
الوحدة السادسة
مفاهيم الإحصاء
والقياس

محتويات الوحدة

الموضوع	الصفحة
المقدمة	151
التمهيد	151
أهداف الوحدة	151
1. ما هي وظيفة الإحصاء الوصفي؟	**152**
2. التوزيع التكراري وكيف يستفاد منه في القياس التربوي	**152**
3.الدرجة الخام	**155**
4. مقاييس النزعة المركزية	**155**
1.4 المتوسط الحسابي	155
2.4 الوسيط	160
3.4 المنوال	161
5. مقاييس التشتت	**161**
6. الدرجة المعيارية	**163**
7. مُعَامِل الارتباط	**164**
الخلاصة	**167**
إجابات التدريبات	**169**
مسرد المصطلحات	**170**
المراجع	**171**

المقدمة

تمهيد

عزيزي الدارس,,

مرحباً بك إلى هذه الوحدة الختامية، من مقرر القياس و التقويم التربوي، ستتناول هذه الوحدة عدداً من المفاهيم في الإحصاء و القياس، حيث سنعرّفك وظيفة الإحصاء الوصفي، كما سنوقفك على ماهية التوزيع التكراري وكيف يُستفاد منه في القياس التربوي. وسنعرفك الدرجة الخام وكيف يتم تفسيرها، كذلك سندلك على مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت وكيفية حسابها.

وفي أخرها سنتعرف ماهية الدرجة المعيارية، ومُعَامِل الارتباط، وكيف يتم حسابُهما. وذلك حتى تساعدك عزيزي الدارس، في الاستفادة منها معرفيّاً وعمليّاً في كلِّ مجالاتِ الحياة المختلفة. ستجد في ثنايا الوحدة عدداً من الأنشطة والتدريبات وأسئلة التقويم الذاتي، نرجو أن تستفيد منها. مرحباً بك مرة أخرى إلى هذه الوحدة، آملين أن تفيد منها وتنهل من مَعِيْنِها.

أهداف الوحدة

عزيزي الدارس،

بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة ينبغي أن تكون قادراً على أن:

1. **تفسّر** وظيفة الإحصاء الوصفي.
2. **تستخدم** التوزيع التكراري وكيف يستفاد منه في القياس التربوي.
3. **تعرّف** الدرجة الخام.
4. **تعدّد** مقاييس النزعة المركزية.
5. **تحسب** مقاييس التشتت.
6. **تعرّف** الدرجة المعيارية.
7. **توجد** معامل الارتباط.

1. وظيفة الإحصاء الوصفي

عزيزي الدارس،

إن الوظيفة الأساسية للإحصاء الوصفي، هي تلخيص البيانات ووصفها وعرض الخصائص الإحصائية لتلك البيانات.

وتوضيحاً لوظائف الإحصاء الوصفي، تذكر نادية الشريف (1980م) المذكورة في أبى لبدة (1985)، بأن الإحصاء الوصفي لأي ظاهرة يعطينا صورة عن مدى تجمع البيانات العددية المرتبطة بهذه الظاهرة، أو مدى تشتت بيانات الظاهرة، أو مدى ارتباطها بظاهرة أخرى.

إن تنظيم البيانات يمكن أن يظهر في **جداول تكرارية**، أو **رسوم بيانية**، كذلك البيانات الوصفية، يمكن استعراض خصائصها عن طريق مقاييس النزعة المركزية، أو مقاييس التشتت، أو حساب معامل الارتباط. كل ذلك سيتم شرحُه في هذه الوحدةَ إن شاء الله.

2. التوزيع التكراري، مفهومه وفائدته

التوزيع التكراري هو عبارة عن إعادة تصنيف البيانات، وترتيبها، لنبدأ بعد ذلك في بقية المعالجات الإحصائية لهذه البيانات، فتوزيع البيانات في شكل تكراري، يعتبر الخطوة الأولى في إجراء العمليات الإحصائية.

مثال

إذا أعطينا اختباراً في مادة اللغة العربية لـ50 طالباً وكانت درجات الطلاب كالآتي:

6	6	7	7	6	3	3	2	8	7	9	7	8	
7	6	7	5	5	6	4	5	6	5	4	7	6	
7	6	6	5	7	5	6	5	6	5	4	5	6	
		9	7	6	8	6	7	4	7	6	5	6	

خطوات تنظيم البيانات هي:

الخطوة الأولى: تبويب البيانات

حيث يمكن أن يتم تبويب البيانات بطريقة العلامات التكرارية، حيث ترتب الدرجات تصاعديّاً أو تنازليّاً، ثم تُرْصَدُ تكرارات كلَّ درجةٍ عن طريق الخطوط المائلة. كما يلي:

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
2	/	1
3	//	2
4	///	3
5	𝍸 𝍸	10
6	𝍸 𝍸 𝍸 //	17
7	𝍸 𝍸 //	12
8	///	3
9	//	2
	المجموع	50

الخطوة الثانية: اختصار البيانات

بعد التبويب يتم اختصار البيانات وتجميعها في فئات لتظهر فى شكل مختصر، على النحو التالي:

فئات الدرجات	التكرار
3-2	3
5-4	13
7-6	29
9-8	5
المجموع	50

وفي بعض الحالات قد تكون الدرجات كثيرة وتوزيعها في مدى واسع، بمعنى أن الفرق بين أصغر درجة وأكبر درجة كبير.

مثال:

وُجِدَ أن درجات (100) طالب في اختبار مادة اللغة الإنجليزية موزعة بين أصغر درجة (10) وأكبر درجة (59) كما يلي:

فئات الدرجات	التكرار
14-10	2
19-15	8
24-20	6
29-25	12
34-30	27
39-35	16
44-40	14
49-45	8
54-50	5
59-55	2
المجموع	100

أسئلة تقويم ذاتي

1. عرّف الإحصاء الوصفي؟
2. عرّف التوزيع التكراري؟
3. كيف يتم تنظيم البيانات؟

3. الدرجة (الخام)

هي النتيجة التي يتحصل عليها الطالب في الاختبار وتحسب عادة بعدد الأسئلة التي أجاب عنها الطالب إجابات صحيحة.

4. مقاييس النزعة المركزية

عندما نحاول أن نُبْرِزَ أهم صفات البيانات الرقمية في عددٍ واحد نشير به إلى مدى نزعة هذه البيانات للتجمع حول الوسط فإننا نحسب أحد مقاييس النزعة المركزية.

عزيزي الدارس،

يمكن تحديد أهم مقاييس النزعة المركزية فيما يلي:

1.4 المتوسط الحسابي:

وهو عبارة عن "حاصل جمع المفردات مقسوماً على عددها"، وهناك عدة طرق لحسابه، منها:

الطريقة الأولى: طريقة الدرجات الخام

و تحسب بالقانون التالي: المتوسط الحسابي = مجموع س

ن

= مجموع الدرجات

عدد الأفراد

حيث تعني س مجموع الدرجات

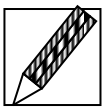
وتعني ن عدد الأفراد

أسئلة تقويم ذاتي



1. عرَّف الدرجة الخام؟
2. عرّف المتوسط الحسابي؟

تدريب (1)



احسب المتوسط الحسابي للدرجات الخام التالية:

5،7،8،6،3،9،4،6

الطريقة الثانية: طريقة تكرار الدرجات

وتحسب بالقانون التالي: المتوسط الحسابي = مجموع (ت × س)

ن

أي أن المتوسط الحسابي يساوى مجموع نواتج ضرب تكرار كل درجة في قيمتها على عدد الأفراد. يمكننا متابعة ذلك في الجدول أدناه:

ت × س	(ت)	(س)
التكرار × الدرجة	التكرار	الدرجة
2= 2 × 1	1	2
6 = 3 × 2	2	3
8= 4 × 2	2	4
55 = 11 × 5	11	5
102 = 6 × 17	17	6
102= 6 × 12	12	7
24= 8 × 3	3	8
18 = 9 × 2	2	9
	50	

المتوسط الحسابي= مجموع (ت × س)

ن

= 299

50 = 5 . 98

عزيزي الدارس،

بعد أن عرفت كيفية استخراج المتوسط الحسابي من جدول التكرار، أحسب أنك تستطيع فعل ذلك من الجدول أدناه:

س	ت	س ت
12	**4**	
3	**3**	
4	**2**	
5	**7**	
6	**10**	

نشاط



من الجدول أعلاه احسب المتوسط الحسابي؟

الطريقة الثالثة: طريقة حساب فئات الدرجات

المتوسط الحسابي = مجموع (ت × س)

ن

أي = مجموع (التكرار × منتصف الفئة)

عدد الأفراد

فئات الدرجات	منتصف الفئة (ص)	التكرار (ت)	التكرار × منتصف الفئة (ت×ص)
14−10	12	2	24=12×2
19−15	17	8	136=17×8
24−20	22	6	132=22×6
29−25	27	12	324=27×12
34−30	32	27	864=32×27
39−35	37	16	592=37×16
44−40	42	14	588=42×14
49−45	47	8	376=47×8
54−50	52	5	260=52×5
59−55	57	2	114= 57×2
	100	مجموع (ت × ص) = 3410	

المتوسط الحسابي= مجموع (ت × ص)

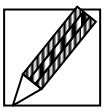
ن

= 3410

100

=10. 34

تدريب (2)



ادرس الجدول التكراري التالي و الخاص بدرجات طلبة الفصل الأول بجامعة السودان المفتوحة في اختبار مقرر اللغة الإنجليزية، والمطلوب منك إكمال البيانات الناقصة فيه؟

الفئات	منتصف الفئة	التكرار	.....
39-37	.....	38	....
42-40	.....	41	.....
45-43	.....	44	....
48-46	.....	47	...
	15		

المتوســـط الحســـابي = مجمـــوع ..... × ..... = ... =

..... × ..... = ...

الخصائص الإحصائية للمتوسط الحسابي

للمتوسط الحسابي عدة خصائص و ميزات إحصائية نورد منها ما يلي:

- ✓ يعتبر مركز توزيع الدرجات – في بعض الأحيان، – معياراً للحكم على أداء الطالب.
- ✓ كلما زاد عدد الدرجات أو عدد الأفراد الذين نحسب المتوسط الحسابي على أساسهم (ن)، قلَّ تأثر المتوسط الحسابي، وبالتالي كان مائلا إلى الاستقرار.

من العيوب الإحصائية للمتوسط الحسابي

- ✓ أنه يتأثر بالقيم المتطرفة، حيث إنك إذا أضفت للتوزيع قيمة صغيرة أو قيمة كبيرة، فإن ذلك يجعل المتوسط الحسابي منخفضاً في الحالة الأولى، ويجعله مرتفعاً فى الحالة الثانية، مما يعطي صورة مخطئة عن حقيقة البيانات.

نشاط



وازنْ بين الطرق الثلاث لإيجاد الوسط الحسابي، من حيث الدقة، والبساطة، والسرعة؟

2.4 الوسيط

الوسيط هو القيمة التي تتوسط الدرجات بعد ترتيب الدرجات ترتيبا تصاعديّاً أو تنازليّاً، ويكون قبلها نصف عدد الدرجات وبعدها النصف الآخر.

13 10 9 | 6 | 5 2 1

عند حساب الوسيط فإننا نرتب الدرجات ترتيباً تصاعديّاً، ثم بعد ذلك يكون الوسيط: الدرجةَ التي تتوسط الدرجات.

عندما يكون **عدد الدرجات زوجيّاً** ويكون هنالك درجتان تتوسطان الدرجات عند ذلك يكون الوسيط هو متوسط مجموع الدرجتين اللتين فى وسط الدرجات.

10 9 6 5 2 1

الوسيط= $\frac{6+5}{2}$ = $\frac{11}{2}$ = 5.5

من خواص الوسيط أنه يتأثر بالدرجات الوسطى أكثر مما يتأثر بالدرجات المتطرفة في التوزيع التكراري.

أسئلة تقويم ذاتي



1. عرّف الوسيط؟
2. كيف يستخرج الوسيط إذا كان عدد المفردات زوجياً؟
3. هات الوسيط للمفردات التالية (22،18،14،16،12،10،4)؟

3.4 المنوال

المنوال هو أكثر الدرجات شيوعاً، أو هو الدرجة الأكثر تكراراً. ويسمى المنوال أحيانا بالشائع أي الدرجة الأكثر شيوعاً.

خصائص المنوال

♦ يتأثر المنوال بارتفاع أو انخفاض التكرار لأي درجةٍ ما، أو لأي فئة من الدرجات لكنه لا يتأثر بالدرجات المتطرفة مثل المتوسط الحسابي، ولا بالدرجات الوسطى مثل الوسيط.

♦ يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع، فكلما قَلَّ عدد الفئات زاد مدى الفئة وزاد كذلك تكرار الفئة. وكلما زاد عدد الفئات قل مدى الفئة وكذلك قل تكرار الفئة.

♦ ولأن المنوال هو الدرجة الأكثر شيوعاً لذا فهو مفيد في معرفة مدى تركيز الظاهرة وموقعها، مثلاً: العمر المنوالي لتلاميذ الصف الأول الابتدائي هو ست سنوات.

أسئلة تقويم ذاتي



1. عرّف المنوال؟
2. ما هي الخصائص الإحصائية للمنوال؟
3. هات المنوال للمفردات التالية (12،12،10،4،12،14،22)؟

5. مقاييس التشتت

يعرّف التشتت لأي مجموعة من القيم "بالتباين بين مفرداتها أو التفاوت أو الاختلاف بينها. ويمكننا أخذ مقدار التشتت – صغيراً كان أم كبيراً – دليلاً على تجمع القيم وقربها من بعضها، أو تفرقها و تباعدها بعضها عن بعض " قاي Gay 1990".

عزيزي الدارس،

ومن أهم مقاييس التشتت الآتي:

- ❖ المدى.
- ❖ نصف المدى الربيعي.
- ❖ الانحراف المعياري.
- ❖ التباين.

وفي هذا القسم من الوحدة نتناول بالشرح أهم مقاييس التشتت التي لابد أن يعرفها طالب القياس، ألا و هو الانحراف المعياري.

الانحراف المعياري

هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط مقسوماً على عدد الدرجات.

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط}}{\text{عدد التكرارات (ن)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة} - \text{المتوسط)}^2}{\text{عدد التكرارات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (س} - \text{م)}^2}{\text{ن}}}$$

مثال:

احسب الانحراف المعياري للدرجات الآتية:

الحل:

17 15 12 10 8 6 2

نجد أولا مجموع الدرجات = 2 + 6 + 8 + 10 + 12 + 15 + 17 = 70

ثم نحسب المتوسط = $\frac{70}{7}$ = 10

ثم نقوم بحساب انحرافات الدرجات عن المتوسط ونوجد مربعاتها كما يظهر في الجدول أدناه:

الدرجات	الانحرافات عن المتوسط	مربع الانحرافات عن المتوسط
2	8 –	64
6	4 –	16
8	2 –	4
10	صفر	صفر
12	2 +	4
15	5+	25
17	7+	49
	162 = مجموع مربع الانحرافات	

ثم نطبق القانون

الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{\text{مجموع مربع الانحرافات عن المتوسط}}{\text{عدد الأفراد}}}$

$= \sqrt{\frac{162}{7}} = \sqrt{23.14} = 4.81$

6. الدرجة المعيارية

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة الخام – متوسط الدرجات على الاختبار}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

مثال:

إذا حصل طالب على الدرجة (19) في مادة العلوم وحصل كذلك على الدرجة (19) في مادة الرياضيات وكان متوسط درجات الاختبارين (15) بينما الانحراف المعياري لاختبار العلوم (7.5) والانحراف المعياري لاختبار الرياضيات(5. 2) في أي المادتين يكون مستوى الطالب أفضل؟

لمعرفة ذلك – عزيزي الدارس – فإننا نحسب الدرجة المعيارية لكل اختبار على حدة كما يلي:

الدرجة المعيارية فى اختبار العلوم = $\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} = \frac{19 - 15}{7.5} = 0.53$

الدرجة المعيارية فى اختبار الرياضيات = $\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} = \frac{19 - 15}{2.5} = 1.6$

إذن مستوى الطالب فى مادة الرياضيات أفضل من مستواه فى مادة العلوم لأنها ذات الدرجة المعيارية الأكبر.

تدريب (2)

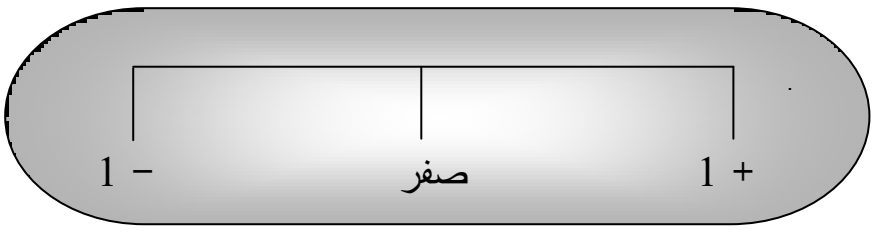


هل المعادلة التالية صحيحة؟ لماذا؟

الدرجة المعيارية = $\frac{\text{الدرجة الخام} - \text{متوسط الدرجات على الاختبار}}{\text{الانحراف المعياري}}$

7. معامل الارتباط

تقاس العلاقة بين متغيرين بمعامل الارتباط، وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين الصفر والواحد الصحيح موجباً أو سالباً. فإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى 1 فهذا يعنى وجود ارتباط تام بين متغيرين. أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفر فهذا يعنى لاوجود لعلاقةٍ بين متغيرين.



ينبغي أن تنتبه عزيزي الدارس،

إلى أن إشارة معامل الارتباط تدل على اتجاه العلاقة بين المتغيرين:

- ❖ فإذا كانت الإشارة **موجبة** تكون العلاقة طردية.
- ❖ أما إذا كانت الإشارة **سالبة** فتكون العلاقة عكسية.

معامل ارتباط اسبيرمان

إذا رتبت مجموعة من الدرجات في اختبارين أو لاختبار طبّق مرتين، وكان الترتيب تنازليّاً أو تصاعديّاً لكلا التطبيقين أو الاختبارين، فإننا يمكن أن نحسب قيمة الارتباط بين النتيجتين عن طريق قانون اسبيرمان لارتباط الرتب.

$$\text{معامل الارتباط} = 1 - \left[\frac{6 \times \text{مجموع ف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - 1)} \right]$$

حيث: ف = الفرق بين رتبتي الفرد في المتغيرين

ن = عدد الأفراد

مثال:

طبق إختبارٌ مرتين لحساب ثباته وكانت نتيجة التطبيقين كالآتي:

الطلاب	التطبيق الأول	التطبيق الثاني
(ا)	80	60
(ب)	40	30
(ج)	70	80
(د)	100	90
(هـ)	60	50
(و)	20	10
(ز)	30	20
(ح)	90	100
(ط)	10	40
(ك)	50	70

أحسب معامل الارتباط والذي يشير إلى معامل ثبات الاختبار؟

عزيزي الدارس،،، لحل المثال أعلاه عليك دراسة الجدول التالي بكل تركيز:

الطلاب	الترتيب في الأول	الترتيب في الثاني	(ف) الفرق بين الرتب	$ف^2$
(ا)	3	5	2-	4
(ب)	7	8	1-	1
(ج)	4	3	1	1
(د)	1	2	1-	1
(هـ)	5	6	1-	1
(و)	9	10	1-	1
(ز)	8	9	1-	1
(ح)	2	1	1	1
(ط)	10	7	3	9
(ك)	6	4	2	4
				24

$$\text{معامل الارتباط} = 1 - \left(\frac{6 \times \text{مجموع } ف^2}{\text{ن } (\text{ن}^2 - 1)} \right)$$

$$= 1 - \left(\frac{6 \times 24}{10 \ (100 - 1)} \right)$$

$$= 1 - \frac{144}{990} = 1 - 0.145 = 0.855 = 0.86$$

الخلاصة

عزيزي الدارس،

في نهاية هذه الوحدة و التي أرجو أن تكون قد حققت الأهداف المرجوة منها، وللتأكد من ذلك أرجو منك إعادة استعراض الأهداف مرة أخرى.

بدأنا الوحدة بمعرفة أن الإحصاء الوصفي لأي ظاهرة يعطينا صورةً عن مدى تجمع البيانات العددية المرتبطة بهذه الظاهرة، أو مدى تشتت بيانات تلك الظاهرة، أو مدى ارتباطها بظاهرة أخرى.

ثم عَرَفْنَا أن تنظيم البيانات يمكن أن يظهر في **جداول تكرارية**، أو **رسوم بيانية، عبر دراسة** التوزيع التكراري وكيفية الاستفادة منه.

كذلك استعرضنا معك كيف أن البيانات الوصفية، يمكن عرض خصائصها عن طريق مقاييس النزعة المركزية، والمتمثلة في المتوسط الحسابي، وهو عبارة عن: مجموع المفردات مقسوماً على عددها، والوسيط وهو: القيمة التي تتوسط المفردات بعد ترتيبها تنازليّاً أو تصاعديّاً، والمنوال وهو: القيمة الأكثر شيوعاً، ومقاييس التشتت المتمثلة في الانحراف المعياري، وحساب معامل الارتباط كمعامل ارتباط سبيرمان. كما عرفنا طرق حساب المتوسط الحسابي والتي منها:

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الأفراد}}$$

$$\text{والمتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (ت×س)}}{\text{ن}}$$

$$\text{والمتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (التكرار × منتصف الفئة)}}{\text{عدد الأفراد}}$$

كما عرفنا قانون استخراج الانحراف المعياري:

$$\textbf{الانحراف المعياري} = \frac{\textbf{مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط}}{\textbf{عدد التكرارات (ن)}}$$

كذلك عرفنا أن الدرجة المعيارية تحسب بالقانون التالي:

الدرجة المعيارية = الدرجة الخام – متوسط الدرجات على الاختبار

الانحراف المعياري

كذلك عرفنا أن معامل الارتباط يتم حسابه كما يلي:

$$\text{معامل الارتباط} = 1 - \left[\frac{6 \times \text{مجموع ف}2}{\text{ن}(\text{ن}2 - 1)} \right]$$

حيث: ف = الفرق بين رتبتي الفرد في المتغيرين

ن = عدد الأفراد

إجابات التدريبات

تدريب (1)

المتوسط الحسابي = $\frac{5+7+8+6+3+9+4+6}{8}$ = 6

تدريب (2)

الفئات	منتصف الفئة (ص)	التكرار (ك)	ص × ك
39.37	38	18	684
42.40	41	12	492
45.43	44	29	1276
48.46	47	41	1927
		100	4379

المتوسط الحسابي = مجموع (ص) × (ت) مقسوماً على (ن) = $\frac{4379}{100}$

= 43.79

تدريب (3)

المعادلة غير صحيحة، والصحيح هو:

الدرجة المعيارية =

$$\frac{\text{الدرجة الخام} - \text{متوسط الدرجات على الاختبار}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

مسرد المصطلحات

المتوسط الحسابي الوسط الحسابي Arithmetic Mean

عبارة عن مجموع المفردات مقسوماً على عددها.

الوسيط Median

القيمة التي تتوسط المفردات بعد ترتيبها تنازليّاً أو تصاعديّاً.

المنوال Mode

المفردة الأكثر شيوعاً أو قيمة المتغير التي لها أكبر تكرار.

التشتت Scatter

التباين أو الاختلاف أو التفاوت في المفردات.

الانحراف المعياري Standard

الجزر التربيعي الموجب للتباين.

المراجع

1. **فؤاد البهي السيد،** علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشرى القاهرة – دار الفكر العربي **(1978)**.
2. Gay L.R, Educational research: competances for analysis and application (3rd edition)- Columus, ohio merrill publishing Co. 1990.