رياضه ١٠٢ م ح ص

الباب الرابع

البرمجة الخطية
Linear Programming

د. هاشم عبد اللطيف

تعريف البرمجة الخطية

- تعتبر البرمجة الخطية وسيلة من وسائل التحليل الرياضي التي تهدف للوصول إلي الحل الأمثل أو الحل الأكثر ملائمة Optimum solution لدالة هدف خطية Linear objective function في ظل قيود معينة constraints في صورة متباينات خطية Linear – Inequalities

إستخدمات البرمجة الخطية:

١. المشكلات الغذائية
٢. المشكلات الانتاجية
٣. مشكلات العمالة
٤. مشكلات النقل
٥. مشكلات الادارة الزراعية
٦. ترشيد وإدارة المياة
٧. ألخ .....

صفحة ٩٣-٩٤

رسم المتباينات

- $X \geq -2$
- $X < 3$
- $-2 \leq X < 3$
- $Y < 2X$
- $Y \geq X^2$
- $Y \leq SINX$

الهدف من البرمجة الخطية:

إما تحقيق أعلى (ربح – أنتاج – مبيعات – ألخ.....) للمؤسسة Maximize

أو تحقيق أقل (تكاليف – جهد – وقت – عدد وحدات- ألخ.....) للمؤسسة Minimize

ب- بناء النموذج الرياضى:

مثال توضيحي:

- تحتاج الابقار الي التغذية من نوعين من العلائق يحتويان على ثلاث عناصر غذائية هى البروتين والكربوهيدرات والدهون .
- فإذا كان صاحب المزرعة يريد انفاق اقل مبلغ من المال من أجل شراء الكميات المثلى من العليقتين فى الشهر.
- فما هي الكميات المثلى التى تدنى إنفاقه إذا كان ثمن الوحدة من العليقة الاولى ١٣جنية ومن الثانية ١١جنية.
- وإذا علمت ان محتوى العليقة الاولى من البروتين والكربوهيدرات والدهون (٤ - -٥ – ١ جم) على التوالى بينما العليقة الثانية (٤- ٣ - ٢جم) وكانت إحتياجات الحيوان اليومية من كلا من البروتين والكربوهيدرات والدهون هى (١٥٠٠ – ١٥٧٥ – ٤٢٠ جم).

الجدول التالى يوضح الحدود العليا من العناصر الغذائية اليوميه للحيوان ومدى توافرها فى العليقتين

العنصر الغذائى	العليقة الاولى (كجم)	العليقة الثانية (كجم)	الاحتاجات العليا (جرام)
البروتين	٤	٥	١٥٠٠
الكربوهيدرات	٥	٣	١٥٧٥
الدهون	١	٢	٤٢٠

النموذج الرياضى:

Minimize

$$Z = 13x_1 + 11x_2$$

subject to:

$$4x_1 + 5x_2 \leq 1500$$
$$5x_1 + 3x_2 \leq 1575$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 420$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

ج- خطوات الحل:

١- تحويل المتباينات الى متساويات

$$4X_1 + 5X_2 = 1500$$

$$5X_1 + 3X_2 = 1575$$

$$X_1 + 2X_2 = 420$$

ج- خطوات الحل:

٢- تحديد نقاط كل متساوية

$4X_1 + 5X_2 = 1500$ (0 , 300) (375 , 0)

$5X_1 + 3X_2 = 1575$ (0 , 525) (315 , 0)

$X_1 + 2X_2 = 420$ (0 , 210) (420 , 0)

ج- خطوات الحل:

٣- رسم المعادلات وتحديد منطقة الحل المشترك

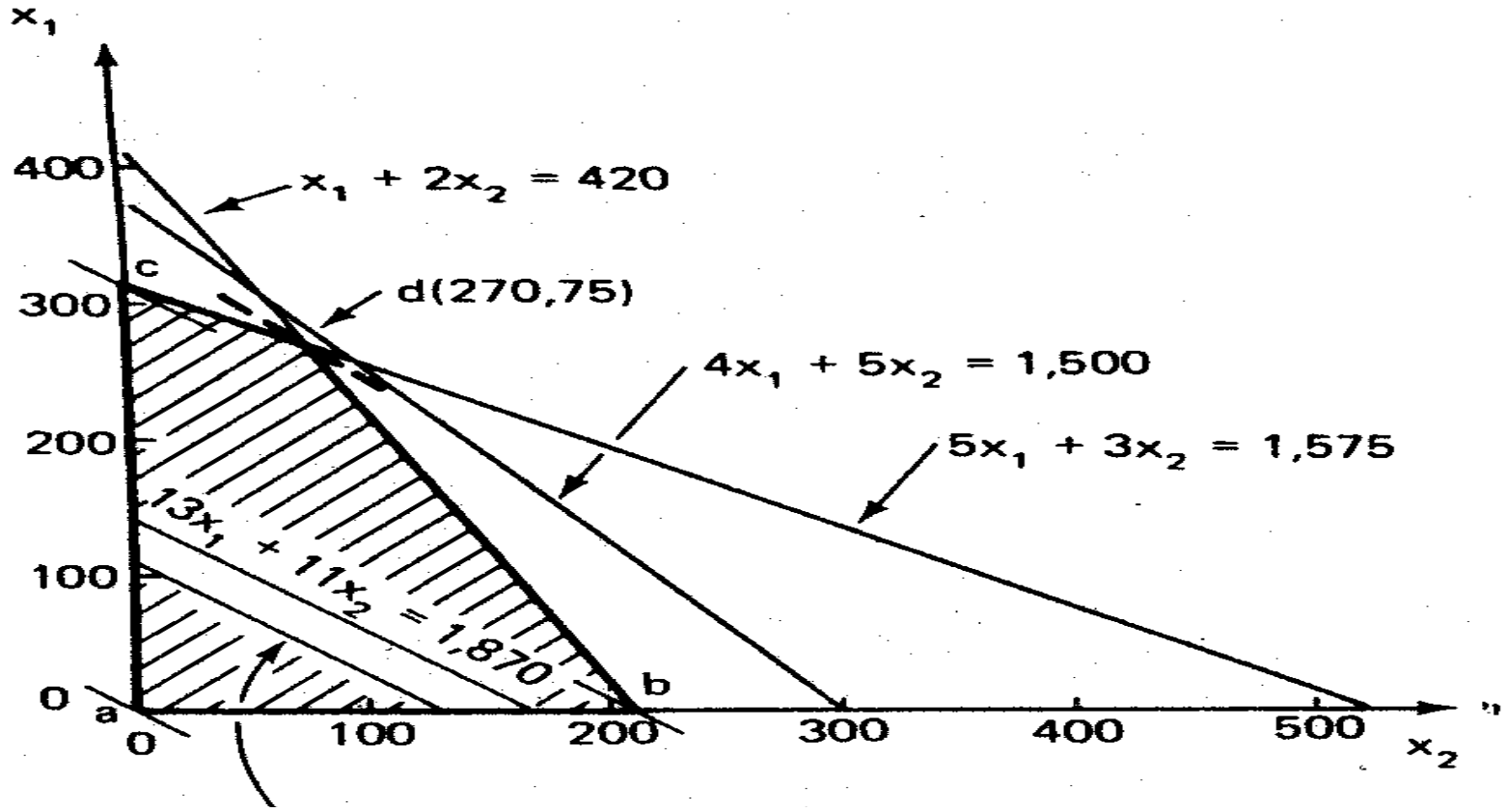


Figure 9.3 Graphical solution for linear programming problem.

خطوات الحل:

٤ـ تحديد قيم النقطة الغائبة

$5X_1 + 3X_2 = 1575$

$X_1 + 2X_2 = 420$ (بالضرب * ٥)

$5X_1 + 10X_2 = 2100$ (بطرح المعادلة الاولى)

$5X_1 + 3X_2 = 1575$

$0 + 7X_2 = 525$ $X_2 = 525/7$

$X_2 = 75$ $X_1 = 270$

ج- خطوات الحل:

٥- التعويض فى دالة الهدف

Points	$13 X_1$	$11 X_2$	= Z
A =(0, 0)	0	0	zero
B =(0, 210)	0	11(210)	2310 minimize
C =(315, 0)	13(315)	0	4095
D =(275, 75)	13(275)	11(75)	4400 maximize

مثال أخر:

- تقوم أحدى الشركات الزراعية بانتاج نوعين من المحاريث (A & B) يحتاج انتاج الوحدة من المحراث A ٨ وحدات عمل و وحده واحده من رأس المال، بينما يحتاج انتاج وحده من المحراث B ١ وحدات عمل و وحدتين من رأس المال.
- موارد الشركه تمكنها من توفير ٢٠٠وحدة عمل و ١٠٠وحده من رأس المال وحددت الشركة ربحا موحدا من كلا المحاريث هو ١٠ الاف جنيه
- كيف يمكن صياغة الهدف للشركة علما بأنها توريد انتاج أكبر عدد ممكن من المحاريث فى ظل الموارد المتاحة

صفحة ٩٥ - ١٠٠

Thank You