

التمرين الثانى عشر

الانحدار الخطى البسيط

إيجاد الخط الذي يمثل العلاقة بين المتغيرين Y, X

$$b = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{SP}{SSX}$$

$$a = \frac{1}{n} \left(\sum Y_i - b \sum X_i \right) = \bar{Y} - b \bar{X}$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= a + bx \\ &= \bar{Y} + b(X - \bar{X}) \end{aligned}$$

مثال ١

البيانات في الجدول التالي تبين متوسط الوزن بالكيلو جرام X واستهلاك الغذاء Y بالكيلو لعشرة حيوانات احسب معادلة خط الانحدار!!

X	Y	XY	$\hat{Y}$
4.6	87.1	400.66	90.634
5.1	93.1	-	-
4.8	89.8	-	-
4.4	91.4	-	-
5.9	99.5	-	-
4.7	92.1	-	-
5.1	95.5	-	-
5.2	99.3	-	-
4.9	93.4	-	-
5.1	94.4	481.44	94.479
$\sum X = 49.8$ $\bar{X} = 4.98$	$\sum Y = 935.6$ $\bar{Y} = 93.56$	$\sum XY = 4671.1$	

$$n=10$$

$$SSx=1.536$$

١- نحسب SSx مجموع المربعات للعامل المستقل X

$$SSy=135.604$$

SSy مجموع المربعات للعامل التابع Y

SP مجموع حواصل ضرب المتغيرين

$$SP = 4671.1 - \frac{(49.8)(935.6)}{10} = 11.812$$

$$2- \text{نحسب معامل الانحدار } b : b = \frac{SP}{SSx} = \frac{11.812}{1.536} = 7.69$$

وهو يعني أنه يلزم ٧.٦٩ كيلو جرام من الغذاء لكل كيلو من وزن الحيوان

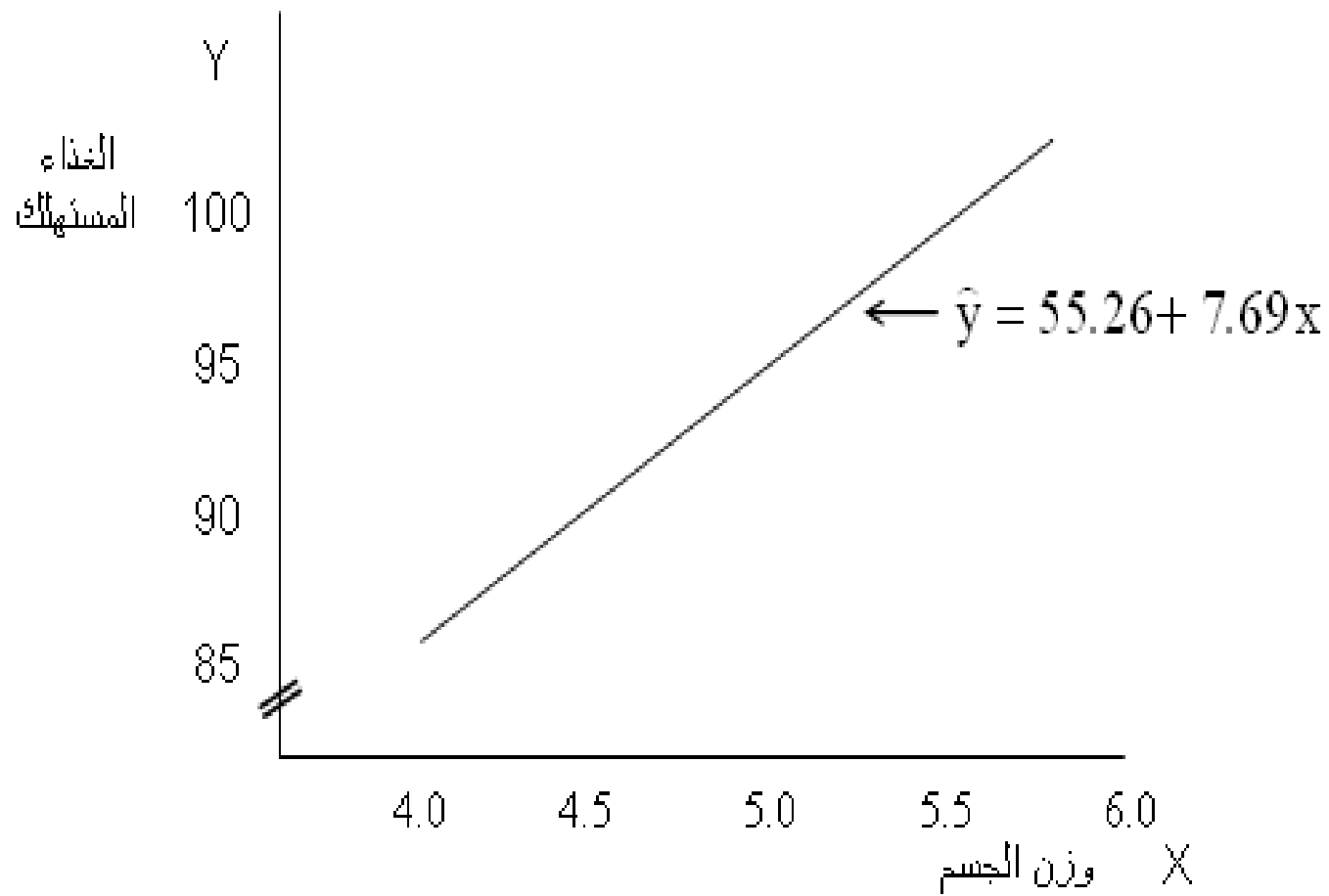
3- نحسب a : $a = \bar{Y} - b\bar{X} = 93.56 - 7369(4398) = 55.26$

4- تكون معادلة خط الانحدار : $\hat{Y} = a + bx$

$$\hat{Y} = 55.26 + 7.69X$$

5 - بالتعويض في معادلة خط الانحدار عن قيم X يمكن حساب القيم التقديرية للعامل التابع Y (وهي تمثل متوسط قيم Y التي لها نفس قيمة X)

6- من القيم التقديرية يمكن رسم خط الانحدار الذي يمثل العلاقة بين المتغيرين X, Y كما بالشكل التالي



اختبارات الفروض Tests of Hypotheses

اختبار النظرية الفرضية $(\beta = \beta_0)$ أو $(\beta = 0)$

اختبار t :

$$t = \frac{(b - 0)}{S_b} = \frac{b}{S_b}$$

$$(SSy - ((SP^2)/SSx)) / n-2$$

$$S_b = \frac{S_{y.x}}{\sqrt{SS_x}} = \sqrt{\frac{S_{y.x}^2}{SS_x}}$$

وبتطبيق الخطوات على بيانات جدول (١) السابقة

$$S_{y.x}^2 = \frac{135.604 - (11.812)^2 / 1.536}{8} = \frac{44.77}{8} = 5.60$$

$$S_b = \sqrt{\frac{5.60}{1.536}} = \sqrt{3.656} = 1.91$$

$$t = \frac{7.69}{1.91} = 4.026$$

وحيث أن t المحسوبة أكبر من $t_{0.01}(8) = 3.355$

هناك انحدار معنوي من استهلاك الغذاء على الوزن.

اختبار F :

جدول يوضح المعادلات و تحليل التباين للإنحدار

Source	df	Symbolic SS
Due to Reg. Residual	1 n-2	$(SP)^2/SS_x = b^2 \cdot SS_x$ by subtraction
Total	n-1	SS_y

جدول (2) يوضح المعادلات و تحليل التباين لبيانات جدول (1) السابق

Source	<u>df</u>	<u>Symbolic SS</u>	<u>df</u>	SS	MS	F
Due to Reg.	1	$(SP)^2/SS_x = b^2 \cdot SS_x$	1	90.836	90.83 6	6.22**
Residual	n-2	by subtraction	8	44.768	5.60	
Total	n-1	<u>SS_y</u>	9	135.604		

معامل التقدير Coefficient of Determination

$$r^2 = \frac{SS_{Reg}}{SS_{Total}}$$

• وتتراوح قيم r^2 بين صفر ، ١ وكلما زادت كلما كانت Y أكثر اعتمادا على X

$$r^2 = \frac{90.836}{135.604} = .67$$

من المثال

أى أن ٦٧% من الاختلافات فى قيم Y مصدرها الاختلافات فى قيم X .

العلاقة بين معامل الانحدار و معامل الارتباط:

• إذا كان Y, X متغيرين فإن :

$$b_{x.y} = \frac{SP}{SS_y} , \quad b_{y.x} = \frac{SP}{SS_x}$$

حيث r^2 هي مربع معامل الارتباط

لذلك فإن:

$$r^2 = \frac{(SP)^2}{SS_x \cdot SS_y} \quad (b_{y.x})(b_{x.y}) = \frac{SP}{SS_x} \cdot \frac{SP}{SS_y} = \frac{(SP)^2}{SS_x \cdot SS_y}$$

أى أن

$$r^2 = (b_{y.x})(b_{x.y})$$

أى أن معامل الارتباط لمتغيرين هو المتوسط الهندسي لمعاملي الانحدار اللذين يمكن حسابهما من هذين المتغيرين

$$r = \sqrt{(b_{y.x})(b_{x.y})}$$



مثال :- في دراسة العلاقة بين الوزن الأساسي للدجاجة (x) في عمر معين والزيادة في الوزن (y) نتيجة استخدام عليقة عالية من البروتين لفترة محدودة استخدمت عينة عشوائية $n = 18$ وتم الحصول علي التقديرات التالية :

$$\bar{x} = 0.5 \quad \bar{y} = 0.8 \text{ kg} \quad \sqrt{SS_x \cdot SS_y} = 2.0 \quad r = 0.8 \quad b_{y.x} = 1.6$$

أ- أوجد معادلة خط الانحدار !!!!

$$r = \frac{S P}{\sqrt{SS_x SS_y}} \quad 0.8 = \frac{S P}{20} \quad SP = (0.8)(20) = 16.0$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

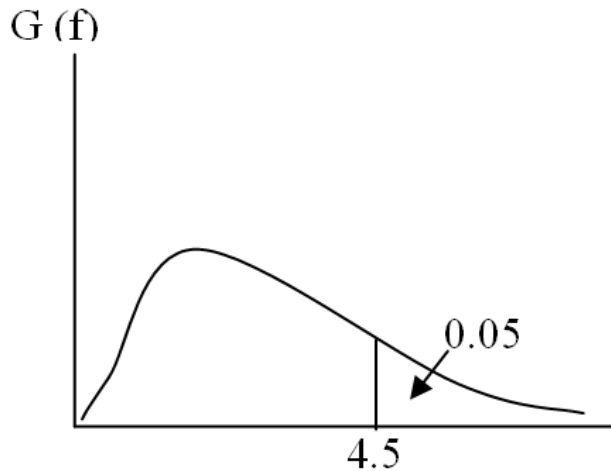
$$= 0.8 - (1.6)(0.5) = 0.8 - 0.8 = 0$$

$$\hat{y} = a + b x$$

$$\hat{y} = 0 + 1.6 x$$

$$\hat{y} = 1.6 x$$

ب- أختبر معنوية كلا من معامل التلازم r ومعامل الانحدار $b_{y.x}$ إذا علمت أن



$$b_{y.x} = \frac{SP}{SS_x} \quad 1.6 = \frac{16}{SS_x}$$

$$SS_x = \frac{16}{1.6} = 10$$

$$\sqrt{SS_y \cdot SS_x} = \sqrt{10 \cdot SS_y} = 20$$

بتربيع الطرفين

$$10 \cdot SS_y = 400$$

$$SS_y = 40$$

S. V	df	SS	S ²	F	F _{1.16}
Reg	1	$b^2 SS_x = (1.6)^2 10 = 25.6$	25.6	$\frac{25.6}{0.9} = 28.44^*$	4.5
Error	n-2 = 16	$SS_{Total} - SS_{Reg} = 14.4$	0.9		
Total	n-1 = 17	$SS_y = 40$			

F المحسوبة < F الجدولية

∴ نرفض النظرية الفرضية $H_0 : B = 0$ وتقبل الفرض البديل $H_1 : B \neq 0$
 أي لا توجد علاقة اعتماد لـ y عن x . أي أن الاختلافات في x لا تهم في
 الاختلافات في y

السؤال الرابع

(الدرجات 15)

أ) في تجربة لمقارنة محصول 4 أصناف من الطماطم في الصوبة باستخدام 6 مكررات تم الحصول على التقديرات التالية

$$\bar{x}_A = 5, \quad \bar{x}_B = 10, \quad \bar{x}_C = 4, \quad \bar{x}_D = 8$$

- 1- كون جدول تحليل التباين إذا كان مجموع المربعات الكلي للملاحظات $Total\ SS = 256.5$ علماً بأن $F_{0.05} = 3.1$
- 2- استخدم اختبار L.S.D لمقارنة متوسط كل من الأصناف B, C, D بمتوسط صنف المقارنة A علماً بأن $t_{0.05} = 2.1$

ب) بفرض النتائج المتحصل عليها من تجربة ما لدراسة تأثير عاملان أحدهما مستقل و الآخر تابع لة كانت كما يلي

$$\sum x = 40, \quad \sum y = 20, \quad \sum xy = 100, \quad SS_y = 80, \quad SS_x = 20, \quad n = 10$$

احسب معامل الارتباط واختبره إذا كانت $t_{0.05} = 1.7$ ، ارسم معادلة خط الانحدار البسيط و اختبر معنوية انحدار العامل إذا

علمت ان $F_{0.05(1,8)} = 5.3$