

İLETKEN ve
YARIİLETKENLERDE

HALL OLAYI

1 . HALL OLAYI

Metallerdeki iletkenlik, serbest haldeki elektronların uygulanan elektrik alan doğrultusundaki hareketleri neticesinde elde edilir. Yarıiletkenlerde ise, elektronların haricinde boşluklarda elektriksel yük taşıyıcısı olarak görev yapar. İletkenler ile yarıiletkenlerin iletkenlik mekanizmasında önemli bir fark vardır. Bir iletkende, elektrik yük taşıyıcısı işlevini yerine getiren elektronların ortam içindeki yoğunluğu sıcaklıktan hemen hemen bağımsızdır. Yarıiletkenlerde ise, elektrik yük taşıyıcıları olan elektron ve boşlukların ortam içindeki yoğunlukları, sıcaklıkla hızlı bir artış gösterir.

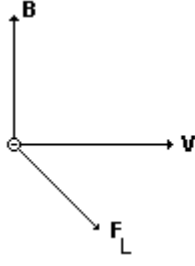
Elektriksel yük taşıyıcılarının birim elektrik alanı başına etki altında kaldıkları ortalama sürüklenme hızı, mobilite olarak tanımlanan

$$\mu = \frac{v}{E} \quad (1)$$

ile ifade edilir. Ayrıca σ ($\sigma = \frac{1}{\rho}$) elektriksel iletkenlik, μ mobilitesi ve v elektronların ortalama serbest yolları ile orantılı olarak artar. İletken veya yarı iletken bir ortamın elektriksel iletkenliğini hesaplamak μ ve v nin tayin edilmesindeki güçlükler nedeniyle yapılamaz. Hall olayı, bu güçlükleri bazı çözüm yolları getirmenin yanı sıra, elektriksel iletim mekanizmasının daha iyi kavranmasına yardımcı olur. Örneğin, herhangi bir ortam içindeki elektrik iletiminin elektronların mı yoksa boşlukların mı hareketleri sonucu oluştuğunu kolayca belirlememiz mümkün olur.

1879 yılında E.H. HALL, altın örnekte elektrik akımı geçirirken, aynı anda bir magnetik alan uygulandığında, örneğin iki zıt kenar yüzeyi arasında bir gerilim oluştuğunu keşfetmiştir. Bu olay, Hall olayı olarak tanımlanır ve magnetik alanda hareket eden elektrik yüklerine Lorentz kuvvetinin etkisi ile tanımlanır(Şekil-1).

Şekil-1 negatif yüklü serbest parçacığın magnetik alanda hareketi esnasında, parçacığın hareketine etki gösteren Lorentz kuvvetinin (F_L) yönünü göstermektedir. Lorentz kuvvetinin değeri ve yönü, parçacığın hızı (v) ve magnetik indüksiyonun (B) vektör çarpımı ile belirlenir.



Şekil-1. Manyetik alandaki (B), negatif yüklü parçacığın hızının (v) ve Lorentz kuvvetinin (F_L) yönlerinin gösterimi.

Negatif yüklü parçacığa etki eden Lorentz kuvveti,

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

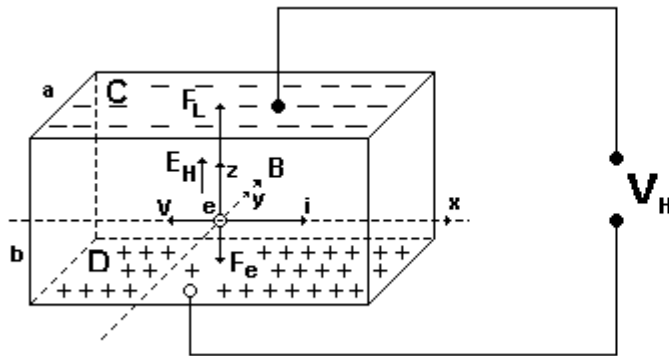
şeklinde dir.

1.1. İletkenlerde Hall Olayı

Genişliği a, kalınlığı b olan düzgün kesilmiş dikdörtgen biçimindeki bir iletken parçası üzerine Şekil-2 de görüldüğü gibi x eksenini yönünde bir E elektrik alan uygulandığını kabul edelim. İletkenden geçen i akımı ve elektronların hareket yönleri birbirine zıt, C ve D arasındaki potansiyel farkı sıfırdır. Bu durumda iletken parçası üzerine, doğrultusu akım doğrultusuna dik, yönü y eksenine paralel olacak biçimde B şiddetinde bir manyetik alan uygulanırsa C ve D yüzleri arasında

$$E_H = R_H B \times j \quad (3)$$

bağıntısı ile belli bir elektrik alanının oluştuğu gözlenir. Bu Hall olayıdır.



Şekil-2. Hall olayının mekanizması

E_H 'ye "Hall alanı", maddeye göre değişen R_H değerinde Hall Katsayısı denir. Burada E_H elektrik alanının oluşma nedenini şöyle açıklayabiliriz. E alanının etkisiyle x eksenini yönünde v hızı ile hareket etmekte olan elektronlar, B manyetik alanına girdiklerinde, şiddeti (2)

numaralı denklem ile belirlenen $F_L = -evB$ ye eşit bir Lorentz kuvvetin üzerlerine etki etmesi sonucunda şekil-2 de görüldüğü gibi iletkenin üst yüzeyine doğru itilirler. Elektronların giderek üst yüzeyde (C de) toplanmaya başlaması ile C ve D arasında zıt yönde (yönü aşağıdan yukarı doğru) bir F_e elektrik alanı doğar. Elektronlar üzerine etkiyen kuvvet $F_e = -eE_H$ olduğundan, F_e ve F_L kuvvetlerinin birbirlerini dengelemesi durumunda, levha yüzeylerine doğru sürüklenmelerini durdururlar. Bu durumda

$$F_L = F_e \quad (4)$$

ve buradanda

$$evB = eE_H \quad (5)$$

yazılabilir. Hall alanı (E_H) ve Hall potansiyeli (V_H) aşağıdaki ifade ile birbirlerine bağlıdır

$$E_H = \frac{V_H}{b} \quad (6)$$

Burada b örneğin Hall alanı yönündeki boyutudur. Akım yoğunluğu,

$$j = \frac{i}{S} = \frac{i}{ab} = -nev \quad (7)$$

ile ifade edilir. Burada n elektronların yoğunluğu, S iletkenin akım doğrultusuna dik kesitidir. (7) denkleminde elektronların hızı

$$v = -\frac{i}{abn\epsilon} \quad (8)$$

ve (7) ifadesi ile verilen Hall alanının, (5) denkleminde yerine konmasıyla, örneğin C ve D yüzeyleri arasındaki Hall potansiyeli için

$$V_H = -\frac{1}{ne} \frac{iB}{a} \quad (9)$$

ifadesi bulunur. Burada a örneğin magnetik alan yönündeki boyutudur (örneğin kalınlığıdır).

(9) denkleminde görüldüğü gibi Hall gerilimi elektronların konsantrasyonu (n) ve örneğin kalınlığı (a) ile ters orantılıdır. (9) denklemini başka şekilde

$$V_H = R_H \frac{Bi}{a} \quad (10)$$

ile verilebilir. (10) denkleminde R_H Hall sabiti

$$R_H = -\frac{1}{ne} \quad (11)$$

ile verilir. Herhangi bir iletken için, R_H 'yi deneysel olarak ölçerek, o iletken içindeki yük taşıyıcılarının yoğunluğunu belirleyebiliriz. Yine σ elektriksel iletkenlik katsayısı ve R_H Hall katsayısı deneysel olarak ölçülebilirse

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{\sigma}{ne} = \sigma R_H \quad (12)$$

eşitliğinden yararlanarak yük taşıyıcılarının mobilitelerini tayin edebiliriz.

Yapılan çeşitli deneyler, iletkenlerin Hall katsayılarının geniş bir sıcaklık aralığında sabit kaldığını göstermiştir. Yarıiletkenlerde ise, sıcaklığın artması ile konsantrasyonda arttığından Hall katsayısı hızla artar.

1.2. Yarıiletkenlerde Hall Olayı

Metallerde R_H Hall katsayısının (3) numaralı denklem ile bulunduğunu gördük.

Yarıiletkenlerde iki tip taşıyıcı (elektronlar ve boşluklar) bulunması nedeni ile durum daha karmaşıktır.

Ancak, bir tip taşıyıcının diğerinden daha fazla olması durumunda daha önce gördüğümüz metallerdeki basit durum uygulanabilir. Böylece R_H 'nin işaretinden çoğunluk taşıyıcılarının cinsi bulunabilir. Tek cins taşıyıcının hakim olduğu durum için σ da bulunarak

$$\mu = |R_H| \sigma \quad (13)$$

bağıntısı yardımıyla taşıyıcı mobilitesi elde edilir.

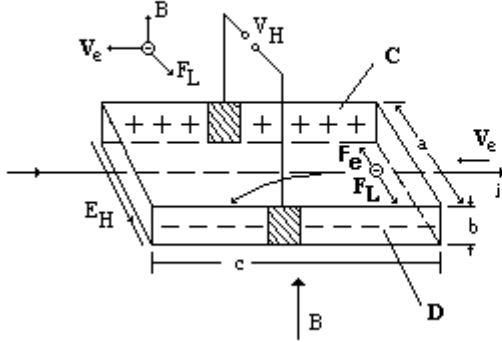
Yarıiletkenlerde taşıyıcı yoğunlukları metallerle kıyaslandığında daha düşük olduklarından R_H daha büyük çıkar. Dolayısı ile Hall olayı daha iyi duyarlılıkla ve kolayca ölçülebilir.

R_H 'sı bilinen yarıiletken kullanılarak magnetik alan ölçmek için Hall sensörleri yani magnetik alan ölçebilen sensörler yapılabilir.

1.2.1. N Tipi Yarıiletkende Hall Olayı

N tipi yarıiletkende, elektronların yoğunluğu boşluklardan daha fazla olduğu için Hall olayı metallerdeki gibi olur. C ve D yüzeyleri oluşan Hall potansiyeli denklem (9) ile veya denklem (10) ile bulunur. Bu denklemlerde metallerde olduğu gibi n elektron yoğunluğudur.

1.2.2 P Tipi Yarıiletkende Hall Olayı



Şekil-3. N Tipi Yarıiletkende Hall Olayı

Yarıiletkene, şekil-4 de gösterildiği gibi bir magnetik alan uygulandığında, pozitif yüklü boşluklara Lorentz kuvvetinin etkisi aşağıdaki gibidir.

$$F_L = evB \quad (14)$$

Magnetik alanda, boşluklar Lorentz kuvvetinin etkisiyle örneğin D yüzeyi yönünde hareketlenirler. Bu yüzeye karşı, C yüzeyinde ise negatif yüklü parçacıklar toplanırlar. Böylece, yarıiletkenin C ve D yüzeylerinde yük dengesi bozulur ve bu yüzeyler arası Hall potansiyeli (V_H) veya Hall elektrik alanı (E_H) oluşur. Pozitif yüklü boşluklara etki eden Hall alanının kuvveti F_e ile Lorentz kuvveti F_L birbirine zıt yöndedir (şekil-4). Bu kuvvetler eşitlendiğinde başka yük taşıyıcıları toplanması C ve D yüzeylerinde son bulur ve magnetik alan başka yük taşıyıcıların hareketine etki göstermez.

Denge durumunda (4) eşitliğinden

$$evB = eE_H \quad (15)$$

olur. Burada (v) boşlukların hızıdır. Hall alanı ile Hall potansiyeli arasında

$$E_H = \frac{V_H}{a} \quad (16)$$

bağıntısı vardır. Akım yoğunluğu,

$$j = \frac{i}{S} = \frac{i}{ab} = pev \quad (17)$$

ile verilir. Burada p boşlukların konsantrasyonudur. Bu deklemden bulunan boşlukların hızının,

$$v = \frac{i}{abpe} \quad (18)$$

ve (16) ifadesi ile verilen Hall alanının (15) denkleminde yerine konmasıyla, örneğin C ve D yüzeyleri arasındaki Hall potansiyeli için

$$V_H = \frac{1}{pe} \frac{iB}{b} \quad (19)$$

İfadesi bulunur. Burada b örneğin magnetik alan yönündeki boyutudur.

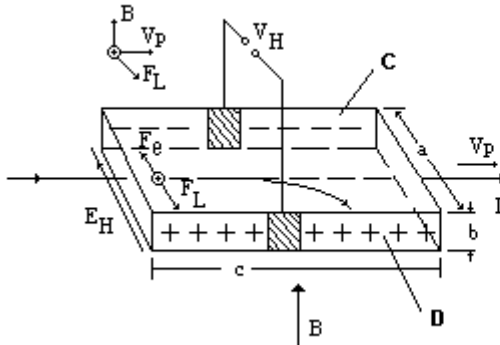
(19)denkleminde görüldüğü gibi Hall potansiyeli boşlukların konsantrasyonu (p) ve örneğin kalınlığı (b) ile ters orantılıdır. (19) denklemi

$$V_H = R_H \frac{Bi}{b} \quad (20)$$

olarak yazılabilir. Hall sabiti R_H

$$R_H = \frac{1}{pe} \quad (21)$$

ile verilir.



Şekil-4. P Tipi Tanıletkente Hall olayı

Görüldüğü gibi yariletkente Hall sabitinin işareti çoğunluk yük taşıyıcılarının işareti

ile belirlenir: (-) işareti n tipi yarıiletkenliği ve (+) işareti p tipi yarıiletkenliği göstermektedir.

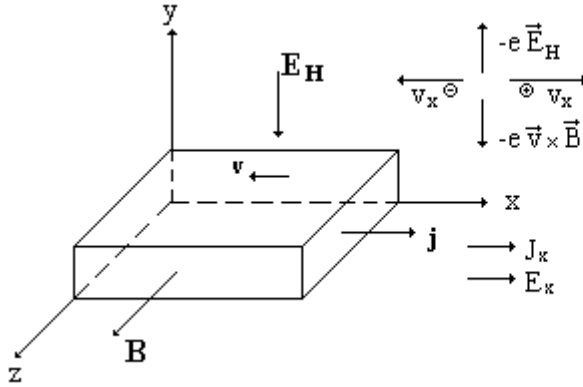
Hall geriliminin çıkarılışında yük taşıyıcılarının hızı, ortalama hız olarak kabul edilmiştir. Gerçekte, elektron ve boşlukların hızla bağlı olan dağılım fonksiyonunu hesaba katmak lazımdır. Bundan başka, Hall gerilimi ve Hall sabiti ifadelerinde yük taşıyıcılarının yansıma mekanizmalarıda göz önüne alınmamıştır. Bu faktörler hesaba katıldığında Hall sabitinin daha doğru ifadesi

$$R_H = \frac{A}{pe} \quad (22)$$

$$R_H = -\frac{A}{ne} \quad (23)$$

şeklinde verilir. Burada A Hall faktörüdür. A'nın değerleri yük taşıyıcılarının yansıma mekanizması ile bağlıdır, 1 ve 2 arasında değişmektedir: yük taşıyıcılarının katkı iyonları ile yansımasında (düşük sıcaklıklarda) $A = 1.93$; örgü atomlarının ısısal titreşim ile yansımasında (yüksek sıcaklıklarda) $A = 1.18$; yozlaşmış yarıiletkenlerde ve metallerde $A = 1$ dir.

1.2.3. Asal Davranışta Hall Olayı



Şekil-5. Asal davranışta hall olayı.

Asal davranışta (yani hem n tipi hem de p tipi iletkenlik için) hem elektron hem de boşlukların özellikleri için içine girer. Elektrik ve magnetik alan altında yarıiletkende elektron ve boşluklar için hareket denklemleri:

$$m_e \left(\frac{d\vec{v}_e}{dt} + \frac{\vec{v}_e}{\tau_e} \right) = -e\vec{E} - e\vec{v}_e \times \vec{B} \quad (24)$$

$$m_b \left(\frac{d\vec{v}_b}{dt} + \frac{\vec{v}_b}{\tau_b} \right) = e\vec{E} + e\vec{v}_b \times \vec{B} \quad (25)$$

şeklindedir. Bu denklemlerde τ relaksasyon zamanıdır (çarpışmalar arası ortalama zaman). Denge durumunda hareket denklemlerinin çözümü:

$$\vec{v}_e = - \frac{e\tau_e}{m_e} (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) = - \mu_e (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) \quad (26)$$

$$\vec{v}_b = \frac{e\tau_b}{m_b} (\vec{E} + \vec{v}_b \times \vec{B}) = \mu_b (\vec{E} + \vec{v}_b \times \vec{B}) \quad (27)$$

şeklindedir. Akım yoğunlukları,

$$\vec{j} = - ne \vec{v}_e + pe \vec{v}_b \quad (28)$$

olarak bulunur. Bu denklemde hız değerlerini yerine koyarsak;

$$\vec{j} = ne \mu_e (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) + pe \mu_b (\vec{E} + \vec{v}_b \times \vec{B}) \quad (29)$$

olur. Sınır şartlarından $\vec{j}_y = 0$ (boşluk ve elektron akımları eşit ve zıt yönlü) olur.

Akım taşıyıcılarının hız vektörlerinin y bileşeninin B'ye lineer bağımlı olduğunu varsayabilmemiz için B'nin yüksek değerlere çıkmaması gerekir.

Eğer B yüksek değilse akım yoğunluğu ifadesinden,

$$j_x = e E_x (n \mu_e + p \mu_b) \quad (30)$$

$$\vec{j}_y = e E_y (n \mu_e + p \mu_b) - e B_z (n \mu_e v_{ex} + p \mu_b v_{bx}) \quad (31)$$

$$= e E_y (n \mu_e + p \mu_b) + e B_z E_x (n \mu_e^2 - p \mu_b^2)$$

$$= 0 \quad (\text{denge durumunda})$$

Buradan (30) denkleminde E_x 'i çekip (31) numaralı denklemde yerine koyarsak;

$$E_y = - \frac{j_x B_z (n \mu_e^2 - p \mu_b^2)}{e (n \mu_e + p \mu_b)^2} \quad (32)$$

Yukarıdaki eşitlikte,

$$-\frac{n\mu_e^2 - p\mu_b^2}{e(n\mu_e + p\mu_b)^2} \quad (33)$$

ifadesi R_H Hall katsayısına karşılık gelir. Buradan,

$$E_y = R_H j_x B_z \quad (34)$$

ifadesi (3) denklemine benzer şekilde ortaya çıkar.

(33)denklemini $n \gg p$ durumunda (11) nolu denkleme, $p \gg n$ durumunda (21) nolu denkleme dönüşür. $n = p = n_i$ durumunda ise denklem

$$R_H = \frac{\mu_p - \mu_e}{e\eta(\mu_p + \mu_n)} \quad (35)$$

halini alır.

Burada önemli bir sonuç ortaya çıkar. Hall katsayısının işaretini mobiliteleri yeteri kadar yüksek ise azınlık taşıyıcıları belirler.

1.3. Ettinghausen Olayı

y doğrultusundaki elektron ve boşluk akımlarını (eşit büyüklükte ve zıt yönlü) göz önüne alalım.

$$j_{ey} = -j_{by} = n\mu_e e(E_y + \mu_e E_x B_z) \quad (36)$$

$$= n\mu_e e E_x B_z \left(\frac{p\mu_b^2 - n\mu_e^2}{p\mu_b + n\mu_e} + \mu_e \right)$$

$$j_{ey} = j_x B_z (\mu_e + \mu_b) \frac{\sigma_e \sigma_b}{(\sigma_e + \sigma_b)^2} \quad (37)$$

Burada $\sigma_e = nq\mu_e$ ve $\sigma_b = pq\mu_b$ dir.

Son denklem elektronların ve boşlukların (-) y doğrultusunda kararlı aktığını gösterir. $\sigma_e \cong \sigma_b$ ise akım en yüksek değerlere ulaşır.

Bu durum numunenin bir yüzeyinde (y doğrultusuna dik yüzeyler) elektron-boşluk çiftlerinin oluştuğunu, dolayısı ile bu yüzeyde enerji absorblandığını ve diğer yüzeyde ise elektron-boşluk çiftlerinin yok olduğunu yani birleştiklerini, dolayısı ile bu yüzeylerde de enerji açığa çıktığını anlatır.

Bu olayın sonucu olarak, bu iki yüzey arasında bir sıcaklık gradyenti ortaya çıkar. Bu olay “Ettinghausen olayı” olarak bilinir. Böyle bir olayın gözlenmesi bize her iki tip akım taşıyıcısının da işin içinde olduğunu gösterir.

1.4. Magnetoresistant Olayı

Yüksek magnetik alan değerlerinde, akım doğrultusunda gözlenen direnç magnetik alanın büyüklüğüne bağlı olarak değişir. Bu olay “Magnetoresistans” olayı olarak adlandırılır ve çok yüksek olmayan değerler için magnetik alanla kuadratik olarak değişir.