قسم : 3 تقني رياضي فرع الهندسة المدنية

مادة التكنولوجيا : ميكانيكا مطبقة

الدرس الخامس: V- الخرسانة المسلحة (B.A.E.L)

المحور IV- الإنحناء البسيط

المحتوى

1. تعريف:
2. حالة الحد النهائي الاخير للمقاومة : (E.L.U.R)
2 ـ 1 : حالة حد نهائي أخير في المدار A
2 ـ 2 : حالة الحد النهائي في المدار B
2 ـ 3 : الوضعيات الخاصة للمحور الحيادي
2 ـ 4 : خلاصة عملية :
2 ـ 5 : معادلات التوازن لقطعة :
2 ـ 6 : خصائص قطعة مستطيلة
2 ـ 6 ـ 1 : مقطع بدون تسليح مضغوط : (A'=0)
أ- حالة حد نهائي بسحق الخرسانة . (المدار B)
ب- حالة الحد النهائي بالسيلان البلاستيكي للفولاذ : (المدار A)
2 ـ 6 ـ 2 : قطعة مستطيلة مع تسليح مضغوط (A' ≠ 0)
3 . حالة الحد النهائي للتشغيل بالنسبة للديمومة: (E.L.S)

الجزء الأول

1. تعريف:

تكون رافدة في انحناء بسيط إذا كانت العناصر المختزلة على يسار المقطع تنحصر في عزم الانحناء (M) و الجهد القاطع (T). إن تحديد المقاطع بالنسبة لعزم الانحناء يكون في حالة الحد النهائي الأخير للمقاومة (E.L.U.R) .

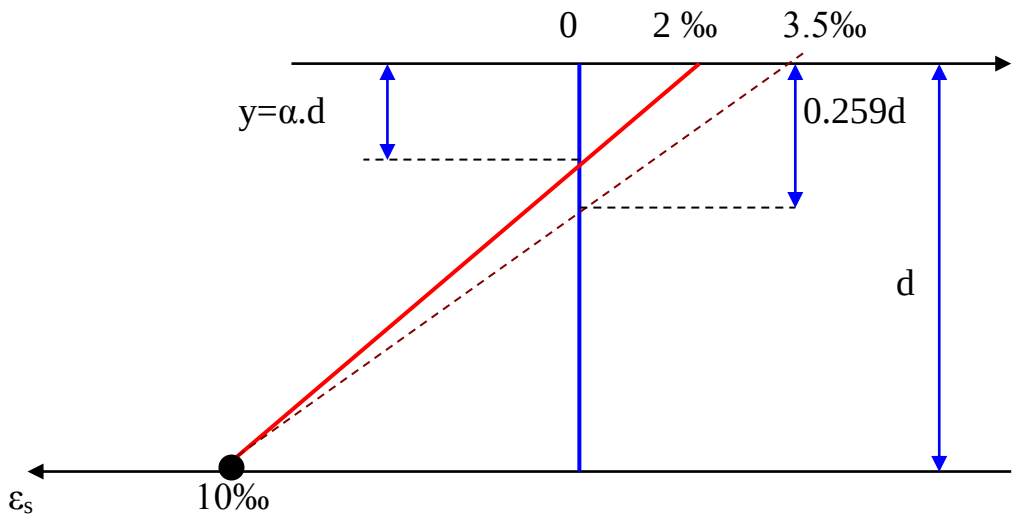
ثم يجب مراقبة هذه المقاطع المحصل عليها، و التحقق من أنها تناسب شروط حالة حد التشغيل بالنسبة للديمومة و التشوهات. و أخيرا يجب توفير حد أدنى من التسليح لضمان شرط عدم الهشاشة .

2.حالة الحد النهائي الاخير للمقاومة : (E.L.U.R)

حسب فرضيات حالة الحد النهائي (E.L.U), يمكن الوصول إليه بطريقتين:

- السيلان البلاستيكي للفولاذ:
  - المدار A ← $\varepsilon_s = 10$ ‰
- سحق الخرسانة :
  - المدار B ← $\varepsilon_{bc} = 3.5$ ‰

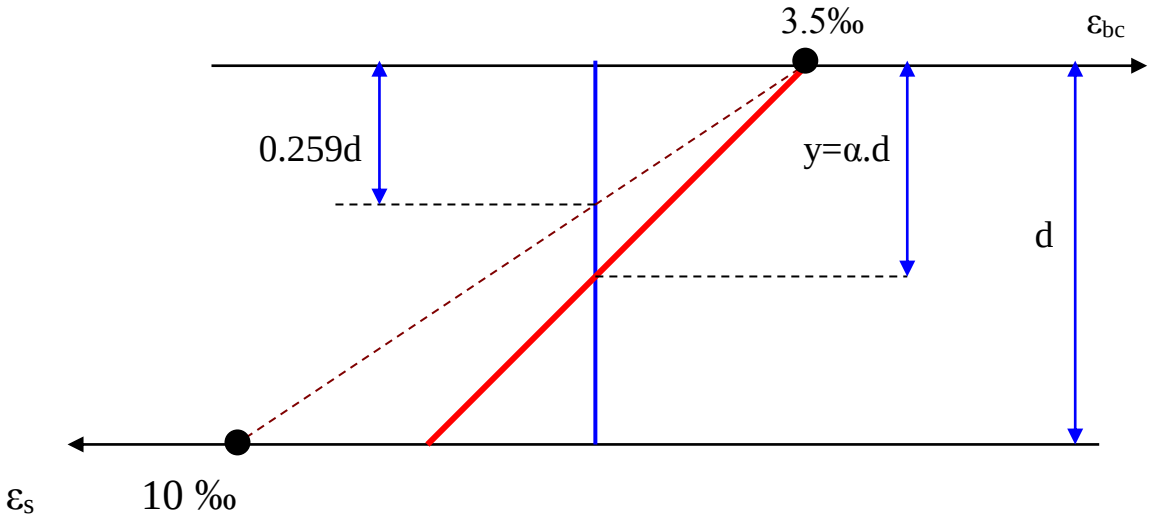
2 ـ 1 : حالة حد نهائي أخير في المدار A :



هذه الحالة مميزة بالتشوهات التالية :

$$0 \leq \varepsilon_{bc} \leq 3.5\ ‰$$
$$\varepsilon_s = 10\ ‰$$
$$y = \alpha \cdot d$$
$$0 \leq \alpha \leq 0.259$$

2 ـ 2 : حالة الحد النهائي في المدار B :

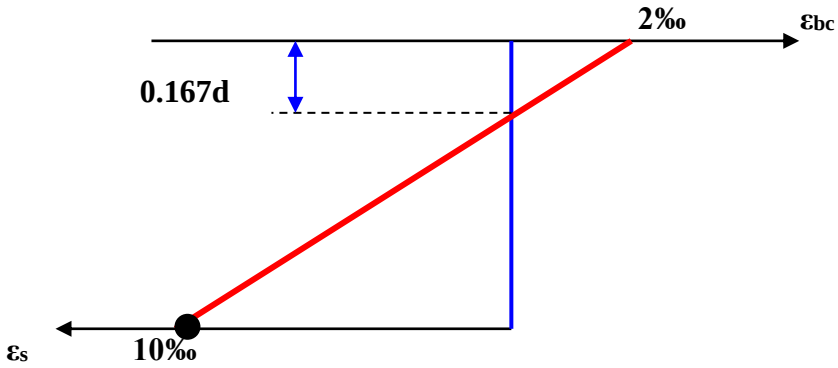


هذه الحالة مميزة بالتشوهات التالية :

- $\varepsilon_{bc} = 3.5\ ‰$
  $0 \leq \varepsilon_s \leq 10\ ‰$
- $y = \alpha .d$
  $0.259 \leq \alpha \leq 1$

2 ـ 3: الوضعيات الخاصة للمحور الحيادي:

- ـ حالة نهائية أخيرة مع :
  - $\varepsilon_s = 10$ ‰
  - $\varepsilon_{bc} = 2$ ‰



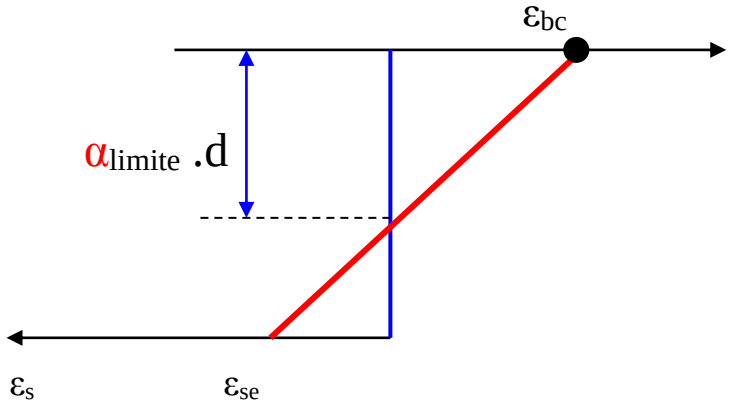
- $\alpha = \frac{2}{2+10} = 0.167$

ـ لما

- $\alpha < 0.167$; $\varepsilon_{bc} < 2$ ‰ و $\sigma_{bc} < f_{bc}$.

إذن: الخرسانة لا تعمل جيدا, أي لدينا مقطع كبير من الخرسانة.

- حالة الحد النهائي لما :
  - $\varepsilon_{bc} = 3.5$ ‰
  - $\varepsilon_s = \varepsilon_{se}$



ـ لما

$\varepsilon_{bc} = 3.5$ ‰ و $\varepsilon_s = \varepsilon_{se}$; $\alpha = \alpha_{limite} = \frac{3.5}{3.5 + \varepsilon_{se}}$

و هي بدلالة نوع الفولاذ .

ـ لما:

- $\alpha > \alpha_{limite}$; $\varepsilon_s < \varepsilon_{se}$; $\sigma_s < f_e/\gamma_s$

إذن: الفولاذ لا يعمل بصورة كافية.

و هناك ثلاثة حلول ممكنة:

- إما الزيادة في أبعاد مقطع الخرسانة. (b أو h).
- إما استعمال خرسانة ذات مقاومة عالية.
- إما إضافة تسليح مضغوط ($A' \neq 0$) .

و هذا هو الحل الأكثر إقتصادا .

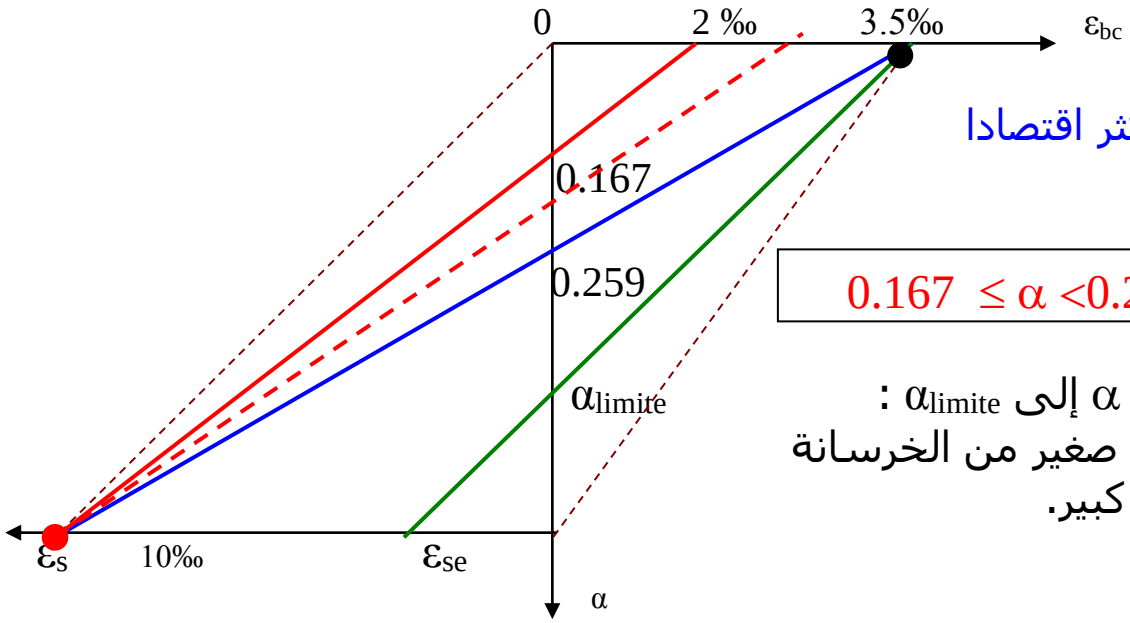
خصائص الفولاذ : قيم α_{limite} و μ_{limite}

	الحالات العادية. $\gamma_s = 1.15$				الحالات الاستثنائية. $\gamma_s = 1$			
صنف الفولاذ	f_e/γ_s MPa	ε_{se} ‰	α_{limite}	μ_{limite}	f_e/γ_s MPa	ε_{se} ‰	α_{limite}	μ_{limite}
FeE 215	189	0.935	0.789	0.429	215	1.075	0.765	0.422
FeE 235	204	1.022	0.774	0.425	235	1.175	0.749	0.418
FeE 400	348	1.739	0.668	0.391	400	2.000	0.636	0.378
FeE 500	435	2.174	0.617	0.371	500	2.500	0.583	0.358

2 ـ 4 : خلاصة عملية :

بعد حساب المعامل α ، يمكننا تحديد نوع الحد النهائي و نوع مخطط التشوهات و ذلك بمقارنة هذه القيمة مع القيم الحدية المشار إليها سابقا.

قيم α	تحديد حالة الحد النهائي .	ε_s ‰	ε_{bc} ‰	σ_s	$\sigma_{bc\ max}$
اقل من 0.167	الانهيار البلاستيكي للفولاذ المدار A.	10	اقل من 2	f_e/γ_s	اصغر من f_{bc}
0.167		10	2	f_e/γ_s	f_{bc}
0.167– 0.259		10	3.5 – 2	f_e/γ_s	f_{bc}
0.259	المدار A و B.	10	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
0.259 - α_{limite}	سحق الخرسانة المدار B .	$10 - \varepsilon_{se}$	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
α_{limite}		ε_{se}	3.5	f_e/γ_s	f_{bc}
اكبر من α_{limite}		اصغر من ε_{se}	3.5	f_e/γ_s اصغر	f_{bc}



المجال الأكثر اقتصادا يناسب :

$$0.167 \leq \alpha < 0.259$$

- لما تؤول α إلى α_{limite} : لدينا مقطع صغير من الخرسانة مع تسليح كبير.

- لما تؤول α إلى 0.167: لدينا مقطع كبير من الخرسانة و تسليح قليل.

2 ـ 5 : معادلات التوازن لقطعة :

لدينا مقطع معرض إلى عزم انحناء (M_u) .

محصلات الإجهادات هي :

- الانضغاط في الخرسانة : (في الخرسانة المضغوطة)

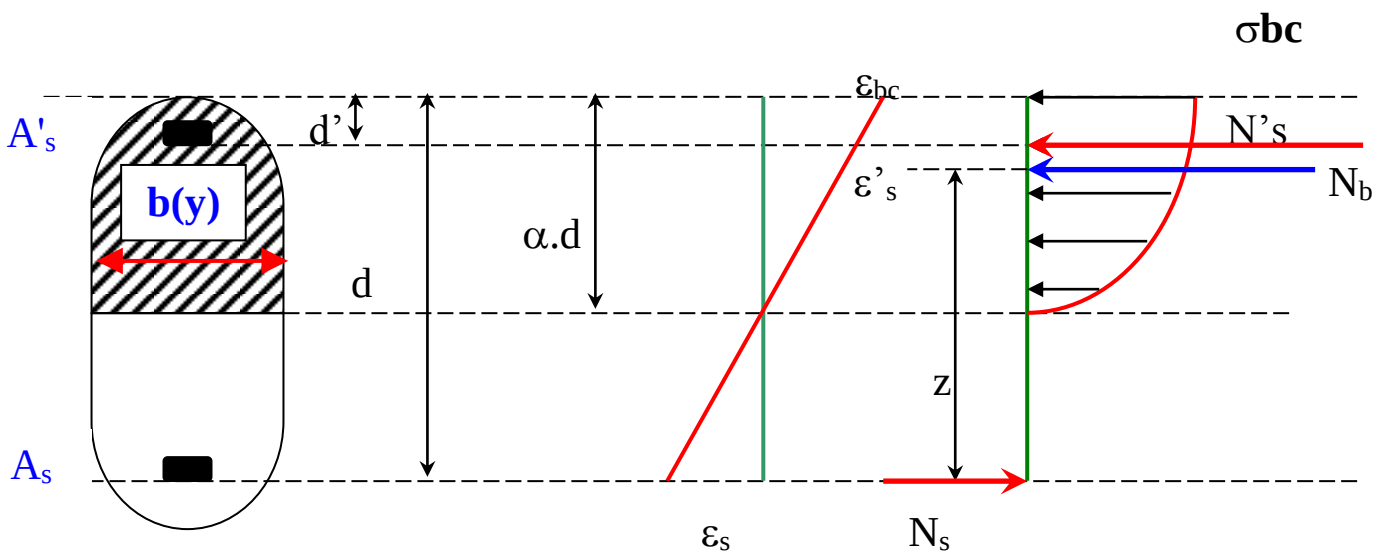
$$N_b = \int \sigma_b(y) .b(y). dy$$

- الانضغاط في الفولاذ : (في الفولاذ المضغوط)

$$N'_s = A'_s . \sigma'_s \quad \text{مع} \quad \sigma'_s = f(\varepsilon'_s)$$

- الـشـد في الـفـولاذ : (في الفولاذ المشدود)

$$N_s = A_s . \sigma_s \quad \text{مع} \quad \sigma_s = f(\varepsilon_s)$$



معادلات التوازن نتحصل عليها بكتابة :

- مجموع محصلات الإجهادات معدومة
- مجموع العزوم لهذه المحصلات بالنسبة لـ A_s توازن العزم الخارجي M_u

و منه :

- مجموع القوى:

$$N_b + N'_s - N_s = 0 \quad \text{..... (1)}$$

- مجموع العزوم:

$$M_u = N_b.z + N'_s(d-d')$$

$$M_u = z.N_b + (d-d')A'_s.\sigma'_s \text{..... (2)}$$

قسم : 3 تقني رياضي فرع الهندسة المدنية

مادة التكنولوجيا : ميكانيكا مطبقة

الدرس الخامس: V- الخرسانة المسلحة (B.A.E.L)

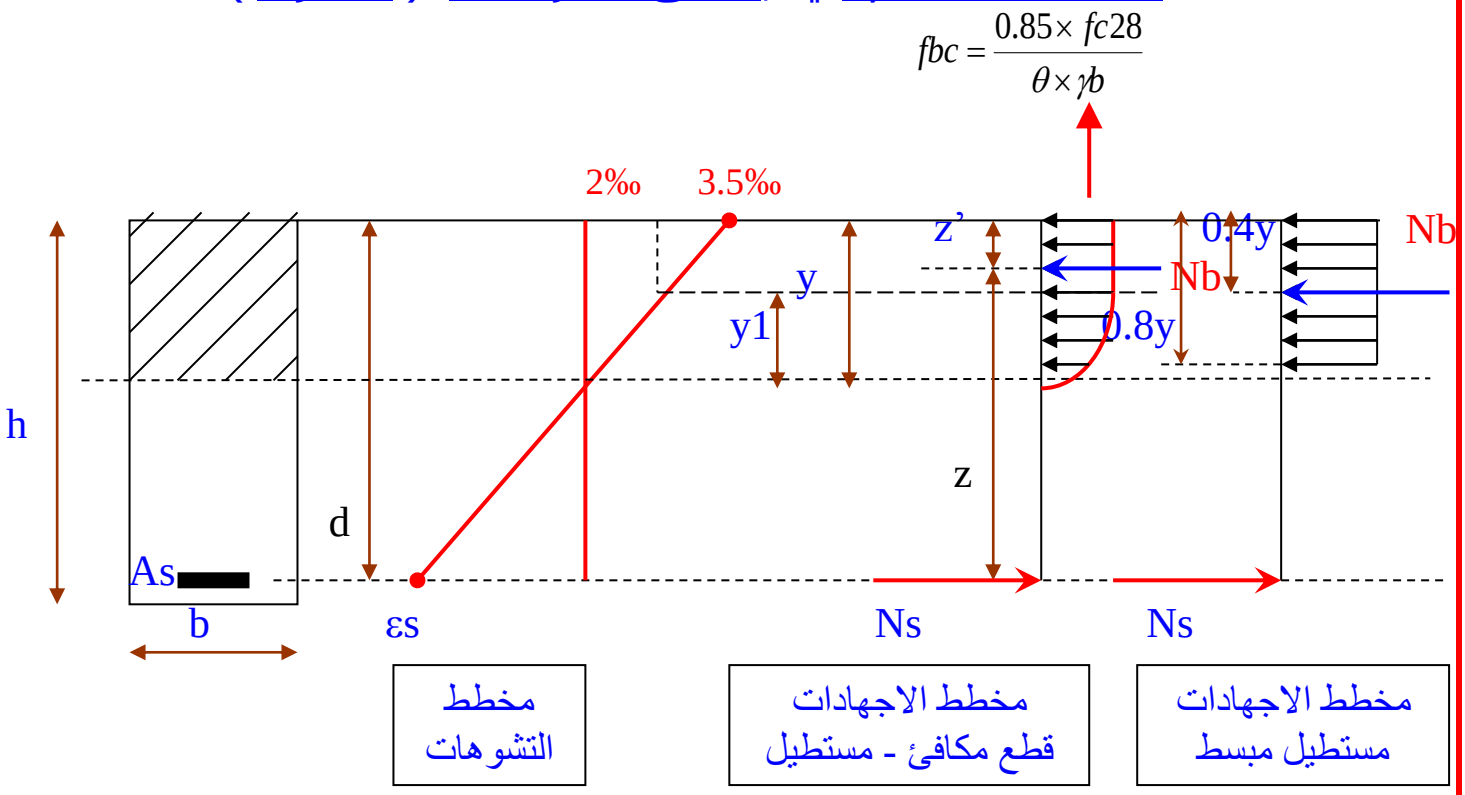
المحور IV- الإنحناء البسيط

الجزء الثاني

2 ـ 6 ـ : خصائص قطعة مستطيلة :

2 ـ 6 ـ 1 : مقطع بدون تسليح مضغوط : (A'=0) .

أ : حالة حد نهائي بسحق الخرسانة . (المدار B)



- معادلتا التوازن (1) و (2) تصبحان على النحو التالي:

$N_s = N_b$

مع

$N_s = \sigma s \times As$ ..... ('1)

$M_u = z \times N_b$ ..... ('2)

- $\varepsilon_{bc} = 3.5$ ‰

f_{bc} تصل إلى σ_{bc}

$\varepsilon s = 3.5‰ \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \leq 10$ ‰

الإجهاد في الخرسانة :

$\sigma_{bc} = f_{bc}$ في المجال $[y_1, y]$

و يتغير بشكل قطع مكافئ في المجال بين المحور الحيادي و

$$y_1 = \frac{4 \times y}{7}$$

$$N_b = \int_0^{\frac{4y}{7}} b[\ 0.25\ f_{bc}\ 10^3\ \varepsilon_{bc}\ (4 - 10^3\ \varepsilon_{bc}\ )]dx + f_{bc}\ (y - \frac{4y}{7}\ )b$$

بما أن: $\frac{3.5‰}{y} = \frac{\varepsilon_{bc}}{x} \Rightarrow \varepsilon_{bc} = \frac{3.5}{1000} \times \frac{x}{y}$

$$N_b = \int_0^{\frac{4y}{7}} b[\ 0.25\ f_{bc}\ b\frac{3}{7}y_{bc} + f\ xd])\ 3.5\frac{x}{y}\ -(4\ \ 3.5\frac{x}{y}$$

$$N_b = b\ f_{bc} \int_0^{\frac{4y}{7}} [3.5\frac{x}{y} - b\frac{3}{7}y_{bc} + f\ xd])\ \frac{0.25 \times 0.35^2}{y^2}x^2$$

$$N_b = b\ f_{bc}\ [\frac{3.5}{y}.\frac{x^2}{2} - b\frac{3}{7}y_{bc} + f\ \ \ ]_0^{\frac{4y}{7}})\ \frac{0.25 \times 0.35^2}{y^2}.\frac{x^3}{3}$$

و بعد إجراء الحساب نتحصل على:

$N_b = 0.81.b.y.fbc = 0.81.b.\alpha.d.fbc$ مع $y = \alpha\ d$

$$N_b = 0.81.\alpha.d.b.f_{bc}$$

لحساب العزم يجب معرفة الذراع ($Z=d-z'$)، حيث المحصلة N_b تمر من مركز ثقل المخطط (قطع مكافئ-مستطيل) و حساب موقعه في هذه الحالة يعطى بواسطة العلاقة التالية:

$$z' = 0.416\ .\ y$$

إذن من معادلات التوازن يصبح لدينا :

$$0,81\ .\ \alpha\ .\ b\ .d\ .f_{bc} = A_s\ .\ \sigma_s$$

$$M_u = 0,81\ .\ \alpha\ .\ b\ .d^2\ f_{bc}\ (\ 1\ -\ 0,416\ \alpha\ )$$

نضع: $\mu = \frac{Mu}{bd^2 \times fbc}$ حيث μ يطلق عليه بـ : العزم النهائي المصغر و منه نتحصل على :

$$\mu = 0.81\alpha(1-0.416\alpha)$$

أو $\alpha = 1.202(1 - \sqrt{1 - 2.055\mu}\ )$

- من أجل $\alpha = 0.259$ نجد $\mu = 0.187$ و منه نستنتج :

عند المدار B (pivot B) : $\alpha \geq 0.259$ يقابله $\mu \geq 0.187$

و منه يكون لدينا حالة الحد النهائي في المدار B لما :

$\mu \geq 0.187$

- باستعمال المخطط – مستطيل مبسط – نتحصل على :

$Nb = 080\ y\ b\ fbc = 080\ \alpha\ d\ b\ fbc$

$Z = d - 0.4\ y = d - 0.4\ \alpha\ d = d\ (\ 1 - 0.4\alpha\ )$

معادلتا التوازن تصبحان على الشكل:

- $\sigma sAs = 0.8\ \alpha d\ b\ fbc$ ⇐.....('1)

$Mu = 0.80\ \alpha\ d\ b\ fbc[\ d(1 - 0.4\ \alpha)]$ ⇐ .....('2)

$Mu = 0.80\ \alpha\ b\ d^2\ fbc(1 - 0.4\ \alpha)$

$Mu = 0.80\ \ b\ d^2\ fbc\ \alpha\ (1 - 0.4\ \alpha)$

- <u>حساب مقطع التسليح الطولي:</u>

1. <u>المعطيات :</u>
   - خواص المادة:مميزات الخرسانة و الفولاذ
   - التحريض Mu على المقطع
   - أبعاد مقطع الخرسانة: b وd
2. الخطوات المتبعة :

1. حساب $\mu = \dfrac{M_u}{bd^2 \times fbc}$

- إذا كان $\mu<0.187$ معناه $\alpha<0.259$ ⇐ المدار A (تدرس لاحقا)
- إذا كان $\mu>\mu_{LIM}$ معناه $\alpha>\alpha_{LIM}$ ⇐ إعادة تحديد أبعاد المقطع أو إضافة قضبان مضغوطة (يدرس لاحقا)
- إذا كان $0.187 \leq \mu < \mu_{LIM}$ ⇐ حساب موقع المحور الحيادي بالعلاقة التالية:

$$\alpha = 1.202(1 - \sqrt{1 - 2.055\mu})$$

2. حساب اجهاد الشد في الفولاذ σs :

باستعمال المثلثات المتشابهة :

$$\varepsilon s = 3.5‰(\frac{1-\alpha}{\alpha})$$

ومنه :

$$\begin{cases} \varepsilon_s \le \varepsilon_{se} \Rightarrow \sigma_s = E_s \times \varepsilon_s \\ \varepsilon_s > \varepsilon_{se} \Rightarrow \sigma_s = \dfrac{f_e}{\gamma_s} \end{cases}$$

3. بالتعويض في المعادلة ('1) : $N_s = N_b$

$\sigma_s \times A_s = 0.81\ \alpha\ d\ b\ f_{bc}$

و منه :

$$A_s = \frac{0.81.\alpha.d.b.f_{bc}}{\sigma_s}$$

أو التعويض في المعادلة الثانية('2) :

$M_u = z \times N_b = z \times N_s = z \times \sigma_s \times A_s = d\,(1 - 0.416\alpha) \times \sigma_s \times A_s$

$$A_s = \frac{M_u}{\sigma_s.d(1-0.416\alpha)} = \frac{M_u}{\sigma_s \times \beta \times d}$$

مع

$$\beta = 1 - 0.416\alpha$$

ملاحظة:

في حالة استعمال مخطط مستطيل مبسط نتحصل على:

$$A_s = \frac{0.8.\alpha.d.b.f_{bc}}{\sigma_s}$$

أو

$$A_s == \frac{M_u}{\sigma_s \times \beta \times d}$$

مع

$$\beta = 1 - 0.4\alpha$$

تطبيق:

لتكن رافدة من الخرسانة المسلحة

المعطيات: - مقطع الرافدة: $b=18cm$ ، $d=35cm$

- التشققات غير ضارة.
- الخرسانة: $f_{c28}=22MPa$
- الفولاذ: $fe=400MPa$ مع $\gamma_s=1.15$
- التأثيرات: $M_u=66150\ N.m$

المطلوب: حساب مقطع التسليح لهذه الرافدة.

قسم : 3 تقني رياضي فرع الهندسة المدنية

مادة التكنولوجيا : ميكانيكا مطبقة

الدرس الخامس: V- الخرسانة المسلحة (B.A.E.L)

المحور IV- الإنحناء البسيط

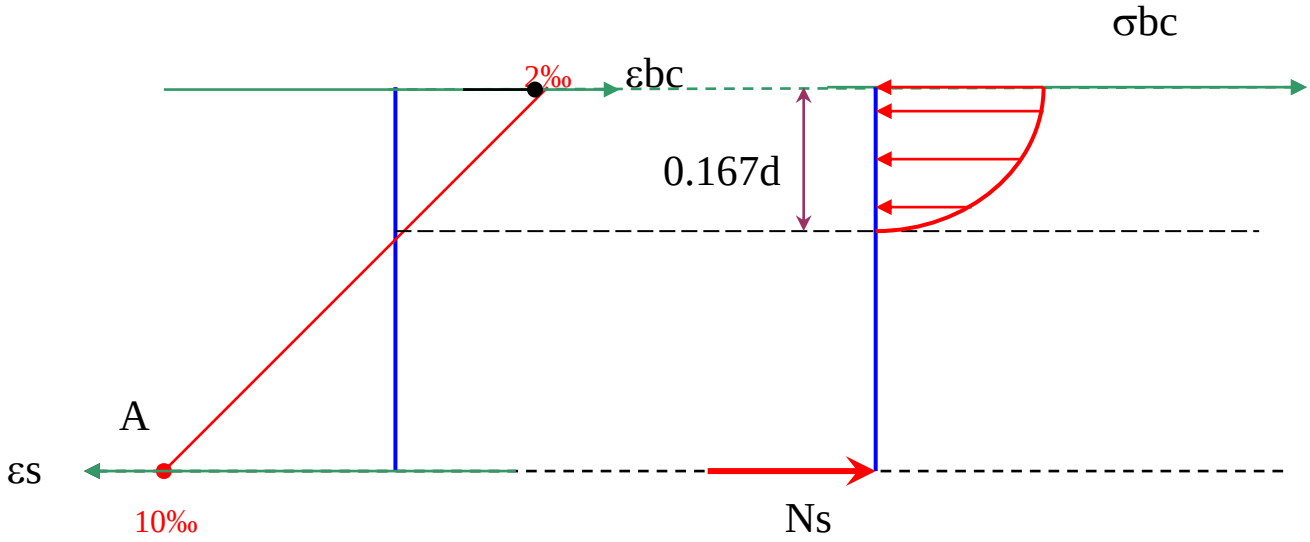
الجزء الثالث

ب : حالة الحد النهائي بالسيلان البلاستيكي للفولاذ : (المدار A)

إذا $\mu < 0.187$ مخطط التشوهات للمقطع يمر بالمدار A. ($\varepsilon bc < 3.5‰$)

- نفرض أولا حالة الحد النهائي لما

$\varepsilon_{bc} = 2‰$



معادلات التوازن للمقطع تكتب كما يلي :

$$\int b \cdot \sigma_{bc}(y)dy - A_s \cdot \sigma_s = 0.$$

$$M_u = \int b \cdot \sigma_{bc}(y).(d - \alpha d + y)\,dy$$

بعد حساب التكاملات تتحصل على :

$$A_s \cdot \sigma_s = 0{,}667 \cdot \alpha \cdot b \cdot d \cdot f_{bc}.$$

$$M_u = 0{,}667 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bc} \cdot \alpha (1 - 0{,}375\ \alpha).$$

و منه نتحصل مع ($\alpha = 0.167$) على: $\mu = \frac{M_u}{bd^2 \times f_{bc}} = 0.104$

و منه نستنتج لما :

- $\mu < 0{,}104$ ►► $\alpha < 0.167$ ►► $\varepsilon_{bc} < 2‰$ ►► $\sigma_{bc} < f_{bc}$

معناه: الخرسانة غير مستعملة جيدا أي مستعملة بطريقة سيئة.

- $0.104 \le \mu \le 0.187$ ►► $2‰ \le \varepsilon_{bc} \le 3.5‰$ ►► $\sigma_{bc} = f_{bc}$

معناه: الخرسانة مستعملة جيدا.

في جميع الحالات معادلات التوازن للمقطع تكتب على النحو التالي :

$$\begin{cases} (\psi_1.\alpha)\ b\ d\ f_{bc} - A_s\ \sigma_s = 0 \\ M_u = (\psi_1.\alpha)\ b\ d^2\ f_{bc}(1 - \delta_1.\alpha) \end{cases}$$

حيث ψ_1 : معامل الملأ للمخطط قطع مكافئ-مستطيل .

- إذا كانت $0 \le \alpha \le 0.167$ أو $0 \le \mu \le 0.104$ فإننا في المدار A ومنه:

$$\Psi_1 = \frac{5\alpha(3-8\alpha)}{3(1-\alpha)^2}$$

$$\mu = \frac{5\alpha^2(4-12\alpha+3\alpha^2)}{4(1-\alpha)^2}$$

- إذا كانت $0.167 \le \alpha \le 0.259$ أو $0.104 \le \mu \le 0.167$ فإننا في المدار A ومنه:

$$\psi 1 = \frac{16\alpha - 1}{15\alpha}$$

$$\mu = 1.14\alpha - 0.57\alpha^2 - 0.07$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{0.8772(1-2\mu)}$$

- إذا كانت $\alpha \ge 0.259$ أو $\mu \ge 0.187$ فإننا في المدار B ومنه:

$$\alpha = 1.202(1 - \sqrt{1 - 2055\mu})$$

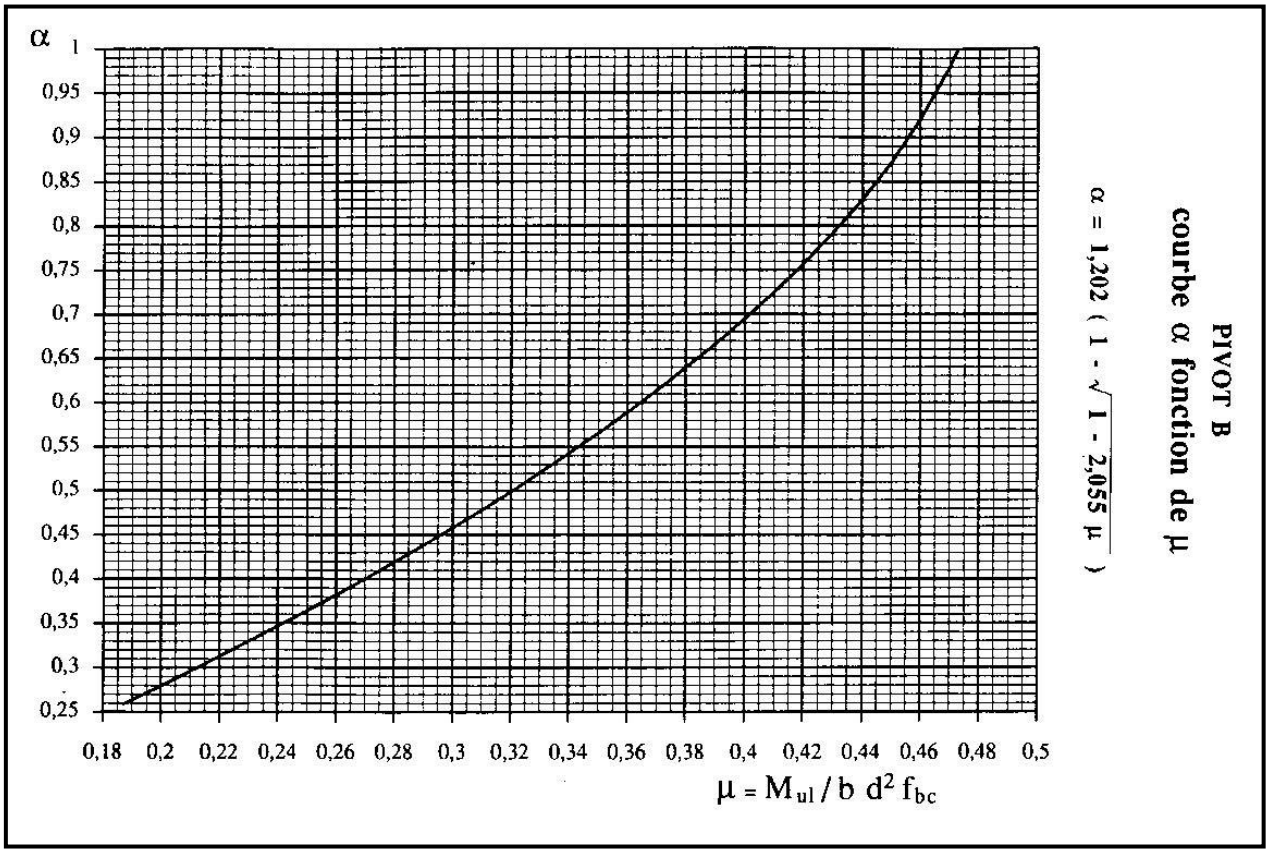
$$\mu = 0.81\alpha(1 - 0.416\alpha)$$

ملاحظة:

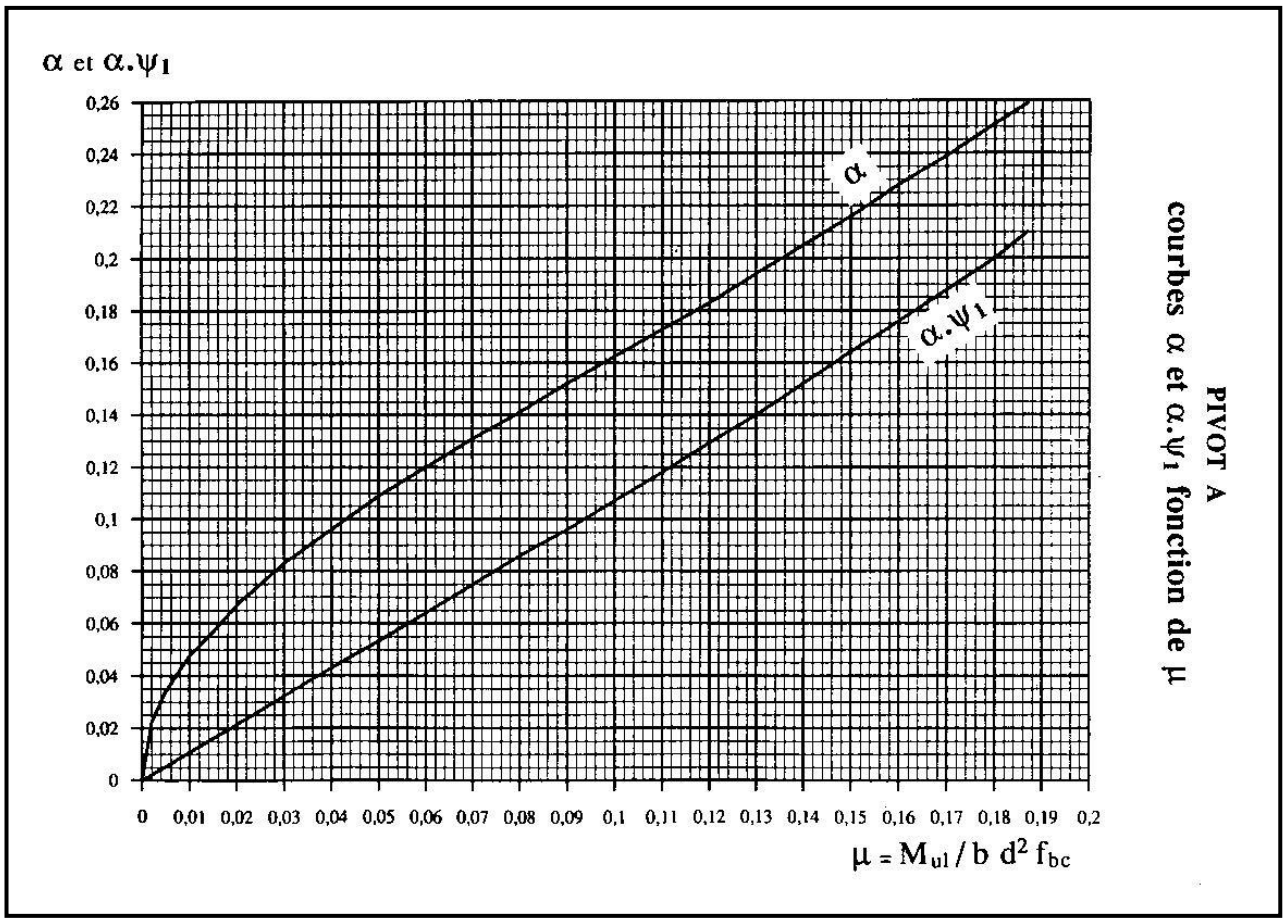
$\psi 1$ يمكن الحصول عليه إما:

- حسابيا: حساب ψ_1 بدلالة α
- أو بيانيا : عن طريق المعداد (Abaques) : منحنيات α و $\psi_1.\alpha$ بدلالة μ في المدار A

- منحنى α بدلالة μ : المدار B



- منحنيات α و $\psi_1.\alpha$ بدلالة μ في المدار A



طريقة الحساب :

- حساب $\mu = \dfrac{Mu}{bd^2 \times fbc}$
- التحقق من أن $0.104 \leq \mu < 0.187$
- استنتاج فيم α و $\psi_1.\alpha$ حسابيا أو بيانيا من المعداد(منحنيات α و $\psi_1.\alpha$ بدلالة μ ، المدار A)
- حساب مقطع التسليح بواسطة العلاقة :

$$A_s = \frac{\alpha.\psi_1 \times b \times d \times f_{bc}}{\frac{f_e}{\gamma_s}}$$

ملاحظة : للحصول على حساب تقريبي و سريع عندما تكون قيمة μ ضعيفة (خاصة عند $\mu \leq 0.104$) ، أي أن الخرسانة غير مستعملة جيدا ، المنحنى $\alpha\psi 1 = f(\mu)$ يصبح قريبا إلى المستقيم حيث و منه يصبح لدينا:

$$A_s = \frac{1.07M_u}{d \times \frac{f_e}{\gamma_s}} = \frac{M_u}{0.93d \times \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

تطبيق:

لتكن رافدة من الخرسانة المسلحة

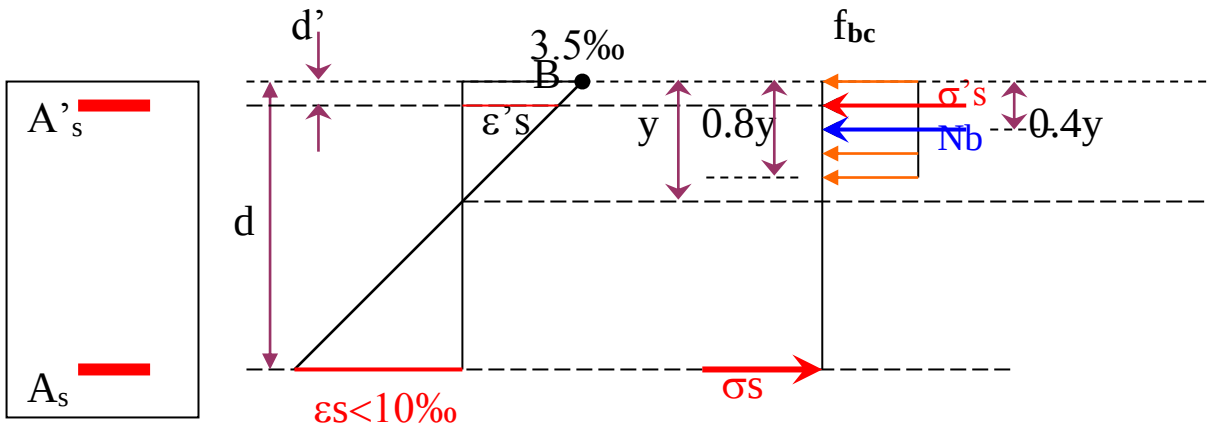
المعطيات: - مقطع الرافدة: b=18cm ،d=35cm

- التشققات غير ضارة.
- الخرسانة: f_{c28}=22MPa
- الفولاذ: fe=400MPa مع γ_s=1.15
- التأثيرات: M_u=44100 N.m

المطلوب: حساب مقطع التسليح لهذه الرافدة.

2 ـ 6 ـ 2 : قطعة مستطيلة مع تسليح مضغوط (A' ≠ 0) :

لما تكون $\mu > \mu_{limite}$, التسليح المشدود لا يعمل بصورة كافية ، و لكن الخرسانة تكون في حدها الأقصى ، إذن نحن في المدار B و في هذه الحالة نستعمل مخطط مستطيل مبسط :



نرمز للتشوهات في القضبان الممدودة بـ ε_s وفي القضبان المضغوطة بـ ε'_s حيث :
التشوهات في الفولاذ كالتالي :

- التسليح المشدود : $\varepsilon_s = 3.5‰ \times \frac{(1-\alpha)}{\alpha}$

- التسليح المضغوط: $\varepsilon'_s = 3.5‰ \times (1- \frac{d'}{\alpha d})$

من هذه القيم نستنتج الاجهادات في القضبان(الفولاذ) σ_s و σ'_s.

- معادلات التوازن تصبح على النحو التالي:

$$\begin{cases} 0.8\alpha.b.d\times f_{bc} + A'_s\times\sigma'_s - A_s\times\sigma_s = 0 \\ M_u = 0.8\alpha.b.d^2\times f_{bc}(1- 0.4\alpha) + \sigma'_s\times A'_s(d-d') \end{cases}$$

نلاحظ أنه لدينا معادلتين و ثلاثة مجاهيل A_s ، A'_s و α ، و لحل هاتين المعادلتين يجب اختيار إحدى هذه القيم ، و في غالب الأحيان يقع الاختيار على α للحصول على أدنى و أصغر مقطع كلي للتسليح $(A_s + A'_s)$
و الحساب النظري الذي يقلص في المقطع $A_s + A'_s$ يعطي لنا $\alpha = 0.69$ و الذي يعادل $\mu = 0.4$

و منه نستنتج التشوهات و الاجهادات في التسليح :

التسليح المشدود :

- التشوهات:

$$\varepsilon s = 3.5‰ \times \frac{(1-\alpha)}{\alpha} = 1.57‰$$

- الاجهادات:

و منه $\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$ بالنسبة لقسم الفولاذ FeE_{235} و FeE_{215}

$\sigma_s = E_s\times\varepsilon_s = 314.5$ MPa بالنسبة لقسم الفولاذ FeE_{400} و FeE_{500})

- التسليح المضغوط:
- التشوهات:

$$\varepsilon'_s = 3.5‰ \times (1- \frac{d'}{\alpha d}) = \quad 3.5‰ \times (1- \frac{d'}{0.69\times d})$$

- الاجهادات:

$$\sigma'_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

أما مقاطع التسليح تكون على النحو التالي:

- مقطع التسليح المضغوط:

$$A'_s = \frac{M_u - 0.4bd^2 \times f_{bc}}{\sigma'_s (d - d')}$$

- مقطع التسليح الممدود:

$$A_s = \frac{A'_s \times \sigma'_s + 0.552bd \times f_{bc}}{\sigma_s}$$

ملاحظة:

1. مع α_{limite} و μ_{limite} قيم مميزة بالنسبة للفولاذ FeE400 و FeE500 لما يكون مقطع التسليح مهما حيث:

$$\sigma_s = \sigma'_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

و منه يصبح لدينا:

- FeE400 $\longrightarrow$ $A_s = A'_s + \frac{0.534 \times b \times d \times f_{bc}}{348}$
- FeE500 $\longrightarrow$ $A_s = A'_s + \frac{0.494 \times b \times d \times f_{bc}}{435}$

2. إن قوانين B.A.E.L تفرض: لمنع انبعاج (تحدب) القضبان المضغوطة يجب أن تحاط بإطارات كل $15\Phi_L$ و قيمة عزم الانحناء الذي يتحمله التسليح المضغوط يجب أن يكون اقل من 40٪ من العزم الكلي .

تطبيق:

لتكن رافدة من الخرسانة المسلحة

المعطيات: - مقطع الرافدة: d=75cm، b=30cm , h=85 cm ,d'=5cm

- الخرسانة: f_{bc}=14.2MPa
- الفولاذ: fe=400MPa مع γ_s=1.15
- التأثيرات: M_u=980 KN.m
- التشققات غير ضارة.

المطلوب: حساب مقطع التسليح لهذه الرافدة.

قسم : 3 تقني رياضي فرع الهندسة المدنية

مادة التكنولوجيا : ميكانيكا مطبقة

الدرس الخامس: V- الخرسانة المسلحة (B.A.E.L)

المحور IV- الإنحناء البسيط

الجزء الرابع

3 - حالة الحد النهائي للتشغيل بالنسبة للديمومة: (E.L.S)

العناصر من الخرسانة المسلحة المعرضة لعزم انحناء بسيط تحسب عموما في حالة حد التشغيل وفق الحالات التالية:

- تشققات ضارة
- تشققات ضارة جدا.

لهذا وجب القيام بالتحقيقات التالية :

- حالة حد الانضغاط للخرسانة .
- حالة حد انفتاح (افتتاح) التشققات .

هذه التحقيقات تُترجم بتحديد الاجهادات في الخرسانة و التسليح المشدود .

3 ـ 1 : حساب الاجهادات في حالة حد التشغيل :

نعتبر أن الرافدة مكونة من مقطع متجانس , يحتوى على مقطع خرساني مضغوط و مقاطع فولاذ تعادل (n) مرة مقاومة الخرسانة مع n = 15 . و اخذ نفس مركز الثقل.

3 ـ 2 : حساب الاجهادات :

المقطع معرض إلى عزم التشغيل (Mser) و الإجهاد على مسافة "x" من المحور الحيادي هو:

$\sigma(x) = \frac{Mser}{I} x$ مع فرض $K = \frac{Mser}{I}$ حيث I عزم العطالة بالنسبة للمحور xx'

- الإجهاد الأقصى في الخرسانة المضغوطة يكون مع x = y

ومنه: $\sigma_{bc} = \frac{Mser}{I} y = K \times y$

- الإجهاد الأقصى في الفولاذ المشدود يكون مع x=d-y و منه:

$$\sigma_s = n \frac{Mser}{I}(d-y) = n \times K(d-y)$$

حالة قطعة مستطيلة :

$X_{Gbc} = y/2.$

$B_c = b \ .y$

ومنه (معادلة العزم السكوني) :

$b. y^2/2 + n \ . A'_s (y - d') - n \ . A_s (d - y) = 0 .$

y هو حل للمعادلة من الدرجة الثانية التالية :

$b \cdot y^2 + 30 (A_s + A'_s) y - 30 (A_s \cdot d + A'_s \cdot d') = 0$.

ثم نحسب عزم العطالة I :

$I = b \cdot y^3/3 + 15 [A_s (d - y)^2 + A'_s (y - d')^2]$.

- مراقبة الاجهادات في حالة حد التشغيل :

اجهادات التشغيل يجب أن لا تتجاوز :

- في الخرسانة :

$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0{,}6 f_{cj}$.

- في الفولاذ المشدود :

$\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$.

- تشققات غير ضارة : ليس هناك حد .
- تشققات ضارة:

$$\bar{\sigma}_s = \min\left\{ \frac{2}{3} f_e ; Max\left(240MPa ; 110\sqrt{\eta \times f_{tj}}\right) \right\}$$

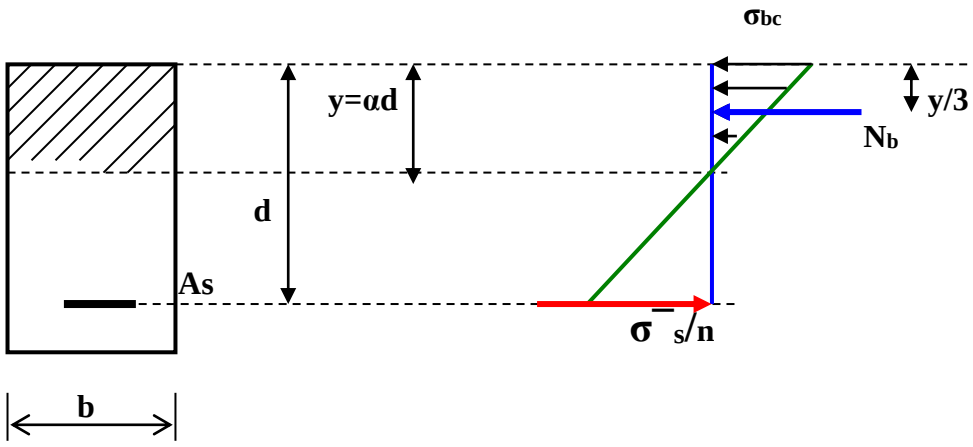
- تشققات ضارة جدا :

$$\bar{\sigma}_s = \min\left\{ \frac{1}{2} f_e ; Max\left(200MPa ; 90\sqrt{\eta \times f_{tj}}\right) \right\}$$

3 ـ 3 : حساب المقاطع لما يكون حد التشغيل هو الأكثر إحراجا :

لما يتم حساب المقطع في حالة الحد النهائي الأخير , و التحقيق بحالة حد التشغيل ليس مضمونا , يجب إعادة تحديد المقطع في حالة حد التشغيل .

- 3 ـ 3 ـ 1 : حالة مقطع مستطيل :
- شرط انضغاط الخرسانة مضمون , و شرط التشققات غير مضمون



إذا كان الشرط $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s$ غير محقق يجب إعادة حساب مقطع التسليح المشدود A_s بافتراض إن التسليح يعمل في أقصى حد ممكن أي في إجهاد حد التشغيل ($\bar{\sigma}_s$) .

معادلات التوازن تصبح :

- $A_s \times \overline{\sigma}_s = \frac{b \times y \times \sigma_{bc}}{2}$

- $M_{ser} = \frac{1}{2} b \times y \times \sigma_{bc} (d - \frac{y}{3})$

يوجد ثلاثة مجاهيل y , σ_{bc} و A_s , مخطط الاجهادات يعطي لنا العلاقة التالية :

$$\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma}_s}{n} \times \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

بحل هذه المعادلات الثلاث نتحصل على معادلة من الدرجة الثالثة لـ α :

$$\overline{\sigma}_s .\alpha^3 - 3.\overline{\sigma}_s .\alpha^2 - \frac{6.n.M_{ser}}{b.d^2} \times \alpha + \frac{6.n.M_{ser}}{b.d^2} = 0$$

- الحل الأفضل لما $0 \leq \alpha \leq 1$
- نتحصل على α من المنحنى $\alpha = f(\mu)$ بعد حساب:

$$\mu = \frac{30.M_{ser}}{b.d^2.\overline{\sigma}_s}$$

- بعد الحصول على α نحسب σ_{bc} حيث: $\sigma_{bc} = \frac{\overline{\sigma}_s}{n} \times \frac{\alpha}{1-\alpha}$

- ثم نتحقق من أن:

$$\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0{,}6\, f_{cj}.$$

- بعدها نقوم بحساب مقطع التسليح A_s :

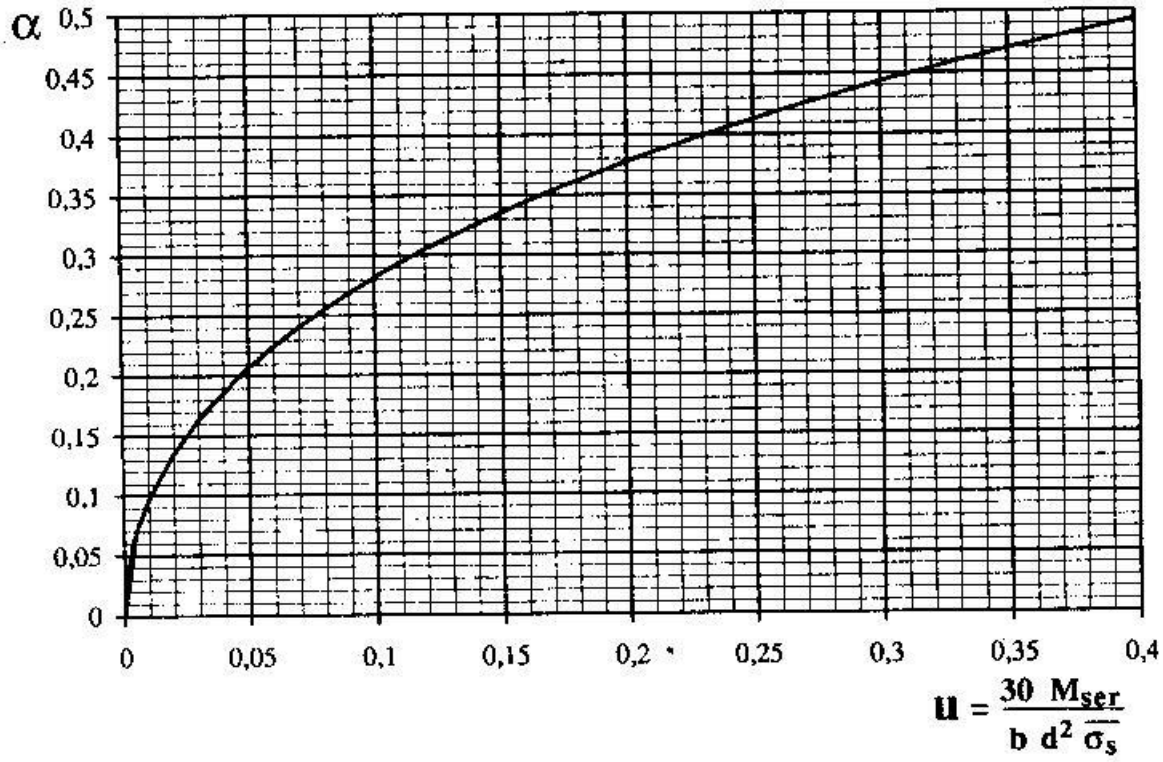
$$A_s = \frac{30.M_{ser}}{b.d^2.\overline{\sigma}_s} = \frac{\alpha.b.d.\sigma_{bc}}{2.\overline{\sigma}_s}$$

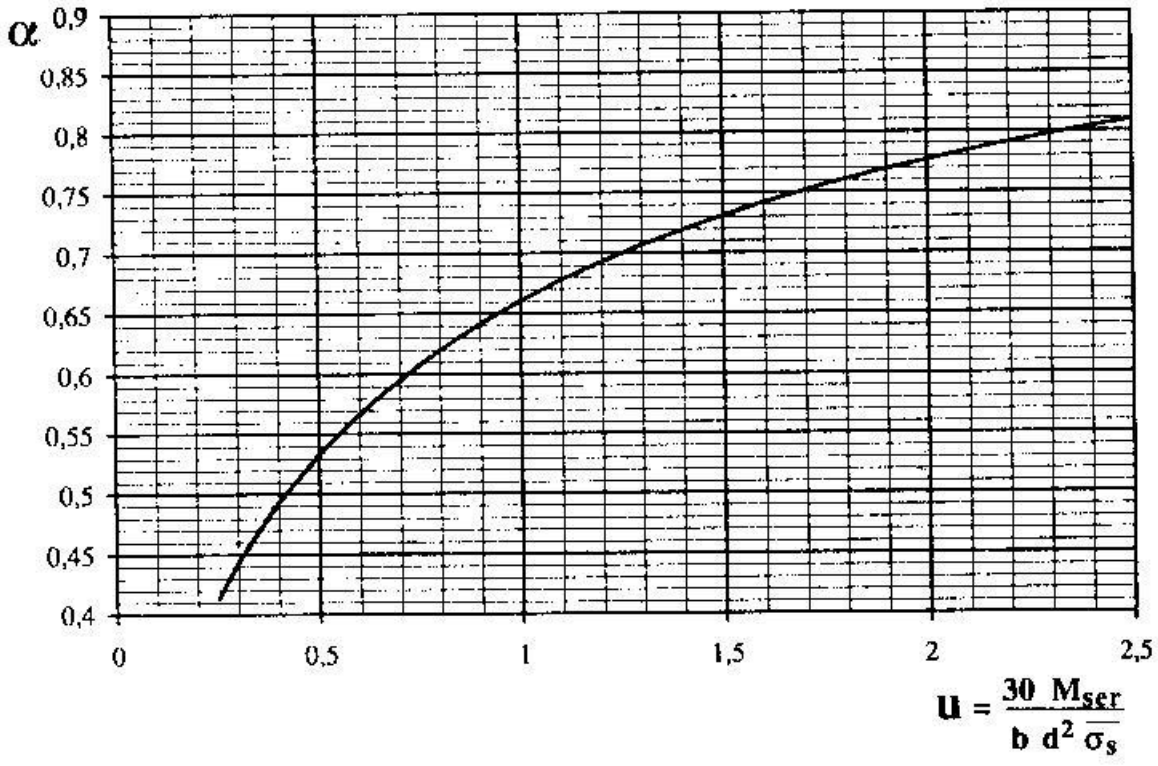
من المخطط التالي $\alpha = f(\mu)$ نتحصل على مختلف القيم لـ α :

منحنى $\alpha = f(\mu)$ لتحديد مقطع التسليح في حالة حد التشغيل(E.L.S)

ANNEXE IV : Courbes α = f(u)

pour le dimensionnement en flexion simple à l'E.L.S.

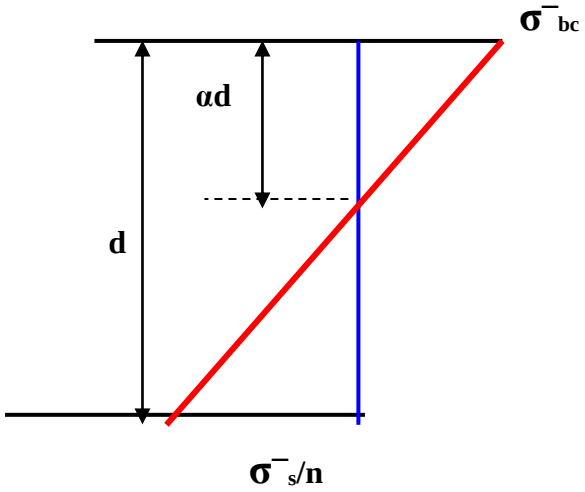




- ملاحظة:
- إذا كان شرط انضغاط الخرسانة ليس محققا :

في هذه الحالة نعيد تحديد أبعاد مقطع الخرسانة أو نضيف تسليح مضغوط.

- تحديد أبعاد مقطع الخرسانة :



- للحصول على الارتفاع الأدنى نشغل المادتين إلى أقصيهما.

$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{cj}$ و $\bar{\sigma}_{s}$

وضعية المحور الحيادي :

$$\frac{\bar{\sigma}_{bc}}{\frac{\bar{\sigma}_s}{n}} = \frac{0.6 \times f_{cj}}{\frac{\bar{\sigma}_s}{n}} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

أي:

$$\alpha = \frac{9 \times f_{cj}}{9.f_{cj} + \bar{\sigma}_s}$$

بتوازن المقطع يصبح لدينا :

$$M_{ser} = 0,5 \cdot b \cdot d \cdot \alpha \cdot 0,6 \cdot f_{cj} \cdot d\,(1 - \alpha/3)$$

$$= b \cdot d^2 \cdot f_{cj} \cdot \alpha\,(3 - \alpha) / 10.$$

$$b \cdot d^2 = \frac{10.M_{ser}}{\alpha(3-\alpha).f_{cj}} .$$

ومنه مقطع التسليح بكون كالتالي:

$$A_s = \frac{0.3 \times \alpha.b.d.f_{cj}}{\overline{\sigma}_s}$$

إضافة تسليح مضغوط:

لد ينا إبعاد مقطع الخرسانة .

العزم المحتمل من قبل الخرسانة المضغوطة بدون التسليح يساوي :

$$M_{bc} = 0,5 \cdot \sigma_{bc} \cdot b \cdot d \cdot \alpha \cdot d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$$

أي:

$$M_{bc}=0.1.f_{cj}.\alpha\,(3-\alpha).b.d^2 \quad \text{مع} \quad \alpha = \frac{9 \times f_{cj}}{9.f_{cj} + \overline{\sigma}_s}$$

و منه التسليح المضغوط يجب عليه أن يتحمل العزم المتبقي:

$$M'_s = M_{ser} - M_{bc}.$$

و يصبح مقطع التسليح المضغوط :

$$A'_s = \frac{M'_s}{\sigma'_s (d - d')}$$

مع: $\sigma'_s = n \times 0.6 \times f_{cj}(y - d')/y$

و منه: $\sigma' s = 9.f_{cj}\left(1 - \frac{d'}{\alpha.d}\right)$

إذن:

$$A'_s = \frac{M_{ser} - M_{bc}}{\sigma'_s (d - d')}$$

و

$$A_s = \frac{A'_s.\sigma'_s + 0.3.\alpha.b.d.f_{cj}}{\sigma'_s}$$