ملخص الأوائل للتفاضل

أ/ محمد عادل
٢٠٢٠/٢/١٩

* قواعد التكامل الغير محدود:-

١) $\int س^{ن} \, د س = \frac{س^{ن+١}}{ن+١} + ث$ حيث $ن \neq -١$ ، $\int \frac{١}{س} \, د س = \int س^{-١} \, د س = لو|س| + ث$

٢) $\int [د(س) \pm هـ(س)] \, د س = \int د(س) \, د س \pm \int هـ(س) \, د س$ يتوزع التكامل على عملية الجمع والطرح

* تذكير بقواعد الأسس:-

① $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ ② $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$ ③ $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$

④ $أ^{ن} \div ب^{ن} = (\frac{أ}{ب})^{ن}$ ⑤ $(س^{م})^{ن} = س^{م ن}$ ⑥ $\frac{١}{أ^{ن}} = أ^{-ن}$

⑦ الجذر نحوله الى أسس كسري $\sqrt[ن]{س^{م}} = س^{\frac{م}{ن}}$ ، $\sqrt{س} = س^{\frac{١}{٢}}$

ملاحظة في حالة الضرب والقسمة للتكامل دايما نضرب أو نبسط
اما اجلين الضرب مع القسمة او تضرب المقام والبسط على المقام والاحسن
اما التحليل واخراج العامل المشترك والاحسن رفض الى جوه العامة (١) (٢)

* ثلاثة اشكال قياسية في حالة ضرب او قسمة والبسه للتكامل :-

١) الشكل الأول $\int [دالة]^{ن} \times$ مشتقتها $= \frac{[دالة]^{ن+١}}{ن+١} + ث$

٢) الشكل الثاني $\int \frac{\text{مشتقة ما داخل القوس بالمقام}}{[دالة]^{ن}} = \int [دالة]^{-ن} \times$ مشتقتها

$= \frac{[دالة]^{-ن+١}}{-ن+١} + ث$

٣) الشكل الثالث $\int \frac{\text{مشتقة المقام}}{دالة} = لو|دالة| + ث = لو|المقام| + ث$

الفرق بين الشكل الثاني والثالث الدالة مرفوعة لأس بالثاني اما الثالث لا يوجد أس

* تدريبات على القاعدة ١ و ٢

① $\int س^{٢} \, د س = ...$ ② $\int \frac{١}{\sqrt{س}} \, د س$ ③ $\int \frac{٣}{٤ س} \, د س$ ④ $\int ص^{٥} \, د س$

⑤ $\int \frac{٥ س}{\sqrt{س^{٢}}} \, د س$ ⑥ $\int ٤ س \sqrt{س^{٢}} \, د س$ ⑦ $\int ٧ \, د س$ ⑧ $\int \frac{هـ^{٤}}{هـ} \, د س$

⑨ $\int لو ٦ \, د س$ ⑩ $\int \frac{١}{هـ^{٢}} \, د س$ ⑪ $\int جا ٣٠ \, د س$ ⑫ $\int ٣ س^{٤} + ٥ س \, د س$

⑬ $\int (س^{٣} - ٥ س + ٩) \, د س$ ⑭ $\int \frac{٤}{س^{٣}} - \frac{٥}{٢ س} + ٧ س \, د س$

⑮ $\int \frac{س^{٥} + ٤ س^{٤} + ٣ س^{٣} + ٦}{س^{٣}} \, د س$ ⑯ $\int \frac{٤ س^{٤} - ٥ س^{٣}}{س - ٥} \, د س$ ⑰ $\int \frac{٤ س^{٤} - ١٢ س^{٣}}{س - ٣} \, د س$

1) مشتقة الدالة الثابتة :-

ق(س) = أ ، ق'(س) = صفر

مشتقة العدد الثابت تساوي صفر

2) مشتقة الدالة الخطية (معادلة الخط المستقيم)

ق(س) = أ س ± ب ، ق'(س) = أ

مثال ق(س) = ٥ س + ٦ ، ق'(س) = ٥

3) مشتقة دالة القوة :-

ق(س) = س^ن ، ق'(س) = ن س^(ن-١)

مضروب الدالة في أس ، نطرح واحد من الأس الجديد

مثال ق(س) = س^٥ ، ق'(س) = ٥ س^٤

4) العدد المضروب في الدالة لا يشتق وإنما نشتق الدالة ونضرب الناتج في العدد

5) مشتقة الجذر التربيعي :-

ق(س) = √س ، ق'(س) = ١ / (٢√س)

مشتقة الجذر التربيعي = مشتقة ما تحت الجذر / (٢ × الجذر)

ق(س) = √(٣س + ٧) ، ق'(س) = ٣ / (٢√(٣س + ٧))

6) مشتقة الجذر النوني :-

ق(س) = ⁿ√س^م نحولها الى صورة أسية

ونشتقها مثل دالة القوى

ق(س) = ⁵√س^٢ = س^(٢/٥) ، ق'(س) = (٢/٥) س^(-٣/٥)

= ٢ / (٥ ⁵√س^٣)

نحولها الى صورة أسية نضرب في (-١) س

ونطرح واحد من الأس

7) مشتقات تتوزع على جميع الجمع والطرح

8) تكامل الصفر يساوي ثابت

لأن التكامل عكس التكامل ونعود الى أصل الدالة الأصلية ∴ ∫ صفر دس = ث

9) تكامل العدد الثابت = العدد × س + ث

∫ ٣ دس = ٣س + ث

مثال ∫ ٥ دس = ٥س + ث

10) تكامل دالة القوى

∫ س^ن دس = س^(ن+١) / (ن+١) + ث

نضيف الأس واحد ونقسم على عدد الأس

مثال ∫ ٥ س^٤ دس = ٥ × س^٥ / ٥ + ث = س^٥ + ث

11) العدد المضروب في الدالة لا يكامل مع التكامل الدالة فقط ونضربه في العدد

12) تكامل مشتقات الجذر التربيعي

∫ ق'(س) / (٢√ق(س)) دس = مشتقة ما تحت الجذر التربيعي / (٢ × الجذر التربيعي)

= √ق(س) + ث ، وأيضا بمشتقة الجذر التربيعي

∫ ٣ / (٢√(٣س + ٢)) دس = √(٣س + ٢) + ث

13) تكامل الجذر النوني :-

∫ ⁿ√س^م دس = ∫ س^(م/ن) دس

نحولها الى صورة أسية ونضيف واحد على الأس

ونقسم العدد على مقدار الأس الجديد واذا كان

الأس كسر نحوله الى بسط ناقص مقام

∫ ⁵√س^٢ دس = ∫ س^(٢/٥) دس = (٢/٥) س^(٧/٥) / (٧/٥) + ث

= (٢/٧) س^(٧/٥) + ث = (٢/٧) س ⁵√س^٢ + ث