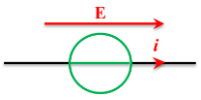
I. المكثفات و ثنائي القطب RC (العلاقات و القوانين)

1. المولد : E



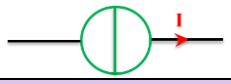
أ.مولد التوتر المثالي : ثابت = E



$u_G = E$

u_G فرق الكمون بين طرفي المولد: (V)
E القوة المحركة للمولد : (V)

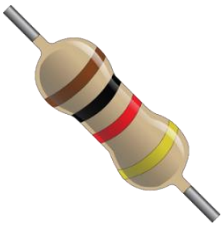
ب.مولد التيار المثالي : ثابت = I



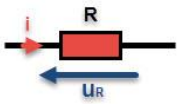
$i = I$

I شدة التيار الكهربائي : (A)

2.الناقل الأومي (المقاومة): R



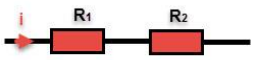
أ. قانون اوم



$u_R = R.i$

u_R التوتر بين طرفي المقاومة : (V)
R المقاومة : (Ω)
i شدة التيار الكهربائي : (A)

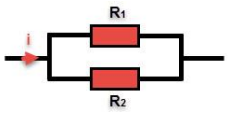
ب. جمع المقاومات على التسلسل



$R_{eq} = R_1 + R_2$

R_{eq} المقاومة المكافئة : (Ω)
R_1 المقاومة الاولى : (Ω)
R_2 المقاومة الثانية : (Ω)

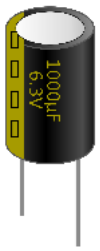
ج. جمع المقاومات على التفرع



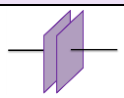
$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

R_{eq} المقاومة المكافئة : (Ω)
R_1 المقاومة الاولى : (Ω)
R_2 المقاومة الثانية : (Ω)

3. المكثفة : C



أ. تعريف المكثفة :

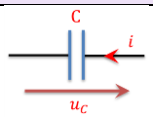


هي ثنائي قطب قادرة على تخزين الشحن الكهربائية تتكون من صفيحتين معدنيتين متماثلتين ومتوازيتين (لبوسين) بينهما عازل كهربائي (الهواء،الميكا..)

ب . مميزات المكثفة :

- تتميز المكثفة بسعة تخزين C وحدتها الفاراد F .
- أجزاء الفاراد : $1pF=10^{-12}$ F , $1nF = 10^{-9}$ F , $1\mu F = 10^{-6}$ F , $1mF = 10^{-3}$ F .

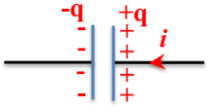
ج . العلاقة بين الشحنة q و التوتر بين طرفي المكثفة u_C



$q = C.u_C$

q كمية الشحنة الكهربائية : (C)
C سعة المكثفة : (F)
u_C التوتر بين طرفي المكثفة : (V)

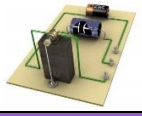
د . العلاة بين الشحنة q و شدة التيار i المار في المكثفة



- مولد التوتر $i = \frac{dq}{dt}$
- مولد التيار $I = \frac{q}{t}$

i شدة التيار الكهربائي : (A)
dq مشتق الشحنة : (C)
dt مشتق الزمن : (S)

هـ . الطاقة المخزنة في المكثفة Ec



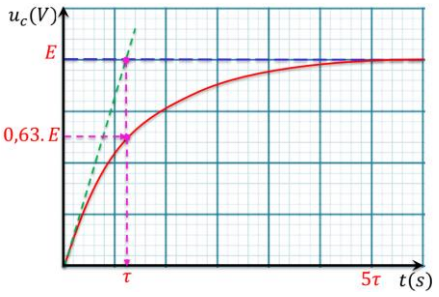
$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot {u_C}^2$

E_C الطاقة المخزنة في المكثفة : (j)
C سعة المكثفة : (F)
u_C التوتر بين طرفي المكثفة : (V)

I. المكثفات و ثنائي القطب RC (المفاهيم الأساسية)

1. ثابت الزمن τ

▪ تحديد ثابت الزمن بيانيا :



▪ ثابت الزمن τ :

$$\tau = R.C$$

τ : ثابت الزمن (s)
R : المقاومة (Ω)
C : سعة المكثفة (F)

▪ تعريف ثابت الزمن τ : هو الزمن اللازم لكي تشحن المكثفة بنسبة 63% .

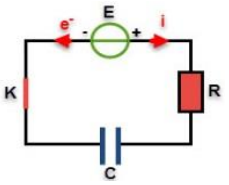
▪ علاقة τ بـ R و C : ثابت الزمن τ يزداد بزيادة R و C .

▪ زمن الشحن العملي t : زمن الشحن العملي للمكثفة هو $t = 5.\tau$

▪ التحليل البعدي لثابت الزمن τ :

$$[\tau] = [R] \times [C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\times[T]}{[U]} = [T] = s$$

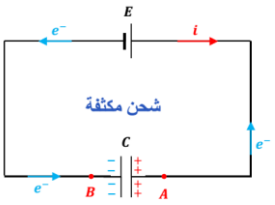
2 جهة مرور التيار الكهربائي i



▪ جهة مرور التيار الكهربائي i :
من التوتر المرتفع للمولد (القطب الموجب) نحو التوتر المنخفض (القطب السالب).

▪ جهة حركة حاملات الشحنة (الالكترونات) e^- :
عكس جهة التيار الكهربائي

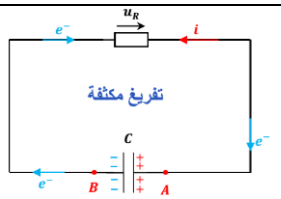
3. التفسير المجهري لشحن و تفريغ مكثفة



أ. التفسير المجهري لشحن مكثفة

تغادر الالكترونات اللبوس A باتجاه اللبوس B تنتهي عملية الشحن عندما يتساوى عدد الالكترونات المغادرة من A بعدد الالكترونات المتراكمة في B ويصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساوي للتوتر بين طرفي المولد $u_C = E$.

$0 < i$



ب. التفسير المجهري لتفريغ مكثفة

تغادر الالكترونات اللبوس B باتجاه اللبوس A يتناقص التيار مع مرور الزمن الى ان تتفرغ المكثفة $u_C = 0$.

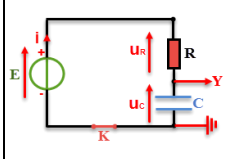
$0 > i$

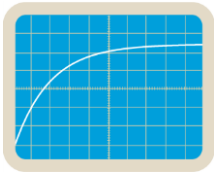
4. كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي (الاوسيلوسكوب)

1. راسم الاهتزاز المهبطي يعطينا منحنى تطور فرق الكمون u بدلالة الزمن t : u = f(t)
2. يتكون راسم الاهتزاز المهبطي من مدخلين Y_1 ، Y_2 و ارضي مشترك
3. يربط راسم الاهتزاز المهبطي على التفرع .

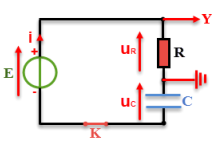


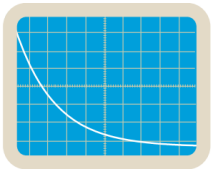
أ. الربط لمشاهدة u_C



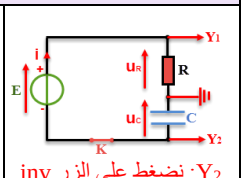


ب. الربط لمشاهدة u_R

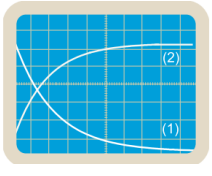




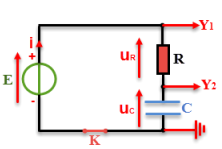
ج. الربط لمشاهدة u_C و u_R

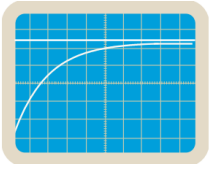


Y_2: نضغط على الزر inv



د. الربط لمشاهدة E و u_C



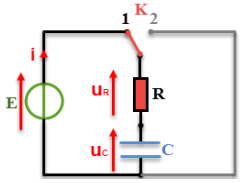


I . المكثفات و ثنائي القطب RC (المعادلات التفاضلية في حالة الشحن)

1.كيفية ايجاد المعادلات التفاضلية في حالة شحن المكثفة لـ :

1 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

- البادلة K في الوضع 1: تشحن المكثفة



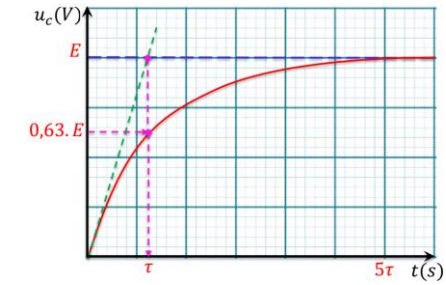
- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E$

$$\Rightarrow R \cdot i + u_C = E \Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + u_C = E$$

$$\Rightarrow R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}$$

- حل المعادلة التفاضلية $u_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- القيمة العظمى $U_{C\,max} = E$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_C(V)$	0	0 ,63E	0 ,99E	E

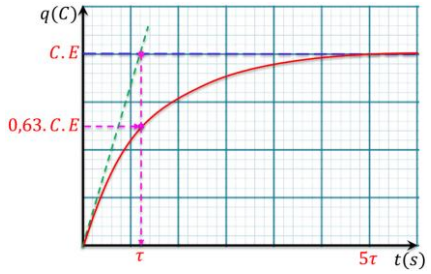
2 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور كمية الكهرباء في المكثفة q(t)

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = E$

$$\Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = E$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot q = \frac{E}{R}$$

- حل المعادلة التفاضلية $q = C \cdot E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- القيمة العظمى $Q_{max} = C \cdot E$



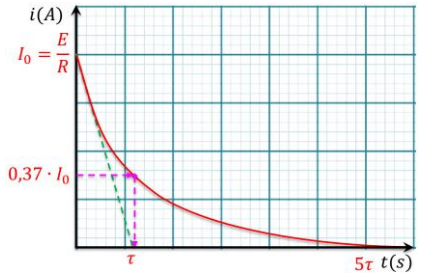
t(s)	0	τ	5τ	∞
$q(c)$	0	0 ,63CE	0 ,99CE	CE

3 إيجاد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي i(t)

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = E$
- بعد الاشتقاق نجد : $R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i = 0$$

- حل المعادلة التفاضلية $i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- القيمة العظمى $I_0 = \frac{E}{R}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$i(A)$	$\frac{E}{R}$	$0,37\frac{E}{R}$	$0,01\frac{E}{R}$	0

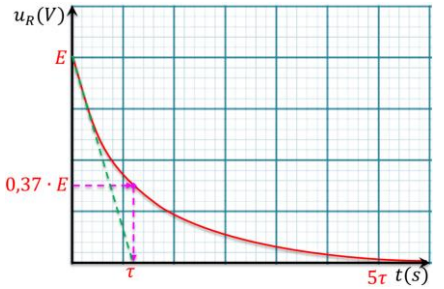
4 تطور التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

- $u_R = R.i$ ..... (1)
- $i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ ..... (2)
- نعوض (2) في (1) فنجد

$$\Rightarrow u_R = R.\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_R = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- القيمة العظمى $U_{R0} = E$



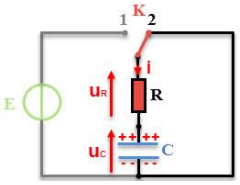
t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_R(V)$	E	0 ,37E	0 ,01E	0

I . المكثفات و ثنائي القطب RC (المعادلات التفاضلية في حالة التفريغ)

1.كيفية ايجاد المعادلات التفاضلية في حالة تفريغ المكثفة لـ :

1 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

- البادلة K في الوضع2: تتفرغ المكثفة



- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = 0$

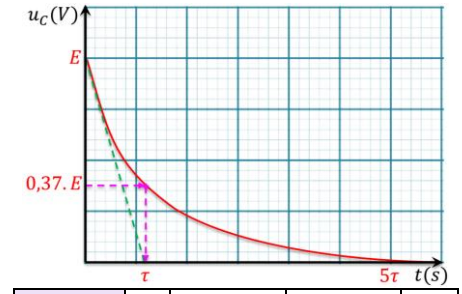
$$\Rightarrow R \cdot i + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = 0$$

- حل المعادلة التفاضلية $u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- القيمة العظمى $U_{C0} = E$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_C(V)$	E	0 ,37 E	0 , 01E	E

2 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور كمية الكهرباء في المكثفة q(t)

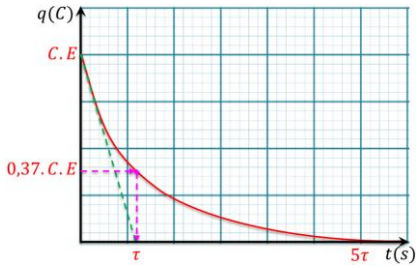
- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = 0$

$$\Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot q = 0$$

- حل المعادلة التفاضلية $q = C \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- القيمة العظمى $Q_0 = C \cdot E$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$q(c)$	CE	0 ,37CE	0 ,01CE	0

3 إيجاد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي i(t)

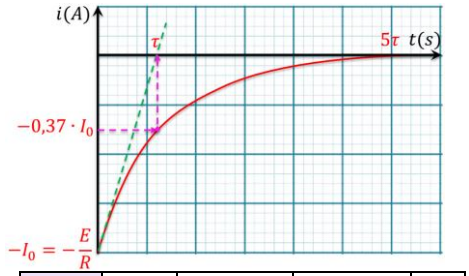
- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ن $u_R + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = 0$

- بعد الاشتقاق نجد : $R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i = 0$$

- حل المعادلة التفاضلية $i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- القيمة العظمى $I_0 = \frac{E}{R}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$i(A)$	$-\frac{E}{R}$	$-0,37\frac{E}{R}$	$-0,01\frac{E}{R}$	0

4 تطور التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

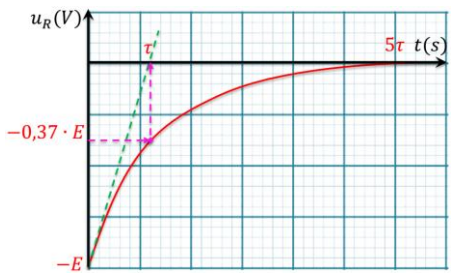
- $u_R = R.i$ ..... (1)
- $i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ ..... (2)

- نعوض (2) في (1) فنجد

$$\Rightarrow u_R = R.(-\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$u_R = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- القيمة العظمى $U_{R0} = E$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_R(V)$	-E	-0 ,37E	-0 ,01E	0

I. المكثفات و ثنائي القطب RC (البراهين)

1. الطاقة المخزنة في المكثفة

أ. الطاقة المخزنة في المكثفة في حالة شحن المكثفة

- الطاقة المخزنة في لحظة t

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2}\cdot C.u_C^{\,2} \\ u_C = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}\cdot C.E^2\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$E_C = E_{Cmax}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2}\cdot C.E^2$$

ب. الطاقة المخزنة في المكثفة في حالة تفريغ المكثفة

- الطاقة المخزنة في لحظة t

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2}\cdot C.u_C^{\,2} \\ u_C = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}\cdot C.E^2\cdot\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$E_C = E_{C0}\cdot e^{-2\cdot\frac{t}{\tau}}$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية

$$E_{C0} = \frac{1}{2}\cdot C.E^2$$

2. اوجد التوابث : A ، B ، α علما ان حل المعادلة التفاضلية في حالة الشحن هو من الشكل : $u_C(t) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$

حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$...(1)

نشتق حل المعادلة التفاضلية $\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$....(2)

المعادلة التفاضلية $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot u_C = \frac{E}{R\cdot C}$....(3)

- نعوض (1) و (2) في (3) نجد :

$$-\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot\left(A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\right) = \frac{E}{R\cdot C}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B}{R\cdot C} - \alpha\cdot B\right)\cdot e^{-\alpha\cdot t} + \left(\frac{A}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{B}{R\cdot C} - \alpha\cdot B = 0 \\ \frac{A}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{R\cdot C} \\ A = E \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية لما $t = 0$ فان $u_C(0) = 0$

$$u_C(0) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot(0)} \Rightarrow 0 = A + B \Rightarrow B = -E$$

و منه الحل هو

$$u_C(t) = E - E\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} \Rightarrow u_C(t) = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$$

3. اثبت أن : $u_C(t) = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية في حالة الشحن

حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$...(1)

نشتق حل المعادلة التفاضلية $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{R\cdot C}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}$.....(2)

المعادلة التفاضلية $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot u_C = \frac{E}{R\cdot C}$ ....(3)

- نعوض (1) و (2) في (3) نجد :

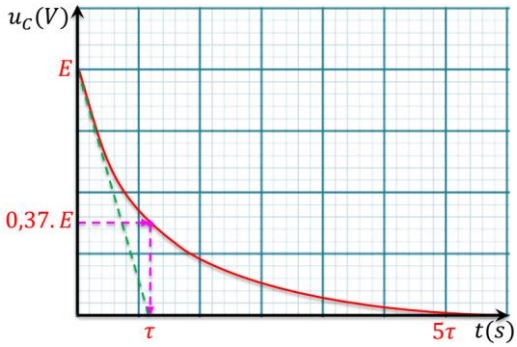
$$\frac{E}{R\cdot C}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} + \frac{E}{R\cdot C}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right) = \frac{E}{R\cdot C}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{E}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right)\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} + \left(\frac{E}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

ومنه $u_C(t) = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية

4. برهن على ان المماس عند اللحظة t=0 يقطع محور الأزمنة عند نقطة فاصلتها $t = \tau$ خلال مرحلة تفريغ المكثفة



- معادلة المماس : المماس خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$y = A\cdot x + B$$

- B هو نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب

حل المعادلة التفاضلية اثناء التفريغ : $u_C(t) = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند اللحظة t=0 $B = u_C(0) = E$

- A هو معامل توجيه المنحنى

مشتق حل المعادلة التفاضلية : $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند اللحظة t=0 $A = \frac{du_C(0)}{dt} = -\frac{E}{\tau}$

- ومنه معادلة المماس هي : $u_C = -\frac{E}{\tau}\cdot t + E$
- عندما يقطع المماس محور الأزمنة فان : $u_C = 0$

$$u_C = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{E}{\tau}\cdot t + E \Rightarrow t = \tau$$