Date :
No:

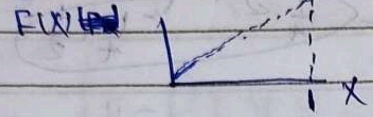
محاضرة رقم (6) احصاء

متغير عشوائي متصل

شروط الدالة الاحتمالية "المتصلة"

← موجبة ← $F(X) \geq 0$

← مساحة تحت منحنى = الواحد $\int_{-\infty}^{\infty} F(X)dx =$ الواحد



$F(x)\,dx =$ واحد

① مثال تدريب متغير عشوائي X له الدالة التالية

$$F(X) = \begin{cases} 2X & 0 \leq X \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

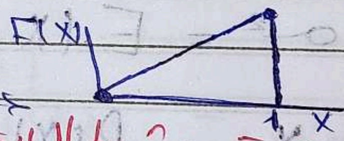
$$F(X) \int_0^1 \underset{ع}{2X\,dX} = \frac{2X^2}{2}\Big|_0^1$$

هنعوض عن ع الدالة بـ 1

هنعوض عن ع الدالة بـ zero

هنرفع الأس واحد دائماً ونقسم على الجديد اللى طالع

$$\therefore F(X) = \frac{2X|^2}{2} = 1$$



حقق شرط الدالة لأنه موجب. المساحة تحت المنحنى تساوي واحد

= صفر عند جميع النقاط من صفر

= X^2 عند جميع النقاط في الفترة 1:0

= 1 عند جميع النقاط أو بعد 1

* عند نقطة X، $P(X) = F(X)$ ← الاحتمال

تمثل ارتفاع ع

العمود المقام عند X الاحتمال عندها يساوي صفر لأن المساحة تحت المنحنى تساوي zero

دالة التوزيع التراكمي

لمتغير عشوائي متصل

$$F(X) = P(X \leq X) \int_{X}^{x} f(x)\,dx$$

$$0 \leq F(X) \leq 1$$

$$F\infty = 1$$

$$F-\infty = zero$$

Date :

No: في المثال السابق تكون الدالة التراكمية هي

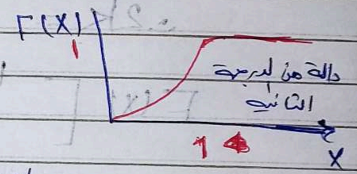
$$F(X) = P(X \leq X) = \int_{-\infty}^{X} F(X)\, d(X)$$

$$= \int_{-\infty}^{X} F(X)\, dX + \int_{0}^{X} F(X)\, dX$$

$$1 = \text{zero} + \int_{0}^{1} 2X\, dX$$

$$1 = X^2 \Big|_{0}^{1} = X^e \Big|_{0}^{1}$$

$$F(X) \begin{cases} 0 , & X < 0 \\ X^2 , & 0 < X < 1 , \\ 1 , & X \geq 1 \end{cases}$$



دالة الاحتمال لمتغير عشوائي

غير متصل

d.r.v

العزم الرائي حول الوسط ← → العزم الرائي حول الصفر

$M_r = \sum (X - M)^r P(X)$

$(\acute{M}_r) = \sum X^r P(X)$

$(M_{r_1}) = \sum X^1 P X$ متوسط ٪ مهم!!

دالة الاحتمال لمتغير عشوائي

متصل C.r.v

عزم الرائي حول الوسط ← → عزم الرائي حول الصفر

$M_r = \int_{-\infty}^{\infty} (X - M)^r f(X)\, dX$

$(\acute{M}_r) = \int_{-\infty}^{\infty} (X)^r F(X)\, dX$

$M_2 = (X - M)^2 f(X)\, dX$

لـ التباين

Date : ________
No:

مثال (2)

$$F(x)\begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

أوجد قيمة k

الحل

$$k = \int_{0}^{2} kx\,dx = \frac{kx^2}{2}\Big|_{0}^{2} = 1$$

$$= \frac{k0^2}{2} = 0 \quad \frac{k \times 2^2}{2} = 1$$

$$\therefore 2k = 1 \quad \therefore k = 0,5$$

مثال (3)

$$F(x)\begin{cases} 1 - 0,5x & 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

أوجد العزم الأول حول الصفر

الحل

$$\bar{M}_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x\,f(x)\,dx$$

$$\bar{M}_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x\,(1 - 0,5x)\,dx$$

$$= \int_{0}^{2} (x - 0,5x^2)\,dx$$

لا نرفع المعامل واحد

نرفع التكامل واحد

$$= \frac{x^2}{2} - \frac{0,5x^3}{3}\Big|_{0}^{2} = \frac{4}{2} - \frac{0,5 \times 8}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\bar{M}_2 = \int_{0}^{2} x^2 (1 - 0,5x)\,dx$$

$$= \int_{0}^{2} (x^2 - 0,5x^3)\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{0,5x^4}{4} = \frac{2^3}{3} - \frac{0,5 \times 2^4}{4} = \frac{2}{3}$$

① احصاء محاضرة ١٧

Date :

No:

توزيعات المعاينة

مقاييس نزعة تشتت والالتواء والتفرطح

الاحصاء الاستدلالى هو استدلال المعلومات الموجودة بالعينات لاستدلال على معالم المجتمع .

الاحصاء الاستدلالى

توزيعات معاينة — تقدير معالم المجتمع — الاختبارات المعنوية

أولاً توزيعات المعاينة :- هى توزيع احتمال لاحصاء العينة ، $\bar{X}$, μ , S^2 " ونحصل على توزيع احتمالى بسحب كل العينات الممكنة ذات الحجم n من المجتمع ثم عمل توزيع احتمالى

طرق سحب العينات

بالارجاع

لكل مفردة من المجتمع فرصة للاختيار أكثر من مرة بسبب ارجاع المفردة

$K = N^{n}$ عدد العينات ← عينة ← مجتمع

$\mu_{\bar{x}} = \mu_x$ ← $\sum X P(X)$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \boxed{\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sum (X-\mu)^2 P(X) \quad \sigma_{\bar{x}}$$

بدون ارجاع

$K = \binom{N}{n}$

$\mu_{\bar{x}} = \mu_x \rightarrow \frac{\sum X}{N}$ أو $\sum X P(X)$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

الانحراف معيارى

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$$

Date:
No:

مثال (1) بفرض مجتمع يشتمل على القيم التالية

$FX_1 = 4 \quad X_2 = 6 \quad X_3 = 8 \quad X_4 = 10$

أوجد كلا من متوسط المجتمع M وتباينه σ^2

الحل

$$M_x = \frac{4+6+8+10}{4} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X-M)^2}{N} = \frac{(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(10-7)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = 5$$

مثال (2) بفرض سحب كل العينات الممكنة ذات الحجم (2) والتي يمكن سحبها مرة بالإحلال ومرة بدون أوجد توزيع المعاينة للأوساط الحسابية لهذه العينات

$FX_1 = 4 \quad X_2 = 6 \quad X_3 = 8 \quad X_4 = 10$

الحل

ملحوظة P(X) هي عدد تكرارات المتوسط على الكل

	4	6	8	10
4 متوسط	4,4 4	4,6 5	4,8 ② 6	4,10 ③ 7
6 متوسط	6,4 5 ①	6,6 6	6,8 7 ④	6,10 ⑤ 8
8	8,4 6 ③	8,6 ④ 7	8,8 8	8,10 ⑥ 9
10	10,4 7 ⑥	10,6 8 ⑤	10,8 9	10,10 10

$K = N^n = 4^2$

$K = 16$

$4 \times 3 \times 2$

$K = \binom{N}{n} = \binom{4}{2}$

$$K = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2(2)} = 6$$

$\sigma^2 \Leftarrow$

$\tilde{X}$		$P(X)$	$\tilde{X}P(X)$	$(X-M)^2P(X)$
4	×	$\frac{1}{16}$	0,25	$(4-7)^2 \times \frac{1}{16}$
5	×	$\frac{2}{16}$	0,625	$(5-7)^2 \times \frac{2}{16}$
6	×	$\frac{3}{16}$	1,125	$(6-7)^2 \times \frac{3}{16}$
7	×	$\frac{4}{16}$	1,75	$(7-7)^2 \times \frac{4}{16}$
8	×	$\frac{3}{16}$	1,5	$(8-7)^2 \times \frac{3}{16}$
9	×	$\frac{2}{16}$	1,125	$(9-7)^2 \times \frac{2}{16}$
10	×	$\frac{1}{16}$	0,625	$(10-7)^2 \times \frac{1}{16}$

$M \downarrow = 7$

2,5

$M = \cancel{2,5}\ 7 \qquad \sigma^2 = 2,5$

مثال (3)

بفرض أن لدينا مجتمع حجمه = N3 والمراد سحب كل العينات الممكنة ذات حجم (2) فإذا كانت المفردات المجتمع هي

$x_1 = 1 \qquad x_2 = 2 \qquad x_3 = 3$

الحل

	1	2	3
1 متوسط ←	1,1 1	1,2 ① 1,5	1,3 2 ②
2 متوسط ←	2,1 ① 1,5	2,2 2	2,3 ③ 2,5
3 متوسط ←	3,1 ② 2	3,2 ② 2,5	3,3 3

$K = N^n = 3^2 = 9$

$K = {}^{3}_{0}\!\int = \frac{3 \times 2 \times 1}{2} = 3$

$\bar{x}$	$P(x)$	$\bar{x}P(x)$	$(X-M)^2 P_x$
1	$\frac{1}{9}$	0,11	$(1-2)^2 \frac{1}{9}$ +
1,5	$\frac{2}{9}$	0,33	$(1,5-2)^2 \frac{2}{9}$ +
2	$\frac{3}{9}$	0,67	$(2-2)^2 \frac{3}{9}$ +
2,5	$\frac{2}{9}$	0,56	$(2,5-2)^2 \frac{2}{9}$ +
3	$\frac{1}{9}$	0,33	$(3-2)^2 \frac{1}{9}$

$\therefore M_{\bar{x}} = 2 \qquad \sigma^2 = \frac{1}{3}$