
الوحدة السابعة
المحاثة
INDUCTANCE

# محتويات الوحدة


| الموضوع | الصفحة |
|---|---|
| **مقدمة** | ٢٩٩ |
| **تمهيد** | ٢٩٩ |
| **أهداف الوحدة** | ٣٠٠ |
| **٧. المحاثة** | ٣٠١ |
| ١,٧ الحث الذاتي | ٣٠١ |
| ٢,٧ محاثة الملف اللولبي | ٣٠٥ |
| ٣,٧ دوائر التوالي للمقاومة والمحاثة | ٣٠٦ |
| ٤,٧ الطاقة المختزنة في المجال المغناطيسي | ٣١٥ |
| ٥,٧ الحث المتبادل | ٣١٩ |
| **الخلاصة** | ٣٢٤ |
| **إجابات التدريبات** | ٣٢٥ |
| **مسرد المصطلحات** | ٣٢٧ |
| **المراجع** | ٣٢٨ |

# مقدمة

## تمهيد

**عزيزي الدارس،**

مرحباً بك إلى الوحدة السابعة و الأخيرة من مقرر الفيزياء في الكهربية والمغناطيسية وهي بعنوان المحاثة و تتألف من اربعة أقسام رئيسية،حيث في القسم الأول سنتعرف علي الحث الذاتي حيث أن : القوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا تتناسب طرديا مع معدل التغير في التيار الكهربي.

أما في القسم الثاني فسوف نتناول دائرة التوالي للمقاومة والمحاثة و نتعرف علي هذه الدائرة والتي تتكون من بطارية قوتها الدافعة الكهربائية ε ( ومقاومتها الداخلية مهملة ) ومقاومة R ومحاثة L ، ومفتاح S ، ثم نوجد قيمة القوة الدافعة الراجعة ، $\varepsilon_L$ وقيمة التيار I. ثم ننتقل معا إلي القسم الثالث الذي يتضمن دراسة الطاقة المختزنة في المجال المغناطيسي ونبرهن أن معدل الطاقة التي تزودها البطارية I ε يساوي مجموع معدل الطاقة المبددة في المقاومة ، $I^2R$ ومعدل الطاقة المختزنة في المحاثة.

أما في القسم الأخير فسوف نتطرق إلي الحث المتبادل ومنه نتعرف علي معامل الحث المتبادل (محاثة متبادلة) لملف بالنسبة لملف أخر الأمثلة الخاصة بذلك.

ثم ذيلنا هذه الوحدة بسرد شامل للمصطلحات العلمية التي وردت في النص الرئيسي، وقد حرصنا في هذه الوحدة على معرفة العلاقات الرياضية، مع تقديم أمثلة متنوعة، و أنشطة وأسئلة تقويم ذاتي، وتدريبات كفيلة بتلبية احتياجاتك التعليمية والتي تقدمها لمرشدك الميداني.

عزيزي الدارس،،

أهلاً بك مرة أخري إلي هذه الوحدة ونرجو أن تستمتع بدراستها وأن تستفيد منها وأن تشاركنا في نقدها وتقييمها.

# أهداف الوحدة



عزيزي الدارس،،

بعد فراغك من دراسة هذه الوحدة يتوقع منك أن تكون قادراً علي أن:

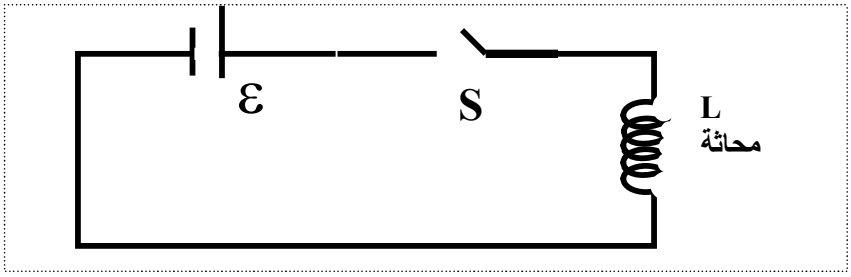
١. تفهم أهمية دراسة المحاثة
٢. تتعرف على المحاثة
٣. توضح ما هيه الحث الذاتي
٤. تشرح طريقة إيجاد القوة الدافعة الكهربية والتيار في دوائر التوالي للمقاومة والمحاثة
٥. تتقن شرح طريقة توليد الحث المتبادل
٦. تحل مسائل وتمارين خاصة بهذه الوحدة

# ٧.المحاثة

## ١,٧ الحث الذاتي Self-Induction

عزيزي الدارس،،

لمعرفة ما هو **الحث الذاتي؟ تعال** نتأمل معا الدائرة الكهربية المبينة في الشكل (٧-١) ، المكونة من بطارية ( قوتها الدافعة الكهربية ε ) وملف مقاومته R ومفتاح S . فعند إغلاق الدارة الكهربية بواسطة المفتاح ، فان التيار لا يقفز فجأة من الصفر إلى أعلى قيمة له إلا وهي $\varepsilon/R$ ، وانما تحدث الزيادة في شدة التيار تدريجيا وذلك حسب قانون فارادي (الوحدة السابقة ) . ولنفسر الان طبيعة ما يحصل على النحو التالي:




الشكل (٧-١)

عزيزي الدارس ،، عند إغلاق الدائرة الكهربية:

- يزداد التيار مع الزمن ويزداد معه التدفق المغناطيسي خلال الدائرة .
- التدفق المتزايد يؤدي إلى توليد قوة دافعة تأثيرية تعارض التغير في التدفق المغناطيسي خلال الدائرة .
- يكون التيار المستحث حسب قانون لنز معاكسا لاتجاه التيار الذي تولده البطارية مما يؤدي بالنتيجة إلى ازدياد تدريجي في شدة التيار بدلا من الزيادة المفاجئة . وتدعى هذه الظاهرة بالحث الذاتي **(self-induction)** ، لان التغير في التدفق المغناطيسي خلال الدائرة الكهربية قد نتج عن الدائرة ذاتها . وتسمى القوة الدافعة في هذه الحالة بالقوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا **( self-induced emf)**.

ولتقديم وصف كمي للحث الذاتي ، نذكر قانون فارادي الذي ينص علي ان :

"تتناسب القوة الدافعة التأثيرية المتولدة في دائرة كهربية تناسب تناسبا طرديا مع معدل التغير الزمني للتدفق المغناطيسي خلالها

ولكن التدفق المغناطيسي يتناسب طرديا مع المجال المغناطيسي والذي يتناسب بدوره مع التيار المار في الدائرة الكهربية . أي أن

القوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا تتناسب طرديا مع معدل التغير في التيار الكهربي

ففي حالة ملف عدد لفاته N نجد أن :

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(N\Phi_m) = -\frac{d}{dt}(LI) \qquad (١-٧)$$

حيث L ثابت تناسب يسمى بـــ معامل الحث الذاتي أو " محاثة الأداة " ، والأداة هنا هي الملف أو الدائرة المستعملة . ومن العلاقة (١-٧) نجد أن محاثة ملف عدد لفاته N هي

$$L = \frac{N\Phi_m}{I} \qquad (٢-٧)$$

ونفترض هنا أن التدفق ذاته يمر عبر كل حلقة من حلقات الملف . كما يمكن كتابة L كالأتي:

$$L = \frac{-\varepsilon}{dI/dt} \qquad (٣-٧)$$

ووحدة المحاثة في النظام الدولي هي الـــ هنري Henry (H) حيث:

$$1H = 1\ V.s/A$$

ومن العلاقة(٧-١) وبما أن محاثة الملف ثابتة ( ما لم تكن مصممة لكي تكون متغيرة) فان

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(LT) = -L\frac{dI}{dt} \qquad (٧-٤)$$

وهي نفس المعادلة (٧-٣) مما يعني أن القوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا تناسب مع التغير في التيار ، وثابت التناسب هو معامل الحث الذاتي L و علامة السالب تعني أن القوة الدافعة الكهربية المتولدة في عكس اتجاه التغير في التيار .

هناك أيضا القوة الدافعة الكهربية الراجعة وهي في عكس اتجاه القوة المستحثة ذاتيا

$$\varepsilon_{back} = L\frac{dI}{dt} \qquad (٧-٥)$$

**◄◄ مثال (١)**

اثبت أن للتعبيرين التاليين نفس الوحدات .

$$\mathbf{L = \frac{N\Phi_m}{I}} \;,\; \mathbf{L = \frac{-\varepsilon}{dI/dt}}$$

**الحل**

**حسب قانون** معامل الحث الذاتي أعلاه يمكن تعويض الوحدات المستخدمة

**∴ اولاً:**

$$\mathbf{L = \left[\frac{\varepsilon}{dI/dt}\right] = \frac{V}{A/s} = \frac{N.m/C}{(C/s)/s} = \frac{N.m}{(C/s)^2}}$$

**ثانياً:**

$$\mathbf{L - \left[\frac{N\Phi_m}{I}\right] - \frac{T.m^2}{A} - \frac{\left(\frac{N}{C.m/s}\right).m^2}{C/s} - \frac{N.m}{(C/s)^2}}$$

ومن هنا نلاحظ ان للتعبيرين نفس الوحدات.

### ◄◄ مثال (٢)

تتولد قوة دافعة كهربية مقدارها 36mV في ملف مكون من ٤٠٠ لفة عندما يبلغ التيار المار في الملف 2.8 A ومعدل تغيره $12\ \mathrm{A/s}$ . اوجد التدفق المغناطيسي الكلي عبر الملف .

**الحل**

من قانون قوة دافعة كهربية(٧-٤) تتحصل علي أن معامل الحث الذاتي

$$|\varepsilon| = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow L = \frac{|\varepsilon|}{dI/dt}$$

$$L = \frac{0.036\ V}{12\ A/s} = 3mH$$

والتدفق المغناطيسي عبر لفة واحدة يعطى بالعلاقة

$$\Phi = \frac{LI}{N} = \frac{(3mH)(2.8\ A)}{400} = 21.1\ \mu\ Wb$$

### ◄◄ مثال (٣)

تيار كهربي على هيئة دالة جيبية $I = I_0 \sin \omega t$ حيث $I_0 = 5A$ و $\omega/2\pi = 60\ Hz$ ، يمر خلال موصل تبلغ محاثته L = 10 mH .اوجد القوة الدافعة الراجعة $\varepsilon_{back}$ ( back emf ) خلاله .

**الحل**

$$\varepsilon_{back} = L\frac{dI}{dt} = L\frac{d}{dt}(I_0 \sin \omega t)$$

$$= L\omega I_0 \cos \omega t$$

$$-(10mH)(60Hz)(5A)\cos \omega t$$

$$= (18.8\ V)\cos(377t)$$

ويلاحظ هنا ان $\varepsilon_{back}$ تتغير هي الاخرى مع الزمن .

## ٢,٧ محاثة الملف اللولبي

عزيزي الدارس ،،

لمعرفة محاثة **الملف اللولبي نفترض ان هناك** ملف لولبي منتظم عدد لفاته N وطوله $\ell$ اكبر بكثير من نصف قطر لفاته وان لب (core) الملف اللولبي هو الهواء إذن لإيجاد المحاثة فأن المجال المغناطيسي ، B ، داخل الملف اللولبي هو

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

حيث n عدد اللفات لكل وحدة طول، $N/\ell$ .

ويكون التدفق المغناطيسي عبر كل لفة مساويا لـــ

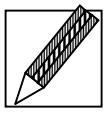
$$\Phi_m = BA = \mu_0 nAI \qquad (٦-٧)$$

حيث A مساحة مقطع الملف اللولبي . وباستعمال العلاقة (٧-٢)نجد أن :

$$L = \mu_0 n^2 A\ell \qquad (٧-٧)$$

ونستنتج من هذا المثال ان محاثة الملف اللولبي ( معامل الحث الذاتي ) ، L ، تعتمد على شكل المحث كالطول ومساحة المقطع وعدد اللفات ، هذا بالإضافة إلى نوع المادة التي يتكون منها لب المحث إلا وهو الهواء في هذه الحالة .

**تدريب (١)**



١. تتولد قوة دافعة كهربية مقدارها 48mV في ملف مكون من ٧٠٠ لفة عندما يبلغ التيار المار في الملف 3.5 A ومعدل تغيره $24\ A/s$. أوجد التدفق المغناطيسي الكلي عبر الملف .

٢. تيار كهربي على هيئة دالة جيبيه $I = I_0 \sin \omega t$ حيث $I_0$= 4A و$\omega$ =200Hz ، يمر خلال موصل تبلغ محاثته L = 30 mH .أوجد القوة الدافعة الراجعة $\varepsilon_{back}$ ( back emf ) خلاله .

**أسئلة تقويم ذاتي**

١. ماذا نعني بظاهرة الحث الذاتي
٢. عرف قانون فإرادي
٣. اثبت أن محاثة الملف اللولبي تعطى بالعلاقة التالية

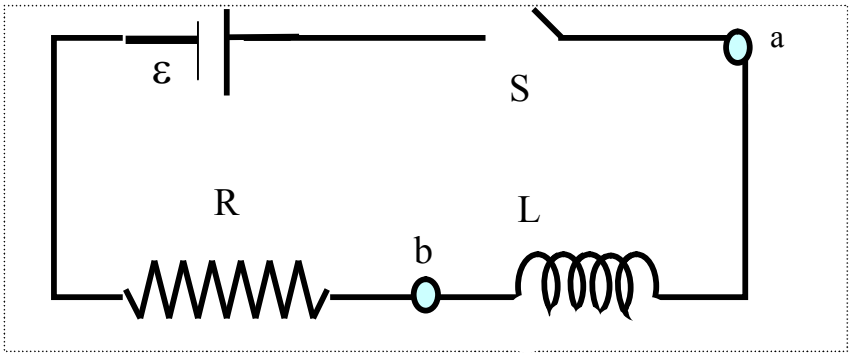
$$L = \mu_0 n^2 A \ell$$

٤. اذكر العوامل التي تتوقف عليها محاثة الملف .
٥. اكتب صيغة معامل الحث الذاتي مع ذكر وحدة القياس.
٦. عرف القوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا .
٧. عرف القوة الدافعة الكهربية الراجعة.

## ٣,٧ دوائر التوالي للمقاومة والمحاثة RL Series Circuits

عزيزي الدارس ،،

عرفنا من القسم السابق من هذ الوحدة أن الدائرة الكهربية التي تحتوي ملفا تكون لها محاثة ذاتية تحول دون زيادة أو نقصان التيار بشكل مفاجئ . ولتوضيح الفكرة سوف ندرس الدائرة المبينة في الشكل التالي .




الشكل (٧-٢)

**عزيزي الدارس،،**

تتألف الدائرة من بطارية قوتها الدافعة الكهربية ε ( ومقاومتها الداخلية مهملة ) ومقاومة R ومحاثة L ، ومفتاح S ، يمكننا إهمال المقاومة الداخلية للبطارية للتبسيط . لنغلق المفتاح S عند اللحظة الزمنية t = 0 ، عندها يبدأ التيار في الزيادة ، وبسبب هذه الزيادة يعمل المحث على توليد قوة دافعة راجعة تعارض الزيادة في شدة التيار . وبلغة مبسطة يعمل المحث عمل بطارية إضافية تعاكس في قطبيتها البطارية الأصلية الموجودة في الدائرة ε ، وتكون قيمة القوة الدافعة الراجعة $\varepsilon_L$

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt} \qquad (٨-٧)$$

وبما أن التيار يزداد مع الزمن أي أن

$$dI/dt > 0$$

إذن

$$\varepsilon_L > 0$$

ومعنى ذلك عزيزي الدارس انه يوجد نقصان في الجهد عند المرور من النقطة a إلى b عبر المحث ، ولهذا السبب فان جهد a أعلى من جهد b . آخذين هذه الحقيقة بعين الاعتبار ، فسنحصل من قانون كيرشوف الذي ينص علي ان مجموع فروق الجهد = الصفر اذن

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad (٩-٧)$$

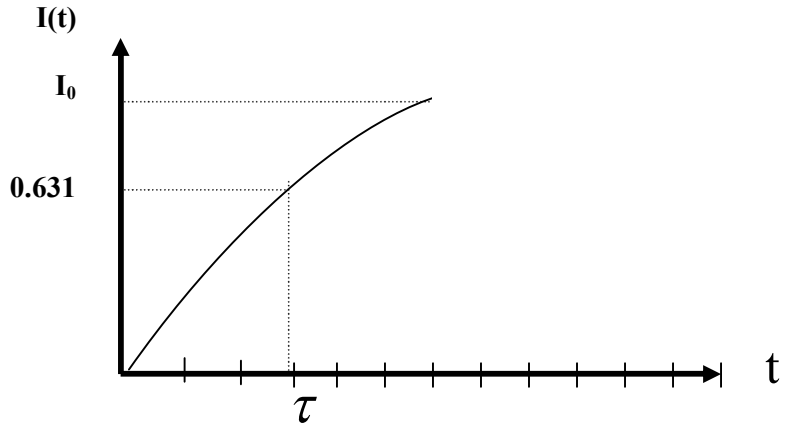
وبحل المعادلة التفاضلية (٧-٩) نجد أن

$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad (١٠-٧)$$

حيث :

- $I_0 = \varepsilon/R$ هي قيمة التيار عندما $t \to \infty$
- كذلك $\tau = L/R$ عبارة عن ثابت زمن الدائرة وهو الزمن اللازم لوصول التيار إلى (٠,٦٣) من قيمته القصوى $I_0$ كما سنري لاحق

وبرسم العلاقة بين I و الزمن t نحصل على الشكل (٧-٣) . فعند إغلاق الدارة الكهربية ((الشكل (٧-٢)) يزداد التيار تدريجيا حتى يصل إلى أعلى قيمة له وهي $I_0$ .

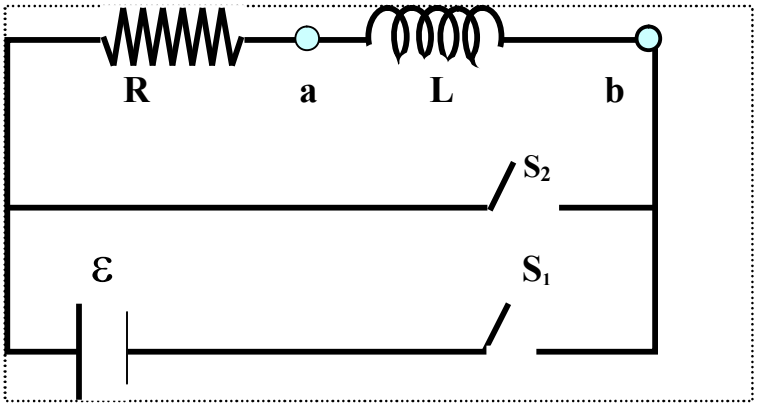



**الشكل (٧-٣)**

**التيار بدلالة الزمن t عند إغلاق الدارة الكهربية**

عزيزي الدارس ،،

الآن ماذا يحصل لو فصلنا البطارية وأبقينا على الملف والمقاومة ؟ لتحقيق ذلك نستعمل الدائرة المبينة في الشكل (٧-٤) .




الشكل (٧-٤)

**عزيزي الدارس ،،**

الآن لنفترض أن المفتاح $S_1$ قد اقفل لفترة من الزمن إلى أن وصل التيار إلى أعلى قيمة له $I_0 = \varepsilon/R$

كما في الشكل (٧-٣) . لنفصل المفتاح $S_1$ ونغلق المفتاح $S_2$ بحيث نحصل على دائرة مغلقة مكونة من مقاومة وملف موصولين على التوالي ، وبتطبيق قانون كيرشوف على الدائرة المذكورة نجد أن

$$\boxed{IR + L\frac{dI}{dt} = 0} \qquad (11\text{-}7)$$

وبحل المعادلة التفاضلية أعلاها نتحصل على شدة التيار بدلالة الزمن ( I(t) ).

إذن بما أن $IR + L\frac{dI}{dt} = 0$

حيث $I_0 = \varepsilon/R$ هي قيمة التيار عندما $t = 0$ .

و من المعادلة السابقة نجعل التيار موضع القانون

$$IR = -L\frac{dI}{dt}$$

وبفصل المتغيرات (separation of variables) نحصل على

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

وبإجراء التكامل

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_{0}^{t}dt$$

نحصل على

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{R}{L}t$$

ومنها

$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t} = I_0\, e^{-t/\tau}$$

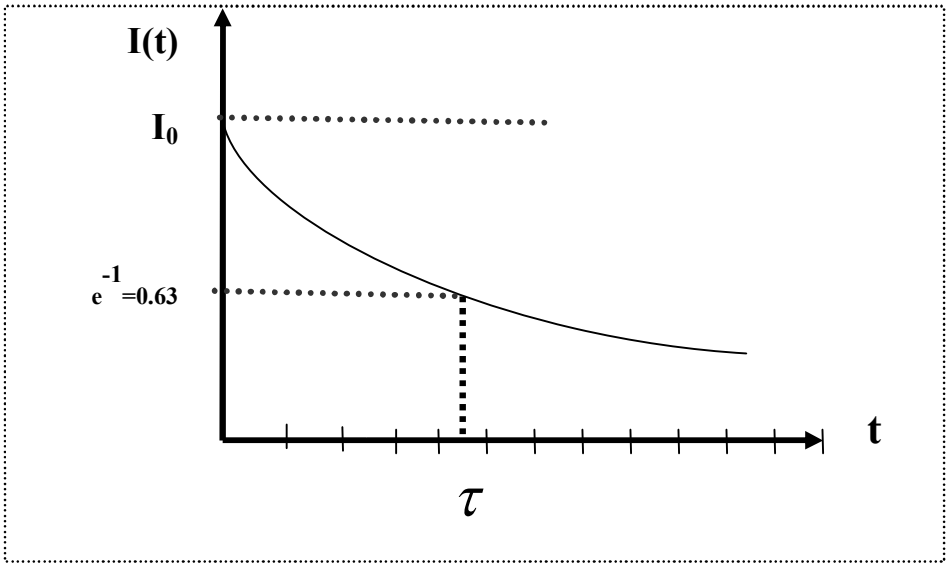
ومن المعادلة أعلاها نجد أن

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \qquad (١٢-٧)$$

وذلك بوضع ثابت الزمن $\tau$ كالاتي

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (١٣-٧)$$

برسم العلاقة(٧-١٢) عزيزي الدارس ، نتحصل علي الشكل (٧-٥) . فنلاحظ أن التيار يقل مع زيادة الزمن .




**الشكل (٧-٥)**

نستنتج مما سبق عزيزي الدارس انه عند إغلاق الدائرة الكهربية يزداد التيار تدريجيا وعند إزالة البطارية يقل التيار تدريجيا وذلك بسبب القوة الدافعة الراجعة التي يسببها الملف وقيمة محاثته الذاتية L .

### ◄◄ مثال (٤)

تشمل الدائرة المبينة في الشكل (٧-٤) على محاثة قيمتها 30mH ومقاومة 6Ω وبطارية 12V . فإذا تم إغلاق المفتاح $S_1$ عند اللحظة $t = 0$ . جد:

**اولاً:** ثابت الزمن $\tau$ لهذه الدائرة

**ثانياً:** التيار المار في الدائرة عند الزمن $t = 2 \times 10^{-3}s$ .

**الحل**

**أولا:** بما ان الثابت الزمن المحاثي يعطي بالعلاقة التالية

$$\tau = \frac{L}{R}$$

حيث المقاومة R هي ، L معامل المحاثة

إذن

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{30 \times 10^{-3}H}{6\Omega}$$
$$= 5 \times 10^{-3}s$$

**ثانياً:** وكذلك التيار

$$I(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$
$$= \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau})$$
$$= \frac{12\ V}{6\ \Omega}(1 - e^{-\frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-3}}})$$
$$= 0.59\ A$$

## ◄◄ مثال (٦)

ليكن لدينا الدائرة المبينة في الشكل (7-٦) ، حيث $\varepsilon = 6V$ ، $L = 8mH$ ، $R = 4\Omega$

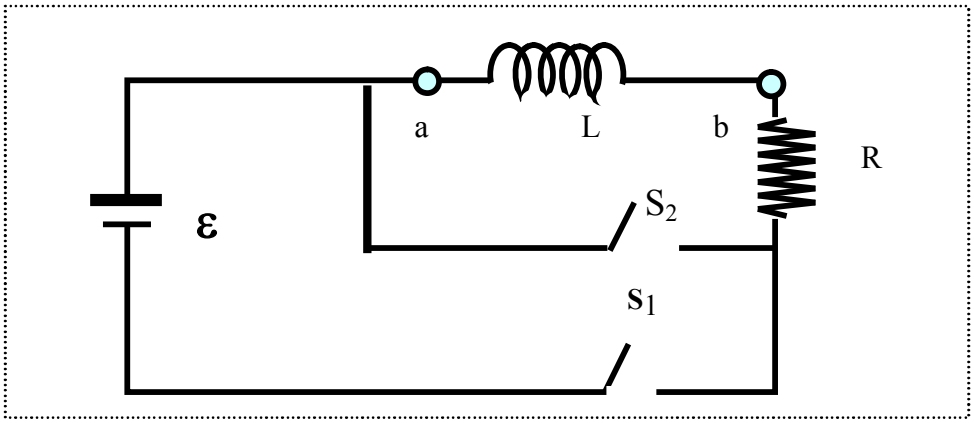
اوجد :

١. ثابت الزمن المحاثي .

٢. التيار المار في الدائرة بعد إغلاق المفتاح $S_1$ بزمن مقداره $250\ \mu s$ .

٣. قيمة التيار النهائي بعد الوصول إلى حالة الاتزان .

٤. الزمن اللازم حتى يصل التيار إلى (80%) من قيمته القصوى .




## الحل

١. ثابت الزمن المحاثي ، $\tau$ ، يساوي

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{8mH}{4\Omega}$$

$$= 2.0\ ms$$

٢. باستعمال العلاقة (٧-١٠) نجد أن التيار المار

$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$= \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$= \frac{6V}{4\Omega}\left(1 - e^{-\frac{0.250}{2}}\right)$$

$$= 0.176\ A$$

٣. يبلغ التيار أقصى قيمة له عندما $t \to \infty$ في المعادلة (٧-١٠) ، أي

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$= \frac{6V}{4\Omega} = 1.5A$$

٤. بالتعويض عن $\tau$ من الفرع ( أ ) نحصل على

$$0.80 = 1 - e^{-t/2ms}$$

الزمن

$$\therefore t = 3.22\ ms$$

## تدريب (٢)

١. اثبت ان حل المعادلة التفاضلية $\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$

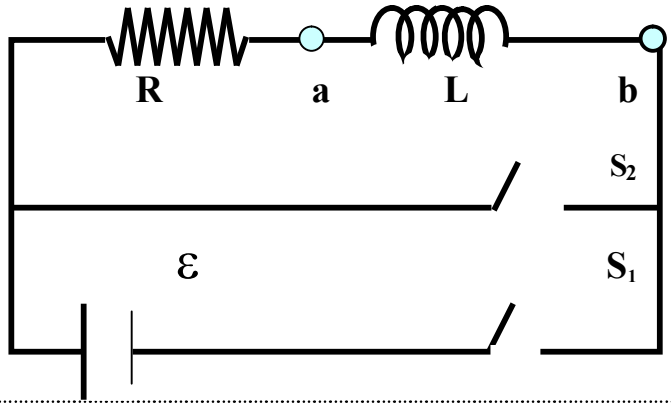
هو $I(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

٢. بين أن وحدة ثابت الزمن المحاثي هي الثانية

٣. تشمل الدائرة المبينة في الشكل على محاثة قيمتها 40mH ومقاومـــة 8Ω وبطارية 16V . فإذا تم إغلاق المفتاح $S_1$ عند اللحظة $t = 0$ . جد:

أولا: ثابت الزمن لهذه الدائرة

ثانياً: التيار المار في الدائرة عند الزمن $t = 4ms$ .




## أسئلة تقويم ذاتي

١. عرف ثابت زمن الدائرة ووضح ذلك بالرسم.

٢. ثم وضح بالرسم البياني أن التيار يقل مع زيادة الزمن.

# 4.7 الطاقة المختزنة في المجال المغناطيسي

# Energy Stored in a Magnetic Field

عزيزي الدارس ،،

لقد اصبح الان واضحا أن القوة الدافعة المستحثة تمنع البطارية من إنشاء تيار مفاجئ ولهذا فإن على البطارية أن تبذل شغلا ضد الملف(المحث) لإنشاء تيار في الدائرة الكهربية . فجزء من طاقة البطارية يبدد في المقاومة على شكل حرارة ، أما الجزء المتبقي منها فيتم تخزينه في الملف (المحث )بصورة طاقة مغناطيسية .

وباستعمال المعادلة (٧-٩) فإن

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

نضرب طرفي المعادلة في التيار I و مع ترتيبها نتحصل علي

$$\varepsilon I = I^2R + LI\frac{dI}{dt} \qquad (٧-١٤)$$

ولكن عزيزي الدارس ،، عرفنا سابقا ان

الطاقة الكهربية( $\varepsilon It$ )= القوة الدافعة الكهربية × الزمن× شدة التيار

أذن عزيزي الدارس نفهم من المعادلة (٧-١٤) أن

- معدل الطاقة التي تزودها البطارية $\varepsilon I$ يساوي مجموع معدل الطاقة المبددة في المقاومة $I^2R$
- ومعدل الطاقة المختزنة في المحث $LI(dI/dt)$ .

وهذه المعادلة عبارة عن شكل من أشكال قانون حفظ الطاقة . وإذا كانت $U_m$ الطاقة المختزنة في المحث عند لحظة زمنية ما t ، فيمكننا كتابة العلاقة التالية

$$\frac{dU_m}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \qquad (٧-١٥)$$

ومنها

$$dU_m = LIdI$$

وبإجراء التكامل واخذ حدوده بعين الاعتبار ، نحصل على

$$U_m = \int_0^{U_m} dU_m = \int_0^1 LIdI$$

وتمثل $\mathbf{U_m}$ الطاقة المغناطيسية المختزنة في مجال المحث عندما تكون قيمة التيار مساوية لـــ I . أي أن

$$\mathbf{U_m = \frac{1}{2} LI^2} \qquad (١٦-٧)$$

### ◄◄ مثال (٧)

احسب الطاقة المصاحبة لمجال مغناطيسي في ملف لولبي مؤلف من ٢٠٠ لفة ويمر فيه تيار 1.75 A وينتج تدفقا لكل لفة مقداره $\mathbf{3.7 \times 10^{-4} Wb}$ .

**الحل**

بما أن المحاثة تعطي بالعلاقة

$$\mathbf{L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{(200)(3.7 \times 10^{-4})}{1.75}}$$
$$\mathbf{= 42.3\ mH}$$

الطاقة المصاحبة لمجال مغناطيسي في ملف لولبي

$$\mathbf{U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (42.3 \times 10^{-4})(1.75)^2 = 64.8\ mJ}$$

### ◄◄ مثال (٨)

بطارية قوتها الدافعة الكهربية $\varepsilon = 15$ V موصولة بدائرة تحتوي على مقاومة R = 7Ω ومحث تبلغ محاثته L = 0.6 H . فما مقدار الطاقة المغناطيسية المختزنة في المحث عندما يبلغ التيار نصف قيمته القصوى ؟

**الحل**

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{15}{7}$$
$$= 2.14\ A$$

نصف القيمة القصوى للتيار

$$I = \frac{1}{2} I_0 = 1.07\ A$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (0.6)(1.07)^2$$
$$= 0.344\ J$$

إذن عزيزي الدارس،، نجد أن **(الملف)**المحث يعمل **على تخزين الطاقة المغناطيسية** ، تماما كما يقوم المتسع بتخزين الطاقة الكهربائية . فعندما يتم وصل المحث ببطارية ، تعمل القوة الدافعة الراجعة على معارضة الزيادة في التيار مما يتطلب من القوة الدافعة الخارجية للبطارية بذل شغل للتغلب على هذه المعارضة بغية إنشاء تيار كهربي في الدائرة . وهذا الشغل يتم تخزينه في الملف (المحث) ويسترجع عندما يفصل التيار (أي عند ابعاد المصدر). فإذا أبعدت البطارية يقل التيار ، فيقوم المحث بإنشاء قوة دافعة راجعة للحفاظ على التيار لفترة من الزمن، أي أن المحث يمد التيار بالطاقة .

ولحساب قيمة الطاقة المختزنة ، ندرس الملف اللولبي وذلك على سبيل المثال . فمعامل الحث الذاتي ( محاثة ) لملف لولبي كما عرفنا سابق يعطى بالمعادلة

$$L = \mu_0 n^2 A\ell$$

ويكون مجال المغناطيسي لملف اللولبي B مساويا لـــ $B = \mu_0\, nI$ في الوحدة الخامسة الجزء الثاني بالتعويض نحصل على

$$U_m = \frac{B^2}{2\mu_0} (A\ell) \qquad (١٨-٧)$$

حيث $(A\ell)$ عبارة عن حجم الملف اللولبي ، وعليه تكون الطاقة المغناطيسية المختزنة لوحدة الحجوم في الملف اللولبي مساوية لـــ

$$u_m = \frac{U_m}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad (١٥-٧)$$

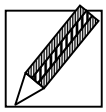
وتسمى $u_m$ بكثافة الطاقة المختزنة في المحث .

عزيزي الدارس ،،

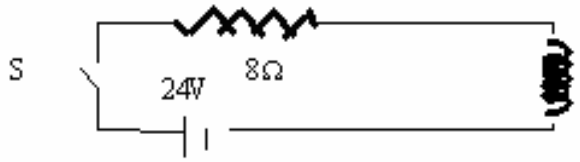
بالرغم من ان اشتقاق المعادلة السابقة قد تم ضمن حالة خاصة تتمثل في الملف اللولبي الا انها علاقة صحيحة وعامة لاي منطقة من الفضاء تحتوي على مجال مغناطيسي . ونستطيع المقارنة هنا مع كثافة الطاقة المختزنة في المجال الكهربي (الوحدة الثالثة ) والتي تعطى بالعلاقة : $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$$U_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

**تدريب (٣)**



١. ما مقدار الطاقة المختزنة في الملف (المحث) عندما يصل التيار إلى قيمته القصوى ( حالة الاتزان ) في الدائرة المبينة بعد إغلاق المفتاح S ؟



## أسئلة تقويم ذاتي

١. من المعادلة التالية $\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$

اثبت ان معدل الطاقة التي تزودها البطارية يساوي مجموع معدل الطاقة المبددة في المقاومة ومعدل الطاقة المختزنة في المحث ، ثم وضح ان الطاقة المغناطيسية المختزنة $U_m$ في مجال المحث عندما تكون قيمة التيار مساوية لـــ I . تعطي بالعلاقة التالية

$$U_m = \frac{1}{2} LI^2$$

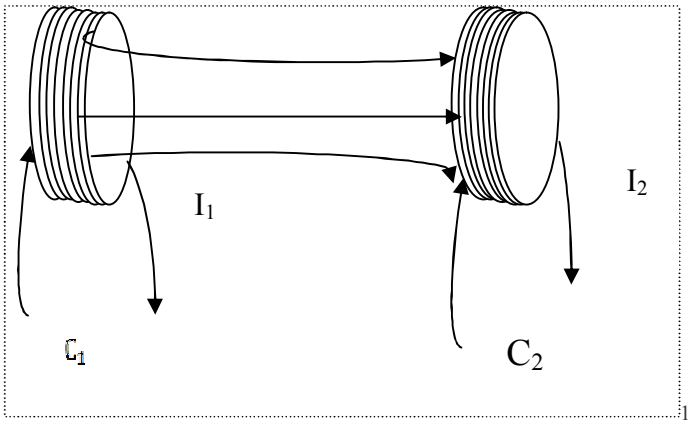
٢. اثبت ان كثافة الطاقة المغناطيسية المختزنة لوحدة الحجوم في الملف اللولبي مساوية لـــ $u_m = \frac{U_m}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

قارن بينها وبين مع كثافة الطاقة المختزنة في المجال الكهربي؟

## ٥,٧ الحث المتبادل Mutual Induction

عزيزي الدارس ،،

لمعرفة ما هو الحث المتبادل نفترض لدينا ملفان متجاوران $C_2, C_1$ عدد لفات الأول $N_1$ ويمر به تيار $I_1$ وعدد لفات الثاني $N_2$ ويمر به تيار $I_2$ . فالتيار $I_1$ في الملف $C_1$ يؤدي إلى توليد مجال مغناطيسي في المنطقة المحيطة به . تمر بعض خطوط هذا المجال خلال الملف الثاني $C_2$ أي إنها تكون تدفقا مغناطيسيا خلاله ولنرمز له بالرمز $\Phi_{12}$ .




يعرف معامل الحث المتبادل (محاثة متبادلة) $M_{21}$ للملف $C_2$ بالنسبة للملف على انه النسبة بين $N_2\Phi_{12}$ والتيار $I_1$ أي ان :

$$M_{21} = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1} \qquad (٧-١٩)$$

أي ان التدفق المغناطيسي الناشئ عن $C_1$ يتناسب مع $I_1$ كما يظهر من العلاقة :

$$\Phi_{21} = \frac{I_1 M_{21}}{N_2} \qquad (٧-٢٠)$$

ويعتمد معامل الحث المتبادل $M_{21}$ على شكل وابعاد الملفين بالاضافة الى خواص الوسط المحيط بهما . فإذا تغير التيار $I_1$ مع الزمن ، فإنه تبعا للقانون الاساسي لفارادي والعلاقة السابقة نحصل على القوة الدافعة المستحثة في الملف $C_2$ ، بفعل الملف $C_1$ :

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} \qquad (٧-٢١)$$

وبالمثل ، فإذا تغير التيار $I_2$ مع الزمن تكون القوة الدافعة المستحثة في الملف $C_1$ بفعل الملف $C_2$ مساويا لـــ :

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt} \qquad (٧-٢٢)$$

أن معاملي الحث المتبادل $M_{21}$ و $M_{12}$ متساويان ويرمز لهما بالرمز M ، وهي حقيقة يمكن برهانها ولكننا نوردها في هذه الحالة دون إثبات :

$$M_{12} = M = M_{21} \qquad (٧-٢٣)$$

وتقاس بوحدة الــ هنري Henry (H) أيضا . وتصبح العلاقتان السابقتان على الوجه التالي :

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -M\frac{dI_2}{dt}\\ \varepsilon_2 &= -M\frac{dI_1}{dt}\end{aligned}\right\} \qquad (٢٤-٧)$$

حيث $\varepsilon_1$ القوة الدافعة المستحثة في الملف $C_1$ نتيجة تغير شدة التيار $I_2$ في الملف $C_2$ .

و $\varepsilon_2$ القوة الدافعة المستحثة في الملف $C_2$ نتيجة تغير شدة التيار $I_1$ في الملف $C_1$ .

## الحث المتبادل بين ملفين لولبيين

عزيزي الدارس ،،

لدارسة الحث المتبادل بين ملفين لولبيين نفترض ان ملفين لــولبين الاول طويل طوله $\ell$ وعدد لفاته $N_1$ يمر به تيار شدته $I_1$ ومساحة مقطعه A والملف الأخــر عدد لفاته $N_2$ يشترك معه في المحور (coaxial) .

الآن تعال معا لبحث عن كيفية إيجاد معامل الحث المتبادل M بينهما .

حسب العلاقة (التالية) ، المجال المغناطيسي في مركز الملف اللولبي يعطى بالعلاقة :

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} I_1$$

ومن العلاقة (٧-١٩) نجد أن

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 B_1 A}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{\ell} \qquad (٢٥-٧)$$

حيث $\Phi_{21}$ عبارة عن التدفق المغناطيسي عبر الملف الثاني بفعل التيار $I_1$ المار في الملف الاول .

### ◄◄ مثال (٩)

ملفان متجاوران A و B ، معامل الحث المتبادل بينهما M = 28 mH . ما مقدار القوة الدافعة المتولدة في الملف A اذا علمت ان التيار في الملف B يتغير مع الزمن حسب العلاقة التالية $I_B = 3t^2 - 4t + 5$ ؟

**الحل**

$$\varepsilon_A = -M\frac{dI_B}{dt} = -M\frac{d}{dt}(3t^2 - 4t + 5)$$
$$= -(0.028)(6t - 4)$$
$$= (0.112 - 0.168t)V$$

### ◄◄ مثال (١٠)

ملف لولبي طويل عدد لفاته $N_1$ ونصف قطره $R_1$ ، وملف لولبي آخر عدد لفاته $N_2$ ونصف قطره $R_2$ له نفس طول الملف الأول ويقع جميعه داخله ويتحدان في المحور :

أ. لنفترض أن الملف الأول يحمل تيارا مقداره $I_1$ فأوجد معامل الحث المتبادل بينهما .

ب. ولنفترض الآن أن الملف الثاني يحمل تيارا مقداره $I_2$ فاوجد معامل الحث المتبادل بينهما . هل ستحصل على النتيجة ذاتها في الحالتين أ و ب ؟

**الحل :**

أ.

$$M_{21} = N_2\frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_2B_1A_2}{I_1}$$
$$= \frac{N_2\left(\mu_0\frac{N_1}{\ell}\pi R_2^2\right)}{I_1} = \pi\mu_0 N_1 N_2\frac{R_2^2}{\ell}$$

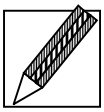
ب.

$$M_{12} = N_1\frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{N_1B_1A_1}{I_2}$$

$$M_{12} = \frac{N_1(\mu_0\frac{N_2}{\ell}I_2)\pi R_1^2}{I_2} = \pi\mu_0 N_1N_2\frac{R_1^2}{\ell}$$

لاحظ أن لهما نفس القيمة .

## تدريب (٣)



١.ملفان متجاوران A و B ، معامل الحث المتبادل بينهما M = 300 mH . ما مقدار القوة الدافعة المتولدة في الملف A إذا علمت أن التيار في الملف B يتغير مع الزمن حسب العلاقة التالية $I_B = 4t^2 - 4t + 5$

٢. هل يمكن استرجاع الطاقة في العمليات التالية

(أ) شحن المكثف

(ب)شحن بطارية سيارة

(ج) مرور تيار عبر مقاومة

(د)انشاء تيار في ملف

(هـ) تحريك موصل خلال مقاومة

## أسئلة تقويم ذاتي



١.اشرح الحث المتبادل مع الاستعانة بالرسم .

2 . الطاقة المختزنة في الملف تعتمد علي:

(أ) في إشارتها علي اتجاه التيار

(ب) علي معدل تغير التيار

(ج) علي مربع شدة التيار

(د) وحدتها تساوي J/H

(هـ) تتناسب مع مربع محاثة الملف

# الخلاصة

عزيزي الدارس ،،

نهنئك على إنهاء هذه الوحدة، وندعوك لمراجعة أهم النقاط التي وردت فيها:

تعريف الحث الذاتي ، و معرفة أن القوة الدافعة الكهربية المستحثة ذاتيا تتناسب طرديا مع معدل التغير في التيار الكهربي ،ثم تعرفنا علي دوائر التوالي للمقاومة والمحاثة ، و ما هي الطاقة المختزنة في المجال المغناطيسي وكذلك انتقلنا إلي الحث المتبادل ومنه نتعرفنا علي معامل الحث المتبادل (محاثة متبادلة) لملف بالنسبة لملف آخر، مع الأمثلة الخاصة بذلك

عزيزي الدارس

نرجو في ختام هذه الوحدة أن تكون حققت الأهداف الواردة في بديتها، ونتمنى لك التوفيق دائماً.

# إجابات التدريبات

## تدريب (١)

١. $L=2mH$ ، $\Phi = 1\mu Wb$

٢. $\varepsilon_{back} = 30\times200\times4\times\cos200\times t$

## تدريب (٢)

١. ارجع الكتاب القسم ٣,٧. مع الإثبات بحل المعادلة(٧-١١)

٢

$$[\tau] - \frac{[L]}{[R]} - \frac{\left[\varepsilon/\frac{dI}{dt}\right]}{\left[V/I\right]} - \frac{(V/A)s}{(V/A)} - s$$

.

٣.

أولا: بما أن الثابت الزمن المحاثي يعطي بالعلاقة التالية

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{40}{8} = 5 \times 10^{-3}\ s$$

**ثانيا:**

$$I = \frac{16}{8}(1 - e^{\frac{4\times10^{-3}}{3\times10^{-3}}}) = 2(1 - e^{0.8})$$

**تدريب (٣)**

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{24\ V}{8\ \Omega}$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}(4H)(3A)^2 = 18.0\ J$$

**تدريب (٤)**

**.١**

$$\varepsilon_A = -M\ \frac{dIB}{dt} = -M\ \frac{d(4t2 - 4t + 5)}{dt}$$

$$= -300 \times 10^{-3}(8t - 4)$$

$$= (1.2 - 2.4t)V$$

**.٢(ج)** مرور تيار عبر مقاومة

# مسرد المصطلحات

عزيزي الدارس،،

الآن نتعمق في المصطلحات الواردة في الوحدة باللغة الإنجليزية، كي نسهل عليك الرجوع إلى أي مراجع أجنبية، أو البحث عبر شبكة الآن

| | |
|---|---|
| **المحاثة** | **Inductance** |
| **الحث الذاتي** | **Self-Induction** |
| **دوائر التوالي للمقاومة والمحاثة** | **RL Series Circuits** |
| **فصل المتغيرات** | **separation of variables** |
| **ثابت الزمن المحاثي** | **inductive time constant** |
| **الطاقة المختزنة في المجال المغناطيسي** | **Energy Stored in a Magnetic Field** |
| **الحث المتبادل** | **Mutual Induction** |

# المراجع الأجنبية


1. D.C.Giancoli.3rd edition, Physics, principles with Application : prentice hall New York.1989 .
2. Fundamentals of physics'.D. Halliday and R.Resnick ١٠th edition : Wiley, New York.1989


# المراجع العربية


١. فرانسيس وستن سيرز راجعه الدكتور عبدا لله الرسول احمد درويش. الكهربية والمغناطيسية ترجم في قسم الفيزياء جامعة البصرة كلية التربية

٢. أ.د. محمد بن على احمد آل عيسي ، د. محمدين صالح العبد الله ، د. عبد الله راشد السماري. الفيزياء العامة في الكهرباء والمغناطيسية – الضوء – الفيزياء الحديثة . دار الخريجين للنشر والتوزيع (١٩٩٧) .