www.merissani.c.la

المتتاليات الحسابية و المتتاليات الهندسية

خلاصة الدرس

	المتتاليات الحسابية	المتتاليات الهندسية
التعريف	من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = u_n + r$	من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = u_n \times q$
عبارة الحد العام	الحد الأول : u_0 ← $u_n = u_0 + nr$ الحد الأول : u_1 ← $u_n = u_1 + (n-1)r$ الحالة العامة : $u_n = u_\alpha + (n-\alpha)r$	الحد الأول : u_0 ← $u_n = u_0 \times q^n$ أو الحد الأول : u_1 ← $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ الحالة العامة : $u_n = u_\alpha \times q^{(n-\alpha)}$
خاصية ثلاثة حدود متتابعة	c, b, a ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية بهذا الترتيب تكافئ : $2b = a + c$	c, b, a ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية بهذا الترتيب تكافئ : $b^2 = a \times c$
مجموع حدود متتابعة	$\frac{(\text{عدد الحدود})}{2} \times (\text{الحد الأول} + \text{الحد الأخير})$ $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$	$(\text{الحد الأول}) \times \frac{1 - (\text{الأساس})^{\text{عدد الحدود}}}{1 - (\text{الأساس})}$ ، $q \neq 1$ $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$

www.merissani.c.la

I. تنبيهات و ملاحظات هامة :

BAC 2008

1) كيف نحسب عدد الحدود: $\underbrace{u_{17} + u_9 + u_{10} + \ldots + u_{2008}}_{\text{عدد الحدود}} = (2008 - 17) + 1 = 1992$

2) تقارب المتتالية الهندسية :

مبرهنة : إذا كان أساس المتتالية الهندسة q ينتمي إلى المجال : $]-1 \; ; \; +1[$ فإن المتتالية الهندسية متقاربة .

3) تعريف أخر لمتتالية حسابية :

لإثبات أن : (u_n) متتالية حسابية يكفي أن نبرهن : أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $2u_n = u_{n-1} + u_{n+1}$

II. كيف ندرس إتجاه تغير متتالية عددية : (3 طرق)

طريقة : *01*

إذا كان : $u_{n+1} - u_n \geq 0$ **فإن** : (u_n) متزايدة

إذا كان : $u_{n+1} - u_n \leq 0$ **فإن** : (u_n) متناقصة

إذا كان : $u_{n+1} - u_n = 0$ **فإن** : (u_n) ثابتة

طريقة : *02*

إذا كانت : $u_n = f(n)$

إذا كانت f متزايدة على المجال: $[0; +\infty[$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة

إذا كانت f متناقصة على المجال: $[0; +\infty[$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة

طريقة : *03*

إذا كان : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة و إذا كان : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة .

تستعمل هذه الطريقة إذا كانت حدود المتتالية موجبة تماما .

www.bac2008.c.la

www.bac2008.c.la

III. تقارب متتالية عددية :

((u_n) متقاربة) معناه : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$ ، (L عدد حقيقي)

((u_n) متباعدة) معناه : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ أو المتتالية لا تقبل نهاية .

تذكير : إذا كانت المتتالية (u_n) معرفة بـــ : $u_n = f(n)$ فإنه : إذا كانت : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$ فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$.

IV. المتتاليات المحدودة :

A و B عددان حقيقيان .

(u_n) محدودة من الأعلى معناه : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \le A$
(u_n) محدودة من الأسفل معناه : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \ge B$
(u_n) محدودة يعني أنها محدودة من الأعلى و محدودة من الأسفل .

مبرهنة :

- إذا كانت (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة .
- إذا كانت (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة .

V. متتاليتان متجاورتان :

تكون متتاليتان عدديتان (u_n) و (v_n) متجاورتان إذا و فقط إذا كانت إحداهما متزايدة و الأخرى متناقصة و $\lim\limits_{x\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$

www.merissani.c.la

VI. دراسة المتتالية التراجعية : $u_{n+1} = au_n + b$ و u_0 هو الحد الأول

الحالات الخاصة :

إذا كان :	فإن :
$a = 0$	(u_n) متتالية ثابتة
$a = 1$ و $b = 0$	(u_n) متتالية ثابتة
$a = 1$ و $b \neq 0$	(u_n) متتالية حسابية أساسها b
$a \neq 0$ و $a \neq 1$ و $b = 0$	(u_n) متتالية هندسية أساسها a

دراسة هذه المتتالية في الحالة العامة : $a \neq 0$ و $a \neq 1$ و $b \neq 0$

à *النهاية :* إذا كانت المتتالية : (u_n) متقاربة فإنه يوجد عدد حقيقي وحيد حيث : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = L$ و لدينا كذلك : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_{n+1} = L$

و منه و حسب العمليات على النهايات فإن العدد الحقيقي L يحقق : $\boxed{L = aL + b}$ ، و منه : $\boxed{L = \frac{b}{1-a}}$

à *عبارة الحد العام* : لدراسة هذه المتتالية التراجعية نضع : $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$ و نبرهن أن : (v_n) متتالية هندسية ثم نكتب : v_n بدلالة n ثم نستنتج u_n بدلالة n .

ملاحظة : هناك طرق أخرى لدراسة هذه المتتالية التراجعية

تم نشر هذا الملف بواسطة قرص تجربتي مع الباكالوريا

tajribatybac@gmail.com

facebook.com/tajribaty

jijel.tk/bac