم متزايدة .
4. نراقب تطورات التوتر بين طرفي المكثفة u_C باستعمال راسم الاهتزاز المهبطي.

3. ايجاد المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة : u_C



• بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_b + u_R + u_C = 0$$

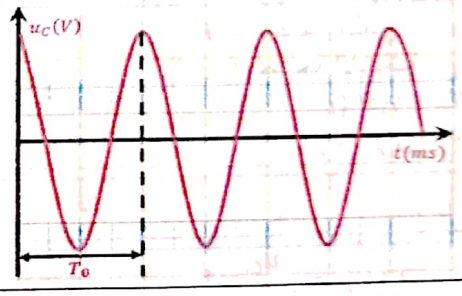
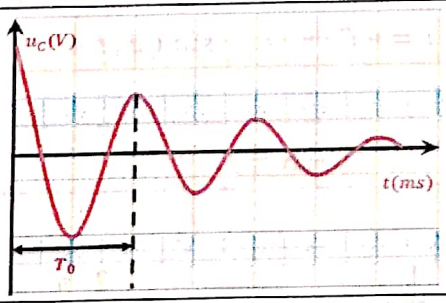
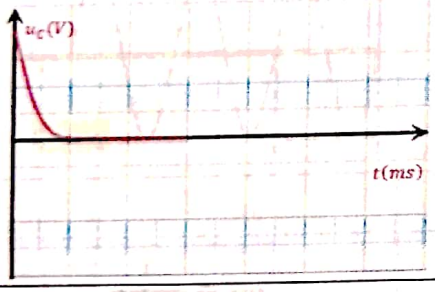
$$\Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (r+R) \cdot i + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + (r+R) \cdot \frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow L \cdot C \cdot \frac{d^2u_C}{dt^2} + (r+R) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{(r+R)}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0}$$

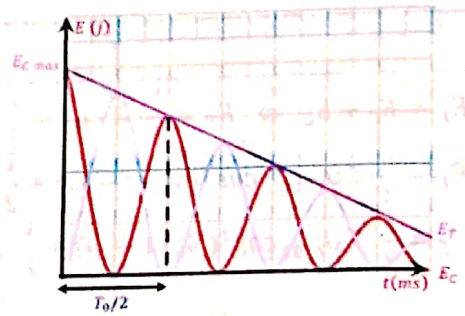
4. حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية خارج البرنامج

5. منحنى تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة u_C بدلالة الزمن t

أ. نظام دوري غير متخامد : $R = 0$	ب. نظام شبه دوري متخامد : R صغيرة	ج. نظام لا دوري حرج : $R = R_C$ كبيرة
		
• السعة ثابتة بمرور الزمن . • تتميز بالدور $T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$	• تتناقص السعة تدريجيا بمرور الزمن ، تتخامد خطيا . • تتميز بشبه الدور $T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$	• عدم وجود اهتزازات . • قيمة المقاومة الحرجة $R_C = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$

6. الدراسة الطاقوية



$$E_T = E_C + E_L \quad \Rightarrow \quad E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C \cdot u_C \cdot \frac{du_C}{dt} + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{C} \cdot q \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot \left(\frac{1}{C} \cdot q + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_T}{dt} = i \cdot (-R \cdot i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{dE_T}{dt} = -R \cdot i^2}$$

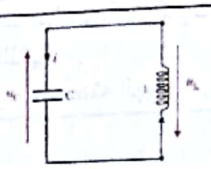
تتناقص طاقة الدارة RLC تدريجيا بفعل جول خلال التبادل الطاقوي بين المكثفة و الوشيعة

Scanné avec CamScanner

II . الاهتزازات الكهربائية

الحالة 2 : الاهتزازات الحرة الغير متخامدة في دارة مثالية (LC): $R_T = 0$

1. إيجاد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة u_C :



- بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

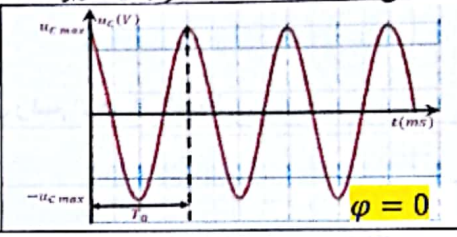
$$\Rightarrow L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot C \cdot \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0}$$

2. حل المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة u_C

u_C: التوتر بين طرفي المكثفة (V)
$U_{C\,max}$: التوتر الاعظمي (V)
ω_0: النبض الذاتي (rad/s)
φ : الصفحة الابتدائية (rad)
T_0 : الدور (s)
t : الزمن (s)

$$u_C = E \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$U_{Cmax} = E$$



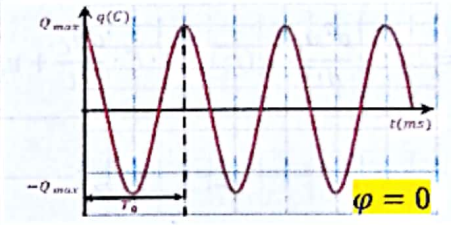
3. شحنة المكثفة q

q: كمية شحنة المكثفة (c)
Q_{max}: كمية الشحنة الاعظمية (c)
ω_0: النبض الذاتي (rad/s)
φ : الصفحة الابتدائية (rad)
T_0 : الدور (s)
t : الزمن (s)

$$q = C \cdot u_C$$

$$q = C \cdot E \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$Q_{max} = C \cdot E$$



4. شدة التيار i

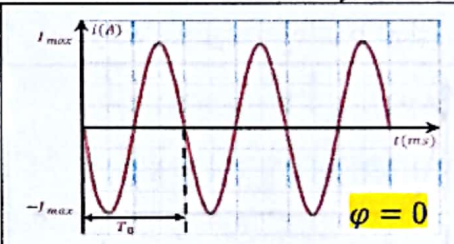
i: شدة التيار الكهربائي (A)
I_{max}: شدة التيار الاعظمي (A)
ω_0: النبض الذاتي (rad/s)
φ : الصفحة الابتدائية (rad)
T_0 : الدور (s)
t : الزمن (s)

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = -C \cdot E \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

شدة التيار الاعظمي

$$I_{max} = C \cdot E \cdot \omega_0$$



أ . إيجاد نبض الحركة : ω_0	ب . إيجاد دور الحركة : T_0	ج . إيجاد تواتر الحركة : f_0	د . إيجاد الصفحة الابتدائية : φ
$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$	$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	$f = \frac{1}{T}$	$\cos\varphi = \frac{u_{C0}}{U_{C\,max}}$

هـ. التحليل البعدي للدور T

$T = 2\pi\sqrt{L.C}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot L \cdot C \Rightarrow [T^2] = [L] \cdot [C] = \frac{[U] \cdot [T]}{[I]} \cdot \frac{[Q]}{[U]} = \frac{[U] \cdot [T]}{[Q]} \cdot \frac{[Q]}{[U]} = s^2 \Rightarrow [T] = s$$

تفسير تغير الطاقة

$E_c(0) = E_{cmax}$

$E_c(\frac{T}{4}) = 0$ J

خلال ربع الدور يتناقص التوتر بين طرفي المكثفة من قيمته العظمى الى الصفر سببه انتقال الطاقة من المكثفة الى الوشيعة دون ضياع

$$E_T = E_C + E_L \Rightarrow E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot CU_{max}^2 \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot t + \varphi) + \frac{1}{2} \cdot LI_{max}^2 \cdot \sin^2(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot CU_{max}^2 \cos^2(\omega_0 \cdot t + \varphi) + \frac{1}{2} \cdot LC^2U_{max}^2 \frac{1}{LC} \cdot \sin^2(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Cmax}^2 = \text{ثابت}$$

Scanné avec CamScanner

2023-03-30

الاهتزازات الميكانيكية

قوانين مهمة جدا

عدد الاهتزازات في الثانية الواحدة: $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ (التواتر الذاتي (Hz))

الزمن اللازم لتحقيق اهتزازة: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ (النبض الذاتي (rad/s) وحدته)

قانون هوك: $T = K\Delta\ell$; $F = k \cdot \Delta x$

ثابت المرونة ← القوة الارجاعية

تحليل ارجاع الجملة لحالة التوازن.

التواس المرن: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

التواس الثقالي: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

مفاهيم نظرية هامة جدا

التواس الثقالي: كل جسم يمكنه الاهتزاز حول محور أفقي لا يمر من مركز عطالته

التواس الثقالي البسيط: حالة خاصة حيث يتكون من خيط طوله ℓ عديم القابلية للاستطالة و حامل الكتلة صلب تهمل أبعاده أمام الطول ℓ جسم صلب نقطي

التواس المرن: يتكون من نابض حلزوني كتلته مهملة أمام كتلة الجسم المعلق بإحدى نهايته و نهايته الثانية مثبتة بحامل. والنهاية الثانية لجسم صلب كتلته m.

الجملة الميكانيكية المهتزة: كل جملة تقوم بحركة ذهابا و إيابا على جانبي وضع توازنها.

الاهتزازات الحرة ⇐ تتزايد طاقة الجملة المهتزة من الوسط الخارجي.

اهتزازة: هي الحركة من نقطة في المسار إلى أن تعود إليها بنفس الاتجاه.

الاهتزازات الحرة المتخامدة ⇐ تتناقص الطاقة الميكانيكية للجملة المهتزة بمرور الزمن بسبب الاحتكاكات (أو أي مقاومة أخرى) حتى تنعدم.

الاهتزازات الحرة غير المتخامدة ⇐ تبقى الطاقة الميكانيكية للجملة المهتزة ثابتة بمرور الزمن لأن الاحتكاكات تكون منعدمة أو مهملة.

لمنع التخامد أي لجعل الاهتزازات غير متخامدة نقوم بتعويض الطاقة الضائعة بالاحتكاك بواسطة مولد تزويد مناسب.

التواس الحر في الوضع الأفقي

اهتزازات حرة غير متخامدة $\pi = 0$ $f = 0$

المعادلة التفاضلية للحركة

الدراسة السكونية: سنأخذ التوازن:

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$

بالإسقاط على $\vec{oz}$ نجد:

$P - F = 0$

$mg - K \cdot \Delta\ell = 0$

وهو شرط توازن الجملة

الدراسة الحركية: بتطبيق ق.ن

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_G$

بالإسقاط على $\vec{oz}$ نجد:

$P - F = m a_G$

$mg - K(\Delta\ell + x) = m\frac{d^2x}{dt^2}$

$mg - K\Delta\ell - Kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$ ($mg - K\Delta\ell = 0$ من شرط التوازن)

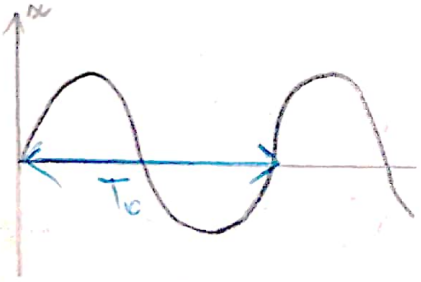
$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة 2 حلها من الشكل

$x = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن طبيعة حركة الجملة اهتزازية جيبية

دورها: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$



اهتزازات متخامدة $\pi \neq 0$ $f \neq 0$

الدراسة السكونية: سنأخذ التوازن

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\pi} = \vec{0}$

بالإسقاط على $\vec{oz}$ نجد:

$P - F - pV_g = 0 \Rightarrow mg - K\Delta\ell - pV_g = 0$

وهو شرط توازن الجملة

الدراسة الحركية: بتطبيق ق.ن

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

بالإسقاط على $\vec{oz}$ نجد:

$P - F - pV_g + f = m a_G$

$mg - K(\Delta\ell + x) - pV_g + f = m\frac{d^2x}{dt^2}$

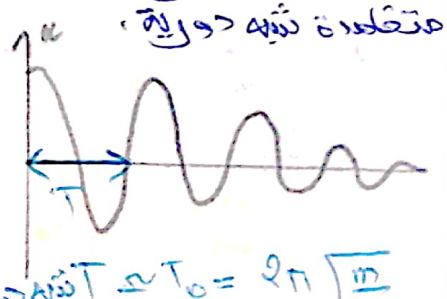
$mg - K\Delta\ell - Kx - pV_g + f = m\frac{d^2x}{dt^2}$

$-Kx + f = m\frac{d^2x}{dt^2}$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x - \frac{f}{m} = 0$

معادلة تفاضلية من الدرجة 2 حلها من الشكل

طبيعة الحركة: اهتزازات حرة متخامدة شبه دورية.



$T \simeq T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ آنية حول

الـنـواس المـرن في الوضع الأفقي

غير متخامدة $f=0$

المعادلة التفاضلية للحركة

بالاستعانة ق.ن:

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{F} = m\vec{a}$

جاء بالاسقاط:

$-F = m a_G$

$-kx = m a_G$

$m a_G + kx = 0$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

معادلة تفاضلية حلها من الشكل $x = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

X_0 = كبر مسافة الابتعاد عن الحيد (m)

ω_0 = نبض الحركة (السرعة الزاوية) (rd/s)

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ $\quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

φ = الزاوية الابتدائية تحدد من الشروط الابتدائية (rad)

دراسة الطاقة

الجملة: (نابض+جسم)

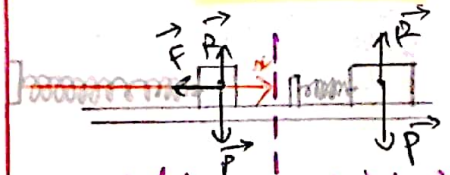
$E_T = E_c + E_{pe}$

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte$

بالاشتقاق $v\left(m\frac{d^2x}{dt^2} + kx\right) = 0$

$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ أي $v \neq 0$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$



متخامدة، وجود f

المعادلة التفاضلية للحركة

بتطبيق ق.ن:

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F}+\vec{R}+\vec{f}+\vec{P} = m\vec{a}$

بالاسقاط على $(\vec{ox})$

$-F + f = m a_G$

$m\ddot{x} + kx - f = 0$

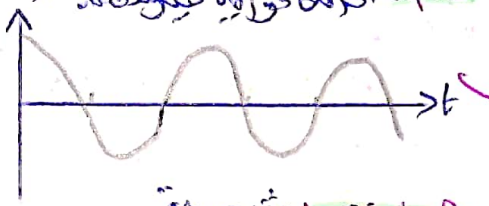
$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x - \frac{f}{m} = 0$

معادلة تفاضلية من الرتبة 2 حلها من الدرس.

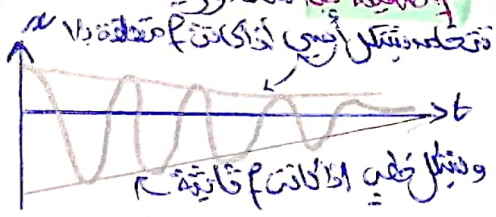
تأثير الاحتكاكات في دراسة الاهتزاز

- تزداد قيمة الاهتزاز كلما تزايدت قيمة الاحتكاكات.

$f=0$: الحركة دورية غير متخامدة



f صغيرة جدا: شبه دورية



f كبيرة: الحركة لادورية



عند وضع التوازن يكون الجسم في أقصى سرعته

دراسة النواس التثاقلي (البسيط)

غير متخامدة $f=0$

المعادلة التفاضلية للحركة

الجملة = جسم + أرض بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة

$E_{cA} + E_{ppA}$

$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cB} + E_{ppB}$

$mgh_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2$

$g(\ell - \ell\cos\theta_0) = \frac{1}{2}v^2 + g(\ell - \ell\cos\theta)$

$\frac{1}{2}v^2 + g\ell(\cos\theta_0 - \theta) = 0$ وهنا:

$v^2 = 2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)$

بالاشتقاق ض:

$2\frac{d\theta}{dt}v = 2g\ell\frac{d\cos\theta}{dt}$

$2\frac{d\theta}{dt}v = 2g\ell\left(-\frac{d\theta}{dt}\sin\theta\right)$

نتخلص من v و $\frac{dv}{dt}$ في البسط والمقام نجد

$\ell\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\frac{d\theta}{dt}\sin\theta$

$\ell\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\sin\theta$

من أجل زوايا صغيرة $\sin\theta = \theta$ وهنا

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$

معادلة تفاضلية من الشكل حلها جيبيا من الشكل

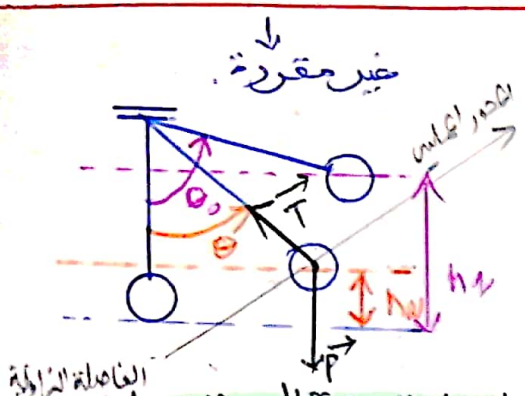
$\theta = \theta_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث θ_0 السعة الزاوية

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $\quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

متخامدة، وجود f

غير مقروءة.



المعادلة الزمنية للسرعة

$\sin\theta = \frac{x}{\ell} \Rightarrow x = \ell\sin\theta$

من أجل الزوايا الصغيرة $\sin\theta = \theta$

بالاشتقاق $x = \ell.\theta$

معادلة السرعة: $\frac{dx}{dt} = \ell\frac{d\theta}{dt}$

بالاشتقاق $v = \ell.\frac{d\theta}{dt}$

معادلة التسارع: $\frac{dv}{dt} = \ell.\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$a_G = \ell.\frac{d^2\theta}{dt^2}$

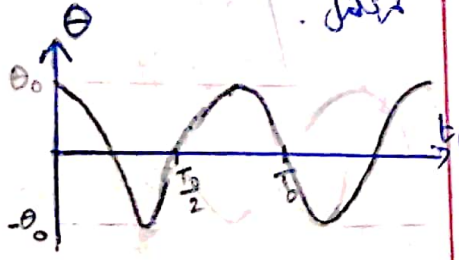
كما يمكن إيجاد م.ت بتطبيق ق.ن

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ $\quad \vec{P}+\vec{T} = m_1\vec{a}$

بالإسقاط على المحور المناسب:

$-P\sin\theta = m.a$

تركيب.



Scanné avec CamScanner