JI'OMEETRII JABOO FI ISFIIRII

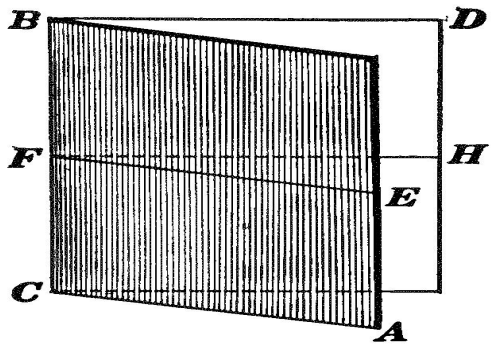
KOODII KOORSICHAA: *MATH312*

KIREEDIT HAAWORII: 2

1. **Kofoota Diheediraalii (Dihedral Angles)fi Kofoota Jaboo(Solid Angles)**

a. Kofoota Diheediraalii

Hiikoo: Kofti Diheediraalii kofa diriiroowwan sarara irratti wal-qaxxaamurn lama gidduutti uumamu dha. Diriiroowwan lamaan kun fuulota kofa kanaa jedhamu. Akkasumas sararri diriiroowwan lamaan kun irratti wal-qaxxaamuran qarqara kofa kanaa jedhamu.



Danaa kana irraa akkuma hubatamu, diriiroowwan AB fi CD n sarara BC irratti kofa diheediraalii uumaniiru.Diriiroowwan AB fi CD n kofa kanaaf fuulota isaa yommuu ta'an sararri 'BC' n ammoo qarqara isaati. Kofti kun diriiroowwan AB fi CD tti gargaaramuun kofa AB-CD jedhamuun moggasamuu danda'a. Mallattoodhaan "$\angle AB-CD$" ta'a.Yookiin ammoo kofa kana tuqaa A diriiroo AB fi tuqaa D diriiroo CD irra jiranii fi sarara CB tti gargaaramuun kofa A-BC-D jedhamuun moggaasamuu danda'a. Mallattoodhaan "$\angle A-BC-D$" ta'a. Danaa olii irratti waan kofti diheediraalii biraa qarqarri isaa BC ta'e hin jirreef kofti kun kofa BC jedhamuun moggaasamuu danda'a. Mallattoodhaan "$\angle BC$" ta'a

Kofti diheediraalii kofa diriirootiin safarama. Kofti diriiroo kofa diheediraalii kofa xiyyaalee lama kan fuula adda addaa kofa diheediraalii irra jiraatanii tuqaa qarqara kofa diheediraalichaa

irra jiru irratti wal-quunnamaniin uumamu dha. Xiyyaaaleen lamaan kun qarqara kofa diheediraalii kanaaf parpeendiikulaarii ta'u.

Danaa armaan olii irraa akka hubatamutti, $\overrightarrow{FE}$ fi $\overrightarrow{FH}$ tuqaa F irratti $\overleftrightarrow{BC}$ dhaaf parpeendiikulaarii dha.kanaafuu "$\angle EFH$ "n kofa diriiroo kofa diheediraalii, $\angle A-BC-D$ ta'a.

Fakkeenya: Danaa 1.1 keessatti yoo $S(<EFH)=80^o$ yoo ta'e, $S(\angle A-BC-D)$ meeqa ta'a?

Deebii

Akkaataa hiikoo armaan olii irraa beekamutti, $S(\angle EFH)=S(\angle A-BC-D)$

Kanaafuu, $S(<EFH)=80^o$ ta'a.

Hubadhu: Safarri kofa diriiroo kofa diheediraalii tokkoo safara kofa diheediraalichaa wajjin wal-qixa.

Akkuma ji'oomeetirii diriiroo keessatti kofootni maqaa adda addaa qaban, kofootni diheediraaliitis maqaa adda addaa qabu. Isaanis: Kofa Diheediraalii Akiyuutii, Kofa Diheediraalii Obtiyuusii, Kofa Diheediraalii Sirrii, Kofoota Diheediraalii Waliin duubaa, Kofoota Diheediraalii Hirkoo fi Kofoota Diheediraalii Guuchisoo fa'aa dha.

Hub: A fi B'n kofoota djheediraalii lama yoo ta'an:

- Yoo S(<A) =90° ta'e, <A'n kofa diheediralii sirrii dha.
- Yoo 0<S(<A)<90° *ta'e,* <A'n kofa diheediraalii akkiyuutidha.
- Yoo 90<s(<A)<180° ta'e, <A'n kofa diheediraalii obtiyuusii dha.
- Yoo S(<A) = 180° ta'e, <A'n kofa diheediraalii qajeela dha.
- Yoo S(<A)+S(<B)= 90° *ta'e,* <A'n fi <B'n kofoota diheediralii guuchisoo jedhamu.
- S(<A)+S(<B)=180° *ta'e,* <A'n fi <B'n kofoota diheediraali hirkoodha.

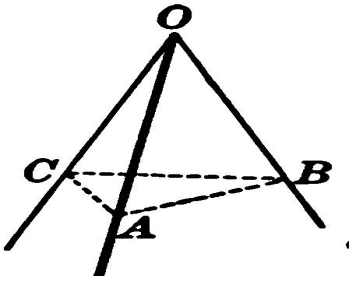
b. Kofa Jaboo

Yoo diriiroowwan sadii yookiin sadii ol ta'an tartiibaan sararoota tuqaa tokko irratti wal-qaxxaamuran ta'e, danaan haala kanaan uumamu kofa jaboo jedhama.Tuqaan sararooti kun irratti wal-qaxxaamuran varteeksii kofa jaboo jedhama.

Sararri diriiroowwan walitti aanan wal-kiphisiisuu qarqara(edge) kofaa jedhama.

Diriiroowwan kun ammoo fuulota kofa jaboo kanaa ta'u. Kofti fuulota walitti aanan jidduu jiru kofa diheediraalii kofa jaboo kanaa jedhama.

Kofootni diriiroo qarqaroota walitti aananiin hojjataman kofoota dirraa jedhamu.



Danaa armaan olii irraa akka hubatamutti, diriiroowwan AOB, BOC fi AOC tartiibaan tuqaa wal-qaxxaamura sararoota $\overleftarrow{OA}$, $\overleftarrow{OB}$ fi $\overleftarrow{OC}$ irratti yommuu wal-qaxxaamuran kofa jaboo varteeksiin isaa O ta'e uumu. Kofti jaboon kunis '(O, ABC)' n mallatteeffama.

Hiikoo : Kofti jaboon fuulota sadii qabu kofa jaboo hedroon sadee(Trihedral solid angles)

jedhama. Kofti jaboon fuulota sadii ol qabu kofa jaboo hedroon rog-baay'ee

(polyhedral solid angles) jedhama.

2. Bal'ina Dirra Cinaachaa, Bal'ina Dirraafi Qabee Piriizimii

Hiikoo:- Piriizimiin danaa jaboo hundeewwan isaa lamaan rog-baay'ee walitti galoofi walatarree ta'anii dha.

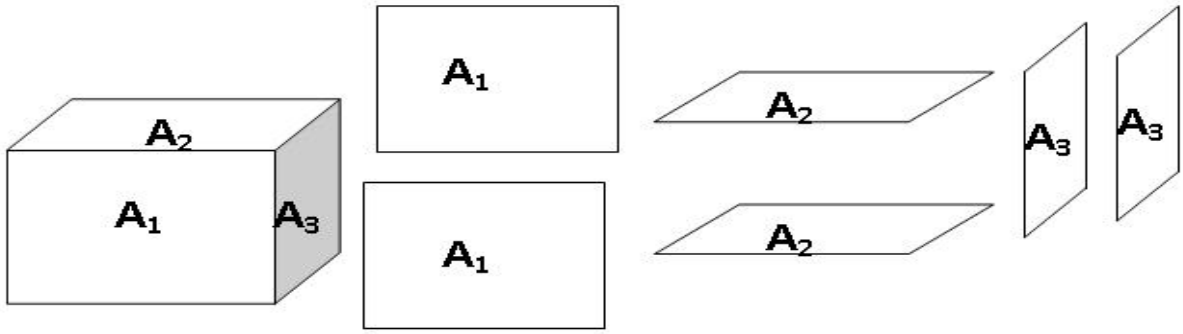
Dirri gidduu rogoota walitti dhufoo hundeewwan gidduu jiru fuulota cinaachaa jedhamu.
Fulootni cinaacha piriizimii paraaleelogiraamiidha. Qarqarootni waliinii fuulota cinachaa

qarqaroota cinaachaa (lateral edges) jedhama. Olee piriizimii sarara dhaabbataa hundeewwaniif parpendikulaarii ta'eedha.

Akkaataa formulaan bal'ina dirra piriizimii itti barbaadamu:

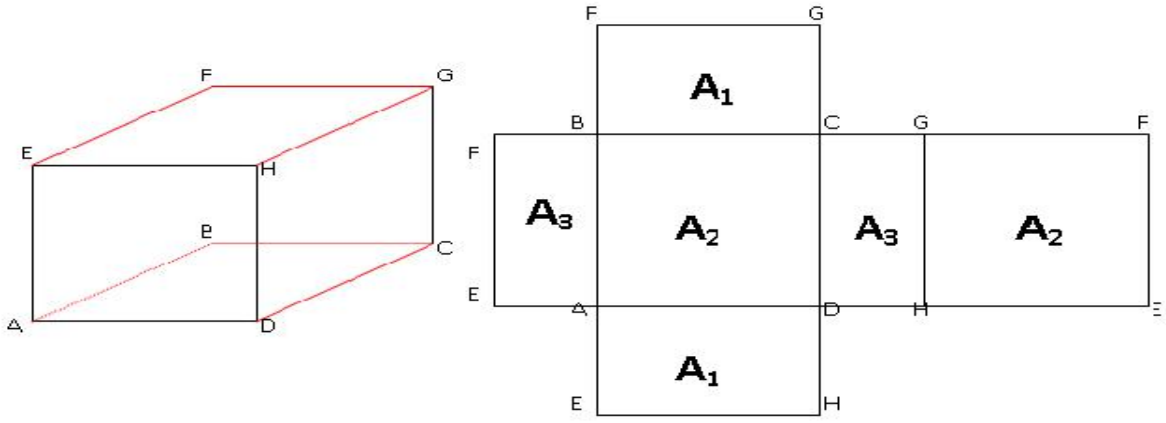
Gocha armaan gadii hojjachuun foormulaa dirra cinaachaafi dirraa murteessi.

1. Mee piriizimii reektaangulawaa tokko fudhu
2. Fuuloota isaa hundaa gargar baasi, fuulootni gargar bahame kun neetii jedhama.
3. Tokko tokkoo fulootaaf bal'ina isaanii barbaadi
4. Bal'inoota hundaa waliitti yoo idaate bal'ina dirra piriizimichaa argatte jechuudha.



Bdc = $2A_1 + 2A_3$ ta'a.

Bd = $2A_1 + 2A_3 + 2A_2$ = Bdc + 2A ta.a.



Bal'inni dirra piriizimii kamuu haaluma walfakkaatuun barbaadama.

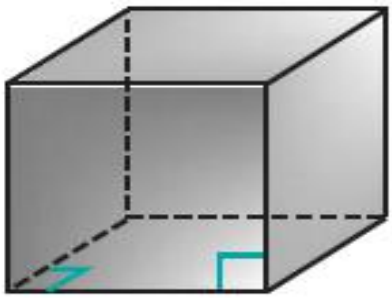
Qabeen piriizimii bal'ina hundee baay'isuu hojjaa piriizimii ta'a.

V = Ah

Amaloota Piriizimii

- Hundeewwan piriizimii waltarree waan ta'aniif rogootni walitti dhufoon hundeewwanii walitti galoodha.
- Fulootni cinaachaa piriizimii paraaleelogiraamidha.
- Hundeewwan piriizimii kmamiituu rog-bay'eedha.
- Tokkoon tokkoon cimdiiwwan rogoota cinaachaa waltarree ta'an walitti galoodha.
- Cimdooliin qarqaroota cinaachaas walitti galoodha, akkasumas waltarree dha.

Hiikoo: piriizimii sirriin(right prism) piriizimii rogootni cinaachaa hundi hundeewwaniif Parpendikulaarii ta'anii dha.Fuulootni cinaachaa pirizimii sirri hundi reektaangilii dha.



pirizimii sirrii

Piriizimii sirrii keessatti:

- Rogoonni cinaachaa hundinuu hundeef parpandikularii dha.
- Fuullonni cinaachaa hunduu rektaangilii dha
- Oleen roga cinaachaa waliin walqixaa dha

Hiikoo: piriizimii shaffaxaa(oblique prism) piriizimii rogootni cinaachaa hundeewwaniif Parpendikulaarii kan hintaaneedha.



3. Bal’ina dirra cinaachaa, bal’ina dirraa fi qabee piraamidii

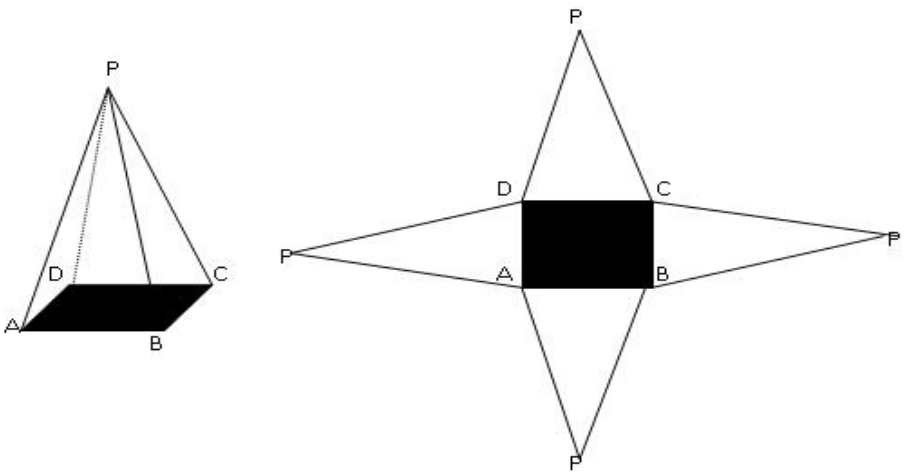
Piraamidiin danaa jaboo hundeen isaa rog-baay’ee ta’eefi fuulotni cinaachaa rog-sadee ta’eedha.Qarqaraoonni cinaachaa hundi tuqaa tokko irratti walqunnamu. Tuqan kun varteeksii piraamidichaa jedhama. Oleen piraamidii sarara dhaabbataa varteeksii irraa ka’uun hundeef tuqaa walakkeessaa irratti parpendikulaarii ta’eedha.

Piraamidii Sirnaawaa: Piraamidiin sirnawaa piraamidiin hundeen isaa rog-baay’ee sirnawaa ta’ee oleen isaa hundeef tuqaa handhuuraa irratti parpendikulaarii ta’eedha. Fuulotni cinaachaa piraamidii sirnawaa rog-sadee aysoosilasii waliitti galoo ta’aniidha.. Dheerinni olee varteeksii irraa hanga roga hundee piraamidichaa jiru olee shaffaaxaa jedhama.

Gocha armaan gadii hajjachuun foormulaa bal’ina dirra cinachaafi bal’ina dirra piraamidii murteessi.

1. Piraamidii hundeen isaa rektaangilii ta’e fudhu.
2. Hundee irraa murii kaayi.
3. Qaamni hafee rog-sadoota waan ta’aniif addaan babaasiiti akka armaan gadiitti teechisi.
4. Tokkoo tokkoo bal’inoota rog-sadootaafi bal’ina rektaangilii barbaadi.
5. Bu’aan argatte kun bal’ina dirra piraamidichati.

Bal’inni piraamiidii kamiituu haaluma kanaan barbaadama.



Bal'inni dirra cinaachaa piraamidii ida'ama bal'inoota fuulotaati.

Yoo p - naannawa hundee fi ℓ – olee shaffaaxa ta'e;

Bal'ina dirra cinaachaa =½ pℓ

Bal'inni dirraa piraamidii ida'ama bal'ina dirra cinaachaa fi bal'ina hundeeti.

Bal'ina dirraa = bal'ina dirra cinaachaa + bal'ina hundee

Qabee piraamidii tokko sadaffaa baay'ataa bal'ina hundee fi olee piraamidichaati.

Qabee(V) = 1/3 Ah

4. Danaalee Jaboo Diriiroowwan Naanneessuun uumaman

a. Bal'ina Dirra Cinaachaa, Bal'ina Dirra fi Qabee silindarii Geengawaa Sirrii

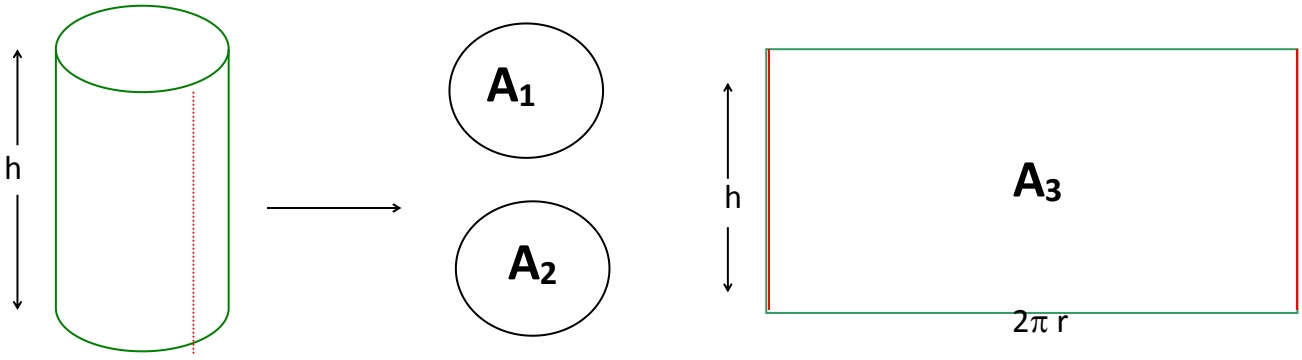
Hiikoo

Danaan jaboo reektaangilii tokko Rogoota isaa keessaa tokko akka siiqqeetti fudhachuudhaan Roga kana irra naanneessuudhaan argannu silindarii geengawoo sirrii jedhama.

Danaa armaan olii irratti AB **hojjaa silindarichaa** yoo jedhamu geengonni guubbaa fi jala lamaan **hundeelee silindarichaa** jedhamu.

Gocha armaan gadii hojjachuun foormulaa bal'ina dirra cinaachaafi dirraa siliindarii murteessi.

1. Siliindarii sirrii waraqaa irraa hojjatame tokko fudhu.
2. Hundeewwan lamaa kutii irraa baasi.
3. Siliindarii banaa hafe kana irra sarara dhaabbataa walqixa hojjaa ta'e tokkoo sarartuun sarari.
4. Sarar sarartee kana irra siliindariicha muuriiti mijaal irra afi.
5. Kanaan booda geengoo lama raadiyeesoonni isaanii r ta'eefi reektaangilii dheerinni isaa $2\pi r$ fi oleen isaa h ta'e kan akka armaan gadii argatta.



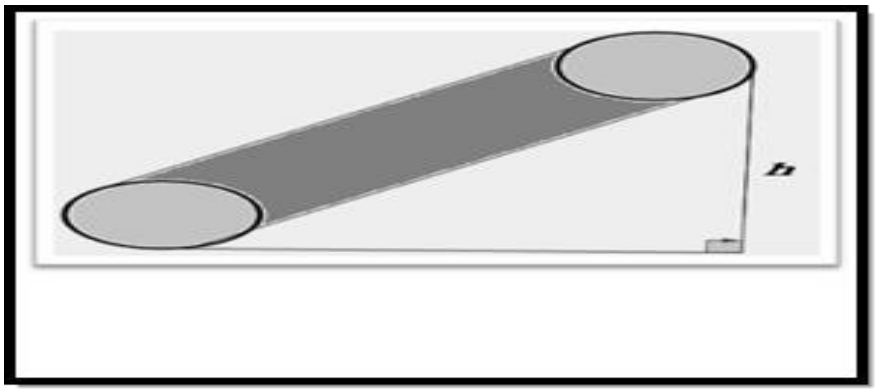
$Bdc = A_3 = 2\pi rh$ ta'a.

$A = A_1 = A_2 = \pi r^2$, A'n bal'ina hundeeti.

$Bd = Bdc + 2A = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(r + h)$

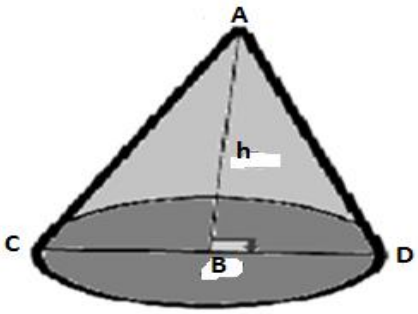
$V = Ah = \pi r^2 h$

Hiikoo : Silindarii shafaxaa (oblique) silindarii qaamnii isaa hundee isaatiif parpeendikulaarii hintaanee dha.



b. Bal'ina dirra cinaachaan bal'ina dirraafi qabee koonii

Hiikoo :- Danaan jaboo rog – sadee kofa sirrii ta'e tokko miilota isaa keessaa miila tokko irra naanneessuun argamu koonii geengawaa sirrii jedhama.

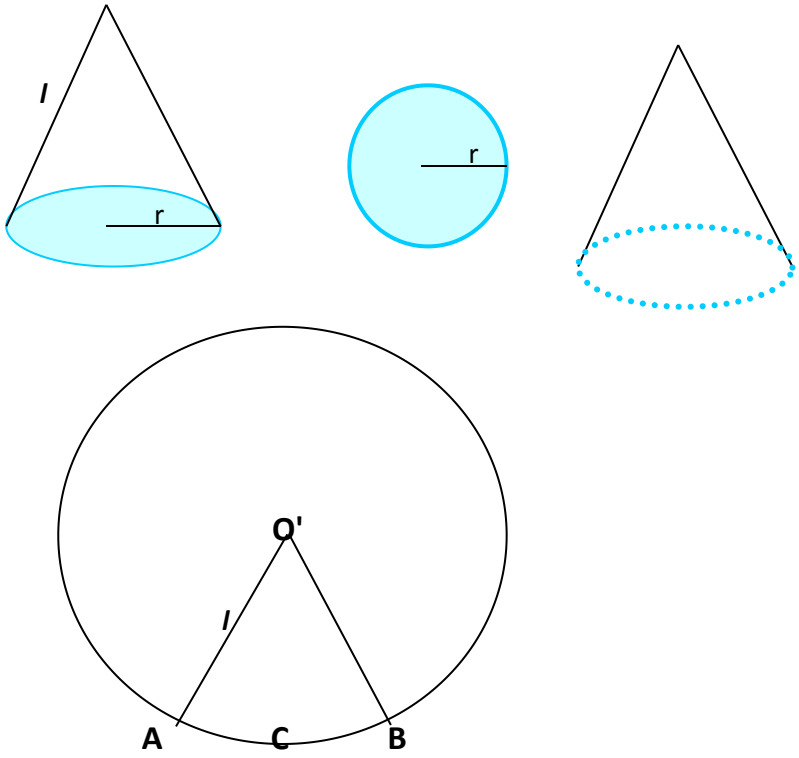


Qaamota koonii: A'n varteeeksii kooniiti, $\overline{BC}$' n raadiyeesii geengoo hundee kooniiti,

$\overline{BC}$'n hojjaa shafaaxaa kooniiti, $\overline{AB}$'n ykn h'n hojjaa koonichaati.

Gocha armaan gadii hojjachuun foormulaa bal'ina dirra cinaachaafi dirraa murteessi.

1. Waraqaa tokko irraa koonii geengawa sirrii hojjadhu.
2. Geengoo hundee koonii irraa murii adda teechisii.
3. Koonii banaa hafe kana olee shaffaaxaa irratti muuriiti minjaala irra kaayi.
4. Fakkiin argatte geengoofi seektarii akka armaan gadii ta'a..
5. Geengoo raadiyeesiin isaa walqixa olee shaffaaxaa ta'e kaasi.



$$\frac{Bal'inni\ \text{seektarii O' AB}}{\text{Dheerina golboo ABC}} = \frac{Bal'ina\ geengoo\ O'}{Naannawa\ \text{geengoo O'}}$$

$$\frac{Bal'inni\ \text{seektarii O' AB}}{2\pi r} = \frac{\pi l^2}{2\pi l}$$

$\Rightarrow Bal'inni\ \text{seektarii O' AB} = \pi rl$ bal'ina dirra cinaachaa kooniiti. l'n olee shafaaxaati.

Bal'inni dirra cinaachaa bal'ina hundee ida'uu bal'ina hundee ta'a.

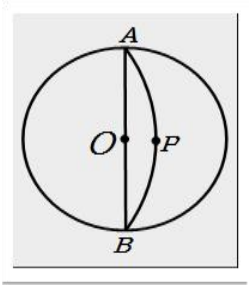
$Bd = \pi r^2 + \pi rl = \pi r(r + l)$ ta.

Qabee koonii geengawaa sirrii

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

c. Bal'ina dirraafi qabee Isfiirii (sphere)

Hiikoo: Isfiiriin danaa jaboo walakkaa geengoo (semi circle)diyaameetrii isaa irraa naannessuudhaan argamuu dha.



- Fageenyi tuqaaleen isfiirii irra handhuura isfiirii irraa qaban, **raadiyasii**isfiirii jedhama.
- **Diyaameetriin**isfiirii sarara dhaabbataa handhuura isfiirii keessa darbuudhaan tuqaalee lama kanneen isfiirii irra jiran wal – qunnamsiisuu dha.
- Geengoon guddaan isfiirii bakka lama wal – qixatti qooda. Isaan kunis Walakkaa isfiirii (hemisphere) jedhama.

  $A = 4\pi r^2$ ta'a.

  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ta'a