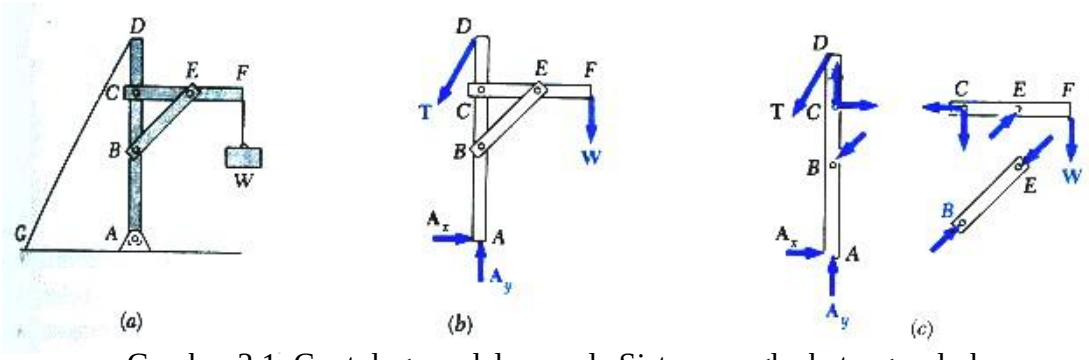
BAB III
ANALISIS STRUKTUR

Persoalan yang dibahas dalam mata kuliah prasyarat terdahulu adalah mengenai kesetimbangan suatu benda tegar dan semua gaya yang terlibat merupakan gaya luar terhadap benda tegar tersebut. Sekarang kita akan meninjau persoalan yang menyangkut kesetimbangan struktur yang terdiri dari beberapa bagian batang yang bersambungan. Persoalan semacam ini bukan saja memerlukan penentuan gaya luar yang beraksi pada struktur tetapi juga penentuan gaya yang mengikat bersama berbagai bagian struktur itu. Dari sudut pandang struktur sebagai keseluruhan, gaya ini merupakan gaya dalam.

Sebagai contoh, tinjau sistem yang diperlihatkan pada gambar 3.1(a) yang membawa beban w. Sistem ini terdiri dari batang balok AD, CF, dan BE yang disambung pada pin tak bergesekan, sistem tersebut didukung oleh pin di A dan kabel DG. Diagram benda bebas dari sistem tersebut digambarkan pada gambar 3.1(b) Gaya luar yang terdapat pada sistem tersebut adalah berat w, kedua komponen A_x dan A_y dari reaksi di A, dan gaya T yang ditimbulkan oleh kabel di D. Jika sistem itu diuraikan dan diagram benda bebas untuk masing-masing komponen dibuat, maka akan terdapat gaya dalam yang mengikat sambungan-sambungan batang kerangka sistem. (gambar 3.1(c))

Perlu diperhatikan bahwa gaya yang ditimbulkan di B oleh bagian BE pada bagian AD sudah dinyatakan sebagai gaya yang sama besar dan berlawanan arah dengan gaya yang timbul pada titik yang sama oleh bagian AD pada bagian BE. Demikian juga gaya yang ditimbulkan di E oleh BE pada CF telah diperlihatkan sama dan berlawanan arah dengan gaya yang ditimbulkan oleh CF pada BE. Dan komponen gaya yang ditimbulkan di C oleh CF pada AD ditunjukkan sama dan berlawanan arah dengan komponen gaya yang ditimbulkan oleh AD pada CF.



Gambar 3.1. Contoh gaya dalam pada Sistem rangka batang sederhana

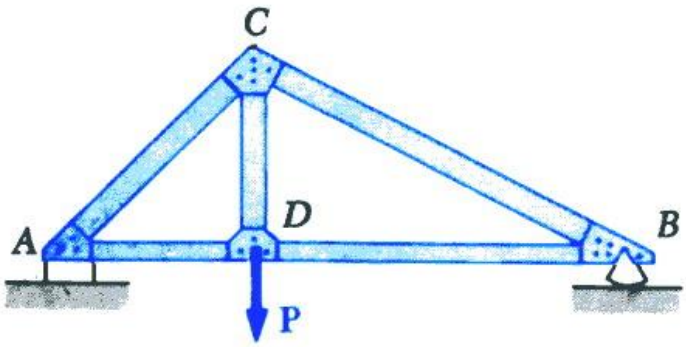
Dalam bab ini dan bab berikutnya, kita akan meninjau tiga bagian besar struktur teknik, yaitu :

1. Rangka batang (*truss*) yang dirancang untuk menumpu beban dan biasanya berupa struktur yang dikekang penuh dan stasioner. Rangka batang terdiri dari batang-batang lurus yang berhubungan pada titik-titik kumpul yang terletak di ujung-ujung setiap batang.
2. Portal (*frame*) yang juga dirancang untuk menumpu beban dan biasanya juga berupa struktur yang dikekang penuh dan stasioner. Namun, portal selalu terdiri dari paling kurang satu batang dengan pelbagai gaya, yaitu batang yang mengalami tiga atau lebih gaya yang umumnya tidak searah.
3. Mesin yang dirancang untuk menyalurkan dan mengubah gaya-gaya dan merupakan struktur yang terdiri dari bagian-bagian yang bergerak. Mesin, seperti portal, selalu terdiri dari paling sedikit satu batang dengan pelbagai gaya.

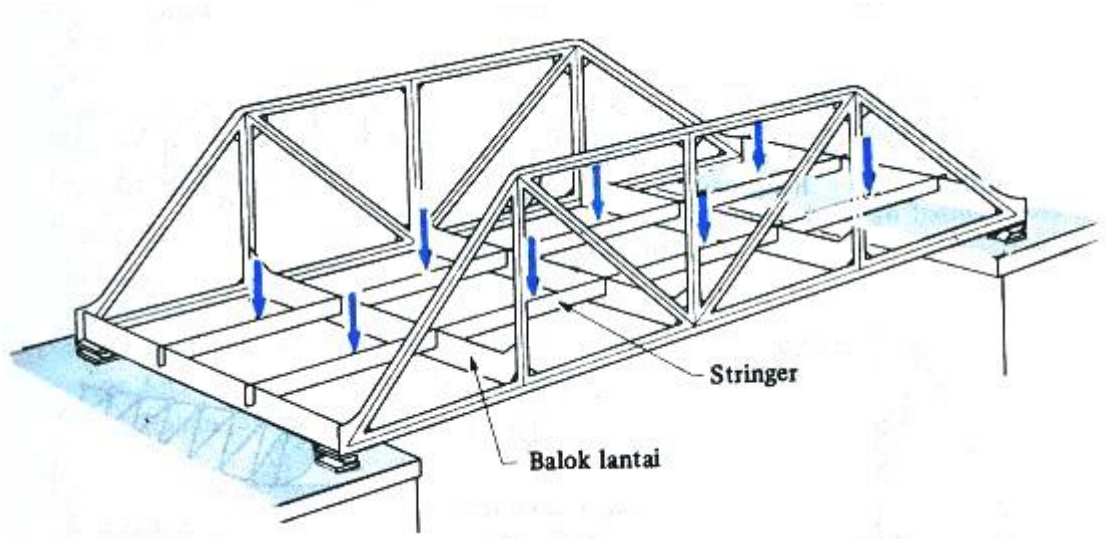
A. *TRUSS* (RANGKA BATANG)

1. DEFINISI RANGKA BATANG (*TRUSS*)

Truss (penunjang) merupakan salah satu jenis umum dari struktur teknik. *Truss* terdiri dari bagian berbentuk lurus dan sambungan (sendi) penghubung. Bagian-bagian *truss* dihubungkan pada ujung-ujungnya saja dengan memakai sambungan paku keling atau las atau memakai pin. Contoh *truss* sederhana diperlihatkan pada gambar 3.2 dan 3.3 berikut.

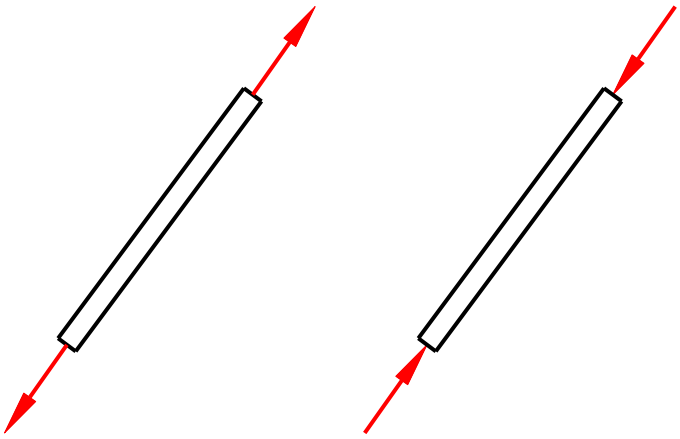


Gambar 3.2. Contoh Truss



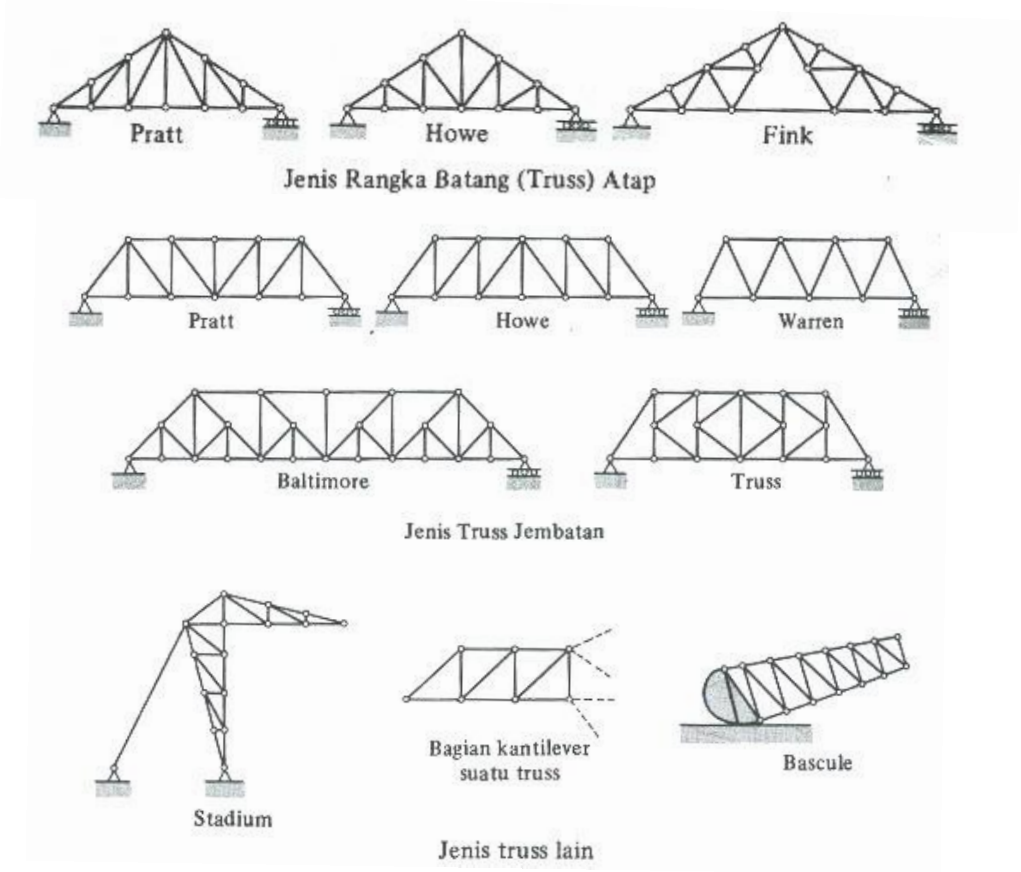
Gambar 3.3. Contoh Truss Jembatan

Batang-batang penyusun *truss* dapat mengalami aksi gaya tarik atau gaya tekan seperti ditunjukkan pada gambar 3.4.



Gambar 3.4. Gaya tarik dan tekan

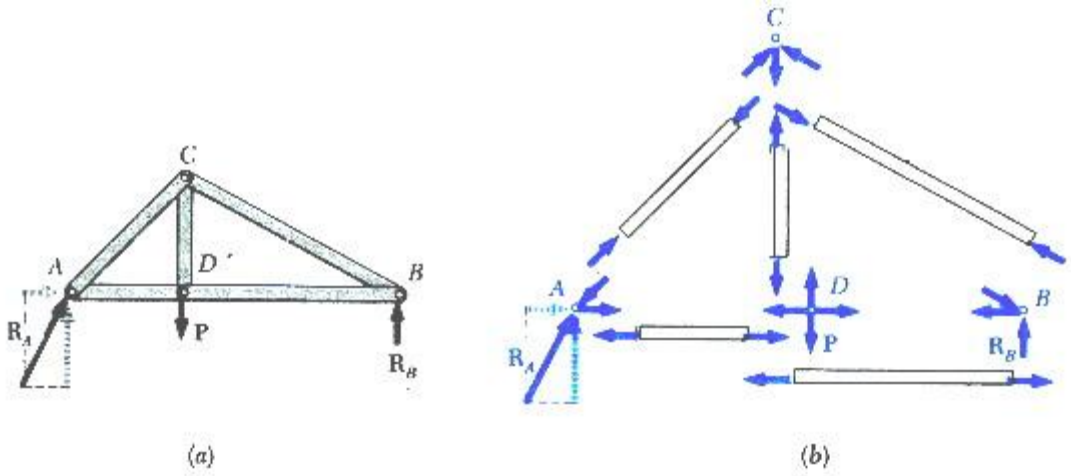
Beberapa jenis *truss* diperlihatkan pada gambar 3.5.



Gambar 3.5. Contoh truss

B. ANALISA RANGKA BATANG DENGAN METODE SAMBUNGAN

Truss dapat dipandang sebagai kelompok pin dan bagian dua-gaya. *Truss* dalam gambar 3.2, diagram benda bebasnya diperlihat pada gambar 3.6(a). Gaya-gaya tersebut dapat diuraikan lagi menjadi bagian-bagian batang penyusun *truss*nya seperti diperlihatkan pada gambar 3.6(b).



Gambar 3.6. Penguraian gaya dalam

Karena keseluruhan *truss* dalam keseimbangan, maka setiap pin harus dalam keseimbangan pula.

Ketika kita menggunakan metode sambungan maka kita harus menggambar diagram benda bebas masing-masing sambungan sebelum menerapkan persamaan kesetimbangan. Konsep pada metode sambungan adalah sebagai berikut :

1. Selalu asumsikan gaya yang tidak diketahui nilainya yang bekerja pada sambungan dalam keadaan tarik. Jika ini dilakukan, maka solusi numerik dari persamaan kesetimbangan akan menghasilkan nilai positif bagi batang yang berada pada kondisi tarik (tension) dan nilai negatif bagi batang yang berada pada kondisi desak (kompresi). Setelah gaya batang yang tidak diketahui ditemukan, gunakan besar dan arahnya yang benar (T atau C) pada diagram benda bebas untuk menganalisa sambungan berikutnya.
2. Penentuan arah yang benar dari suatu gaya yang belum diketahui kadangkala harus dilakukan dengan menggunakan cara inspeksi atau pengecekan. Untuk kasus yang lebih kompleks, penentuan arah gaya dilakukan dengan

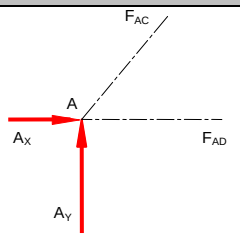
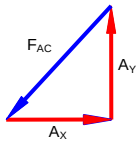
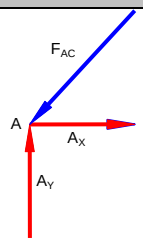
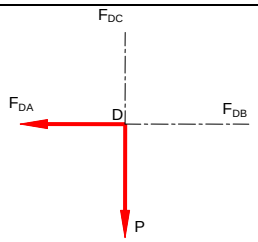
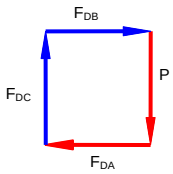
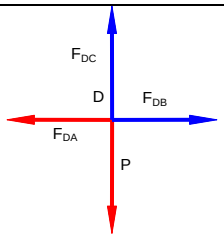
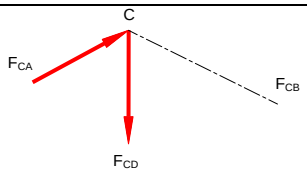
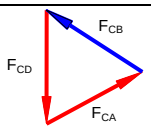
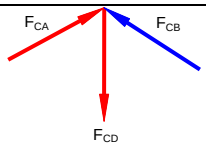
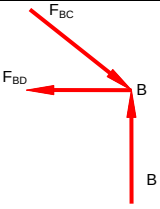
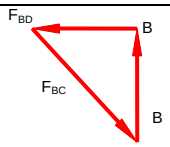
menggunakan asumsi. Kemudian setelah menerapkan persamaan kesetimbangan, asumsi arah yang kita ambil akan diverifikasi dengan hasil perhitungan. Jawaban positif menunjukkan asumsi arah yang kita ambil benar, jawaban negatif menunjukkan asumsi arah yang kita ambil harus dibalik.

Prosedur berikut menyediakan sarana untuk menganalisis *truss* menggunakan metode sambungan :

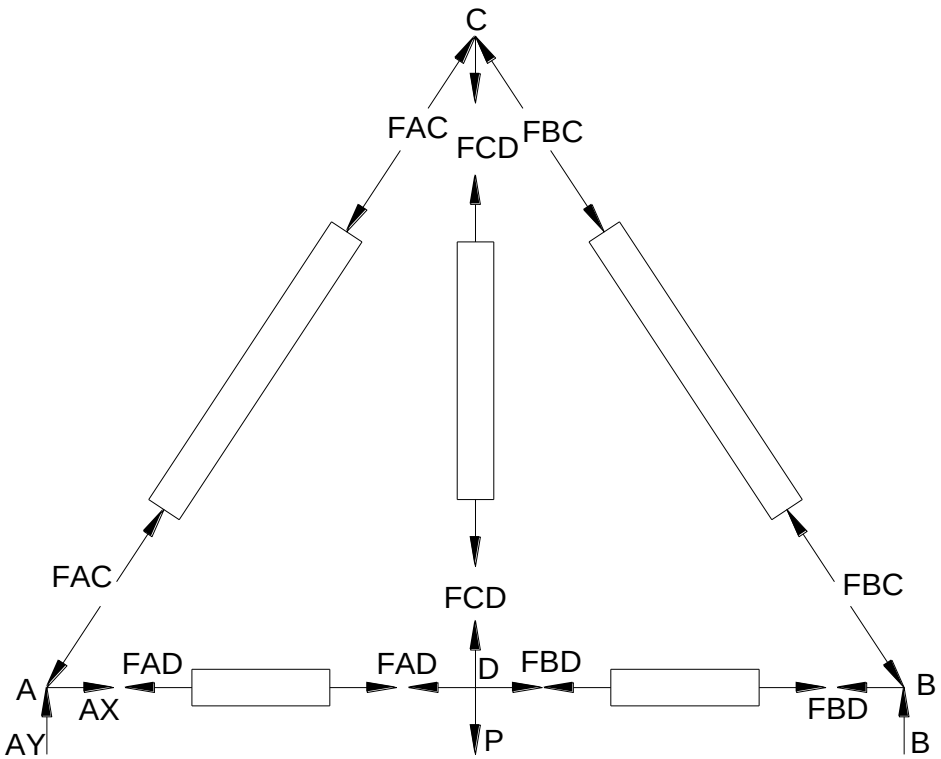
- Gambarkan diagram benda bebas untuk pada sambungan yang memiliki setidaknya satu gaya yang diketahui nilainya dan paling banyak dua gaya yang tidak diketahui nilainya. (Jika sambungan tersebut terletak di salah satu tumpuan *truss*, mungkin perlu untuk menghitung reaksi eksternal di tumpuan tersebut dengan menggambar diagram benda bebas dari keseluruhan *truss*).
- Gunakan salah satu dari dua konsep tentang metode sambungan yang telah dijelaskan sebelumnya untuk menentukan jenis dari gaya yang tidak diketahui.
- Sumbu x dan y harus berorientasi bahwa gaya-gaya pada diagram benda bebas dapat dengan mudah diuraikan menjadi komponen-komponen x dan y. Terapkan persamaan kesetimbangan dua gaya $\Sigma F_X = 0$ dan $\Sigma F_Y = 0$, selesaikan anggota gaya yang tidak diketahui, dan verifikasi benar arah mereka yang benar.
- Lanjutkan untuk menganalisa sambungan yang lain, di mana perlu untuk memilih lagi sambungan yang memiliki paling banyak dua gaya yang tidak diketahui dan paling sedikit satu gaya yang diketahui.
- Satu gaya yang telah diselesaikan dari analisis pada salah satu ujung tumpuan, hasilnya dapat digunakan untuk menganalisa gaya-gaya lain yang bekerja pada sambungan ujung yang lain. Ingat, batang dalam keadaam kompresi akan menekan pada sambungan dan batang dalam keadaan tension akan menarik pada sambungan.

Sebagai contoh, kita akan menganalisis *truss* pada gambar 3.6 dengan meninjau keseimbangan masing-masing pin secara berturut-turut. Diagram benda bebas dan polygon gaya ditabelkan pada tabel 3.1 berikut ini.

Tabel 3.1. Tabel gaya dalam

	Diagram benda bebas	Poligon gaya	Garis kerja gaya
Sambungan A			
Sambungan D			
Sambungan C			
Sambungan B			

Dari tabel 3.1 dapat digambarkan secara lengkap gaya-gaya yang timbul pada tiap ujung batang penyusun *truss* seperti terlihat pada gambar 3.7.



Gambar 3.7. Hasil penguraian gaya dalam

Sehingga dapat disimpulkan bahwa :

Batang AD mengalami tarik

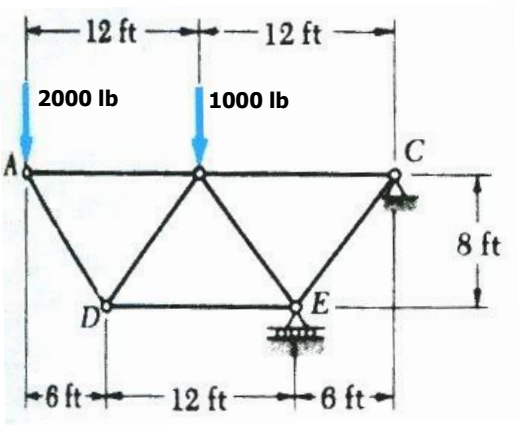
Batang BD mengalami tarik

Batang AC mengalami tekan

Batang BC mengalami tekan

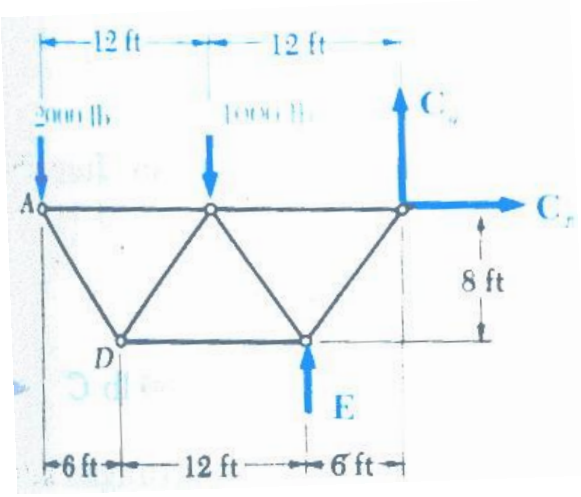
Batang CD mengalami tarik

Contoh 1.



Dengan menggunakan metode sambungan, tentukan gaya pada masing-masing bagian batang dari rangka batang (*truss*) yang terlihat pada gambar

Penyelesaian :

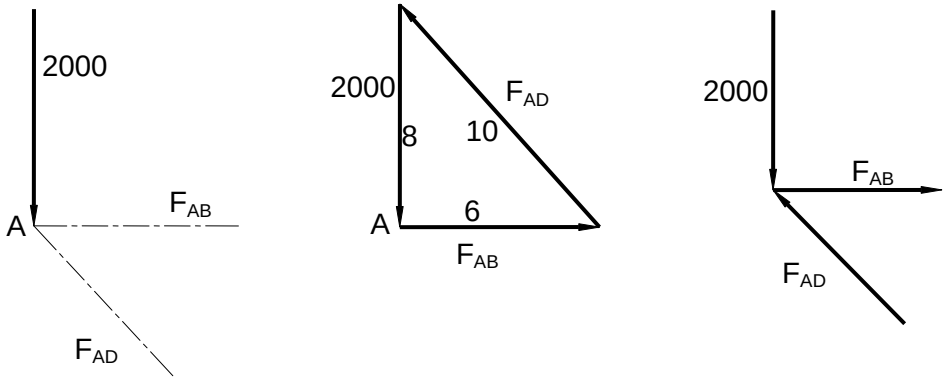


Keseimbangan seluruh rangka batang:
$\Sigma F_x = 0$
$C_x = 0$

$\Sigma M_C = 0$
(E x 6) – (1000 x 12) – (2000 x 24) = 0
6E = 60000
E = 10000 lb (ke atas)

$\Sigma F_y = 0$
E + C_y – 2000 – 1000 = 0
10000 + C_y – 3000 = 0
C_y = - 7000 lb
= 7000 lb (ke bawah)

Sambungan A:

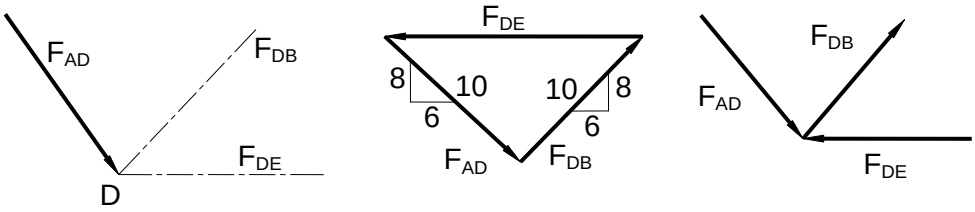


$F_{AD} : 2000 = 10 : 8$ $F_{AB} : 2000 = 6 : 8$

$8F_{AD} = 20000$ $8F_{AB} = 12000$

F_{AD} = 2500 lb (tekan) **F_{AB} = 1500 lb (tarik)**

Sambungan D:



$F_{AD} : F_{DE} = 10 : 12$ $F_{AD} : F_{DB} = 10 : 10$

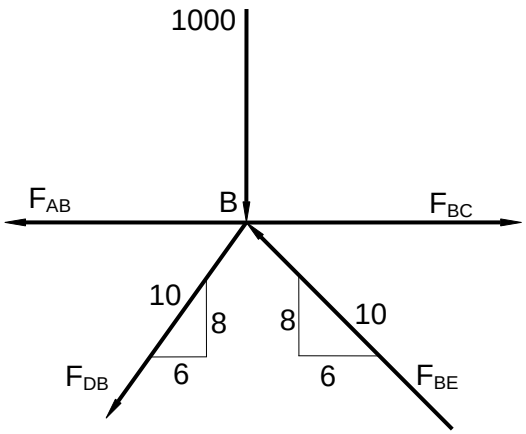
$2500 : F_{DE} = 10 : 12$ $2500 : F_{DB} = 10 : 10$

$10F_{DE} = 30000$ **F_{DB} = 2500 lb (tarik)**

F_{DE} = 3000 lb (tekan)

Sambungan B:

Diasumsikan bahwa gaya F_{BC} menjauhi titik B dan F_{BE} menuju titik sambungan B



$\Sigma F_x = 0$

$$F_{BC} - F_{AB} - (F_{BE} \text{ x } \frac{6}{10}) - (F_{DB} \text{ x } \frac{6}{10}) = 0$$

$$F_{BC} - (F_{BE} \text{ x } \frac{6}{10}) = 1500 + (2500 \text{ x } \frac{6}{10})$$

$$F_{BC} - (F_{BE} \text{ x } \frac{6}{10}) = 3000 \qquad (1)$$

$\Sigma F_y = 0$

$$(F_{BE} \text{ x } \frac{8}{10}) - (F_{DB} \text{ x } \frac{8}{10}) - 1000 = 0$$

$$(F_{BE} \text{ x } \frac{8}{10}) = 1000 + (2500 \text{ x } \frac{8}{10})$$

$$(F_{BE} \text{ x } \frac{8}{10}) = 3000$$

F_{BE} = 3750 lb (positif berarti asumsi arah gaya yang kita ambil benar)

= 3750 lb (tekan)

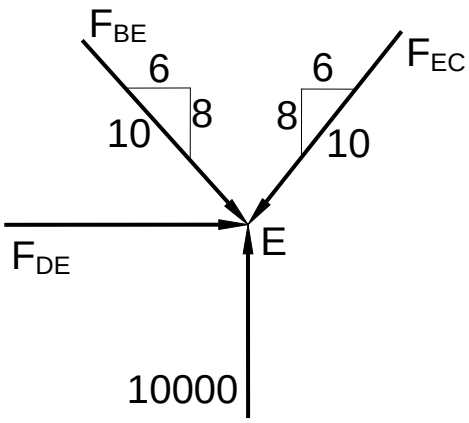
masukkan ke persamaan (1) :

$$F_{BC} = 3000 + (3750 \text{ x } \frac{6}{10}) = 5250 \text{ lb (positif berarti asumsi benar)}$$

= 5250 lb (tarik)

Sambungan E:

Diasumsikan arah F_{EC} menuju titik sambungan E



$\Sigma F_x = 0$

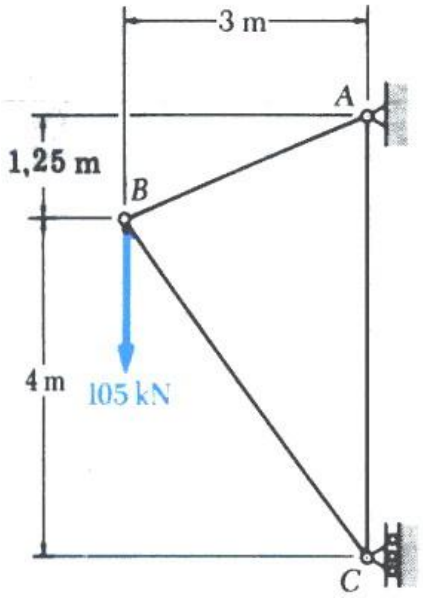
$(F_{BE} \times \frac{6}{10}) + F_{DE} - (F_{EC} \times \frac{6}{10}) = 0$

$(F_{EC} \times \frac{6}{10}) = (3750 \times \frac{6}{10}) + 3000 = 5250$

F_{EC} = 8750 lb (positif berarti arah gaya yang diasumsikan benar)

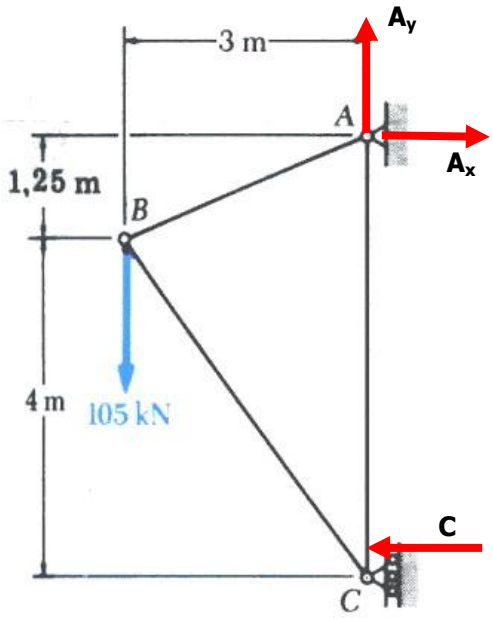
F_{EC} = 8750 lb(tekan)

Contoh 2.



Dengan menggunakan metode sambungan, tentukan gayadalam masing-masing bagian batang *truss* yang terlihat pada gambar.Nyatakan apakah masing-masing dalam keadaan tarik atau desak.

Penyelesaian :



$\Sigma M_A = 0$

$(C \times 5{,}25) - (105 \times 3) = 0$

$C = 60$ kN

$\Sigma F_x = 0$

$A_x - C = 0$

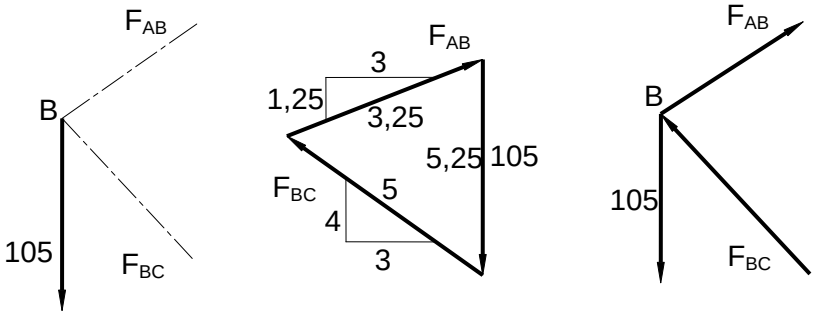
$A_x = 60$ kN

$\Sigma F_y = 0$

$A_y - 105 = 0$

$A_y = 105$ kN

Sambungan B :



$105 : F_{AB} = 5{,}25 : 3{,}25$

$5{,}25F_{AB} = 341{,}25$

$F_{AB} = 65$ kN (tarik)

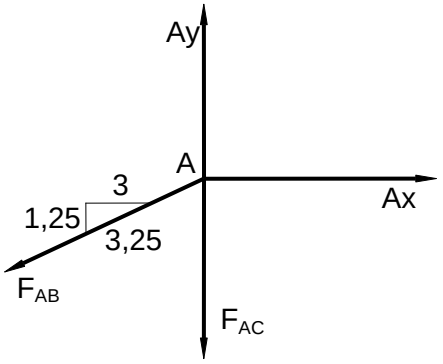
$105 : F_{BC} = 5{,}25 : 5$

$5{,}25F_{BC} = 525$

$F_{BC} = 100$ kN (desak)

Sambungan A:

Asumsi : arah F_{AC} diambil menjauhi titik A



$\Sigma F_y = 0$

$A_y - F_{AC} - (F_{AB} \times \frac{1,25}{3,25}) = 0$

$105 - (65 \times \frac{1,25}{3,25}) = F_{AC}$

F_{AC} = 80 kN(positif berarti asumsi yang diambil benar)

F_{AC} = 80 kN (tarik)

C. ANALISA RANGKA BATANG DENGAN METODE PEMBAGIAN

Metode sambungan (sendi) sangat efektif bilamana harus menentukan semua gaya-gaya dalam suatu *truss*. Tetapi, bilamana hanya ingin mencari satu buah gaya saja atau hanya gaya-gaya pada bagian tertentu saja, maka metode lain yaitu metode pembagian, akan ternyata lebih efisien.

Sebagai contoh kita ingin menentukan gaya dalam bagian BD dari *truss* yang diperlihatkan dalam gambar 3.8(a). Untuk mengerjakan ini, kita harus menggambarkan suatu garis yang membagi *truss* menjadi dua bagian yang terpotong sempurna, tetapi tidak memotong lebih dari tiga bagian. Tiga bagian *truss* tersebut salah satunya adalah bagian yang diinginkan. Kedua bagian dari *truss* yang diperoleh setelah pemotongan dipisahkan dan salah satunya digunakan untuk menyelesaikan persoalan kita.

Seperti pada metode sambungan, ada beberapa konsep yang dapat membantu kita dalam mengerjakan metode pembagian, yaitu :

1. Selalu asumsikan gaya yang tidak diketahui nilainya yang bekerja pada bagian yang dipotong dalam keadaan tarik. Jika ini dilakukan, maka solusi numerik dari persamaan kesetimbangan akan menghasilkan nilai positif bagi batang yang berada pada kondisi tarik (tension) dan nilai negatif bagi batang yang berada pada kondisi desak (kompresi).

2. Penentuan arah yang benar dari suatu gaya yang belum diketahui kadangkala harus dilakukan dengan menggunakan cara inspeksi atau pengecekan. Untuk kasus yang lebih kompleks, penentuan arah gaya dilakukan dengan menggunakan asumsi. Kemudian setelah menerapkan persamaan kesetimbangan, asumsi arah yang kita ambil akan diverifikasi dengan hasil perhitungan. Jawaban positif menunjukkan asumsi arah yang kita ambil benar, jawaban negatif menunjukkan asumsi arah yang kita ambil harus dibalik.

Prosedur berikut menyediakan sarana untuk menganalisis *truss* menggunakan metode pembagian :

Diagram benda bebas :

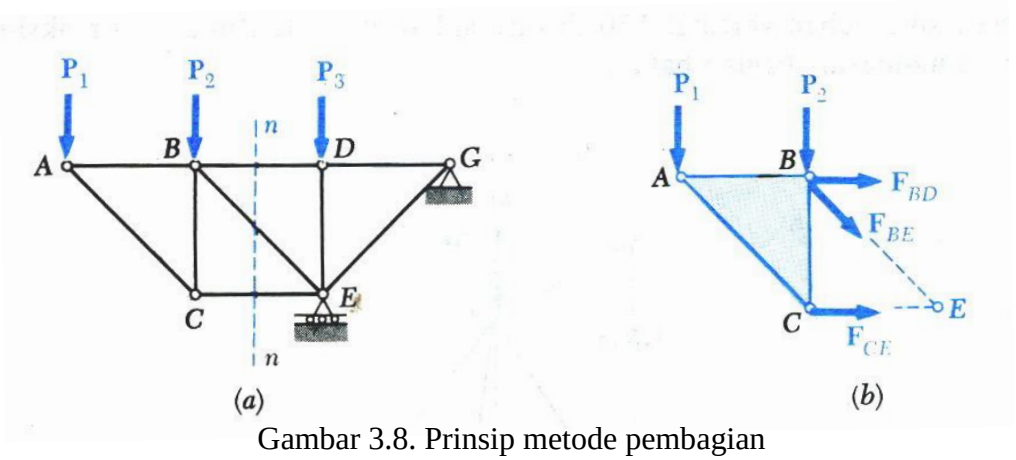
- Buat keputusan tentang bagaimana harus memotong truss yang melalui batang yang ingin dihitung besar gayanya.
- Sebelum mengisolasi bagian yang tepat, pertama kali mungkin diperlukan untuk menentukan reaksi eksternal truss, sehingga tiga persamaan kesetimbangan hanya digunakan untuk memecahkan gaya batang di bagian yang dipotong.
- Gambarkan diagram benda bebas dari bagian dari truss yang dipotong yang memiliki jumlah gaya paling sedikit.
- Gunakan salah satu dari dua konsep tentang metode sambungan yang telah dijelaskan sebelumnya untuk menentukan jenis dari gaya yang tidak diketahui.

Persamaan kesetimbangan :

- Momen harus dijumlahkan terhadap titik yang terletak di persimpangan dari garis-garis aksi dari dua gaya yang tidak diketahui, dengan cara ini, gaya ketiga yang tidak diketahui ditentukan langsung dari persamaan.
- Jika dua gaya yang tidak diketahui sejajar, gaya-gaya itu dapat kita jumlahkan secara tegak lurus terhadap arah gaya-gaya yang tidak diketahui ini untuk menentukan gaya ketiga yang tidak diketahui.

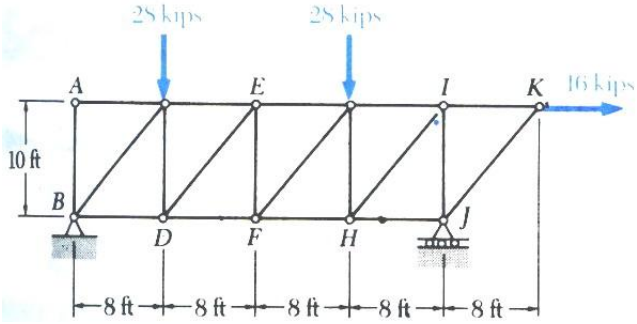
Dalam gambar 8(a). garis nn telah dilewatkan melalui bagian BD, BE, dan CE. Bagian ABC (sebelah kiri) dipilih untuk menyelesaikan persoalan ini (gambar 8(b)). Gaya yang beraksi pada bagian ABC adalah beban P_1 dan P_2 pada titik A dan B dan tiga gaya yang tidak diketahui F_{BD}, F_{BE}, dan F_{CE}. Karena belum

diketahui gaya-gaya tersebut berada dalam keadaan tegang atau tekan, maka diambil asumsi bahwa gaya-gaya tersebut dalam keadaan tegang.



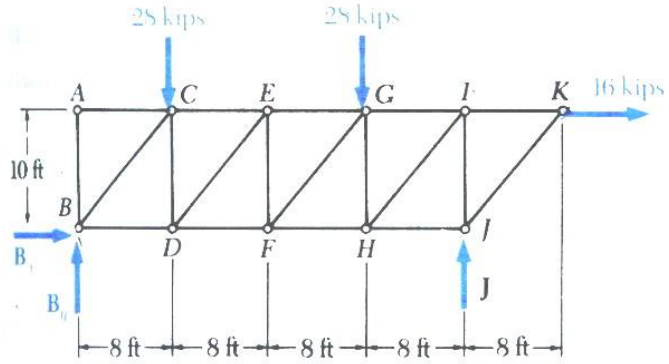
Gambar 3.8. Prinsip metode pembagian

Contoh 3.



Tentukan gaya pada bagian EF dan GI pada rangka batang (*truss*) seperti yang diperlihatkan pada gambar dengan metode pembagian

Penyelesaian :



Sebuah diagram benda bebas dari seluruh *truss* digambarkan; gaya-gaya luar yang beraksi pada benda bebas ini terdiri dari beban-beban terapan dan reaksi-reaksi pada B dan J.

Kesetimbangan seluruh rangka batang:

$\Sigma M_B = 0$

(28 x 8) + (28 x 24) + (16 x 10) – (32 x J) = 0

J = 33 kips.

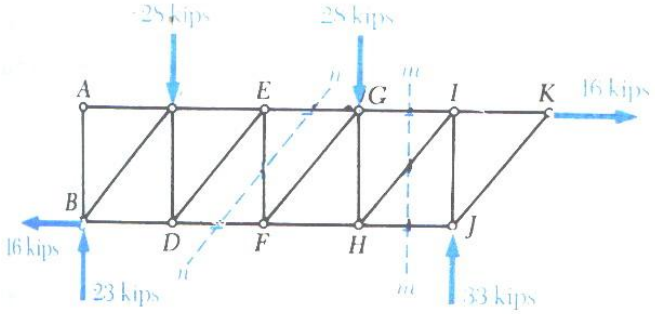
$\Sigma F_X = 0$ $\Sigma F_Y = 0$

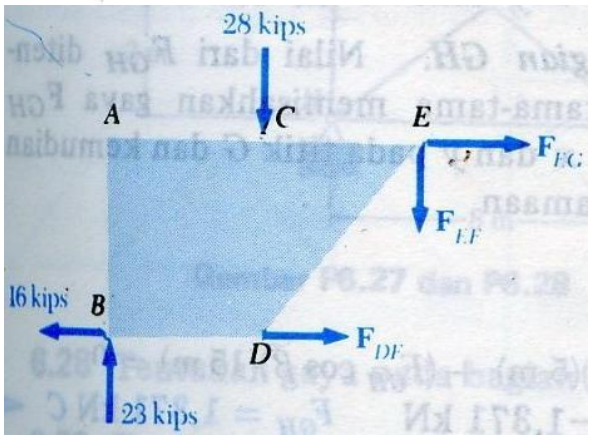
$B_X + 16 = 0$ $B_Y + 33 - 28 - 28 = 0$

$B_X = -16$ kips $B_Y = 23$ kips

= 16 kips (kiri)

Gaya pada bagian EF:





Garis nn dilewatkan melalui *truss* sehingga memotong bagian EF dan dua tambahan bagian.

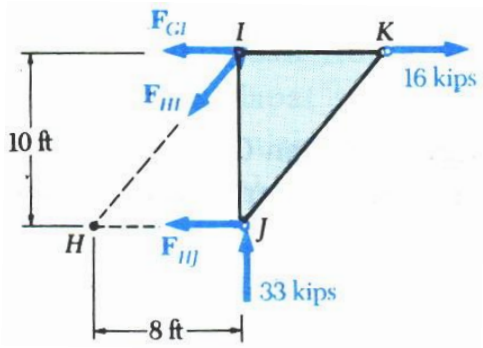
$\Sigma F_Y = 0$

$23 - 28 - F_{EF} = 0$

$F_{EF} = -5$ kips

$F_{EF} = 5$ kips (tekan)

Gaya pada bagian GI:



Garis mm dilewatkan melalui *truss* sehingga memotong bagian GI dan dua tambahan bagian.

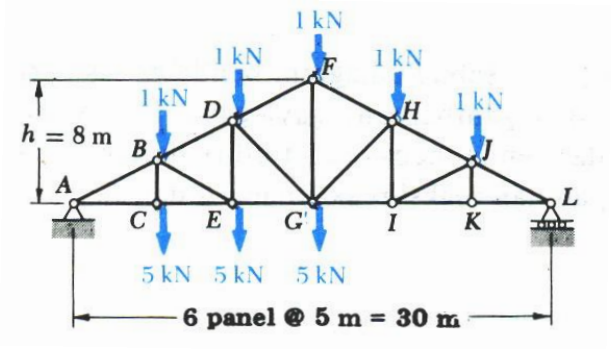
$\Sigma M_H = 0$

$(16 \times 10) - (33 \times 8) - (F_{GI} \times 10) = 0$

$F_{GI} = -10{,}4$ kips

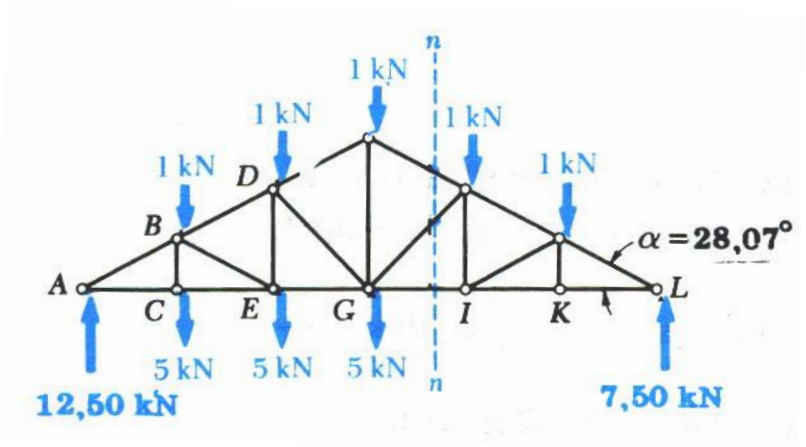
$F_{GI} = 10{,}4$ kips (tekan)

Contoh 4.



Tentukan gaya-gaya pada bagian FH, GH, dan GI dari rangka batang atap seperti yang diperlihatkan pada gambar menggunakan metode pembagian

Penyelesaian :



Kesetimbangan seluruh rangka batang:

$\Sigma M_A = 0$

(1 x 5) + (1 x 10) + (1 x 15) + (1 x 20) + (1x25) + (5 x 5) + (5 x 10) + (5 x 15) – (L x 30)= 0

J = 7,5 kN

$\Sigma F_X = 0$

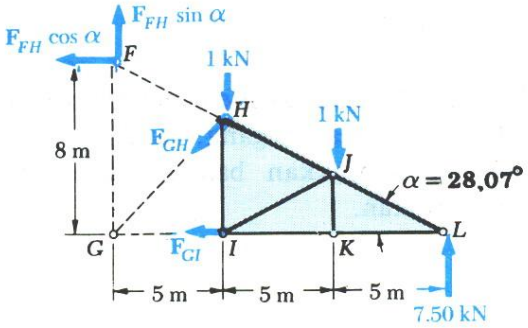
$A_X = 0$ kN

$\Sigma F_Y = 0$

$A_Y + 7{,}5 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 5 – 5 - 5 = 0$

$A_Y = 12{,}5$ kN

Gaya pada bagian FH:



Gaya F_{FH} digeser sampai ke titik F. Kemudian diuraikan menjadi komponen X dan Y

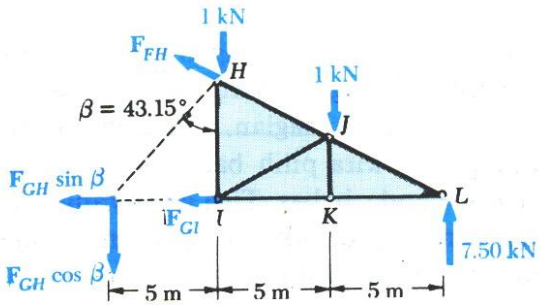
$\Sigma M_G = 0$

$(1 \times 5) + (1 \times 10) - (7{,}5 \times 15) - (F_{FH} \cos 28{,}07 \times 8) = 0$

$F_{FH} = -13{,}9$ kN

$F_{FH} = 13{,}9$ kN (tekan)

Gaya pada bagian GH:



Gaya F_{GH} digeser sampai ke titik G. Kemudian diuraikan menjadi komponen X dan Y

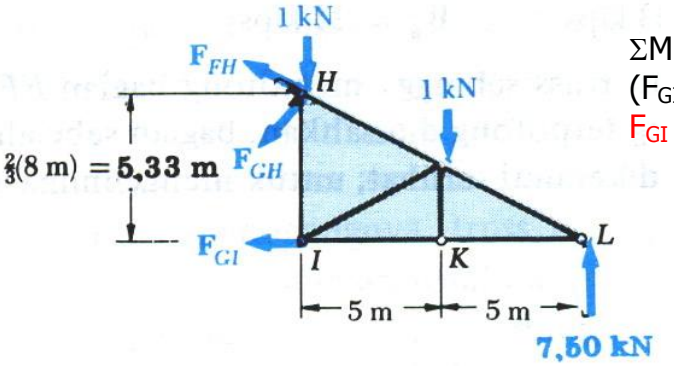
$\Sigma M_L = 0$

$-(1 \times 10) - (1 \times 5) - (F_{GH} \cos 43{,}15 \times 15) = 0$

$F_{GH} = -1{,}37$ kN

$F_{GH} = 1{,}37$ kN (tekan)

Gaya pada bagian GI:



$\Sigma M_H = 0$

$(F_{GI} \times 5{,}33) + (1 \times 5) - (7{,}5 \times 10) = 0$

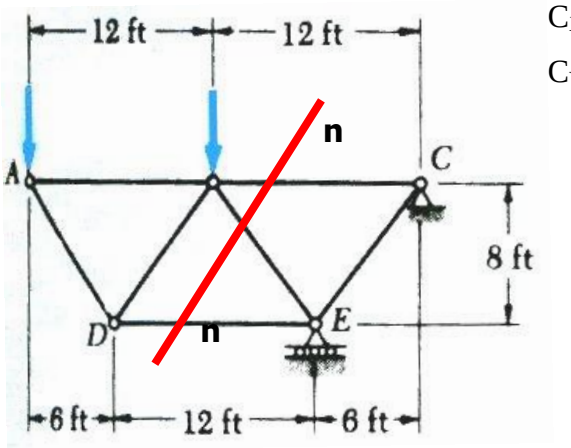
$F_{GI} = 13{,}13$ kN (tarik)

Contoh 5.

Rangka batang pada contoh 1, Tentukan gaya-gaya pada bagian BC, BE, dan DE dengan metode pembagian.

Penyelesaian :

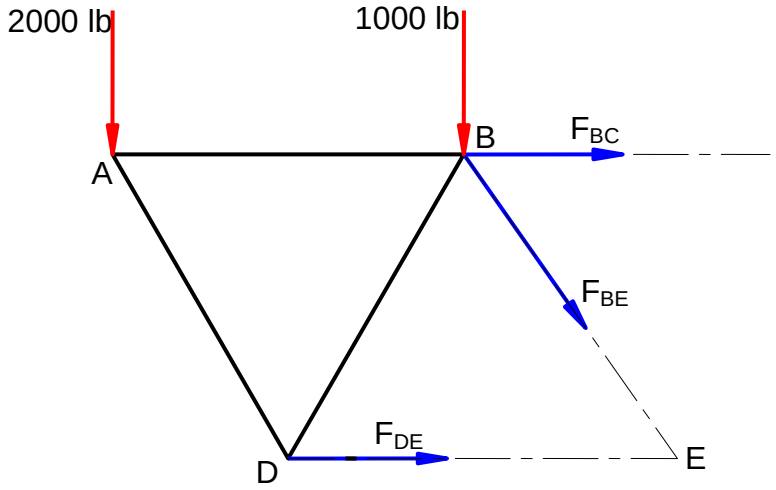
Telah dihitung pada contoh 1 : E = 10000 lb (ke atas)



$C_X = 0$

$C_Y = 7000$ lb (ke bawah)

Kita lewatkan garis nn memotong bagian BC, BE, dan DE. Gunakan bagian kiri (segitiga ABD) untuk menghitung F_{BC}, F_{BE}, dan F_{CE}.



Gaya pada bagian BC:

$\Sigma M_E = 0$

$(F_{BC} \times 8) - (1000 \times 6) - (2000 \times 18) = 0$

$F_{BC} = 5250$ lb (tarik)

Gaya pada bagian DE:

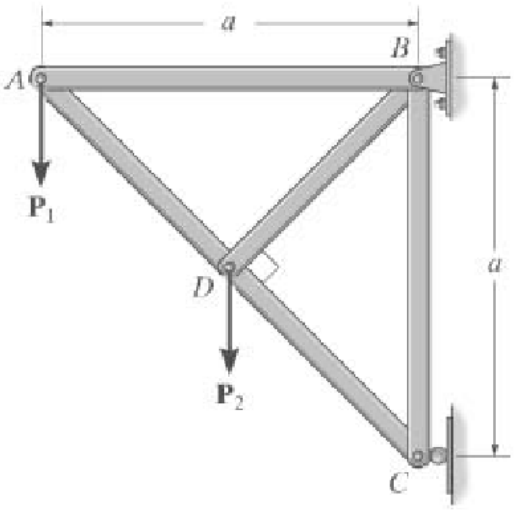
$\Sigma M_B = 0$
$-(F_{DE} \times 8) - (2000 \times 12) = 0$
$F_{DE} = -3000$ lb
$= 3000$ lb (desak)

Gaya pada bagian BE:

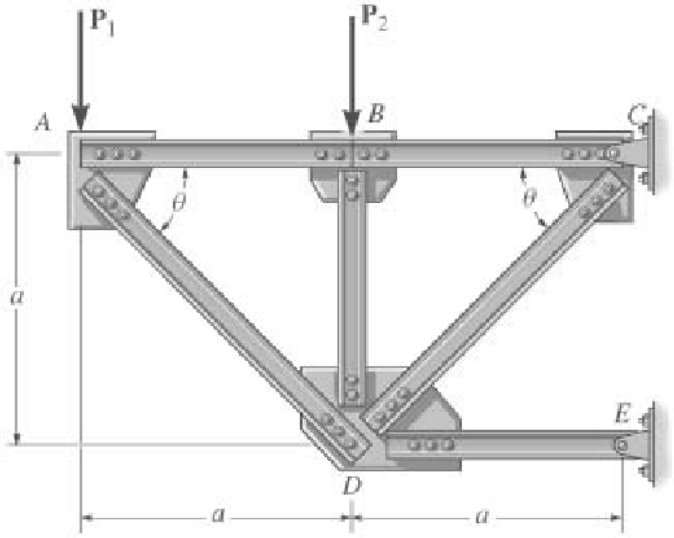
Uraikan F_{BE} menjadi komponen X dan Y.
$\Sigma F_Y = 0$
$- F_{BE} \sin \theta - 1000 - 2000 = 0$
$F_{DE} = -3750$ lb
$= 3750$ lb (desak)

LATIHAN

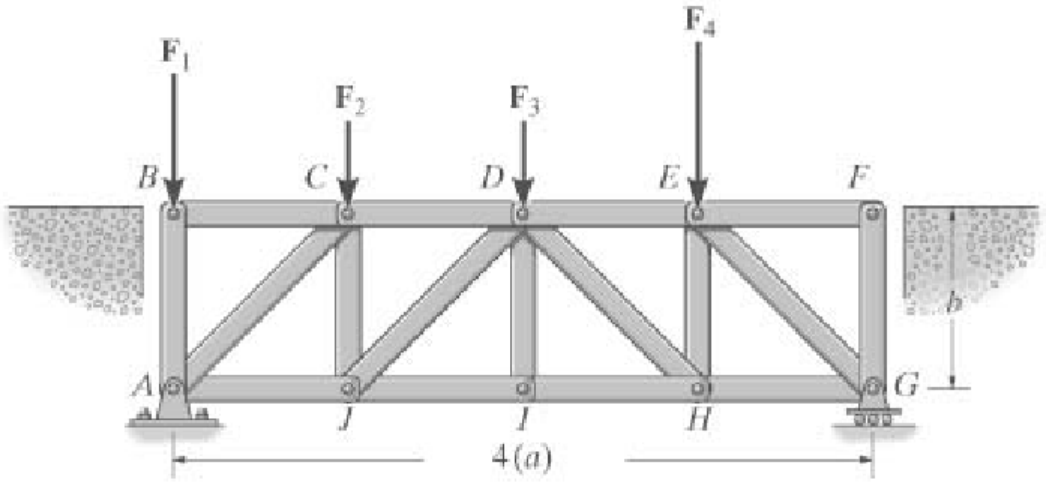
1. Determine the force in each member of the truss and state if the members are in tension or compression. Given $P_1 = 7$ kN and $P_2 = 7$kN.



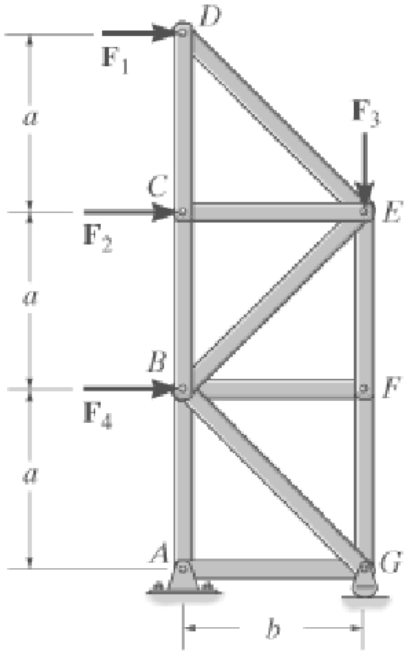
2. The truss, used to support a balcony, is subjected to the loading shown. Approximate each joint as a pin and determine the force in each member. State whether the members are in tension or compression. Set P_1 = 600 lb, P_2 = 400 lb, a = 4 ft, and θ = 45°.



3. The Howe Bridge truss is subjected to the loading shown. Determine the force in members DE, EH, and HG, and state if the members are in tension or compression. Given F_1 = 30 kN, F_2 = 20 kN, F_3 = 20 kN, F_4 =40 kN, a = 4 m, and b = 4 m.



4. Determine the force in members BE, EF, and CB, and state if the members are in tension or compression. Set F_1 = 5 kN, F_2 = 10 kN, F_3 = 5 kN, F_4 = 10 kN, a = 4 m and b = 4 m.



5. The Pratt Bridge truss is subjected to the loading shown. Determine the force in members LD, LK, CD, and KD, and state if the members are in tension or compression. Given F_1 = 50 kN, F_2 = 50 kN, F_3 = 50 kN, a = 4 m and b = 3m.

