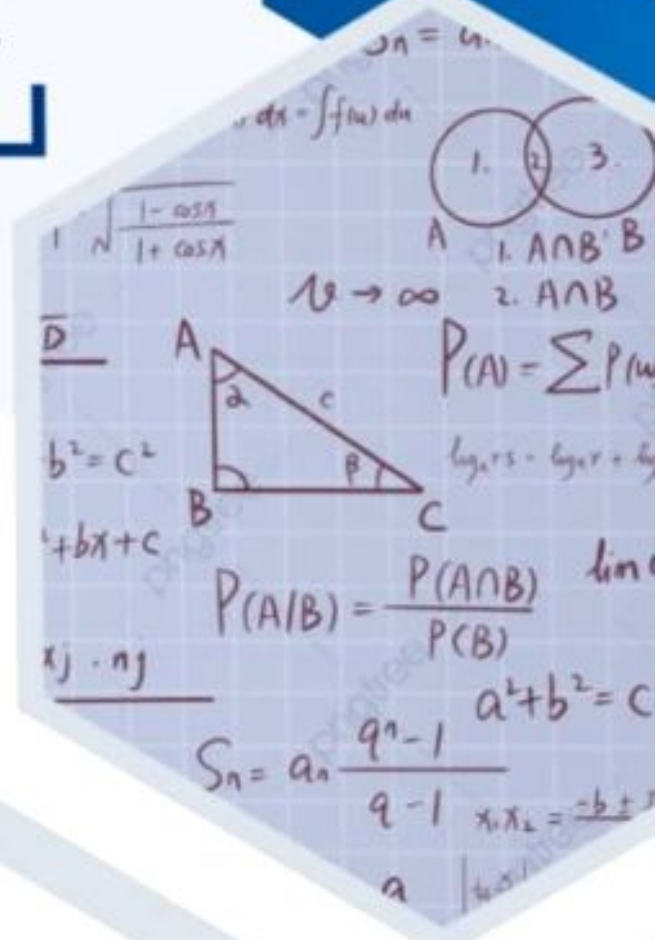
المختار في الإحتمالات

لطلاب الصف الثالث ثانوي



المحتوى

- شرح مفصل للمقرر الدراسي
- حلول إختبارات وزارية
- تمارين مفصلة ومتنوعة لكل درس
- أنشطة
- ملحق بنك أسئلة مؤتمتة

الأستاذ

مختار الدبعي
770 393 433

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المادة : رياضيات

مقدمة في الاحتمالات

تعريف الاحتمالات

هي قياس إمكانية وقوع حدث وهذا القياس محصور بين [٠، ١]

مثل :

- إحتمال فوز فريق الأهلي على فريق الزمالك = ٧٠٪
- إحتمال إصابة صياد للهدف = $\frac{2}{3}$

أهمية الاحتمالات :

لها أهمية في حياتنا اليومية

مثال : إحتمال سقوط أمطار غزيرة في منطقة ما.

الاهمية : الابتعاد عن المنطقة والتأهب لعدم التعرض لأي شخص بأذى.

التجربة العشوائية :

هي التي يمكن معرفة نتائجها قبل إجرائها.

مثل : ١) رمي قطعة نقود

٢) رمي حجر نرد

فضاء العينة (ع) ← (مهم)

هي مجموعة تحوي جميع النتائج الممكنة ويرمز لها بالرمز (ع)

تمرين : أكتب فضاء العينة للتجارب الآتية :

١) رمي قطعة نقود مرة واحدة

الحل : ع = {صورة ، كتابة}

ع = {ص ، ك} ← بالرموز

ن(ع) = ٢

حيث ن(ع) عدد عناصر فضاء العينة

٢) رمي قطعة نقود مرتان

الحل : ع = {(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)}

ن(ع) = ٤

٣) رمي حجر نرد مرة واحدة

الحل :



ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ← فضاء العينة

ن(ع) = ٦

الحادثة (الحدث) : A

هي مجموعة جزئية من فضاء العينة

أي A ⊂ ع

أنواع الحوادث

١- الحادثة البسيطة

٢- الحادثة المركبة

٣- الحادثة المستحيلة

٤- الحادثة الأكيدة

أ/ مختار الدبعي (770393433)

المادة : رياضيات

تابع : أنواع الحوادث

① الحادثة البسيطة : هي الحادثة التي تحتوي على عنصراً واحداً فقط من فضاء العينة

② الحادثة المركبة : هي الحادثة التي تحتوي على أكثر من عنصر من فضاء العينة

③ الحادثة المستحيلة : هي التي لا تحتوي على أي عنصر من فضاء العينة

④ الحادثة الأكيدة : هي الحادثة التي تحوي جميع عناصر فضاء العينة .

مثال : في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب عناصر كل من الحوادث الآتية وبيّن نوعها ؟

A : حادثة ظهور عدد زوجي أولي

B : حادثة ظهور عدد أولي

C : حادثة ظهور عدد أقل من ٧

D : حادثة ظهور عدد فردي

E : حادثة ظهور عدد أكبر من ٥

الحل : أولاً : نوجد فضاء العينة ع

ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ن(ع) = ٦

① A = {٢} ← حادثة بسيطة

② B = {٢، ٣، ٥} ← حادثة مركبة

③ C = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ← حادثة أكيدة

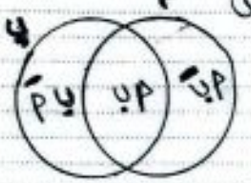
④ D = {١، ٣، ٥} ← حادثة مركبة

⑤ E = {٦} ← حادثة بسيطة

⑥ F : حادثة ظهور عدد أقل من ١

F = ∅ ← حادثة مستحيلة

شكل فن



من الشكل نلاحظ أن :

A ∩ B ، A ∩ B'

A ∩ B ، A' ∩ B

A = (A ∩ B) ∪ (A ∩ B') ، B = (A ∩ B) ∪ (A' ∩ B)

A = الفضاء عدا B المتقاطع + المتقاطع

لاتنسى :

A = A ∪ A' ، A = A ∩ A'

E = E ∪ A' ، E = E ∩ A

حيث A ⊂ E

(٣)

A = (A ∩ B') ∪ (A ∩ B)

A = الفضاء عدا B المتقاطع

B = الفضاء الأبيض B المتقاطع

(٤)

ح(A ∪ B) ≥ ح A

ح(A ∪ B) ≥ ح B

ح(A ∪ B) ≥ ح A

ح(A ∪ B) ≥ ح B

ح(A ∪ B) ≤ ح A + ح B

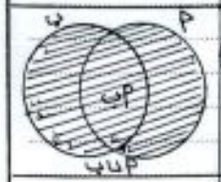
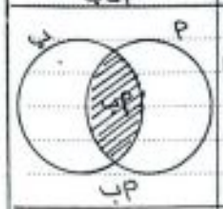
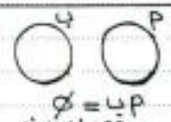
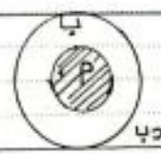
أ/ مختار الدبعي (770393433)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وزارة التربية والتعليم
إدارة التعليم الأهلي
منطقة معين التعليمية
مدرسة .....

المادة : رياضيات
وحدة : الاحتمالات
الموضوع : قوانين الاحتمالات

قوانين الاحتمالات والفاظه ورموزه

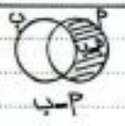
	اللفظ الاحتمالي	الرمز	القانون الاحتمالي	الرسم
الأول	① احتمال وقوع الحادثة P أو ب ② احتمال وقوع احدى الحادثتين على الأقل ③ وقوع أي من الحادثتين P، ب	P ∪ ب	ح(P ∪ ب) = ح P + ح ب − ح(P ∩ ب)	
الثاني	① احتمال وقوع الحادثة P و ب ② احتمال وقوع الحادثتين معاً ③ احتمال وقوع الحادثتين P و ب معاً	P ∩ ب P ب	ح(P ∩ ب) = ح P + ح ب − ح(P ∪ ب)	
الثالث	الحادثة المستحيلة	∅	ح ∅ = صفر	
الرابع	الحادثة الأكيدة	ع	ح ع = 1	
الخامس	① P ، ب حادثتين منفصلتين ② P ، ب حادثتين متنافيتين	P ∩ ب = ∅	ح P ∩ ب = صفر	
السادس	P ، ب حادثتين مستقلتين		① ح(P ∩ ب) = ح P × ح ب أو ② ح(P / ب) = ح P	
السابع	P جزئية من ب	P ⊂ ب	ح(P ∩ ب) = ح P ح(P ∪ ب) = ح ب	
	ب جزئية من P	ب ⊂ P	ح(P ∩ ب) = ح ب ح(P ∪ ب) = ح P	

يبقى الحق حقاً ولو لم يقبله أحد
ويبقى الباطل باطلاً ولو أعجب به الناس أجمعون

أ/ مختار الدبعي
ت : ٧٧٠٢٩٣٤٣٣

وزارة التربية والتعليم
إدارة التعليم الأهلي
منطقة معين التعليمية
مدرسة .....

المادة : رياضيات
وحدة : الاحتمالات
الموضوع : قوانين الاحتمالات

	اللفظ الاحتمالي	الرمز	القانون الاحتمالي	الرسم (للتوضيح)
الأول	احتمال عدم وقوع الحادثة P أي احتمال عدم تحقق الحادثة P أي لا تحقق الحادثة P	P′	ح(P′) = 1 − ح P أي ح P + ح P′ = 1	
	احتمال عدم وقوع ب أي لا تحقق الحادثة ب	ب′	ح ب′ = 1 − ح ب	
الثاني	① احتمال عدم وقوع P أو ب ② احتمال عدم وقوع احدى الحادثتين على الأقل	(P ∪ ب)′	ح(P ∪ ب)′ = 1 − ح(P ∪ ب)	
	① احتمال عدم وقوع P و ب معاً ② احتمال وقوع احدى الحادثتين على الأكثر	(P ∩ ب)′	ح(P ∩ ب)′ = 1 − ح(P ∩ ب)	
الثالث	قانون دي مورجان	P′ ∪ ب′ P′ ∩ ب′	ح(P′ ∪ ب′) = ح(P ∩ ب)′ ح(P′ ∩ ب′) = ح(P ∪ ب)′	
الرابع	متممة المتممة	(P′)′	ح(P′)′ = ح P	
الخامس	الفرق	P − ب	ح(P − ب) = ح P ∩ ب′ ح(P − ب′) = ح P ∩ ب	
السادس عشر	① احتمال وقوع P فقط (P دون ب)	P ∩ ب′	ح P ∩ ب′ = ح P − ح(P ∩ ب) = السادة − التقاطع	
	② احتمال وقوع ب فقط (ب دون P)	ب ∩ P′	ح ب ∩ P′ = ح ب − ح(P ∩ ب) السادة − التقاطع	
	③ احتمال وقوع احدى الحادثتين فقط			
	④ احتمال وقوع احدى الحادثتين دون الأخرى	P′ ∩ ب′ ∪ P ∩ ب′	ح(P′ ∩ ب′ ∪ P ∩ ب′) = ح(P ∪ ب) − ح(P ∩ ب) = الاتحاد − التقاطع	
	⑤ احتمال وقوع P علماً أن ب وقعت احتمال وقوع P بشرط وقوع ب	ح(P / ب)	ح(P / ب) = ح(P ∩ ب) / ح ب التقاطع / العدد	

يظل الانسان في هذه الحياة فتى قلم الرصاص لتبرية العثرات ليكتب لحظ أجمل

أ/ مختار الدبعي
ت : ٧٧٠٢٩٣٤٣٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المادة : رياضيات

تلخيص قوانين الاحتمالات

قوانين الاحتمالات بصيغة عامة / بصيغة خاصة

أولاً : ح(P ∪ ب) قوانينه العامة هي

① ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب) − ح(P ∩ ب)

② ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب P)
= P كاملة + ب فقط

③ ح(P ∪ ب) = ح(ب) + ح(P ب′)
= ب كاملة + P فقط

ح(P ∪ ب) قوانينه الخاصة هي

① ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب) إذا كانت P ، ب متنافيتان

② ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب) − ح(P ∩ ب) ، عندما P ، ب مستقلتان.

③ ح(P ∪ ب) = ح(ب) ، عندما P ⊂ ب

ثانياً : ح(P ∩ ب) التقاطع

ح(P ∩ ب) قوانينه العامة هي ...

① ح(P ∩ ب) = ح(P) + ح(ب) − ح(P ∪ ب)

② ح(P ∩ ب) = ح(P) × ح(ب/P) (ح)
لا تفهم ما

③ ح(P ∩ ب) = ح(ب) × ح(P/ب) (ح)
لا تفهم ما

مثلاً ح(P ∩ ب) = ح(P) × ح(P/ب) (X)
لا تفهم ما
ليس له

ح(P ∩ ب) هو الباقي الخاصة هي ...

① ح(P ∩ ب) = 0 ، عندما P ، ب متنافيتان

② ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ∩ ب) عندما P ، ب مستقلتان

③ ح(P′ ب) = ح(ب) − ح(P ∩ ب) عندما P ⊂ ب

ثالثاً : ح(P ب′) فقط

القوانين العامة له هي ...

① ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ∩ ب)

② ح(P ب′) = المساحة المقطعة
= الاتحاد − ما تحت المتممة

③ ح(P ب′) = ح(P ∪ ب) − ح(ب)

④ ح(ب P′) = ح(ب) − ح(P ∩ ب) (ح)

ح(P′ ب) = ح(P ∪ ب) − ح(P) (ح)

« تجاول »

ح(P ب′) قوانينه الخاصة هي ...

① ح(P ب′) = ح(P) × ح(ب′) عندما P ، ب مستقلتان

② ح(P ب′) = ح(P) ، عندما P ، ب متنافيتان

الاثبات :
∴ ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ∩ ب)
= ح(P) − ح(P)
= صفر

③ ح(P ب′) = صفر ، عندما P ⊂ ب

الاثبات : ∴ ح(P ب′) = ح(P) − ح(ب P)
= ح(P) − ح(P)
= صفر

أ/ مختار الذبحي (770393433)

المادة : رياضيات

تابع : تلخيص لقوانين

④ ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ∩ ب) عندما P ⊃ ب

الاثبات :
∴ ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ∩ ب)
= ح(P) − ح(ب)

رابعاً : قانون المتممة "P′"

ح(P′) = 1 − ح(P) ، ح(P) = 1 − ح(P′)
مجموع = 1
شرط + عشره = 1
ح(P ∪ ب)′ = 1 − ح(P ∪ ب)
ح(P′ ب′) = 1 − ح(P ب)

خامساً : قانون مورجان

ح(P′ ∩ ب′) = ح(P ∪ ب)′
ح(P′ ∪ ب′) = ح(P ∩ ب)′
ح(P ∩ ب)′ = ح(P′ ∪ ب′)
ح(P ∪ ب)′ = ح(P′ ∩ ب′)

ح(P ∩ ب′) = ح(P ∪ ب)′ توزيع
ح(P′ ∩ ب) = ح(P ∪ ب′)′ توزيع

سادساً : قانون الاستقلال

① ح(P ب) = ح(P) × ح(ب)
ح(P ب′) = ح(P) × ح(ب′)
ح(P′ ب) = ح(P′) × ح(ب)
ح(P′ ب′) = ح(P′) × ح(ب′)

② ح(الحادثة / الشرط) = ح(الحادثة)
ح(P/ب) = ح(P) ، ح(ب/P) = ح(ب)

ح(P/ب) = ح(ب/P) = ح(P) (الاستقلال)
ح(P′/ب) = ح(P′) ، ح(ب/P′) = ح(ب)

سابعاً : الحادثتان المتنافيتان

P ∩ ب = ∅

① ح(P ب) = 0
② ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب)
③ ح(P/ب) = 0
ح(ب/P) = 0
④ ح(P ب′) = ح(P)
ح(P′ ب) = ح(ب)
⑤ ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب)

ملاحظة
ح(∅) = 0
0′ = 1
P ، ب متنافيتان
ح(P ب) = 0
ح(P/ب) = 0
ح(ب/P) = 0

ثامناً : الجزئية

P ⊂ ب

① ح(ب/P) = 1
حادثة أكيد الجزء
② ح(P ب′) = ح(P) − ح(ب)
③ ح(P ب′) = صفر
الاثبات
ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ب)
= ح(P) − ح(P)
= صفر
④ ح(P ∪ ب) = ح(ب)

P ⊃ ب

① ح(ب/P) = 1
حادثة أكيد الجزء
② ح(P ب′) = ح(P) − ح(ب)
③ ح(P ب′) = ح(P) − ح(P ب)
الاثبات
ح(P ب′) = ح(P) − ح(ب)
④ ح(P ∪ ب) = ح(P)

④ ح(ع/P) = 1 ، P ⊃ ع
P ⊃ ع ⊃ ب

أ/ مختار الذبحي (770393433)

التروة تأتي كالسلحفاة (٦) وتذهب كالغزال

سنة ٢٠٢٠ ما فيها (٥) حاجة حالية الا الرقم

حة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة:
حا (واحدة / جزء) = $\frac{1}{\text{ل}}$
دائماً الحوادث واحد

① مثال: ب و P
فإن حا (P / ب) = 1
جزء

② حا (P / P ∪ ب) = 1
لأن P ⊂ P ∪ ب

③ حا (P / P ∪ ب) = 1
لأن P ⊂ P ∪ ب

④ حا (ع / ع) = 1 لأن P ⊂ ع

⑤ حا (ب / ب ∪ P) = 1
حا (ب / ب ∪ P) = 1

تابعاً: P = ب أو P = ب

لو كان P = ب فإن
1) P ∩ ب = ∅
2) حا P ∩ ب = 0 لاستثناء 11
3) حا (P ∪ ب) = 1 أو كلية

عاشراً:
حا (P / ب) = 1 − حا (P / ب)
أي
حا (ب / P) + حا (P / ب) = 1
بالتوثر

ملاحظات مهمة

① على الأقل = ∪ P ب واقعاد
على الأكثر = (P ∩ ب) متممة التقاطع

② حا (P ∩ ب) = السادة − التقاطع
حا (P ∩ ب) = حا P − حا (P ∩ ب)

③ حا (P ∪ ب) = الشرطة + التقاطع
حا (P ∪ ب) = حا ب + حا (P ∩ ب)

④ حا (P / ب) = حا (ب / P)
في حالتين
1) P = ب
2) P ∩ ب = ∅ ، P ، ب متنافيتان
أي يكون الاحتمال الشرطي والبدائي في حالتين
1) المساواة (P = ب)
2) الحادثتان متنافيتان (P ∩ ب = ∅)

⑤ 0 ≤ حا P ≤ 1
الاحتمال محصور بين [0 ، 1]

⑥ P ∩ ∅ = ∅ ← حا (P ∩ ∅) = 0
P ∪ ع = ع ← حا (P ∪ ع) = 1

⑦ حا (P / P) = صفر
حا (P ∩ P) / حا P = صفر ← (مستحيلات)

(770393433)

(7) يكذب على أحدهما — خادم سيدين

تمرين 11
ضع علامة (✓) أو علامة (X) أمام العبارة المناسبة لها

① إذا كانت P ، ب هتنافيتان فإن حا (P ∪ ب) = حا P (✓)
الحل: ∴ حا P ∩ ب = حا P − حا P ∩ ب
= حا P − 0
= حا P

② إذا كان حا (P ∩ ب) = $\frac{1}{3}$
فإن حا (P ∪ ب) = $\frac{2}{3}$ (✓)
الحل: ∴ حا (P ∩ ب) = $\frac{1}{2}$ مستحيلة
∴ حا (P ∪ ب) = $\frac{1}{3}$
1 − حا (P ∪ ب) = $\frac{1}{3}$
1 − $\frac{1}{3}$ = حا (P ∪ ب)
$\frac{2}{3}$ = حا (P ∪ ب)

طريقة أخرى
∴ حا (P ∩ ب) = $\frac{1}{2}$
∴ حا (P ∪ ب) = $\frac{1}{3}$
حا (P ∪ ب) = $\frac{1}{3}$ (2)
حا (P ∪ ب) = $\frac{2}{3}$

ملاحظات: حا (∅) = 1 ، حا (ل) = 0

(ب/P) = $\frac{2}{5}$
(0.7) = 0.3 ⇒ (P/ب) = $\frac{3}{10}$
(ع/P) = $\frac{7}{9}$
(P/ب) = $\frac{P - P \cap ب}{ب}$ = $\frac{\text{المقام} - \text{البسط}}{\text{المقام}}$
(P/ب) = $\frac{10-6}{10}$ = $\frac{4}{10}$
(P/ب) = $\frac{100-15}{100}$ = $\frac{85}{100}$

③ إذا كانت P = ب فإن
حا (P / ب) = صفر (X)
الحل: نفرض P = ب
∴ حا (P / ب) = حا (ب / ب)
= حا (ب ∩ ب) / حا ب
= حا ب / حا ب = 1 (كلية)
P = P ∩ P
P = P ∪ P

ملاحظة هامة: P = ب فإن
حا (P / ب) = 1 وعكسها حا (ب / P) = 1

④ إذا كانت حا (P ∩ ب) = حا ب
فإن P ، ب مستقلتان (X)
الحل: لو كانت P ، ب مستقلتان
فإن حا (P ∩ ب) = حا P × حا ب

⑤ إذا كانت P ⊂ ب فإن
حا (P ∩ ب) = 1 (✓)
الحل: ∴ P ⊂ ب ← P ∩ ب = P

المختار التبني (770393433)

سمع الكلام من أذن ... أو أعرجه من الثانية

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قانون

ج/ لتذكير $ح(P) + ح(\bar{P}) = 1$

$ح(P \cup ب) =$ بالشرط + بالمتقاطع

$ح(P \cup ب) = ح(P) + ح(ب)$

$= ح(P) + ح(ب)$ قانون

$= 1$ (حادثة أكيدة)

(6) إذا كان $ح(P \cup ب) = ح(ب)$

فإن $ح(P \cap ب) = 0$ ✓

الحل: $ح(P \cup ب) = ح(ب)$

$\therefore ح(P \cap ب) = ح(P)$

ج: $ح(P \cap ب) =$ السعادة - المتقاطع

$= ح(P) - ح(P \cap ب)$

$= ح(P) - ح(P)$ = خطية

(7) إذا كانت $ح(P) = ح(ب \cap P)$

فإن $ح(P) = 1$ ✓

الحل: تذكير $P \cup \bar{P} = ع$

$\therefore ح(P \cup \bar{P}) = ح(ب \cap P) + ح(ب \cap \bar{P})$

$\therefore ح(P) = ح(ب \cap P)$ (حادثة أكيدة)

$\therefore ح(P) = 1$

(8) إذا كان $ح(P \cap ب) = ح(P)$

فإن $ح(P) \leq ح(ب)$ ✗

الحل: $ح(P \cap ب) = ح(P) \leq ح(ب)$

$\therefore ح(P \cap ب) = ح(ب)$

$\therefore P \subset ب$

$\therefore ح(P) \leq ح(ب)$

(9) إذا كان $ح(P) \leq ح(ب)$

فإن $ح(\bar{P}) \geq ح(\bar{ب})$ ✓

ج/ $\because ح(P) \leq ح(ب)$ قانون

$1 - ح(\bar{P}) \leq 1 - ح(\bar{ب})$

$-ح(\bar{P}) \leq -ح(\bar{ب})$

$ح(\bar{P}) \geq ح(\bar{ب})$ ✓

(10) $ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) = ح(\overline{P \cup ب})$ ✓

الحل: $ح(\bar{P} \cap \bar{ب})$ توزيع الشرط مع عكس الحادثة

$= ح(\overline{P \cup ب})$

$= ح(\bar{P} \cap ب) = ح(P \cap \bar{ب})$ ✓

ثم نأخذ الطرف الأيسر

$ح(P \cap \bar{ب}) = ح(P \cap \overline{P \cap ب})$

$= ح(\bar{P} \cap (P \cap ب))$

(11) إذا كان احتمال نجاح طالب يساوي 0.63 فإن احتمال رسوبه يساوي 0.37 ✗

الحل: $ح(\text{نجاح}) + ح(\text{رسوب}) = 1$

$ح(P) + ح(\bar{P}) = 1$

$0.63 + 0.37 = 0.99 \neq 1$

(12) إذا كان $P \cap ب = \emptyset$ فإن

$ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) = 1 - ح(P)$ ✓

الحل: $ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) =$ بالقوانين + المتقاطع

$\therefore ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) = ح(P) + ح(ب)$

$= ح(P) + ح(ب)$

$= 1 - ح(P)$

كل الماشي (9) وله ناقش

(13) إذا كان $ب = \bar{P}$ فإن $ح(P \cap ب) =$ صفر ✓

الحل: إذا كان $ب = \bar{P}$



فإن P، ب منفصلتان

$\therefore ح(P \cap ب) = 0$

(14) إذا كانت P، ب مستقلتان

فإن $ح(P/ب) = ح(P)$ ✓

الحل: تعريف مستقل

$ح(P/ب) = ح(P \cap ب) = ح(P) \times ح(ب)$

$\therefore ح(P/ب) = ح(P)$

$\therefore ح(P) = ح(P/ب)$ ✓

(15) احتمال نجاح طالبين معاً هو 0.72

وإذا كان احتمال نجاح أحدهما هو 0.9

فإن احتمال نجاح الآخر هو 0.8 ✓

الحل: نجاح طالبين حوادث مستقلة

$\therefore ح(P \cap ب) = ح(P) \times ح(ب)$

$0.72 = 0.9 \times ح(ب)$

$ح(ب) = \frac{0.72}{0.9} = 0.8$

(16) إذا كانت P، ب مستقلتان

فإن $\bar{P}$، ب مستقلتان ✓

الحل: $ح(\bar{P} \cap ب) = ح(ب) - ح(P \cap ب)$

$= ح(ب) - ح(P) \times ح(ب)$

$= ح(ب)(1 - ح(P))$

$= ح(ب) \times ح(\bar{P})$

$\therefore \bar{P}$، ب مستقلتان

(17) إذا كان $ح(P \cap ب) \geq ح(P)$

فإن $ح(ب) \geq ح(P)$ ✓

الحل: $\because ح(P \cap ب) \leq ح(ب)$

$\therefore ح(P) \leq ح(ب)$

(18) إذا كانت $P \cap ب \neq \emptyset$ فإن P، ب غير مستقلتان ✓

الحل: $ح(P \cap ب) = ح(P/ب)$

$ح(P) \times ح(ب) = ح(P/ب)$

$\frac{ح(P \cap ب)}{ح(ب)} = ح(P/ب)$ بالقسمة على $ح(ب)$

$ح(P) = \frac{ح(P \cap ب)}{ح(ب)}$ (ضرب تبادلي)

$ح(P \cap ب) = ح(P) \times ح(ب)$

هذا قانون الاستقلال

$\therefore P$، ب مستقلتان

(19) احتمال نجاح طالبين معاً هو 0.72

وإذا كان احتمال نجاح أحدهما هو 0.9

فإن احتمال نجاح الآخر هو 0.8 ✓

الحل: نجاح طالبين حوادث مستقلة

$\therefore ح(P \cap ب) = ح(P) \times ح(ب)$

$0.72 = 0.9 \times ح(ب)$

$ح(ب) = \frac{0.72}{0.9} = 0.8$

(20) إذا كانت $P = ب$ فإن

$ح(P/ب) = ح(ب/P) = 1$ ✓

الحل: تعويض $P = ب$

$\therefore ح(P/ب) = ح(ب/P)$

$ح(P/P) = ح(P/P)$

$\frac{ح(P \cap P)}{ح(P)} = \frac{ح(P)}{ح(P)} = 1$

● إذا كانت P، ب متنافيتان فإن

$ح(P/ب) = ح(ب/P) =$ صفر

(21) إذا كانت P حادثة مع فضاء العينة ع فإن $ح(P) \leq 1$ ✗

الحل: $0 \leq ح(P) \leq 1$ دائماً

(10) وقلب إبني علي حجر — مليون إبني انقطر

حة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٢١) إذا كانت أ، ب مستقلتان
، حا أ = ١/٢ ، حا ب = ١/٣ فإن
حا(أ ∪ ب) = ٢/٣ (✓)
الحل
حا(أ ∪ ب) = حا أ + حا ب − حا أ × حا ب
حا(أ ∪ ب) = ١/٢ + ١/٣ − ١/٢ × ١/٣
حا(أ ∪ ب) = ١/٢ + ١/٣ − ١/٦
حا(أ ∪ ب) = ٣/٦ + ٢/٦ − ١/٦
حا(أ ∪ ب) = ٤/٦ = ٢/٣

(٢٢) إذا كانت أ، ب حادثتين
من ك فإن حا(أ ∪ ب) = حا أ + حا ب (✗)
الحل: قانون حا(أ ∪ ب) = حا أ + حا ب فقط إذا أ، ب متنافيان (الفصل الأول)

(٢٣) إذا كان حا أ = ١/٢
، حا أ بَ = ١/٣ فإن حا(أ ∪ ب)َ = ٥/٦ (✓)
الحل
∵ حا(أ ∪ ب)َ = ٥/٦
∴ حا(أ ∪ ب) = ١/٦
قانون: حا أ بَ = حا أ − حا أ ب
١/٣ = ١/٢ − ١/٦
١/٣ = ٣/٦ − ١/٦
١/٣ = ٢/٦
١/٣ = ١/٣ (✓)
ك١ = ك٢ = ...

(٢٤) إذا كان أ، ب حادثتين
من ك فإن حا(أَ ∪ ب) = حا أَ + حا ب (✗)
الحل
حا(أَ ∪ ب) = ١ − الشرطة + التقاطع
حا(أَ ∪ ب) = حا أَ + حا أ ب

(٢٥) إذا كان حا(س/ص) = ٠٫٢٥
، حا ص = ٠٫٣
فإن حا(س ∩ ص) = ٠٫٢ (✗)
الحل
حا(س/ص) = حا(س ∩ ص) / حا ص
٠٫٢٥ = ٠٫٢ / ٠٫٣
٠٫٢٥ = ٢/٣ (ضرب تبادلي)
٠٫٧٥ = ٢ (✗)

(٢٦) إذا كان حا بَ = ٠٫٦
، حا أ بَ = ٠٫٢ فإن حا(أ ∪ بَ) = ٠٫٨ (✓)
الحل
قانون: حا(أ ∪ بَ) = حا بَ + حا أ ب
حا(أ ∪ بَ) = ٠٫٦ + ٠٫٢ = ٠٫٨

(٢٧) إذا كان أ حادثة أَ/بَ
مستحيلة فإن (أ ∪ ب) أكيدة (✓)
الحل
حا(أَ/بَ) = حا أَ بَ / حا بَ
مستحيل
٠ = حا(أ ∪ ب)َ / حا بَ (ضرب تبادلي)
حا(أ ∪ ب)َ = ٠ ⟸ حا(أ ∪ ب) = ١
أكيدة

إذا أسلمت من الأسد فلا تطمع في صيده

تمرين (٢):
اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) إذا كان حا(أ/ب) = حا(ب/أ)
فإن ....
[أ = ب ، أ ⊃ ب ، ب ⊃ أ ، أ، ب مستقلتان]
الحل
يكون الاحتمال الشرطي متساوي في حالتين
حا(أ/ب) = حا(ب/أ) عندما
١) أ = ب أو ٢) أ ب = ∅
طريقة أخرى
نفرض أ = ب
∴ حا(أ/ب) = حا(ب/أ)
حا(أ/أ) = حا(أ/أ) (✓)

(٢) إذا كان حا أ = ٢ حا أَ
فإن حا أَ = ...
[١/٣ ، ١/٢ ، ٢/٣ ، ١/٤]
الحل
نستخدم: قانون المتممة
حا أَ = ١ − حا أ ، حا أ = ١ − حا أَ
∵ حا أ = ٢ حا أَ
∴ ١ − حا أَ = ٢ حا أَ
١ = ٢ حا أَ + حا أَ
١ = ٣ حا أَ (÷٣)
١/٣ = حا أَ

(٣) إذا كان
حا(أَ/ب) = صفر فإن ....

[أ ، ب متنافيتان ، أ ⊃ ب ، ب ⊃ أ ، أ، ب مستقلتان]
الحل
∵ حا(أَ/ب) = صفر
∴ حا(أَ ب) / حا ب = صفر (قانون الشرطي)
(قانون الشرطة − التقاطع)
= (حا ب − حا أ ب) / حا ب = ٠
حا ب − حا أ ب = ٠
∴ حا ب = حا أ ب ⟸ ب ⊃ أ
∴ ب ⊃ أ ⟸ (أ ب = ب)

(٤) إذا كانت أ، ب متنافيتان
، حا أَ = ٠٫٦ فإن حا(أ بَ) = ...
[٠٫٦ ، ٠٫٥ ، ٠٫٤ ، ٠٫١]
الحل
∵ حا أَ = ٠٫٦ = ٦/١٠
∴ حا أ = ٤/١٠ ← (المقام − البسط)/(المقام)
∴ حا أ = ٠٫٤
∵ حا أ بَ = حا أ − حا أ ب
= ٠٫٤ − ٠
= ٠٫٤

(٥) إذا كان حا(أَ بَ) = صفر
فإن أ ∪ ب = ... [أ ، ب ، ∅ ، ع]
الحل حا(أَ بَ) = ٠
∴ حا(أ ∪ ب)َ = ٠ ⟸ حا(أ ∪ ب) = ١
∴ أ ∪ ب = ع

أ/ مختار الدبعي (770393433)

 العود اليابس ... الكلام الجافي ...

[11] إذا كان $ح(أ \cap ب) = ٠,٦$

$ح(أ \cup ب) = ٠,٣$ فإن $ح(ب/أ) = ؟$

الحل

$ح(ب/أ) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(أ)}$

$= \frac{٠,٣}{١ - ح(أ)} = \frac{٠,٣}{١ - ٠,٦}$

$= \frac{٠,٣}{٠,٤} = \frac{٣}{٤}$

[12] إذا كان $ح(أ) + ٦ ح(أ') = ٤$

فإن $ح(أ) = ؟$ [$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، ١]

الحل

$ح(أ) = \frac{٤}{٥} \Leftarrow ح(أ') = \frac{١}{٥}$

نعوض

$ح(أ) + ٦ ح(أ') = \frac{٢}{٥} + ٦ \times \frac{١}{٥} = \frac{٢}{٥} + \frac{٦}{٥} = \frac{٨}{٥}$

$= \frac{٤٠}{٥} = ٤$ (م)

طريقة أخرى:

$\because ح(أ) = ١ - ح(أ')$ نعوض

$ح(أ) + ٦ ح(أ') = ٤$

$١ - ح(أ') + ٦ ح(أ') = ٤$

$١ + ٥ ح(أ') = ٤$

$٥ ح(أ') = ٣$

$ح(أ') = \frac{٣}{٥} \Leftarrow ح(أ) = \frac{٢}{٥}$

[13] إذا كان $ح(أ \cup ب) = ٠,٧$

$ح(أ) = ٠,٥$ ، فإن $ح(ب/أ) = ؟$

[$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

الحل

$٠,٧ = ٠,٥ + ح(ب) - ح(أ) \times ح(ب/أ)$

$٠,٧ = ٠,٥ + ح(ب) - ٠,٥ \times ح(ب)$

$٠,٧ = ٠,٥ + ٠,٥ ح(ب)$

$٠,٢ = ٠,٥ ح(ب)$

$ح(ب) = ٠,٤$

[14] إذا كان $ح(أ) = ٠,٢$ ، $ح(ب/أ) = \frac{١}{٢}$

فإن $ح(أ \cap ب) = ؟$ [٠,١ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤]

الحل

$ح(أ \cap ب) = ح(أ) \times ح(ب/أ)$

$= ٠,٢ \times \frac{١}{٢} = ٠,١$

[15] إذا كان $ح(أ \cup ب) = ١$

فإن $ح(ب/أ') = ؟$ [٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١]

الحل

$ح(ب/أ') = \frac{ح(أ' \cap ب)}{ح(أ')}$

$= \frac{ح(ب) - ح(أ \cap ب)}{١ - ح(أ)}$ وتغير القانون البديل

$= \frac{ح(أ \cup ب) - ح(أ)}{١ - ح(أ)}$

$= \frac{١ - ح(أ)}{١ - ح(أ)}$

$= ١$

[16] إذا كان $ح(أ/ب) = \frac{١}{٢}$

$ح(أ) = \frac{١}{٥}$ فإن $ح(ب') = ؟$

[$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$]

الحل

$ح(أ/ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)}$

$\frac{١}{٢} = \frac{\frac{١}{٥}}{ح(ب)}$

$ح(ب) = ٢ \times \frac{١}{٥}$

$ح(ب) = \frac{٢}{٥} \Leftarrow ح(ب') = \frac{٣}{٥}$

[17] إذا كانت $أ$ ، $ب$ مستقلتان

$ح(أ) = \frac{٢}{٣}$ ، $ح(ب) = \frac{١}{٤}$ فإن $ن(م) = ١٢$

احتمال وقوع $م$ نقطة = ؟

[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

الحل

$ح(أ' \cap ب) = ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$ح(أ' \cap ب) = \frac{١}{٤} - ح(أ) \times ح(ب)$

$= \frac{١}{٤} - \frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٤}$

$= \frac{١}{٤} - \frac{٢}{١٢}$

$= \frac{٣}{١٢} - \frac{٢}{١٢} = \frac{١}{١٢} - \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$

[18] إذا كانت $أ$ ، $ب$ متنافيتان

$ح(ب) = ٠,٣$

$ح(أ/ب') = ٠,٥$ فإن $ح(أ) = ؟$

[٠,٢٦ ، ٠,٤٣ ، ٠,٤٤ ، ٠,٢٥]

الحل $ح(أ/ب') = ٠,٥ \Rightarrow ح(أ \cap ب') = ٠,٥$

$\Rightarrow ح(أ \cap ب) = ٠,٤٤$

$\because ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$\therefore ٠,٤٤ = ح(أ) + ٠,٣ - ٠$

$٠,٤٤ - ٠,٣ = ح(أ)$

$٠,١٤ = ح(أ)$

[19] إذا كانت $أ$ ، $ب$ مستقلتان م

$ح(أ) = ٠,٥$ فإن $ح(أ \cup ب) = ؟$

[٠,٥٥ ، ٠,٦٥ ، ٠,٧٥ ، ٠,٨٥]

الحل

$ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(ب) - ح(أ) \times ح(ب)$

$= ٠,٥ + ٠,٥ - ٠,٥ \times ٠,٥$

$= ١ - ٠,٢٥$

$= ٠,٧٥$

[20] إذا كان $م = \{س : س \in ن ، س \leq ٥\}$

$أ$ ، $ب$ ، $ج$ فراغ قيمة $س$ = ؟

[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١]

الحل

$\because ح(أ \cup ب) = ١ \Leftarrow أ \cup ب = م$

$\therefore ح = \frac{١}{٣}$

$\therefore س = \frac{١}{٣}$

[21] إذا كانت $م$ مستقلة عن $ب$

فإن $ح(م \cap ب') = ؟$

[$ح(ب)$ ، $ح(ب')$ ، $ح(م)$ ، $ح(م')$]

[22] إذا كان $أ \cap ب = ب$ فإن $م = ؟$

[$أ$ ، $أ'$ ، $ب$ ، $ب'$]

[23] إذا كان $ح(أ \cap ب \cap ج) = ٠,٩$

$ح(أ) = ٠,٢$ ، فإن $ح(ب \cup ج) = ؟$

[$\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١]

الحل $ح(أ \cap ب \cap ج) = ٠,٩ \Rightarrow ح(أ \cap ب) = ٠,٩$

$= ح(ب)$

$\therefore ح(ب/أ) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(أ)} = \frac{٠,٩}{٠,٢} = \frac{١}{٢}$

[1] إذا كان $ح(أ) = ٠,٦$

$ح(أ \cup ب) = ٠,٣$ فإن $ح(ب/أ') = ؟$

[$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١]

الحل

$ح(ب/أ') = \frac{ح(أ' \cap ب)}{ح(أ')}$

$= \frac{ح(ب) - ح(أ \cap ب)}{١ - ح(أ)}$

$= \frac{ح(أ \cup ب) - ح(أ)}{١ - ح(أ)}$

$= \frac{٠,٣ - ٠,٦}{١ - ٠,٦}$

$= \frac{٠,٣}{٠,٤} = \frac{٣}{٤}$

[2] إذا كان $ح(أ) = ٠,٥$

$ح(أ \cup ب) = ٠,٧$

فإن $ح(ب) = ؟$ [٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

الحل:

$\because ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$ فإن

$٠,٧ = ٠,٥ + ح(ب) - ٠,٥ ح(ب)$

$٠,٢ = ٠,٥ ح(ب)$

$ح(ب) = ٠,٤$

[3] إذا كان $ح(أ) = ٠,٣$ ، $ح(ب) = ٠,٥$

فإن $ح(أ \cap ب) = ؟$ [٠,١٥ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤]

الحل

$ح(أ \cap ب) = ح(أ) \times ح(ب)$

$= ٠,٣ \times ٠,٥ = ٠,١٥$

[4] إذا كان $ح(أ \cap ب) = ٠,٢$

$ح(أ) = ٠,٤$ فإن $ح(ب/أ) = ؟$

[٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

الحل

$ح(ب/أ) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(أ)}$

$= \frac{٠,٢}{٠,٤} = \frac{١}{٢}$

[5] إذا كان $أ$ ، $ب$ متنافيتين

$ح(أ) = ٠,٣$ ، $ح(ب) = ٠,٤$

فإن $ح(أ \cup ب) = ؟$ [٠,٧ ، ٠,٦ ، ٠,٥ ، ٠,٤]

الحل

$\because أ$ ، $ب$ متنافيتان $\Rightarrow ح(أ \cap ب) = ٠$

$\therefore ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$= ٠,٣ + ٠,٤ - ٠$

$= ٠,٧$

[6] إذا كان $ح(أ \cap ب) = ٠,١$

$ح(أ) = ٠,٢$ فإن $ح(ب/أ) = ؟$

[٠,١ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤]

الحل

$ح(ب/أ) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(أ)}$

$= \frac{٠,١}{٠,٢} = \frac{١}{٢}$

[7] إذا كان $ح(أ) + ٦ ح(أ') = ٤$

فإن $ح(أ) = ؟$ [$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$]

الحل

$ح(أ) = \frac{٤}{٥} \Leftarrow ح(أ') = \frac{١}{٥}$

نعوض

$ح(أ) + ٦ ح(أ') = \frac{٤}{٥} + ٦ \times \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥} + \frac{٦}{٥} = \frac{١٠}{٥}$

$= ٢$ (م)

طريقة أخرى:

$\because ح(أ) = ١ - ح(أ')$ نعوض

$ح(أ) + ٦ ح(أ') = ٤$

$١ - ح(أ') + ٦ ح(أ') = ٤$

$١ + ٥ ح(أ') = ٤$

$٥ ح(أ') = ٣$

$ح(أ') = \frac{٣}{٥} \Leftarrow ح(أ) = \frac{٢}{٥}$

[8] إذا كان $ح(أ) = ٠,٥$

$ح(أ \cup ب) = ٠,٧$

فإن $ح(ب) = ؟$ [٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

الحل:

$\because ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$ فإن

$٠,٧ = ٠,٥ + ح(ب) - ٠,٥ ح(ب)$

$٠,٢ = ٠,٥ ح(ب)$

$ح(ب) = ٠,٤$

[9] إذا كان $ح(أ) = ٠,٥$

$ح(أ \cup ب) = ٠,٧$ فإن $ح(ب/أ') = ؟$

[٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

الحل

$ح(ب/أ') = \frac{ح(أ' \cap ب)}{ح(أ')}$

$= \frac{ح(ب) - ح(أ \cap ب)}{١ - ح(أ)}$

$= \frac{ح(أ \cup ب) - ح(أ)}{١ - ح(أ)}$

$= \frac{٠,٧ - ٠,٥}{١ - ٠,٥}$

$= \frac{٠,٢}{٠,٥} = \frac{٢}{٥}$

[10] إذا كان $ح(أ) = ٠,٣$

$ح(ب/أ) = \frac{١}{٣}$ فإن $ح(أ \cap ب) = ؟$

[٠,١ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤]

الحل

$ح(أ \cap ب) = ح(أ) \times ح(ب/أ)$

$= ٠,٣ \times \frac{١}{٣} = ٠,١$

قد يخطئ الأمل لكن لا يموت
حق النشر محفوظ
حة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (13) : أكمل الفراغات الآتية :

① إذا كانت $ح(P) = ٠,٥$ ،
$ح(P \cup ب) = ٠,٦$ ، $P \cap ب = \varnothing$
فإن $ح(ب) =$ ..... (الكل نستخدم القانون الكلي)

$ح(P \cup ب) = ح(P) + ح(ب) - ح(P \cap ب)$
$٠,٦ = ٠,٥ + ح(ب) - ٠$
$٠,٦ - ٠,٥ = ح(ب)$
$٠,١ = ح(ب)$

② إذا كان $P = ب$
فإن $ح(P \cup ب) =$ .....
الكل إذا كان $P = ب$ فإنهما
$\therefore ح(P \cap ب) = ١$
$\therefore ح(P \cup ب) = ح(P) + ح(ب) - ح(P \cap ب)$
$= ح(P) + ح(ب) - ١$
$= ح(ب) + ح(ب) - ١$
$= ١$
لاحظ إذا كان $P = ب$ فإن $ح(P) = ح(ب)$
لاتنسى إذا كانت $P = ب$ فإن $ح(P \cap ب) = ١$ ، $ح(P \cup ب) = ١$
مستقلين و أكيد

③ إذا كانت P ، $ب$ مستقلتان
فإن $ح(P \cup ب) =$ .....
الكل توزع المتممة
$\therefore ح(P \cup ب) = ح(\bar{P} \cap \bar{ب})$
بتطبيق قانون دي مورجان
$= ح(\bar{P}) \times ح(\bar{ب})$
حاصل الطرح = حاصل الضرب

④ إذا كانت P ، $ب$ مستقلتان
فإن $ح(P \cup ب) =$ .....
الكل نوزع المتممة
$\therefore ح(P \cup ب) = ح(\bar{P} \cap \bar{ب})$
بتطبيق قانون دي مورجان
$= ح(\bar{P}) \times ح(\bar{ب})$
حاصل الطرح = حاصل الضرب

⑤ إذا كانت $P \subset ب$ فإن $ح(P / ب) =$ .....
الكل $ح(P / ب) = \frac{ح(P \cap ب)}{ح(ب)}$ قانون
$= \frac{ح(P)}{ح(ب)}$
$= \frac{ح(P) - ح(P \cap ب)}{ح(ب)}$
$= \frac{ح(P) - ح(P)}{ح(ب)} = صفر$

⑥ إذا كان $ح(P) - ح(\bar{P}) = ٠$
فإن $ح(P) =$ .....
الكل $ح(P) - ح(\bar{P}) = ٠$
$\therefore ح(P) - (١ - ح(P)) = ٠$

⑦ إذا كانت P ، $ب$ مستقلتان
$ح(P) = ٠,٣$ ، $ح(P \cup ب) = ٠,٦$
فإن $ح(P / ب) =$ .....
$ح(ب) = ح(P)$ قانون استقلال
$= ٠,٣$

⑧ $ح(P / ب) + ح(\bar{P} / ب) =$ .....
الكل $\frac{ح(P \cap ب)}{ح(ب)} + \frac{ح(\bar{P} \cap ب)}{ح(ب)}$
$\frac{ح(ب) - ح(P \cap ب)}{ح(ب)} + \frac{ح(\bar{P} \cap ب)}{ح(ب)}$
$= \frac{ح(ب)}{ح(ب)} = ١$
$ح(P \cap ب) + ح(\bar{P} \cap ب) = ح(ب)$ مباشرة

⑨ إذا كان $ح(P \cap \bar{ب}) = ٠,٢$
$ح(P) = ٠,٦$ ، P ، $ب$ مستقلتان
فإن $ح(\bar{ب}) =$ .....
الكل $ح(P \cap \bar{ب}) = ٠,٢$ قانون استقلال
$\therefore ح(P) \times ح(\bar{ب}) = ٠,٢$
$٠,٦ \times ح(\bar{ب}) = ٠,٢$
$ح(\bar{ب}) = \frac{٠,٢}{٠,٦} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$
$ح(ب) = \frac{٢}{٣}$

⑩ إذا كان $ح(P) = س$ ، $P \cap ب = \varnothing$
$ح(P \cup ب) = \frac{١}{٣}$ ، $ح(ب) = \frac{١}{٤}$
فإن $س =$ .....
الكل القانون الكلي
$ح(P \cup ب) = ح(P) + ح(ب) - ح(P \cap ب)$
$\frac{١}{٣} = س + \frac{١}{٤} - ٠$
$\frac{١}{٣} - \frac{١}{٤} = س$
$\frac{٤}{١٢} - \frac{٣}{١٢} = س$
$\frac{١}{١٢} = س$

⑪ إذا كان $ح(P / ب) = ٠,٧٣$
فإن $ح(\bar{P} / ب) =$ .....
الكل $ح(\bar{P} / ب)$ هنا قانون
$ح(\bar{P} / ب) = ١ - ح(P / ب)$
$= ١ - ٠,٧٣$
$= ١ - \frac{٧٣}{١٠٠}$
$= \frac{١٠٠ - ٧٣}{١٠٠} = \frac{٢٧}{١٠٠}$
$= ٠,٢٧$
لاتنسى $ح(P / ب) + ح(\bar{P} / ب) = ١$

⑫ إذا كانت $ح(P) = \frac{٣}{٥}$
فإن احتمال وقوع أحداهما على الأكثر = ...
الكل على الأكثر $= ح(P \cap ب)'$
$\therefore ح(P \cap ب) = \frac{٣}{٥}$
$\therefore ح(P \cap ب)' = \frac{٢}{٥}$ متممة

⑬ إذا كان $ح(P / ب) = ١$
فإن $ح(P \cap ب) =$ .....
الكل إذا كان $ح(P / ب) = ١$
فإن $ب \subset P$ شرط خاص
$\therefore ح(P \cap ب) = ح(ب)$

⑭ عدد النتائج عند رمي حجر النرد مرة واحدة
لايشمل الرقم ١ يساوي .....
الكل $ن(ع) = \{٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$
$\therefore$ الكل $= ٥$ | المسدود $= ٥$

⑮ إذا كانت P ، $ب$ حادثتان متنافيتان فإن $ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) =$ .....
الكل $ح(\bar{P} \cap \bar{ب}) = ح(P \cup ب)'$
$= ١ - ح(P \cup ب)$
$= ١ - ١$
$= ٠$

⑯ إذا كانت P ، $ب$ مستقلتان
$ح(P) = ٠,٣$ ، $ح(P \cup ب) = ٠,٦$
فإن $ح(P / ب) =$ .....
$ح(ب) = ح(P)$ قانون استقلال
$= ٠,٣$

لا تساير المتهم (15) تتهم

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين رقم

① إذا كانت P، B مستقلتان وكان $ح(P) = \frac{1}{3}$ ، $ح(P \cup B) = \frac{1}{2}$ أوجد:

1) $ح(B)$ 2) $ح(\bar{P} / B)$

(الطريقة الأولى) المعادلة الحل — مستقلتان

$ح(P \cup B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cap B)$

$= ح(P) + ح(B) - ح(P) \times ح(B)$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + ح(B) - \frac{1}{3} ح(B)$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ح(B) - \frac{1}{3} ح(B)$

$\frac{1}{6} \times 6 = \frac{2}{3} ح(B) \times 6$

$1 = 4 ح(B)$

$\frac{1}{4} = ح(B)$

② $ح(\bar{P} / B) = ح(\bar{P}) \times ح(B)$ (استقلال)

$= (1 - ح(P)) \times ح(B)$

$= \frac{2}{3}$

③ إذا كان $ح(P \cap B) = 0.3$

$ح(B) = 0.5$ ، أوجد $ح(P \cup B)$

$ح(P \cup B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cap B)$

$= 0.4 + 0.5 - 0.3$

$= 0.6$

④ إذا كان $ح(P) = 0.4$

$ح(B) = 0.5$ ، $ح(P \cup B) = 0.8$

احسب باحتمال وقوع إحدى الحادثتين P، B دون وقوع الأخرى

(الحل) وتعني احداهما دون الأخرى (أو احداهما فقط) نستخدم الآتي :

1) إما $ح(P \cap \bar{B})$ أو $ح(\bar{P} \cap B)$

2) $ح(P \cup B) - ح(P \cap B)$

الاتحاد — التقاطع

∴ نوجد التقاطع أولاً

$ح(P \cap B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cup B)$

$= 0.4 + 0.5 - 0.8$

$= 0.1$

∴ احتمال وقوع احداهما دون الأخرى

$= ح(P \cup B) - ح(P \cap B)$

$= 0.8 - 0.1$

$= 0.7$

⑤ إذا كان $ح(\bar{P}) = 0.5$

$ح(P \cap B) = 0.2$ ، أوجد

1) $ح(\bar{P} \cap B)$ 2) $ح(P \cup \bar{B})$

3) $ح(\bar{P} / B)$

(الحل) ∵ $ح(\bar{P}) = 0.5$

∴ $ح(P) = (0.5)$

∴ $ح(P) = 0.5$

أي ∵ $ح(P) = \frac{5}{10}$ ∴ $ح(B) = \frac{5}{10}$

⑥ إذا كان $ح(P \cup B) = \frac{7}{8}$

$ح(B) = 0.5$ ، أوجد $ح(P \cap \bar{B})$

$ح(P \cap \bar{B}) = ح(P) - ح(P \cap B)$

$= \frac{7}{8} - 0.5$

$= \frac{7}{8} - \frac{5}{10}$

$= \frac{70 - 40}{80} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$

⑦ إذا كان $ح(\bar{P} / B) = \frac{2}{5}$

أوجد $ح(P / B)$

(الحل) لدينا قانون

$ح(\bar{P} / B) = 1 - ح(P / B)$

$\frac{2}{5} = 1 - ح(P / B)$

$ح(P / B) = 1 - \frac{2}{5}$

$ح(P / B) = \frac{3}{5}$

⑧ إذا كانت P، B مستقلتان

$ح(P) = \frac{1}{4}$ ، $ح(B) = \frac{1}{3}$ أوجد

1) $ح(P \cap B)$ 2) $ح(P / \bar{B})$ 3) $ح(\bar{P} / \bar{B})$

(الحل) ∵ مستقلتان ⇐ تحول التقاطع إلى جزء من احتمال الشرطي تأخذ منه أول

∴ $ح(P) = \frac{1}{4}$ ∴ $ح(\bar{P}) = \frac{3}{4}$

∴ $ح(B) = \frac{1}{3}$) $ح(\bar{B}) = \frac{2}{3}$

⑨ إذا كان $ح(P \cap B) = ح(P) \times ح(B)$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

2) $ح(P / B) = ح(P) = \frac{1}{4}$

3) $ح(\bar{P} / B) = ح(\bar{P}) = \frac{3}{4}$

ملاحظة إذا كانت P، B مستقلتان فإن:

1) P، $\bar{B}$ مستقلتان

2) $\bar{P}$، B مستقلتان

3) $\bar{P}$، $\bar{B}$ مستقلتان

⑩ إذا كان $ح(P \cup B) = \frac{3}{4}$

أوجد $ح(\bar{B} / \bar{P})$

(الحل) ∵ P، B مستقلتان ⇐ $ح(P \cap B) = 1$

$ح(\bar{B} / \bar{P}) = ح(\bar{B} \cap \bar{P}) / ح(\bar{P})$ (مرجعان)

$= \frac{ح(B \cup P)' \text{ (التقاطع)}}{ح(\bar{P})}$ (بالنفي)

$= \frac{1 - ح(P \cup B)}{ح(\bar{P})}$ (تحول)

$= \frac{1 - 1}{ح(\bar{P})}$

$=$ صفر

حة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

فكرة جديدة في حل التمارين

وهي الاستفادة من المعطيات قبل إيجاد المطلوب

أي نحل المعطيات لإيجاد مجهول

المثلث ١.

① إذا كان $ح(أ) = \frac{2}{3}$ ، $ح(أ \cap ب) = \frac{1}{2}$

١) أوجد $ح(أ \cup ب) = \frac{3}{4}$

٢) هل أ ، ب متنافيتان

الحل

نبدأ بالاستفادة من المعطيات

$ح(أ \cap ب') =$ معطى

$\therefore ح(أ) - ح(أ \cap ب) = ح(أ \cap ب')$

$\frac{2}{3} - ح(أ \cap ب) = \frac{1}{2}$

$ح(أ \cap ب) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

$ح(أ \cap ب) = \frac{4}{6} - \frac{3}{6}$

$\therefore ح(أ \cap ب) = \frac{1}{6}$

٢) أ ، ب غير متنافيتان

لأن $ح(أ \cap ب) = \frac{1}{6}$

أي $ح(أ \cap ب) \neq 0$

شرط تنافيتان هو $ح(أ \cap ب) = 0$

② إذا كان $ح(أ) = 0.3$

$ح(ب') = 0.9$ أوجد

١) $ح(أ \cup ب)$ ٢) $ح(أ / ب)$

الحل

نستفيد من المعطيات أولاً

$ح(ب) = 1 - ح(ب') = 1 - 0.9 = 0.1$

١) $ح(أ / ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{0}{0.1} = 0$

٢) $ح(أ \cup ب) =$ بالقاعدة

$= ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$= 0.7 + 0.1 - 0 = 0.8$

$\because ح(أ) = \frac{3}{10}$ حيث

$\therefore ح(أ) = \frac{7}{10} = 0.7$

③ إذا كان $ح(أ) = 0.3$ ، $ح(أ \cap ب) = 0$

أوجد: ١) $ح(أ \cup ب)$ ٢) $ح(ب / أ)$

الحل

نستفيد من المعطيات أولاً

$ح(ب \cap أ') = 0$

$ح(ب) - ح(أ \cap ب) = 0$ نغير القاعدة

$ح(أ \cup ب) - 0.3 = 0$

$ح(أ \cup ب) = 0 + 0.3 = 0.4$

٢) $ح(ب / أ) = \frac{ح(ب \cap أ)}{ح(أ)}$ نحول

$= \frac{0}{0.7} = 0$

$ح(أ) = 0.3$

$ح(أ') = 0.7$

أ/ مختار الذهبي (770393433)

④ إذا كان $ح(أ / ب) = \frac{1}{2}$

$ح(ب) = 0.4$ أوجد

١) $ح(أ \cap ب)$ ٢) $ح(أ' \cap ب')$

④ إذا كان $ح(أ / ب) = \frac{1}{2}$

$ح(ب) = 0.4$ أوجد

١) $ح(أ \cap ب)$ ٢) $ح(أ' \cap ب')$

تستفيد من المعطيات أولاً

$\therefore ح(أ / ب) = \frac{ح(أ \cap ب)}{ح(ب)}$ (ضرب وسطين في طرفين)

$\frac{1}{2} = \frac{ح(أ \cap ب)}{0.4}$

$\therefore ح(أ \cap ب) = 2 ح(أ \cap ب)$

نستفيد من

$ح(ب') = 0$ معطى

$\therefore ح(ب) - ح(أ \cap ب) = 0$

$ح(أ \cap ب) - ح(أ \cap ب) = 0$

$\therefore ح(أ \cap ب) = 0$

$\therefore ح(أ \cap ب) = 2 \times 0$

$\therefore ح(أ \cap ب) = 0.2$

$\therefore ح(أ \cap ب) = 0.8$

١) $ح(أ \cup ب) = ح(أ) + ح(أ \cap ب)$

$= 0.8 + 0 = 0.9$

٢) $ح(أ' \cap ب') = ح(أ \cup ب)'$

$= 1 - 0.9$

$= 0.1$

◆ ملاحظة : (مهمة)

إذا كانت أ ، ب مستقلتان في $ن$

١) أ ، ب' مستقلتان

٢) ب ، أ' مستقلتان

٣) أ' ، ب' مستقلتان

نقول عن كل من أ ، ب أنهما مستقلتان إذا كان وقوع أ لا يؤثر على وقوع أو عدم وقوع ب

مثل

حوادث السيارات ، حوادث الطائرة ، حوادث المباريات ، حوادث الحرب ، حوادث زيادة قطعة النقد ، أو حجر النرد أكثر من مرة ، حل اختبار أو مسألة من قبل طالبين أو أكثر وغيرها.

ملاحظة (١)

① إذا كان $أ = ب$

فإن $ح(أ) = ح(ب)$ (صح)

② إذا كان $ح(أ) = ح(ب)$

فإن $أ = ب$ (X)

ملاحظة ٢ :

$ح(أ \cup ب) = ح(أ \cap ب') + ح(أ \cap ب) + ح(أ' \cap ب)$

$= ح(أ) \times ح(ب') + ح(أ \cap ب) + ح(أ') \times ح(ب)$ بالتعويض

$ح(أ \cap ب) = ح(أ) \times ح(ب') + ح(أ \cap ب) \times ح(أ') \times ح(ب)$ (أ ، ب متنافيتان)

أ/ مختار الذهبي (770393433)

حة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسائل اللفظية :

1) إذا كان احتمال أن يحل أحمد المسألة هو $\frac{2}{3}$ واحتمال أن تحل سلمى المسألة هو $\frac{3}{4}$ احسب احتمال :

1) ان يحل المسألة أحدهما على الأقل

2) أن لا يحل المسألة أي منهما

3) ان يحل المسألة أحمد فقط

4) ان تحل سلمى المسألة علماً ان أحمد لم يحل المسألة

الحل نفرض P = احمد حل المسألة

ب = سلمى حلت المسألة

$\therefore$ ح(P) = $\frac{2}{3}$ ، ح(P') = $\frac{1}{3}$

ح(ب) = $\frac{3}{4}$ ، ح(ب') = $\frac{1}{4}$

ملاحظة : نستخدم الأقواس في المسائل التي تكون فيها أحداث مستقلة

مثل P ، ب هنا أحداث مستقلة

$\therefore$ ح(P ∩ ب) = ح(P) × ح(ب) (قانون الاستقلال)

$\therefore$ ح(P ∩ ب) = $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ (ح(P ∩ ب) = $\frac{1}{2}$)

1) ان يحل المسألة احدهما على الأقل

ح(P ∪ ب)

ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب) − ح(P ∩ ب)

ح(P ∪ ب) = $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

= $\frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{1}{2}$

ح(P ∪ ب) = $\frac{17}{12} - \frac{6}{6 \times 2}$

ح(P ∪ ب) = $\frac{17}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$

2) ان لا يحل المسألة أي منهما = متممة الحادثة السابقة

$\therefore$ ح(P' ∩ ب') = 1 − ح(P ∪ ب)

= $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$

3) ان يحل المسألة أحمد فقط

ح(P ∩ ب') = ح(P) − ح(P ∩ ب)

= $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

= $\frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$

طريقة أخرى ح(P ∩ ب') = ح(P) × ح(ب') (قانون الاستقلال)

= $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

4) ان تحل سلمى المسألة علماً ان احمد لم يحل المسألة

استعمال شرطي

ح(الحادثة / المعلوم)

ح(ب / P') = ح(ب) (استقلال) = $\frac{3}{4}$

عجز ← لا يحل ← P'

لم - حل ← P'

لم يساعد ← لم P'

عدم - لا - لم ← P'

المسائل اللفظية :

2) إذا كان ح(P) = 0,4 ، ح(ب) = 0,7

ح(P ∪ ب) = 0,9 ارجد احتمال :

1) عدم وقوع الحادثة P

2) وقوع الحادثة P دون وقوع الحادثة ب

3) وقوع فقط

4) وقوع احدى الحادثتين على الأكثر

5) وقوع واحدى الحادثتين فقط

6) عدم وقوع أي من الحادثتين P أو ب

الحل أولاً نوجد ح(P ∩ ب) = المتقاطع

ح(P ∩ ب) = ح(P) + ح(ب) − ح(P ∪ ب)

ح(P ∩ ب) = 0,4 + 0,7 − 0,9

ح(P ∩ ب) = 0,2

ح(ب) = 0,7

ح(ب') = 0,3

1) ح(P') = 1 − ح(P) = 1 − 0,4 = 0,6

$\therefore$ (ح(P') = 0,6)

2) ح(P ∩ ب')

ح(P ∩ ب') = ح(P) − ح(P ∩ ب) أو ح(P ∪ ب') − ح(ب')

ح(P ∩ ب') = 0,4 − 0,2 = 0,2

3) ح(ب' ∩ P)

ح(ب' ∩ P) = ح(ب') − ح(P ∩ ب)

= 0,3 − 0,2 = 0,1

4) ح(P' ∩ ب')

ح(P' ∩ ب') = (0,2)' = 0,8

5) ح(P ∪ ب) − ح(P ∩ ب)

= 0,9 − 0,2 = 0,7

6) ح(P' ∪ ب')' = (0,9)' = 0,1

3) مدرسة فيها 150 طالب نجح في الرياضيات 120 طالب ، نجح في الكيمياء 115 طالب نجح في المادتين معاً 100 طالب

اختير طالب عشوائي احسب :

1) احتمال ان يكون الطالب ناجح في الرياضيات علماً انه ناجح في الكيمياء

2) إذا علمت انه ناجح في الكيمياء ما احتمال رسوبه في الرياضيات

3) ما احتمال نجاح في احدى المادتين على الأقل P : ناجح في الرياضيات

ب : ناجح في الكيمياء

ح(P) = $\frac{\text{عدد الناجحين في الرياضيات}}{\text{عدد الكل}} = \frac{120}{150}$

$\therefore$ ح(ب) = $\frac{115}{150}$

ح(P ∩ ب) = $\frac{100}{150}$ (معاً = تقاطع)

1) ح(P / ب) ، ح(احتمال / علمت بعد)

ح(P / ب) = $\frac{ح(P \cap ب)}{ح(ب)} = \frac{\frac{100}{150}}{\frac{115}{150}} = \frac{100}{115}$

2) ح(ب' / P)

= $\frac{ح(ب' \cap P)}{ح(P)} = \frac{ح(P) - ح(P \cap ب)}{ح(P)}$

= $\frac{\frac{120}{150} - \frac{100}{150}}{\frac{120}{150}} = \frac{\frac{20}{150}}{\frac{120}{150}} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

3) ح(P' ∪ ب')

= ح(P ∩ ب)' = $(\frac{100}{150})' = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$

(21) أن تشتري لك القلم — لا تتوقع من نبتة الصبار

(22) بجارة جيدة — الموز إعانة لا تصنع

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بناء نموذج احتمالي :

بناء نموذج احتمالي يعني :
يعني كيف يتم احتساب احتمال حادثة

أولاً في البداية نتعرف على الفضاء الاحتمالي

الفضاء الاحتمالي

هو الثلاثي (ع ، ك ، ح)

ع : فضاء العينة
ك : فضاء الحوادث
ح : دالة الاحتمال
ح : ك ← [0 ، 1]

أنواع الفضاء الاحتمالي

① فضاء احتمالي منتظم
② فضاء احتمالي غير منتظم

أولاً الفضاء الاحتمالي المنتظم

يتم بناء نموذج احتمالي
إذا تحققت الشروط الآتية :

① ح(م) ≥ 0
② إذا كانت ع = {س1 ، س2 ، ... ، سن}
فإن :
ح(س1) + ح(س2) + ... + ح(سن) = 1
أي مجموع الحوادث الابتدائية = 1

قاعدة لحساب دالة الاحتمال نستخدم القاعدة الآتية :

ح(م) = ن(م) / ن(ع)
ن(م) ← عدد عناصر الحادثة
ن(ع) ← عدد عناصر فضاء العينة

∴ ح(م) = ن(م) / ن(ع) قاعدة مهمة جداً

ح(م) = عدد أجزاء الكل / عدد الكل

تمارين

١) أكون نموذج احتمالي للتجارب الآتية :

① ألقيت قطعة نقود متجانسة مرة واحدة

الحل : ع = {ص ، ك} ، ن(ع) = 2

الوجه	ص	ك	المجموع
الاحتمال	1/2	1/2	1 = 2/2

تحققت شروط النموذج الاحتمالي المنتظم وهما :
١) ح(ص) = 1/2 > 0 ، ح(ك) = 1/2 > 0
٢) مجموع الحوادث = 1
ح(ص) + ح(ك) = 1/2 + 1/2 = 1

منتظم ← ح(ص) = ح(ك)

ح(ص) = ن(ص) / ن(ع) = 1/2
ح(ك) = ن(ك) / ن(ع) = 1/2

② تجربة رمي حجر نرد متجانس مرة واحدة

الحل ع = {1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6}
ن(ع) = 6

الوجه	1	2	3	4	5	6	المجموع
الاحتمال	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	6/6 = 1

((منتظم))

أ/ مختار الدبعي (770393433)

الحياة قصيرة (٢٤) فلا تقصرها بالتكـ

٤) منصل بـ ٨٠ طالب فإذا علمت أن ٣٠ طالباً منهم يدرسون اللغة الإنجليزية ، ٢٥ منهم يدرسون اللغة الفرنسية والباقي يدرسون اللغة الألمانية ، اختير طالب عشوائي ما احتمال أن يكون ممن يدرسون اللغة الألمانية أم اللغة الفرنسية

نفرض أن A يدرس ألماني ∴ ح(A) = 30/80
ب يدرس فرنسي ، ح(ب) = 25/80
ج يدرس ألماني ، ح(ج) = 25/80

حيث طلاب ألماني = 80 - 55 = 25

∴ احتمال أن يدرس ألماني أو فرنسي
= ح(ج ∪ ب)
ح(ج ∪ ب) = ح(ج) + ح(ب) - ح(ج ∩ ب)
= 25/80 + 25/80 - 0 = 50/80 = 5/8 (لا يوجد تقاطع)

ملاحظة : ح(م) = عدد عناصر م فقط / عدد العناصر كاملة

٥) إذا كان احتمال أن يصيب الشخص (A) الهدف 25٪ واحتمال أن يصيب الشخص (ب) الهدف 40٪ وأصيب احتمال :
١) إصابة الهدف
٢) أن يصيب الهدف A أو ب
٣) أن يصيب ب الهدف فقط
٤) إصابة A للهدف وإذا علمت عدم إصابة ب الهدف

أ) الحوادث مستقلة (إصابة الهدف)
∴ ح(A ∩ ب) = ح(A) × ح(ب)
= 25/100 × 40/100 = 1/10

١) إصابة الهدف (لم يحدد من أصابه)
∴ ح(A ∪ ب) = ح(A) + ح(ب) - ح(A ∩ ب)
= 25/100 + 40/100 - 1/10
= 25/100 + 40/100 - 10/100 = 55/100 = 11/20

٢) ح(A ∪ ب) = 55/100 = 11/20

٣) ح(A ∩ ب') = ح(A) - ح(A ∩ ب)
= 1/4 - 1/10 = 5/20 - 2/20 = 3/20

٤) ح(A / ب) = ح(A ∩ ب) / ح(ب) (مستقلة)
= ح(A) = 25/100 = 1/4

ح(A ∩ ب) = ح(A) × ح(ب) (الاستقلال فقط)
ح(A) = 25/100 = 1/4
ح(ب) = 40/100 = 2/5

السماء الصافية لا تصنع (٢٣) طيارين ماهرين

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوجه	ص	ك	المجموع
الاحتمال	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{17}{15}=1$

غير منتظم

الوجه	سبت	أحد	اثنين	ثلاثاء	أربعاء	خميس	جمعة	المجموع
الاحتمال	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{7}{7}=1$

منتظم

ثانياً: الفضاء الاحتمالي الغير منتظم

أمثلة على الفضاء الاحتمالي الغير منتظم

① نرمي قطعة نقود واذا كان احتمال ظهور الصورة ضعف احتمال ظهور الكتابة.

الحل:

١) احتمال ظهور الصورة

٢) احتمال ظهور الكتابة

هذا فضاء احتمالي غير منتظم

لأن $ح(ص) \neq ح(ك)$

∴ نفرض احتمال الكتابة = س

ونبدأ الفرض بالاحتمال الأصغر

∴ $ح(ك) = س$

∴ $ح(ص) = ٢س$

∴ مجموع الحوادث = ١

$ح(ك) + ح(ص) = ١$

$س + ٢س = ١$

$٣س = ١ \Leftarrow س = \frac{1}{3}$

∴ $س = \frac{1}{3}$ ∴ $ح(ك) = \frac{1}{3}$

∴ $٢س = ٢ \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

∴ $ح(ص) = \frac{2}{3}$

② إذا كانت $ع = \{م، ب\}$

$ح(م) = \frac{4}{5} ح(ب)$

أوجد ① $ح(م)$ ، ② $ح(ب)$

الحل: مجموع الحوادث = ١

∴ $ح(م) + ح(ب) = ١$

$\frac{4}{5} ح(ب) + ح(ب) = ١$

$\frac{9}{5} ح(ب) = ١$

$٩ ح(ب) = ٥$

∴ $ح(ب) = \frac{5}{9}$

∴ $ح(م) = \frac{4}{5} ح(ب)$ ← نعوضه

∴ $ح(م) = \frac{4}{5} \times \frac{5}{9}$

∴ $ح(م) = \frac{4}{9}$

	م	ب	المجموع
الاحتمال	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	١

تمرين: احتمال أن يكون ٣ طلاب ولدوا في نفس اليوم من الاسبوع هو $\frac{1}{49}$ (ح)

الحل: الحوادث مستقلة

∴ $ح(م \cap ب \cap ج) = ح(م) \times ح(ب) \times ح(ج)$

$= \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{343}$

(770393433) أ/ مختار الذبعي

(٢٥) ولكن الانسان يعرف كم هي جميلة لاتعرف الفراشة لون أجنحتها

تمارين متنوعة

① ألقيت قطعة نقود متزنة مرتين.
أوجد احتمال الحوادث الآتية:
① ظهور الصورة مرتين
② ظهور كتابة مرة واحدة على الأقل
③ الحصول على الكتابة مع الصورة الأولى
④ ظهور صورة
⑤ ظهور صورة واحدة فقط
⑥ عدم ظهور الصورة

الحل

$ع = \{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$

∴ $ن(ع) = ٤$

	ص	ك
ص	(ص، ص)	(ص، ك)
ك	(ك، ص)	(ك، ك)

١) $م = \{(ص، ص)\}$ ، $ن(م) = ١$

∴ $ح(م) = \frac{ن(م)}{ن(ع)} = \frac{1}{4}$

٢) $ب = \{(ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$

على الأقل تعني ك أو ك ك

∴ $ن(ب) = ٣$

∴ $ح(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ع)} = \frac{3}{4}$

٣) $ج = \{(ك، ص)، (ك، ك)\}$

∴ $ن(ج) = ٢ \Leftarrow ح(ج) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

④ $ء = \{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)\}$

$ن(ء) = ٣$ ظهور صورة قابل للزيادة

∴ $ح(ء) = \frac{ن(ء)}{ن(ع)} = \frac{3}{4}$

⑤ $هـ = \{(ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$

$ن(هـ) = ٣$

∴ $ح(هـ) = \frac{ن(هـ)}{ن(ع)} = \frac{3}{4}$

ظهور صورة فقط غير قابل للزيادة

⑥ $و = \{(ك، ك)\}$

$ن(و) = ١$ ∴ $ح(و) = \frac{1}{4}$

⑦ ل: ظهور صورة واحدة على الأكثر

$ل = \{(ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$

ما بينهم واحدة على الأكثر تعني صورة واحدة أو لا صورة

$ن(ل) = ٣$ ∴ $ح(ل) = \frac{3}{4}$

③ ضع علامة (✓) أو علامة (✗)

احتمال الحصول على صورة وعدد زوجي من رمي قطعة نقود وجيزرد مرة واحدة = $\frac{1}{4}$ (✓)

الكل $ن(ع) = ٢ \times ٦ = ١٢$

∴ $ع = \{(ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤)، (ك، ٥)، (ك، ٦)\}$

م = احتمال الحصول على صورة وعدد زوجي

$م = \{(ص، ٢)، (ص، ٤)، (ص، ٦)\}$

$ن(م) = ٣ \Leftarrow ح(م) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(770393433) أ/ مختار الذبعي

اكتشفوا من (٢٦) الاستغفار

حة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑩ ألقي حجري نرد متمايزين في نفس الوقت مرة واحدة أوجد احتمال الحوادث الآتية:-

1) أ: الحصول على العدد نفسه من الحجرين
2) ب: الحصول على العدد ٣
3) جـ: ان يكون مجموع العددين ٧
4) ء: ان يكون مجموع العددين أكبر من ١٠
5) هـ: ان يكون مجموع العددين أكبر من ١٢
6) و: ان يكون مجموع العددين ٣ أو ٩

الحل

اولا: ن(ع) = عدد عناصر فضاء العينة

ن(ع) = ٦ × ٦ = ٣٦

ويمكن باستخدام القانون الآتي

ن(ع) = (عدد الاوجه)^(عدد الاحجار)

ن(ع) = (٦)^٢ = ٣٦ ⇐ ن(ع) = ٣٦

وفضاء العينة موضح في الجدول الآتي

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١،١)	(٢،١)	(٣،١)	(٤،١)	(٥،١)	(٦،١)
٢	(١،٢)	(٢،٢)	(٣،٢)	(٤،٢)	(٥،٢)	(٦،٢)
٣	(١،٣)	(٢،٣)	(٣،٣)	(٤،٣)	(٥،٣)	(٦،٣)
٤	(١،٤)	(٢،٤)	(٣،٤)	(٤،٤)	(٥،٤)	(٦،٤)
٥	(١،٥)	(٢،٥)	(٣،٥)	(٤،٥)	(٥،٥)	(٦،٥)
٦	(١،٦)	(٢،٦)	(٣،٦)	(٤،٦)	(٥،٦)	(٦،٦)

① أ = الحصول على نفس العدد = وجهين متساويين

أ = {(١،١)، (٢،٢)، (٣،٣)، (٤،٤)، (٥،٥)، (٦،٦)} ⇐ ن(أ) = ٦

∴ ح(أ) = ن(أ) / ن(ع) = ٦/٣٦ = ١/٦

② ب = {(١،٣)، (٢،٣)، (٣،١)، (٣،٢)، (٣،٣)، (٣،٤)، (٣،٥)، (٣،٦)، (٤،٣)، (٥،٣)، (٦،٣)}

ن(ب) = ١١ ⇐ ح ب = ١١/٣٦

نوجد المجموع من الجدول الآتي

	١	٢	٣	٤	٥	٦	
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	المجموع = ٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	أكبر من ١٠

③ جـ : مجموع العددين ٧ من الجدول

٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧ ⇐ عدد ن(جـ) = ٦

∴ ح(جـ) = ٦/٣٦ = ١/٦

④ ء : المجموع أكبر من ١٠

هي ١١، ١١، ١٢ ∴ ن(ء) = ٣

ح(ء) = ٣/٣٦ = ١/١٢

⑤ هـ : المجموع أكبر من ١٢ هـ = ∅

∴ ح هـ = صفر

⑥ و : المجموع ٣ أو ٩

٣، ٣، ٩، ٩، ٩، ٩

ن(و) = ٦ ⇐ ح و = ٦/٣٦ = ١/٦

④ إذا كان في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة احتمال الحصول على عدد أولي وليس زوجي هو ....

الحل أ = {٣، ٥}، ن(أ) = ٢، ن(ع) = ٦

∴ ح أ = ٢/٦ = ١/٣

أ/ مختار الذبحي (770393433)

⑤ (٢) ١ م (٣) ١ :

احتمال عدم ظهور الصورة في تجربة رمي قطعة نقود ثلاث مرات = ٣/٨ (×)

الحل

ن(ع) = (عدد الاوجه)^(عدد القطع) = (٢)^٣ = ٨

أي ن(ع) = ٢×٢×٢ = ٨

⇐ ن(ع) = ٨

أ = احتمال عدم ظهور الصورة

أ = {(ك، ك، ك)} ⇐ ن(أ) = ١

∴ ح أ = ١/٨

حيث ع = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}

⑥ إذا كان احتمال سحب كرة حمراء من بين ١٠ كرات حمراء وسوداء يساوي ١/٢ فإن عدد الكرات السوداء = ...

الحل

نفرض عدد الكرات الحمراء = س

نفرض عدد الكرات السوداء = ص

ح(حمراء) = عدد الكرات الحمراء / عدد جميع الكرات

ح(حمراء) = عدد الحمراء / مجموع الكرات

ح(حمراء) = س/١٠

١/٢ = س/١٠ (ضرب تبادلي)

٢س = ١٠ ⇐ س = ٥

∴ عدد الكرات الحمراء = ٥

∴ عدد الكرات السوداء = ١٠ − ٥ = ٥

∴ عدد الكرات السوداء = ٥

ملاحظة: حل أسرع ١/٢ الكرات حمراء

∴ عدد الحمراء = ٥ ، عدد السوداء = ٥

⑦ إذا كان احتمال سحب كرة سوداء يساوي ١/٣ من صندوق يحتوي على ١٠ كرات حمراء، ن سوداء فإن قيمة ن = ...

[١٥، ٥، ١٠، ٢]

الحل

نأخذ احتمال الكرة التي موجود احتمالها وهي السوداء = ١/٣

حمراء	سوداء
١٠	ن

ح(سوداء) = عدد السوداء / مجموع الكرات

١/٣ = ن / (١٠ + ن) (ضرب تبادلي)

٣ن = ١٠ + ن

٣ن − ن = ١٠ ⇐ ٢ن = ١٠

⇐ ن = ٥

∴ عدد الكرات السوداء = ٥

⑧ إذا كان: احسب ج.هـ حيث س عدد صحيح موجب في ١، ...، ٥٠

١) احتمال الحصول على عدد مربع كامل = ...

الحل أ = {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦، ٤٩}

ن(أ) = ٧ ⇐ ح أ = ٧/٥٠

٢) احتمال الحصول على عدد ليس مربع كامل = ...

الحل: يتبقى أعداد ليست مربع كامل

∴ ح(أ') = ٤٣/٥٠

⑨ عند رمي حجر نرد مرة واحدة احسب

١) عدد نتائج ظهور رقم زوجي

٢) احتمال الحصول على عدد زوجي

الحل ١) العدد = ٣ {٢، ٤، ٦}

٢) ح أ = ٣/٦ = ن(أ)/ن(ع) = ١/٢

أ/ مختار الذبحي (770393433)

حة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين متنوعة

(1) أ) أوجد ن(ع)
ب) ن(ك)
للتجارب العشوائية التالية

1) مباراة واحدة بين فريقين وملاحظة النتيجة العامة لأحد الفريقين

الحل: ن(ع) = ٣ ← فوز، تعادل، خسارة

ن(ك) = ٣ / ن(ع) = ٣/٣ = ١

2) اختيار عشوائي عدد مكون من رقمين

الحل: ن(ع) = ٩٠

ن(ك) = ٩٠/٩٠ = ١

3) اختيار عشوائي عدد من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

الحل: ن(ع) = ٦

4) ن(ك) = ٦/٦ = ١

(2) عند رمي قطعة نقد متزنة مرتان (رمي قطعة نقد متزنة مرتين متتاليتين ومتمايزتين مرة واحدة)

ن(ع) = ٢ × ٢ = ٤ ..... الحل

ع = {(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}

(3) رمي قطعتا نرد متزنتان (غير متمايزتين = متشابهتين) مرة واحدة

ن(ع) = ... الحل ٣

ع = {(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ك)}

حذفنا إحدى (ك، ص) في كلة متماثلتين (متشابهتين)

رمي حجري نرد متمايزين (متشابهان) مرة واحدة

ن(ع) = ٣٦

ن(ع) = ٦ × ٦ = ٣٦ ..... الحل

(4) رمي حجري نرد متمايزين وغير متمايزين (متشابهان) مرة واحدة

ن(ع) = ... الحل ٢١

٣٦ - ١٥ = ٢١

حذف (تخصم) ١٥ زوج مرتب منه متقابل العينة وهما

{(١،١)، (٢،٢)، (٣،٣)، (٤،٤)، (٥،٥)، (٦،٦)}
{(١،٢)، (٢،١)}، {(١،٣)، (٣،١)}، {(١،٤)، (٤،١)}، {(١،٥)، (٥،١)}، {(١،٦)، (٦،١)}
{(٢،٣)، (٣،٢)}، {(٢،٤)، (٤،٢)}، {(٢،٥)، (٥،٢)}، {(٢،٦)، (٦،٢)}
{(٣،٤)، (٤،٣)}، {(٣،٥)، (٥،٣)}، {(٣،٦)، (٦،٣)}
{(٤،٥)، (٥،٤)}، {(٤،٦)، (٦،٤)}
{(٥،٦)، (٦،٥)}

اذ حذفنا ١١ الزوج المتبقي

(5) اختير عشوائياً عدد صحيح من المجموعة {س : س ∈ ص ، ١ ≤ س ≤ ٢٠} أحسب فيما احتمال أن يكون العدد المختار:

1) زوجياً ..... الحل ١٠/٢٠ = ١/٢

2) فردياً ..... الحل ١٠/٢٠ = ١/٢

3) أولياً ..... الحل ٨/٢٠ = ٢/٥

4) يقبل القسمة على ٥ ..... الحل ٤/٢٠ = ١/٥

5) لا يقبل القسمة على ٥ ..... الحل ١٦/٢٠ = ٤/٥

6) مربع كامل ..... الحل ٤/٢٠ = ١/٥

7) ليس مربع كامل ..... الحل ١٦/٢٠ = ٤/٥

(7) التي تجري وتردد مجاناً (منتظم) مرة واحدة فيما احتمال الحصول على رقم (عدد)

1) زوجي ..... الحل ٣/٦ = ١/٢

2) فردي ..... الحل ٣/٦ = ١/٢

3) أولياً ..... الحل ٢/٦ = ١/٣

4) زوجياً وأولي ..... الحل ١/٦

حيث P = {٢}

5) زوجي أو أولي ..... الحل ٥/٦

P = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

6) زوجي وليس أولي ..... الحل ٢/٦ = ١/٣

P = {٤}

7) أولي وليس زوجي ..... الحل ٢/٦ = ١/٣

P = {٣، ٥}

8) فردي وليس أولي ..... الحل ١/٦

P = {١}

9) يقبل القسمة على ٥ ..... الحل ١/٦

P = {٥}

10) مربع كامل ..... الحل ٢/٦ = ١/٣

P = {١، ٤}

11) يقبل القسمة على ٢ أو ٣ ..... الحل ٤/٦ = ٢/٣

P = {٢، ٣، ٤، ٦}

12) أكبر من ٤ ..... الحل ٢/٦ = ١/٣

P = {٥، ٦}

(8) أحد أشهر السنة الهجرية اختير شهر عشوائياً فيما احتمال هذا الشهر هو شهر الحرام = ...

الحل ٤/١٢ = ١/٣

عدد الأشهر الحرم = ٤

(9) وجد خ أحد الأصياد أم احتمال أن يتجاوز بت أخيرت عشوائياً أسرة من بين أسرة ذلك الحي ووجد أن لديها (٣) أطفال فإذا كانت فضاء العينة مرتبط بجنس المولود والترتيب فإن العدد فيما احتمال أن يكون:

1) أطفال الأسرة المختارة جميعهم ذكور

الحل ١/٨ حيث P = {و، و، و}

2) الطفل الأكبر للأسرة المختارة ولد

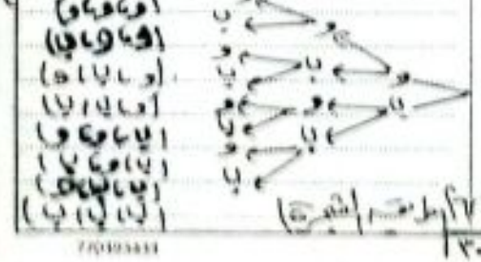
الحل ٤/٨ = ١/٢

ب = {(و، و، و)، (و، و، ب)، (و، ب، و)، (و، ب، ب)، (ب، و، و)، (ب، و، ب)، (ب، ب، و)، (ب، ب، ب)}

3) أطفال الأسرة المختارة بنتين وولد

الحل ٣/٨

حيث = {(و، و، ب)، (و، ب، و)، (ب، و، و)}



ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

◆ قتالية التكرارات المستقلة وقانونه الاحتمال الثنائي. (توزيع ذو الحدين)

قانونه ذو الحدين

$$\text{حا} = {}^{\text{ن}}_{\text{س}}\text{م} \times \text{ح}^{\text{س}} \times \text{ف}^{\text{ن-س}}$$

هو إحتمال وقوع الحادثة A، م ن المحاولات "ن" في (لا "ن") من المحاولات المكررة وبالتالي عليه كتابة لقانونه كالآتي

$$\text{حا}(\text{س نجاحات}) = {}^{\text{ن}}_{\text{س}}\text{م} \times \text{ح}^{\text{س}} \times \text{ف}^{\text{ن-س}}$$

حيث

ن : عدد المحاولات (عدد مرات المستقلة)

س : عدد مرات النجاح

ح : احتمال النجاح

ف : إحتمال الفشل

ف = 1 − ح

إختصارات

- احتمال النجاح في كل المحاولات = $\text{ح}^{\text{ن}}$
- احتمال الفشل في كل المحاولات = $\text{ف}^{\text{ن}}$
- احتمال نجاح واحد على الأقل = $1 - \text{ف}^{\text{ن}}$
- احتمال فشل واحد على الأقل = $1 - \text{ح}^{\text{ن}}$

وعند إستخدام قانونه ذو الحدين يجب توفر الشروط الآتية:

1. كل محاولة مستقلة تماماً عن أي محاولة أخرى
2. احتمال النجاح في الحادثة يظل ثابتاً في جميع المحاولات.
3. كل محاولة بها نوعين ذو الحدين (نجاح أو فشل)

مثال 1: ألقيت قطعة نقود 4 مرات ما احتمال الحصول على الصورة ثلاث مرات فقط ؟

الحل

ن = 4 ، ح = $\frac{1}{2}$ ، ف = $\frac{1}{2}$

حا(س = 3) = ${}^{4}_{3}\text{م} \times \text{ح}^{3} \times \text{ف}^{1}$

= ${}^{4}_{3}\text{م} \left(\frac{1}{2}\right)^{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1}$

= $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} \times {}^{4}_{3}\text{م}$

= $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} \times 4 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

مثال 2: احتمال أن يكسب فريق في أي مباراة (70٪) فإذا لعب الفريق 3 مباريات فما حسبا إحتمال أن يخسر الفريق مباراة واحدة فقط!

الحل

نخسر مباراة يعني يكسب مباراتان

ح = 0.7 ، ف = 0.3

ن = 3 ، حا(س) = ...

س = 2

حا(س = 2) = ${}^{3}_{2}\text{م} (0.7)^{2} (0.3)^{1}$

= ${}^{3}_{2}\text{م} \times 0.49 \times 0.3$

= $3 \times 0.49 \times 0.3 = 0.441$

مثال 3: ألقي جيرزد مجانسة عشوائياً 7 مرات متتالية واعتبر النجاح الحصول على الرقمين 2 أو 5 في الرمية الواحدة وجد: 1 احتمال الحصول على الرقمين 3 أو 5 ثلاث مرات بالضبط 2 الأقل

ع = {1، 2، 3، 4، 5، 6}

ن = 7، حا(أ) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ح = $\frac{1}{3}$ ، ف = $\frac{2}{3}$

س = 3

حا(س = 3) = ${}^{7}_{3}\text{م} \left(\frac{1}{3}\right)^{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{4}$

= $\frac{560}{2187}$

مثال 4: أطلق صياد 4 رصاصات على هدف فإذا كان احتمال إصابة الهدف $\frac{3}{5}$ أحسب احتمال إصابة الهدف ثلاث مرات على الأقل

الحل

إصابة الهدف نجاح

ح = $\frac{3}{5}$ ، ف = $\frac{2}{5}$

ن = 4

إصابة الهدف ثلاث مرات على الأقل

= حا(س = 3) + حا(س = 4)

= ${}^{4}_{3}\text{م} \left(\frac{3}{5}\right)^{3} \left(\frac{2}{5}\right)^{1} + {}^{4}_{4}\text{م} \left(\frac{3}{5}\right)^{4} \left(\frac{2}{5}\right)^{0}$

= ${}^{4}_{1}\text{م} \times \frac{8}{125} \times \frac{2}{5} + 1 \times \frac{16}{625} \times 1$

= $\frac{16}{625} + \frac{96}{625} = \frac{112}{625}$

مثال 5: أسرة لديها 6 أطفال ما إحتمال أن يكون لديها ولد واحد على الأكثر!

الحل ن = 6 ، ح = $\frac{1}{2}$ ، ف = $\frac{1}{2}$

حاو = $\frac{1}{2}$ ، حا(1) = $\frac{1}{2}$

حا(س = 1) + حا(س = 0)

= ${}^{6}_{1}\text{م} \left(\frac{1}{2}\right)^{1} \left(\frac{1}{2}\right)^{5} + {}^{6}_{0}\text{م} \left(\frac{1}{2}\right)^{0} \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$

= $6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{32} + 1 \times 1 \times \frac{1}{64}$

= $\frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{7}{64}$

تدريب على الإختصارات (إختصار لقانون ذو الحدين)

مثال 6: أسرة لديها خمسة أطفال احتمال جميعهم ذكور = ...

الحل ح = $\frac{1}{2}$ ، ن = 5

حا(جميعهم ذكور) = $\text{ح}^{\text{ن}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{32}$

مثال 7: ألقيت قطعة نقود 6 مرات ما إحتمال عدم ظهور الصورة

الحل: حا(صورة) = $\frac{1}{2}$ ، حا(ك) = $\frac{1}{2}$

ح = $\frac{1}{2}$ ، ف = $\frac{1}{2}$

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ح(عدم ظهور الصورة) = ق^ن = (1/2)^6 = 1/64

(8) لقيت قطعة نقود غش مرات ما احتمال الحصول على كتابة مرة واحدة على الأقل

ن = 5 ، ح = 1/2 ، ق = 1/2

ح(س ≥ 1) مرة واحدة على الأقل

ح(س ≥ 1) = 1 − ق^ن

= 1 − (1/2)^5 = 1 − 1/32

= 31/32

(9) سدد هداف الفريق الوطني الكرة للقدم في إحدى المباريات ن من الضربات الترجيحية واحتمال تسجيله للهدف في كل مرة يساوي (1/2) فإذا كان احتمال تسجيله هدف واحد على الأقل يساوي 63/64 أوجد قيمة ن

نفرض تسجيل الهدف هو النجاح

ح = 1/2 ، ق = 1/2

احتمال تسجيل هدف واحد على الأقل = 1 − ق^ن

1 − (1/2)^ن

1 − (1/2)^ن = 63/64

1 − 63/64 = (1/2)^ن

1/64 = (1/2)^ن

(1/2)^6 = (1/2)^ن ⇐ ن = 6

نشاط

(1) أطلق صياد 3 رصاصات على هدف فإذا كان احتمال إصابة الهدف هو 0.6 أوجد احتمال

(أ) إصابة الهدف ثلاث مرات

الحل 0.6 × 0.6 × 0.6 = 0.216

(ب) إصابة الهدف مرة واحدة فقط

الحل 0.4 × 0.4 × 0.6 × 3 = 0.288

(ج) عدم إصابة الهدف مرة واحدة فقط

الحل 1 − 0.216 = 0.784

(د) إصابة الهدف مرتين على الأقل

الحل 0.288 + 0.216 = 0.504

(2) أسرة لها 6 أطفال

أوجد احتمال أن يكون عدد الأولاد في الأسرة:

(أ) يساوي عدد البنات

(ب) أقل من عدد البنات

امتحان 2021

(1) إذا كان ح(P) = 0.4

، ح(P ∩ Q) = 0.2 فإن ح(P ∪ Q) = 0.9

ح(P ∪ Q) = ح(P) + ح(Q ∩ P')

ح(P ∪ Q) = ح(P) + ح(Q) − ح(P ∩ Q)

0.9 = 0.4 + 0.5

0.9 = 0.9 (صح)

(2) لأي حادثتين P ، Q يكون

ح(P/Q) + ح(Q/P') = 1 (خطأ)

(قانون)

(3) إذا كان احتمال نجاح خالد = 2/3

واحتمال رسوب هشام = 1/4

فإن احتمال نجاحهما معاً يساوي 1/2 (خطأ)

الحل

ح(P) = نجاح خالد = 2/3

ح(Q) = نجاح هشام = 3/4

ح(P ∩ Q) = ح(P) × ح(Q) (حوادث مستقلة إحصائياً)

= 2/3 × 3/4 = 2/4 = 1/2

(4) إذا كان ح(P ∪ Q') = 0.7

، ح(P) = 0.4 فإن ح(Q) = 0.8 (خطأ)

الحل

ح(P ∪ Q') = ح(P) − ح(P ∩ Q) (المساواة التالية)

0.7 = 0.4 − ح(P ∩ Q)

ح(P ∩ Q) = 0.4 − 0.7

= −0.3

(5) إذا كانت P ≠ ∅ فإن ح(P/P) = ح(P ∩ P) / ح(P)

حادثة مستحيلة

= ح(P) / ح(P) = صفر

(6) إذا كان ح(P ∩ Q) = 1/3 ، ح(P) = 2/3

، ح(Q) = 1/2 فإن ح(P ∪ Q) = 1/3 + 1/2 − 1/3 = 1/2 (خطأ)

الحل

∵ P ∩ Q ⊂ P ⇐ ح(P ∩ Q) = 1/3 ≤ ح(P) = 2/3

∴ ح(P ∩ Q') = ح(P) − ح(P ∩ Q)

= 2/3 − 1/3 = 1/3

= 4/6 − 2/6 = 2/6 = 1/3

(7) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين

فإن ح(P/Q') = ح(P) (صح)

الحل

∵ P ، Q مستقلتان ∴ ح(P/Q) = ح(P)

∴ ح(P/Q') = ح(P)

⇐ ح(P) = ح(P/Q') (صح)

(8) إذا كان ح(S) = 0.4 ، ح(S ∩ T) = 0.1

، ح(S ∩ T') = 0.3 فإن S ، T حادثتان مستقلتان (خطأ)

الحل

ح(S ∩ T') = ح(S) − ح(S ∩ T)

∴ ح(S) = 0.3 + 0.1 = 0.4

∴ ح(S ∩ T) = ح(S) × ح(T)

∴ 0.1 = 0.4 × ح(T) ⇐ ح(T) = 0.25

∴ ح(S ∩ T') = ح(S) − ح(S ∩ T)

= 0.4 − 0.1 = 0.3

(9) إذا كان ح(P/Q) = 3/4 ح(Q) = 0.3

فإن ح(Q) = 0.3

[0.25 × 0.3 = 0.075 ، 0.4 × 0.3 = 0.12]

الحل من الشكل

ح(P/Q) = ح(P ∩ Q) / ح(Q)

3/4 = ح(P ∩ Q) / 0.3

ح(P ∩ Q) = 3/4 × 0.3 = 0.225

= 4/10 × 3/10 = 12/50 = 0.24

770393433

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(10) إذا كانت P دائرة أكيدة
فإن $ح(\overline{P}) = \ldots$
$[\{\bullet\}، \frac{1}{2}، \frac{1}{3}، 1]$
الحل
$P = \Omega \Leftarrow ح P = 1$
$\Leftarrow ح\overline{P} = 0$

(11) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين وكان $ح(A) = \frac{2}{3}$
، $ح(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{4}$ فإن $ح(B) = \ldots$
$[\frac{1}{3}، \frac{1}{2}، \frac{1}{4}، \frac{3}{4}]$
الحل
$ح(A \cap \overline{B}) = ح A \times ح\overline{B}$ (مستقلان)
$\frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times ح\overline{B}$
$1 = 2 ح\overline{B} \Leftarrow \frac{1}{2} = ح\overline{B}$
$\Leftarrow ح B = \frac{1}{2}$

(12) إذا كان $ح(A) = 0.6$
، $ح(A \cap B) = 0.4$ فإن $ح(A \cup B) = \ldots$
$[0.6، 0.4، 1، 0]$
الحل
$ح(A \cap \overline{B}) = ح A - ح(A \cap B)$
$0.6 = ح A - 0.4$
$ح(A \cup B) = 1 - 0.4 = 0.6$

(13) إذا كان $ح(S) = \frac{2}{3}$
، $ح(A) = 0.3$ ، فإن $ح(S \cap A) = \ldots$
$[1.0، 0.2، 0.3، 0.4]$
الحل
$ح(S \cap A) = ح(S) \times ح A$
$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{2}{10}$
$= \frac{1}{5} = 0.2$

(14) إذا كان $ح(A \cup B) = \frac{2}{5}$
، $ح(S) = 1$ فإن $ح(A \cap B) = \ldots$
$[\frac{3}{4}، \frac{1}{2}، \frac{1}{4}، \frac{1}{3}]$
الحل
$ح A = \frac{3}{5} \Leftarrow ح\overline{A} = \frac{2}{5}$
$ح(A \cap B) = \frac{ح(A \cap B)}{ح S}$
$= \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3}$

(15) إذا كان احتمال نجاح فالدو في اختبار ما = 0.75 فإن احتمال نجاح أحدهما على الأكثر = ...
$[0.25، 0.18، 0.75، 0.93]$
الحل
$ح(A \cup B) = 0.75$
$ح(A \cap B) = (0.75) = 0.25$
حيث على الأكثر $= (A \cup B)$

(16) إذا كان
$ح(\overline{A} \cap B) + ح(A \cap \overline{B}) = 1$ فإن ...
$[A = \Omega، B = \Omega، A = \overline{\Omega}، B = \overline{\Omega}]$
الحل
$ح(A \cap B) + ح(\overline{A} \cap B)$
$ح A + ح B + ح(A \cap B)$
$1 + ح(A \cap B)$ (إذا كانتا $= \phi$)
$= 1$

(17) إذا كان $ح(A \cap \overline{B}) + ح(\overline{A} \cap B) = ح(A \cap B)$
فإن ... $[A \cap B = \Omega، A = \phi]$
، $A \subset B$ ، $B \subset A$

(18) إذا كان احتمال نجاح أحمد $= \frac{1}{4}$ ، واحتمال نجاح محمد $= \frac{1}{5}$
فإن احتمال نجاح أحدهما على الأقل $= \ldots$
$[\frac{1}{4}، \frac{1}{20}، \frac{2}{5}، \frac{1}{5}]$
الحل
إذا كان مستقلان
$\therefore ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح A \times ح B$
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$
$= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{8}{20}$
$= \frac{2}{5}$

(19) إذا كان $ح(A) = \frac{2}{5} ح(A \cap B) = \frac{1}{5}$
فإن احتمال وقوع B بشرط وقوع A يساوي ...
$[\frac{2}{5}، \frac{3}{5}، \frac{1}{2}، \frac{1}{5}]$
الحل
$ح(B|A) = \frac{ح(A \cap B)}{ح A} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$

(20) إذا كان $ح A = \frac{2}{5}$
، $ح(A \cap B) = \frac{1}{5}$ فإن احتمال وقوع B بشرط عدم وقوع $A = \ldots$
$[\frac{3}{5}، \frac{2}{5}، \frac{1}{2}، \frac{1}{5}]$
الحل
$\therefore ح A = \frac{2}{5}$ فإن $ح\overline{A} = \frac{3}{5}$
$\therefore ح(B|\overline{A}) = \frac{ح(\overline{A} \cap B)}{ح\overline{A}}$ [موقوع بشرط عدم وقوع A]
$= \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3}$

تابع

$ح(A \cup B) + ح(A \cap B) = ح(A \cap \overline{B}) + ح(\overline{A} \cap B)$
$ح(A \cup B) + ح(A \cap B) = ح(A \cap \overline{B}) + ح(\overline{A} \cap B)$
$ح(A \cup B) + ح(A \cap B) = ح A + ح B$
$ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح(A \cap B)$
في حالة $A \cap B = \phi$ (متنافيتين)

(21) إذا كان $ح(A) = 0.2$
، $ح(A \cup B) = 0.6$ فإن $ح(B) = \ldots$
$[0.6، 0.4، 0.2، 0.8]$
الحل
$ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح(A \cap B)$
$0.6 = 0.2 + ح B - 0$
$ح B = 0.6 - 0.2 = 0.4$

(22) إذا كان A ، B حادثتين مستقلتين وكان
$ح(A) = ح(B) = \frac{1}{5}$ فإن
$ح(A \cup B) = \ldots$
$[\frac{9}{25}، \frac{1}{5}، \frac{2}{5}، \frac{3}{5}]$
الحل
$ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح A \times ح B$
$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$
$= \frac{2}{5} - \frac{1}{25} = \frac{10}{25} - \frac{1}{25} = \frac{9}{25}$

(23) إذا كانت A ، B حادثتين مستقلتين وكان
$ح(A) = ح(B) = \frac{1}{5}$ فإن
$ح(A \cup B) = \ldots$
$[0.36، 0.45، 0.55، 0.64]$
الحل
$ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح A \times ح B$
$= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$
$= \frac{2}{5} - \frac{1}{25} = \frac{10}{25} - \frac{1}{25} = \frac{9}{25}$
$= 0.36$

نوحد المقامات

(24) إذا كان $ح(A) = \frac{1}{2}$
، $ح(B) = \frac{1}{3}$ فإن $ح(A \cap B) = \ldots$
$[\frac{1}{6}، \frac{1}{2}، \frac{1}{3}، \frac{5}{6}]$
الحل
$ح(A \cup B) = ح A + ح B - ح(A \cap B)$
$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - ح(A \cap B)$
$ح(A \cap B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

سلسلة المختار في الرياضيات صـ1 الوحدة: احتمالات
الصف الثالث الثانوي "احتمالات" أتمنى: 2020
م/ مختار الديب

س1	ضع علامة (✓) أو (X) أمام العبارة الخاطئة لها
1	إذا كان ح(P ∩ P') = 0.3 فإن ح(P) = 0.6 (X)
2	إذا كانت P، P مستقلتان، ح(P) = 1/2، ح(P) = 1/3 فإن ح(P ∪ P) = 2/3 (✓)
3	إذا كانت P، P حادثتين من ك فإن ح(P ∪ P) = ح(P) + ح(P) (✓)
4	إذا كانت P، P فإن ح(P/P) = 1 (✓)
5	إذا كانت P مستقلة عن P، ح(P) = 1/2، ح(P) = 1/4 فإن ح(P ∪ P) = 3/8 (X)
6	ح(P ∪ P) = ح(P) + ح(P) (✓)
7	إذا كان ح(P ∩ P') = 1/2 فإن ح(P) = 1/3 (X)
8	إذا كانت P، P ≠ ∅، P ≠ P فإن (P/P) حادثة أكيدة (✓)
9	إذا كان ح(س/ص) = 0.25، ح(ص) = 0.3 فإن ح(س ∩ ص) = 0.2 (X)
10	إذا كانت P، P متنافيتان فإن ح(P ∪ P') = 1 (✓)
11	إذا كان ح(P/P) = ح(P) فإن P، P مستقلتان (✓)
12	إذا كانت P ⊂ P فإن ح(P) < ح(P) (X)
13	إذا كان ح(P) = 1/2، ح(P ∩ P') = 1/3 فإن ح(P ∪ P') = 5/6 (✓)
14	إذا كان P، P حادثتين من ك فإن ح(P ∪ P) = ح(P) + ح(P) (X)
15	إذا كانت P مستقلة عن P فإن P، P' مستقلتان (✓)
16	إذا كانت P، P مستقلتان فإن P، P' مستقلتان (✓)
17	إذا كانت (P/P) مستحيلة فإن (P ∪ P) أكيدة (✓)
18	إذا كانت P ⊂ P فإن ح(P ∩ P') = ح(P) − ح(P) (X)
19	إذا كانت ح(P') = 0.6، ح(P ∩ P) = 0.2 فإن ح(P ∪ P') = 0.8 (✓)
20	إذا كان P ≠ ∅ فإن ح(P/P) = 1 (✓)
21	إذا كان ح(P') = 0.6، ح(P ∩ P) = 0.2 فإن ح(P/P) = 1/2 (✓)
س2	اختر الإجابة الصحيحة من بين الاختيارات
22	إذا كان ح(P) = 0.6، ح(P ∩ P') = 0.3 فإن ح(P/P') = ...

1	1/2	2	1/3	3	2/3	4	1/4	(22/22)

سلسلة المختار في الرياضيات صـ2 الوحدة: احتمالات
الصف الثالث الثانوي أتمنى: 2020
م/ مختار الديب

23	إذا كانت P، P مستقلتان، ح(P) = ح(P) = 0.5 فإن ح(P ∪ P) = ... [0.55، 0.65، 0.75، 0.85]
24	إذا كان ح(P) + 6ح(P') = 4 فإن ح(P) = ... [1/5، 3/5، 2/5، 4/5]
25	إذا كان ح(P ∪ P) = 0.9، ح(P) = 0.6 فإن ح(P ∩ P') = ... [0، 0.2، 0.3، 0.4]
26	ألقيت قطعة نقود ومكعب زهر فإن احتمال الحصول على صورة وعدد زوجي يساوي .... [1/4، 1/3، 2/3، 1/2]
27	إذا كان ح(P) = 0.4، ح(P ∩ P) = 0.2 فإن ح(P/P') = ... [1/3، 1/4، 1/2، 3/4]
28	إذا كان ح(P) = 0.5، ح(P ∪ P) = 0.7 فإن ح(P ∩ P') = ... [0.3، 0.2، 1، 0.4]
29	ألقيت قطعة نقود ومكعب زهر مرة واحدة فإن احتمال الحصول على كتابة وعدد فردي يساوي .... [3/4، 1/4، 1/3، 1/6]
30	إذا كان ح(P) + 6ح(P') = 4 فإن ح(P') = ... [2/5، 1/5، 3/5، 4/5]
31	إذا كانت P، P حادثتين متنافيتين، ح(P) = 0.3، ح(P ∪ P) = 0.7 فإن ح(P ∩ P) = ... [-0.4، 0.7، 0.21، 1]
32	إذا كان 4ح(P) + ح(P') = 2 فإن ح(P) = ... [1/3، 2/3، 1/2، 1/4]
33	إذا كان ح(P/P) = 1/2، ح(P ∩ P) = 1/5 فإن ح(P') = ... [1/5، 2/5، 3/5، 4/5]

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣٤ إذا كان ح(P) = ٣ ح(P') فإن ح(P) = ...
[$\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$]

٣٥ إذا كان ح(P) = س ، ح(P ∪ ب) = $\frac{1}{3}$
، ب ⊂ P فإن قيمة س = ...
[$\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{3}$]

٣٦ إذا كان ح(P' ∪ ب') = ٠,٩
، ح(P) = ٠,٢ فإن ح(ب/P) = ...
[$\frac{7}{9}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$]

٣٧ إذا كانت P ، ب مستقلتان
ح(P) = $\frac{3}{4}$ ، ح(ب) = $\frac{1}{4}$ فإن
إحتمال رجوع P فقط يساوي ....
[$\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{2}$]

٣٨ إذا كانت P ، ب متنافيتان ، ح(ب) = ٠,٣
، ح(P' ∩ ب') = ٠,٥٦ فإن ح(P) = ...
[٠,٢٦ ، ٠,٤٤ ، ٠,١٤ ، ٠,٣٥]

٣٩ إذا كانت ح(P ∪ ب) = ١ فإن ح(P/ب') = ...
[٠ ، ١ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$]

٤٠ إذا كانت P مستقلة عن ب فإن
ح(P/ب') = ...
[ح(ب) ، ح(ب') ، ح(P') ، ح(P)]

٤١ إذا كان ح(P ∪ ب) = ح(ب) فإن ....
[P ∩ ب = ∅ ، P ⊂ ب ، ب ⊂ P ، P = ب]

٤٢ إذا كان ح(ب) = ٠,٢ ، ح(P/ب) = $\frac{1}{4}$
فإن ح(P ∩ ب) = ...
[٠,٣ ، ٠,٢ ، ٠,١ ، ٠,٥]

٤٣ إذا كان ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب)
فإن ....
[P ∩ ب = ∅ ، P = ب ، P ⊂ ب ، ب ⊂ P]

٤٤ إذا كانت P مستقلة عن ب
ح(P ∩ ب) = ...
[ح(P) ح(ب) ، ح(P) + ح(ب) ، ح(P) − ح(ب) ، ح(P) × ح(ب)]

٤٥ إذا كان (P/ب) = (ب/P) (X)
توضيح:
تجربة: رمي حجر نرد مرة واحدة
Ω = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
P = حادثة ظهور عدد زوجي
ب = حادثة ظهور عدد فردي
∴ P = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ب = {١ ، ٣ ، ٥}
ح(P) = $\frac{3}{6}$ ، ح(ب) = $\frac{3}{6}$
∴ ح(P) = ح(ب)
لكن P ≠ ب

٤٦ إذا كانت P = ب
فإن ح(P) = ح(ب) (✓)

٤٧ إذا كانت ح(P) = ح(ب)
فإن P = ب (X)

٤٨ إذا كان ح(P ∩ ب') = ٠,٢
، ح(P ∩ ب) = ٠,٤ فإن ح(ب) = ...
[٠,٦ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

٤٩ إذا كان ح(P ∪ ب) = ١ فإن ح(P'/ب') = ...
[٠ ، ١ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$]

2021

١ إذا كانت س ⊂ ص فإن
ح(ص/س) = ١ (✓)

٢ إحتمال الحادثة المستحيلة يساوي صفر (✓)

٣ تكون P ، ب حادثتان مستقلتان
إذا كان
ح(P) × ح(ب) = ح(P ∩ ب) (✓)

٤ إذا كان ح(P) = ٠,٤
، ح(P' ∩ ب') = ٠,٥ فإن ح(P ∪ ب) = ٠,٩ (✓)

٥ أي حادثتين P ، ب يكون
ح(P/ب) + ح(P'/ب) = ١ (✓)

٦ إحتمال الحادثة المؤكدة = ١ (✓)

٧ إذا كان احتمال نجاح خالد = $\frac{3}{4}$
واحتمال رسوب هشام = $\frac{1}{4}$
فإن إحتمال نجاحهما معاً يساوي $\frac{1}{2}$ (✓)

٨ إذا كان ح(ب ∩ P') = ٠,٢
، ح(P ∩ ب) = ٠,٤ فإن
ح(ب) = ٠,٨ (X)

٩ إذا كانت الحادثة P ≠ ∅
فإن (P/P) حادثة مستحيلة (✓)

١٠ إذا كانت الحادثتان P ، ب مستقلتين
فإن P ، ب' مستقلتان (✓)

١١ إذا كانت **بادم** كان ح(P) = $\frac{2}{3}$
، ح(ب) = $\frac{1}{2}$ فإن ح(P ∩ ب') = $\frac{1}{3}$ (✓)

١٢ إذا كانت الحادثة S ⊃ ب
فإن (ب ∩ ب') حادثة أكيدة (X)

١٣ إذا كان ح(ب) = ٠,٤
، ح(P ∩ ب') = ٠,٣ فإن ح(P ∪ ب) = ٠,٧ (✓)

١٤ إذا كان ح(P ∩ ب') = ٠,٤ فإن
إحتمال وقوع أي حادثتين صفاً P ، ب
يساوي ٠,٣ (X)

١٥ إذا كان P ، ب حادثتان
مستقلتان فإن ح(P/ب') = ح(P) (✓)

١٦ إذا كان P ⊂ ب ، ح(P) = ٠,٣
، ح(ب) = ٠,٤ فإن ح(P ∪ ب) = ٠,٧ (X)

١٧ إذا كانت P ، ب حادثتان متنافيتان
فإن ح(P ∪ ب) = ح(P) + ح(ب) (✓)

١٨ إذا كان ح(س) = ٠,٤
، ح(س ∩ ص) = ٠,١ فإن
ح(س ∩ ص') = ...
[٠,١ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٥]

١٩ إذا كان ح(P/ب) = $\frac{3}{4}$
، ح(P ∩ ب) = ٠,٣ ، فإن ح(ب) = ...
[٠,٥ ، ٠,٣ ، ٠,٤ ، ٠,٦]

٢٠ إذا كانت P حادثة أكيدة فإن
ح(P') = ... [صفر ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، ١]

٢١ إذا كانت P ، ب حادثتين
مستقلتين وكان ح(ب) = $\frac{2}{3}$
، ح(ب/P) = $\frac{1}{3}$ ، فإن ح(P) = ...
[$\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$]

770393433
770393433
حة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٣٧) إذا كان P ، Q حادثتين ومستقلتين وكان $ح(P) \neq$ صفر فإن $ح(Q/P) + ح(Q/\overline{P}) =$ ...
[صفر ، (١) ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$]

(٣٨) إذا كان احتمال نجاح $ح$ = $\frac{1}{5}$ ، واحتمال نجاح $أحمد$ = $\frac{1}{4}$ فإن احتمال نجاح واحد منهما على الأقل = ...
[$\frac{1}{4}$ ، (٩/٢٠) ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{9}{20}$]

(٣٩) إذا كان $ح(Q) = \frac{1}{3}$ ، $ح(P \cap Q) = \frac{1}{5}$ فإن $ح(P/Q) =$ ...
[$\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$]

(٤٠) إذا كان
$ح(P \cap \overline{Q}) = ح(\overline{Q}) + ح(Q \cap \overline{P})$
فإن $ح(P) =$ .....
[صفر ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، (١)]

(٤١) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين وكان $ح(P) = ح(Q) = \frac{1}{5}$
فإن $ح(P \cup Q) =$ ... ...
[٠,٣٦ ، ٠,٤٥ ، ٠,٥٥ ، ٠,٥٦]

(٤٢) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين وكان $ح(P) = \frac{2}{3}$ ، $ح(Q) = \frac{1}{4}$
، $ح(P \cap Q) = \frac{1}{3}$ فإن $ح(\overline{P} \cap \overline{Q}) =$ ...
[$\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، (١/٣) ، $\frac{3}{4}$]

(٤٣) إذا كان $ح(P/Q) = \frac{3}{4}$
، $ح(P \cap Q) = ٠,٣$ فإن $ح(Q) =$ ...
[٠,٥ ، ٠,٢ ، ٠,٩ ، ٠,٦]

(٤٤) إذا كانت $س$ ، $ص$ حادثتين مستقلتين
وكان $ح(س) = ح(ص) = \frac{1}{2}$ فإن
$ح(س \cap ص) =$ ...
[$\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، (٣/٤)]

(٤٥) إذا كان $ح(P) = \frac{2}{5}$ ، $ح(P \cap Q) = \frac{1}{5}$
فإن احتمال وقوع Q بشرط وقوع P يساوي ...
[(١/٢) ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{2}{5}$]

(٤٦) إذا كان $ح(P) = ٠,٧$
، $ح(P \cap \overline{Q}) = ٠,٥$ فإن $ح(P \cap Q) =$ ...
[٠,٤ ، ٠,٣ ، (٠,٢) ، ١,٢]

(٤٧) إذا كان $ح(P) = \frac{2}{5}$
، $ح(\overline{P} \cap Q) = \frac{1}{5}$ ، فإن احتمال وقوع Q بشرط عدم وقوع P = ...
[$\frac{3}{5}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، (١/٣)]

(٤٨) إذا كان $ح(P/Q) = \frac{1}{4}$
، $ح(Q) = ٠,٤$ فإن $ح(P \cap Q) =$ ...
[١,٠ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٤]

(٤٩) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين وكان $ح(Q) = \frac{2}{3}$
، $ح(P \cap Q) = \frac{1}{4}$ فإن $ح(P) =$ ...
[$\frac{1}{3}$ ، (١/٢) ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$]

(٣٠) إذا كانت $P \subset Q$ فإن
$ح(P \cap Q) =$ ...
[صفر ، ١ ، $ح(P)$ ، $ح(Q)$]

(٣١) إذا كانت P ، Q حادثتين مستقلتين وكان $ح(P) = \frac{1}{2}$
، $ح(P \cup Q) = \frac{3}{4}$ فإن $ح(Q) =$ ...
[$\frac{1}{4}$ ، (١/٢) ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$]

(٣٢) إذا كان احتمال نجاح خالد في الرياضيات والفيزياء معاً = ٠,٩ ، فإن احتمال نجاحه في إحدى المادتين على الأكثر يساوي ...
[١,٠ ، ١,٠ ، ٠,٨ ، ٠,٩]

(٣٣) إذا كانت $P \subset Q$ فإن
$ح(Q/P) =$ ...
[صفر ، (١) ، $ح(P)$ ، $ح(Q)$]

(٣٤) إذا كان $ح(P) = \frac{1}{2}$
، $ح(Q) = \frac{1}{3}$ ، $ح(P \cap Q) = \frac{1}{4}$
فإن احتمال وقوع P ، Q معاً = ...
[$\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، (١/٦)]

(٣٥) إذا كان $ح(P/Q) = ح(Q/P)$
، $P \neq \emptyset$ ، $Q \neq \emptyset$ ، $P \neq Q$
فإن ..... [$P \subset Q$ ، $P = Q$ ، $ح(P \cap Q) = ٠$ ، $ح(P) = ح(Q)$]

(٣٦) إذا كان
$ح(P \cap \overline{Q}) + ح(\overline{P} \cap Q) = ح(P \cup Q)$ فإن ...
[$P \cap Q = \emptyset$ ، $P \cup Q = \Omega$]

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل نماذج عام "2022م"

① إذا كان ع فضاء العينة لتجربة عشوائية ما، P حدث ما فإن
$ح(P \cap ع) = 1$ (أ)

البرهان: $ح(P \cap ع) = ح(ع) = 1$

② لأي حادثتين P، $ب$ حيث $P \neq \emptyset$، $ح(P) \neq 0$ فإن
$ح[(P \cap ب) / P] = 1$ (أ)

الحل
$$ح[(P \cap ب) / P] = \frac{ح(P \cap (ب \cap P))}{ح(P)}$$
$$= \frac{ح(P)}{ح(P)} = 1$$

③ إذا كانت P، $ب$ حادثتين متنافيتين فإن $ح(\overline{P} \cap \overline{ب}) = 1$ (أ)

الحل:
$\because P \cap ب = \emptyset \Leftarrow \overline{P \cap ب} = ع$
$\therefore ح(P \cap ب) = ح(\emptyset)$
$\therefore ح(P \cap \overline{ب}) = ح(ع)$
$\therefore ح(P \cap \overline{ب}) = 1$
$ح(\overline{P} \cap \overline{ب}) = 1$

④ إذا كانت P حادثة $د$ ك، فإن $ح(P \cap \overline{P}) = 1$ (س)

الحل
$ح(P \cap \overline{P}) = ح(ع) = 1$

⑤ إذا كانت P، $ب$ حادثتين من ك، فإن
$ح(\overline{P} \cap \overline{ب}) = 1 - ح(P \cap \overline{ب})$ (ب)

الحل
$ح(\overline{P} \cap \overline{ب}) = ح(\overline{P}) + ح(P \cap ب)$
$ح(\overline{P} \cap \overline{ب}) = 1 - ح(P) + ح(P \cap ب)$

$ح(\overline{P \cup ب}) = 1 - ح(P \cup ب)$
$= 1 - ح(P) - ح(ب) + ح(P \cap ب)$
$= ح(\overline{P}) + ح(\overline{ب}) - ح(P \cap ب)$
$= ح(\overline{P} \cap \overline{ب})$

⑥ إذا كانت $P \neq \emptyset$ فإن $ح(\overline{P} / P) = 1$ (X)

الحل
$ح(\overline{P} / P) = \frac{ح(\overline{P} \cap P)}{ح(P)} = \frac{ح(\emptyset)}{ح(P)} = صفر$

⑦ إذا كانت $س \cap ص = ع$ فإن $ح(س) = 1 - ح(ص)$ (X)

الحل
$\because س \cap ص = ع \Rightarrow ح(س \cap ص) = ح(ع)$
$\therefore ح(س \cap ص) = 1$
$ح(س) + ح(ص) - ح(س \cap ص) = 1$
$\therefore ح(س) = 1 - ح(ص) + ح(س \cap ص)$

⑧ إذا كان
$ح(P \cap \overline{ب}) = ح(\overline{ب}) + ح(ب \cap \overline{P})$
فإن $ح(P) = ...$
$[0, \frac{1}{2}, 1]$

770393433

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اكمل
$ح(P \cap \bar{B}) = ح(\bar{B}) + ح(B \cap \bar{P})$

$ح P - ح(P \cap B) = 1 - ح B + ح(P \cap B)$

$ح P = 1$

⑨ إذا كان $ح(B) = \frac{1}{2}$

، $ح(P \cap \bar{B}) = \frac{1}{5}$ فإن $ح(P \cup B) = ...$

$[\frac{11}{20}, \frac{15}{20}, \frac{7}{10}, \frac{7}{20}]$

اكمل
$ح(P \cup B) = ح B + ح(P \cap \bar{B})$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

$= \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$

---

⑩ إذا كان $ح(B) = 5\, ح(\bar{B})$

فإن $ح(B) = ...$

$[\frac{5}{6}, \frac{4}{6}, \frac{3}{6}, \frac{2}{6}]$

اكمل
$\because ح(B) = 5\, ح(\bar{B})$

$\therefore ح(B) = 5[1 - ح B]$

$ح(B) = 5 - 5\, ح B$

$ح(B) + 5\, ح(B) = 5$

$6\, ح(B) = 5 \Leftarrow ح(B) = \frac{5}{6}$

---

⑪ إذا كان $ح(P \cap \bar{B}) = ح(\bar{B})$

فإن $ح(P \cup B) = ...$

$[0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$

اكمل
$ح(P \cap \bar{B}) = ح(\bar{B})$

$ح P - ح(P \cap B) = 1 - ح B$

$\cancel{ح P} - ح(P \cap B) = 1 - \cancel{ح B}$

$ح(P \cup B) = 1$

---

⑫ إذا كان $P \subset B$ ، $ح(\bar{P}) = \frac{5}{9}$

فإن $ح(B) = ...$

$[\frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, 1]$

اكمل
$\because ح(P) = \frac{4}{9}$ ، $ح P = ح(B) = \frac{5}{9}$

---

⑬ إذا كان $ح(P) = ص$

، $ح(P \cap B) = \frac{3}{4}$ ، $ح(B \cap \bar{P}) = \frac{1}{4}$

فإن ص = ... $[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

اكمل
$ح(P \cup B) = ح P + ح(B \cap \bar{P})$

$\frac{3}{4} = ص + \frac{1}{4}$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ص \Leftarrow ص = \frac{2}{4}$

$\Leftarrow ص = \frac{1}{2}$

---

⑭ إذا كان $ح(P \cap \bar{B}) = 0.2$ فإن

$ح(P \cup B) = ...$

$[0.6, 0.7, 0.8, 0.9]$

اكمل
$\because ح(P \cap \bar{B}) = 0.2$

$\therefore ح(P \cap B) = 0.6$

$\therefore ح(P \cup B) = 0.8$

---

⑮ إذا كان $P \subset B$ ، $ح(\bar{P}) = \frac{5}{9}$

فإن $ح(B) = ...$ $[\frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, 1]$

اكمل
$ح P = \frac{4}{9}$ ، $ح P = ح(B) = \frac{4}{9}$

---

⑯ إذا كان $ح(\bar{B}) = ح(P \cap \bar{B})$

فإن $ح(P \cup B) = ...$

$[0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1]$

اكمل
$ح(P \cap \bar{B}) = ح(\bar{B})$

$ح P - ح(P \cap B) = 1 - ح B$

$ح(P \cup B) = 1$

---

⑰ إذا كان $P \subset B$ ، $ح(\bar{P}) = \frac{5}{9}$

فإن $ح(B) = ...$ $[\frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, 1]$

اكمل
$ح P = \frac{4}{9}$ ، $ح P = ح(B) = \frac{5}{9}$

770393433

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(16) إذا كانت P ، B قارن
$ح(\overline{P} \cap \overline{B}) = \ldots\ldots$
[$ح(P)$ ، $ح(B)$ ، $ح(P \cap B)$]
أي
$ح(\overline{P} \cap \overline{B}) = ح(P \cup B)$
$= ح(\overline{P \cup B})$
لأن P ، B ⟸ $P \cap B = \emptyset$

(17) إذا كان احتمال إصابة خالد للهدف ٠٫٥ ، واحتمال إصابة حامد لنفس الهدف ٠٫٦ فإذا رمى كل منهما على نفس الهدف فما احتمال عدم إصابة الهدف يساوي ....
[٠٫٦ ، ٠٫٥ ، ٠٫٣ ، ٠٫٢]
أي
نضع $ح(P) = ٠٫٥$
احتمال إصابة خالد للهدف
$ح(\overline{P}) = ٠٫٦$ احتمال إصابة حامد لنفس الهدف
$\therefore ح(P \cap \overline{B}) = ٠٫٥ \times ٠٫٦$
$= ٠٫٣$
$ح(P \cup B) = ٠٫٣$ حوادث مستقلة
$\therefore$ احتمال عدم إصابة الهدف =
$ح(\overline{P} \cap \overline{B}) = ح(\overline{P \cup B})$
$= ١ - ٠٫٣$
$= ٠٫٧$

(18) إذا كان احتمال نجاح مازن $\frac{٤}{٥}$ واحتمال نجاح أخته $\frac{٣}{٥}$ فما احتمال نجاح أختة يساوي ....
(ل ، ب ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$)
أي
الحوادث مستقلة
$\therefore ح(P \cap B) = ح(P) \times ح(B)$
$= \frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٥}$
$= \frac{١٢}{٢٥}$
$ح(P \cup B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cap B)$
$= \frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٥} - \frac{١٢}{٢٥}$
$= \frac{٢٣}{٢٥}$

(19) إذا كان احتمال نجاح الدملجي واحتمال نجاح محمد $\frac{١}{٥}$ فما احتمال نجاح إحداهما على الأقل =
[$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٩}{٢٠}$]
أي
احتمال نجاح الدملجي $= ح(P) = \frac{١}{٤}$
احتمال نجاح محمد $= ح(B) = \frac{١}{٥}$
احتمال نجاحهما معاً $= ح(P \cap B) = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٥}$
$ح(P \cup B) = \frac{١}{٢٠}$ حوادث مستقلة
احتمال نجاح إحداهما على الأقل $= ح(P \cup B)$
$ح(P \cup B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cap B)$
$= \frac{١}{٤} + \frac{١}{٥} - \frac{١}{٢٠}$
$= \frac{٥}{٢٠} + \frac{٤}{٢٠} - \frac{١}{٢٠}$
$= \frac{٨}{٢٠}$
$ح(P \cup B) = \frac{٢}{٥}$

$ح(P \cup B) = ح(P) + ح(B) - ح(P \cap B)$
$ح(P \cup B) + ح(P \cap B) = ح(P) + ح(B)$
$ح(P \cup B) - ح(B) = ح(P) - ح(P \cap B)$
$ح(P \cup \overline{B}) = ح(P) - ح(P \cap B)$
$ح(P \cap \overline{B}) + ح(P \cap B) = ح(P)$
$ح(P \cap \overline{B}) = ح(P) - ح(P \cap B)$
$ح(\overline{P} \cap B) = ح(B) - ح(P \cap B)$
$P \cap B$ ، $P \cap \overline{B}$ ، $\overline{P} \cap B$ ⟸ حوادث مستقلة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner