

## ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

# উচ্চতৰ গণিত

লেকচার : M-13

অধ্যায় ০৬ : কনিক



উদ্ভাষ

একাডেমিক এন্ড এডমিশনস বোর্ড

$$E = mc^2$$



[www.udvash.com](http://www.udvash.com)

$$h = \frac{xy \text{ গুণ সহ}}{2}$$

## কনিক

•  $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0.$

(i)  $\Delta \neq 0$ ;  $a = b \neq 0$ ;  $h = 0$  হলে বৃত্ত নির্দেশ করে।

(ii)  $\Delta \neq 0$ ;  $h^2 - ab = 0$  হলে পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

(iii)  $\Delta \neq 0$ ;  $h^2 - ab < 0$  হলে উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

(iv)  $\Delta \neq 0$ ;  $h^2 - ab > 0$  হলে অধিবৃত্ত নির্দেশ করে। ✓

(v)  $\Delta = 0$  হলে একজোড়া সরলরেখা নির্দেশ করে।

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}$$

•  $y^2 - 4y - x^2 + 6x = 12$  সমীকরণটি কোন ধরনের কনিক? প্রমাণ

[DU'18-19]

$$\begin{aligned} \downarrow & \\ b &= 1 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$h = \frac{0}{2} = 0$$

$$h^2 - ab = 0^2 - (-1) \times 1 = 1$$

$$h^2 - ab > 0$$

## Poll Question- 01

□  $xy = 2$  সমীকরণটি-

(a) পরাবৃত্ত

(b) উপবৃত্ত

~~(c) অধিবৃত্ত~~

(d) সরলরেখা

$$0x^2 + 0y^2 + kxy = 2$$

$$\downarrow$$
$$a=0 \quad b=0 \quad h=\frac{1}{2}$$

$$h^2 - ab = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0 \times 0 = \frac{1}{4}$$

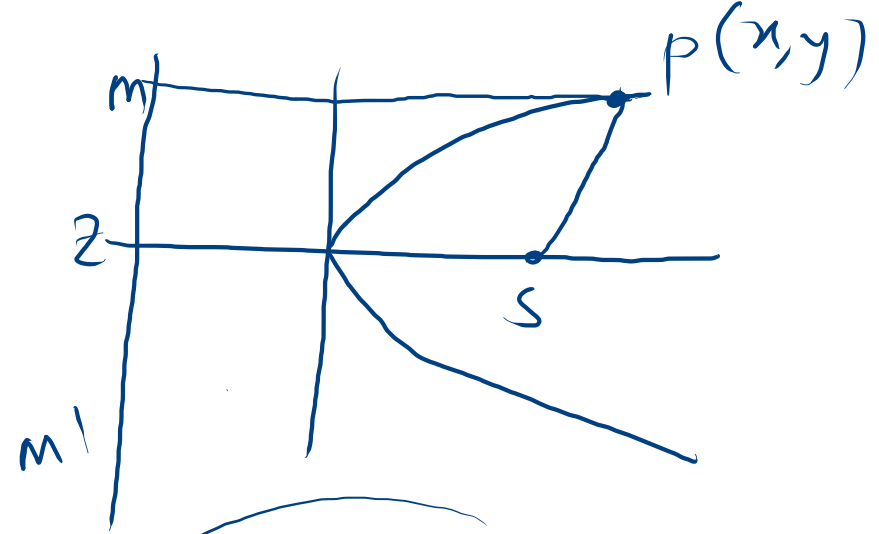
$$h^2 - ab > 0$$

# কণিক

//

- উৎকেন্দ্রিকতা  $e$  হলে,
- $e = 1 \rightarrow$  পরাবৃত্ত ;
- $0 < e < 1 \rightarrow$  উপবৃত্ত ;
- $e > 1 \rightarrow$  অধিবৃত্ত;
- $e \rightarrow 0$  হলে বৃত্ত;
- $e \rightarrow \infty$  হলে জোড়া সরলরেখা

$$\frac{SP}{PM} = e$$



$$\frac{SP}{PM} = e$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} &= 1 \\ e &= \sqrt{1 - b^2/a^2} \\ &= \sqrt{1 - a^2/a^2} \\ &= \sqrt{1 - 1} = 0 \quad (\text{circle}) \end{aligned}$$



উদ্ভাস

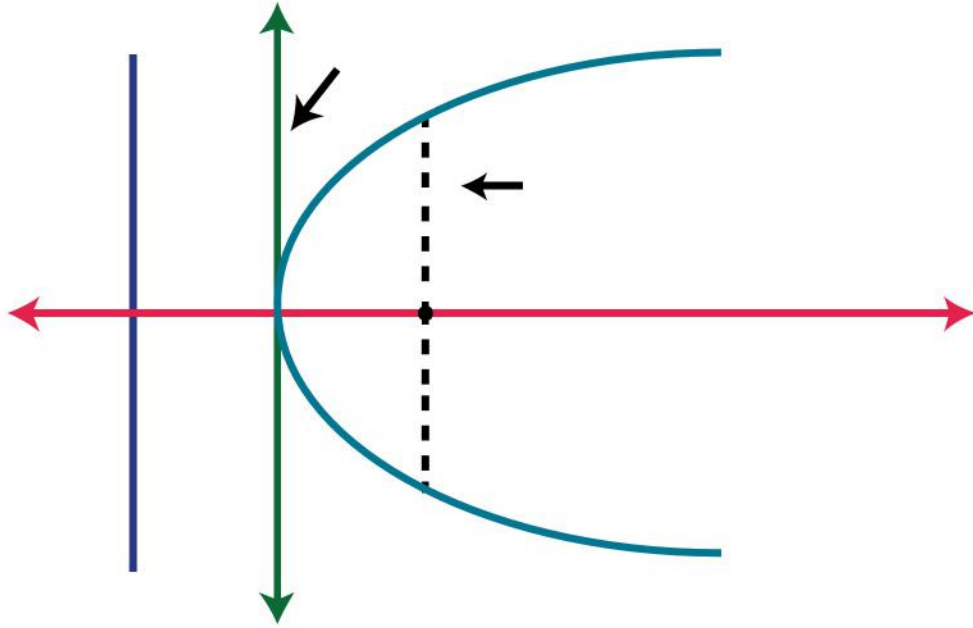
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

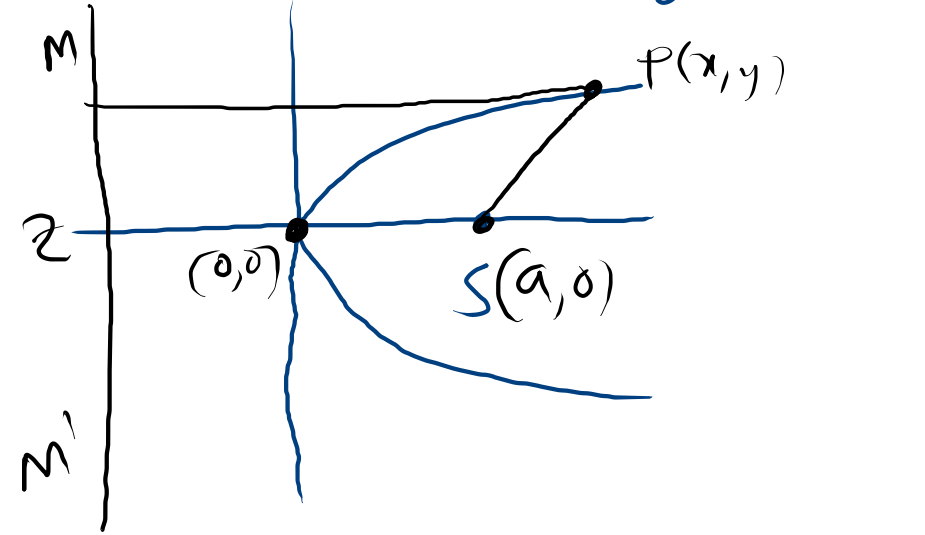
অধ্যায় ০৬ : কণিক

# পর্যাবৃত্ত

# পরাবৃত্ত



নিয়ামক/দিশাঙ্ক



$$\frac{SP}{PM} = e = 1$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

# পরাবৃত্ত

//

|                                             | $a > 0, a < 0$ | $a > 0, a < 0$ | $a > 0, a < 0$                   | $a > 0, a < 0$                   |
|---------------------------------------------|----------------|----------------|----------------------------------|----------------------------------|
| পরাবৃত্তের আকার:                            | $y^2 = 4ax$    | $x^2 = 4ay$    | $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ | $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ |
| (i) শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক, A:              | $(0, 0)$       | $(0, 0)$       | $(\alpha, \beta)$                | $(\alpha, \beta)$                |
| (ii) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক, S:              | $(a, 0)$       | $(0, a)$       | $(a + \alpha, \beta)$            | $(\alpha, a + \beta)$            |
| (iii) নিয়ামকরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক, Z: | $(-a, 0)$      | $(0, -a)$      | $(-a + \alpha, \beta)$           | $(\alpha, -a + \beta)$           |
| (iv) অক্ষরেখার সমীকরণ:                      | $y = 0$        | $x = 0$        | $y - \beta = 0$                  | $x - \alpha = 0$                 |
| (v) নিয়ামকরেখার সমীকরণ:                    | $x + a = 0$    | $y + a = 0$    | $x - \alpha + a = 0$             | $y - \beta + a = 0$              |
| (vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ:             | $x = a$        | $y = a$        | $x - \alpha = a$                 | $y - \beta = a$                  |
| (vii) শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ:              | $x = 0$        | $y = 0$        | $x - \alpha = 0$                 | $y - \beta = 0$                  |
| (viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $LL'$ :  | $4 a $         | $4 a $         | $4 a $                           | $4 a $                           |

# পরাবৃত্ত

//

|                                                         | $a > 0, a < 0$           | $a > 0, a < 0$           | $a > 0, a < 0$                            | $a > 0, a < 0$                            |
|---------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
| (ix) উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দু দুটির স্থানাঙ্ক: | $(a, \pm 2a)$            | $(\pm 2a, a)$            | $(a + \alpha, \pm 2a + \beta)$            | $(\pm 2a + \alpha, a + \beta)$            |
| (x) $(x, y)$ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব, SP:            | $x + a$                  | $y + a$                  | $x - \alpha + a$                          | $y - \beta + a$                           |
| (xi) উপকেন্দ্র ও শীর্ষের দূরত্ব                         | $a$                      | $a$                      | $a$                                       | $a$                                       |
| (xii) পরামিতিক সমীকরণ                                   | $x = at^2,$<br>$y = 2at$ | $x = 2at,$<br>$y = at^2$ | $x = \alpha + at^2,$<br>$y = \beta + 2at$ | $x = \alpha + 2at,$<br>$y = \beta + at^2$ |

# সমীকরণ থেকে বিভিন্ন উপাদান বের করতে হবে

- $x^2 + 4x + 2y = 0$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET'04-05,02-03]

সিঁচ:

$$x^2 + 4x = -2y$$

$$x^2 + 4x + 4 = -2y + 4$$

$$(x+2)^2 = -2(y-2)$$

$$(x+2)^2 = 4 \times (-\frac{1}{2})(y-2)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$x^2 = 4 \underline{a} \underline{y}$$

$$\begin{array}{c|c} X=0 & Y=0 \\ x+2=0 & y-2=0 \\ x=-2 & y=2 \end{array}$$

vertex/সিঁচ  $(-2, 2)$

নির্দেশ:

$$Y+a=0$$

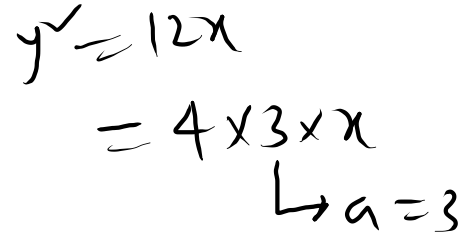
$$y-2-\frac{1}{2}=0$$

$$y - \frac{5}{2} = 0$$

$\&$

## -//

- [CUET'03-04]



$(ZP) \rightarrow \begin{matrix} z & (-3, 0) \\ y - y_1 & \\ & x - x_1 \end{matrix}, \begin{matrix} P & (3, -6) \\ & \end{matrix}$

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\frac{y-0}{0+6} = \frac{x+3}{-3-3} \quad \text{OK}$$

## Poll Question- 02

□  $x^2 - 4x + 12y - 40 = 0$  পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

(a) 3 একক

(b) 4 একক

~~(c) 12 একক~~

(d) None

$$y^2 + 2y + 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x = -12y + 40$$

$$x^2 - 4x + 4 = -12y + 40 + 4 = 12y + 44$$

$$= -\underline{\underline{(12)(y - \frac{44}{12})}}$$

# পরামিতিক সমীকরণবিশিষ্ট পরাবৃত্ত

- $x = 3 + 2t^2, y = 5 + 4t$  হলে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{l|l} x = 3 + 2t^2 & y - 5 = 4t \\ & \therefore t = \frac{y-5}{4} \end{array}$$
$$= 3 + 2 \times \left(\frac{y-5}{4}\right)^2$$

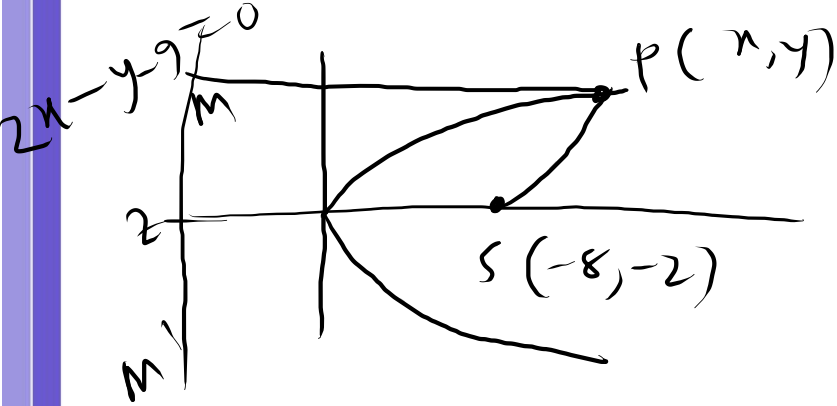
$$x = 3 + 2 \times \frac{(y-5)^2}{16}$$

$$x - 3 = \frac{(y-5)^2}{8}$$

$$\therefore (y-5)^2 = 8(x-3)$$

## উপকেন্দ্র ও দিকান্ধ দেয়া আছে, সমীকরণ নির্ণয়

- $(-8, -2)$  উপকেন্দ্র ও  $2x - y - 9 = 0$  দিকান্ধবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ বের কর। [RUET'08-09]



$$SP = PM$$

$$\sqrt{(x+8)^2 + (y+2)^2} = \frac{|2x - y - 9|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

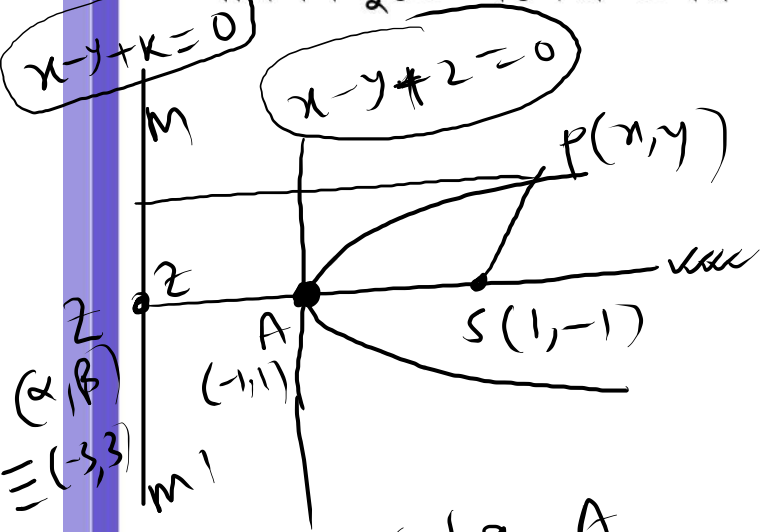
$$(x+8)^2 + (y+2)^2 = \frac{(2x - y - 9)^2}{5}$$

[সি ৬৭]  
(ধ্রু)

# উপকেন্দ্র ও শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ / শীর্ষের স্থানাঙ্ক দেয়া আছে, সমীকরণ বের করতে হবে

✓✓✓✓✓

- একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র  $(1, -1)$  বিন্দুতে এবং  $x - y + 2 = 0$  রেখাটি শীর্ষ বিন্দুতে অক্ষের উপর লম্ব। [BUET'08-09]



$$\begin{aligned}
 x - y + 2 &= 0 \text{ গ্রহণ} \\
 \text{লম্ব দেওয়া হলো} \\
 x + y + k &= 0 \rightarrow S(1, -1) \\
 1 - 1 + k &= 0 \\
 \therefore k &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SP &= PM \\
 \frac{\alpha + 1}{2} &= -1 & \frac{\beta + (-1)}{2} &= 1 \\
 \alpha &= -3 & \beta &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 x + y = 0 \\
 x - y + 2 = 0
 \end{cases} \Rightarrow \textcircled{A} (-1, 1)$$

$$\begin{aligned}
 x - y + k &= 0 \rightarrow Z(-3, 3) \\
 -3 - 3 + k &= 0 \\
 k &= 6 \\
 \therefore \text{সমীকরণ: } x - y + 6 &= 0 \\
 SP &= PM \\
 \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} &= \frac{|x-y+6|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \\
 (x-1)^2 + (y+1)^2 &= (x-y+6)^2
 \end{aligned}$$

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক



উদ্ভাস

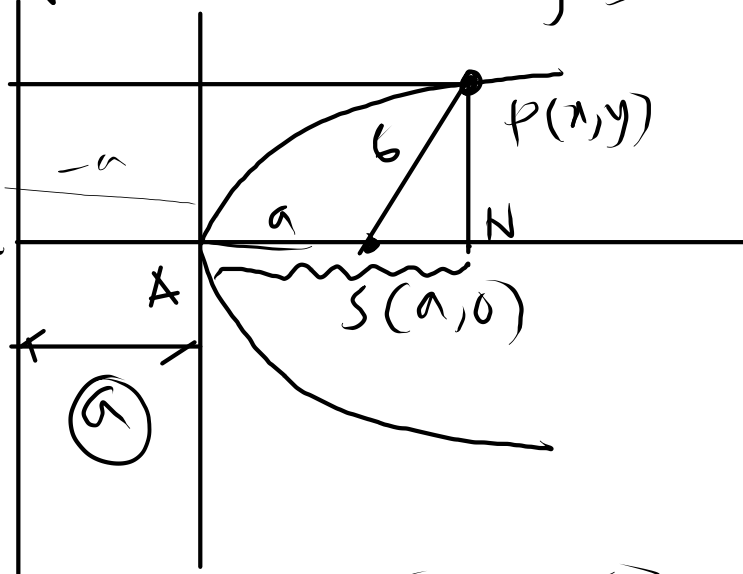
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কোর্স

# উপকেন্দ্রিক দূরত্ব

- $y^2 = 16x$  পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6; ঐ বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

দ্রষ্টব্য

$$y^2 = 4ax$$



$$(2, \pm 4\sqrt{2})$$

$$SP = PM$$

$$= NZ$$

$$= AZ + AN$$

$$= a + x$$

দ্রষ্টব্য

$$a + x = 6$$

$$4 + x = 6$$

$$\therefore x = 6 - 4 = 2$$

$$y^2 = 16x$$

$$= 4 \times 4 \times x$$

↓  
a

$$y^2 = 16x$$

$$= 16 \times 2$$

$$= 32$$

$$y = \pm \sqrt{16 \times 2} = \pm 4\sqrt{2}$$

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$$

## অক্ষের সমান্তরাল অক্ষরেখা / দিকাক্ষ

- একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যার শীর্ষবিন্দু  $(4, -3)$  বিন্দুতে অবস্থিত। উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 4 এবং অক্ষটি x- অক্ষের সমান্তরাল।

সে,  $x$  অক্ষের সমান্তরাল দিকাক্ষে ঘুরে।

[BUET'13-14, RUET'05-06, KUET'10-11, BUTEX'04-05]

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha) \quad (\text{যখন শীর্ষ (০,০)})$$

এখন, শীর্ষ  $(০,০)$  এর দিকাক্ষ  $(4, -3)$  তে সমান্তরাল হতে পারে।

$$\begin{aligned} (y + 3)^2 &= 4a(x - 4) \\ &= \pm 4(x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রক্ষেপে,} \\ |4a| &= 4 \\ 4a &= \pm 4 \end{aligned}$$

$$(x-2)^2 = 4a(y-3)$$

## অক্ষের সমান্তরাল অক্ষরেখা / দিকাক্ষ

- $y = ax^2 + bx + c$  পরাবৃত্তটির শীর্ষ  $(-2, 3)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং এটি  $(0, 5)$  বিন্দুগামী।  $a, b, c$  এর মান বের কর।

$x^2 = 4ay$  (সম্মুখী শীর্ষ  $(0,0)$ )  
এবং, শীর্ষ  $(0,0)$  এর দিকাক্ষে  
 $(-2,3)$  ও সম্মুখী হওয়া দাখে

$$(x+2)^2 = 4a(y-3) \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow (0,5)$$

$$(0+2)^2 = 4a(5-3)$$

$$4 = 4a \times 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$a$  এর মান  $\textcircled{1}$  এ আছে

$$(x+2)^2 = 4 \times \frac{1}{2} (y-3) = 2(y-3)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2y - 6$$

$$x^2 + 4x + 4 + 6 = 2y$$

$$x^2 + 4x + 10 = 2y$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \dots \textcircled{11}$$

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow \textcircled{12}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b = 2$$

$$c = 5$$

V.V.V

## পরাবৃত্তের জ্যা সংক্রান্ত

- $y^2 = 24x$  পরাবৃত্তের একটি জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর যা (2, 3) বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়।

$S = T$  → Tansent  
স্থানাঙ্ক  
Satisfied point

ধরাধীন:  $(x_1, y_1)$   
 $x \rightarrow \frac{x+x_1}{2}$   
 $y \rightarrow \frac{y+y_1}{2}$

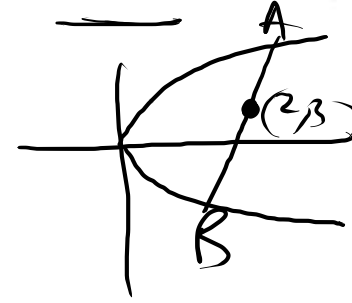
$$y^2 - 24x = 0$$

$$T = S$$

$$y \cdot y_1 - 24 \left( \frac{x+x_1}{2} \right) = y_1^2 - 24x_1$$

$$3y - 24 \left( \frac{x+2}{2} \right) = 3^2 - 24 \times 2$$

$$3y - 12(x+2) = 9 - 48$$



$$3y - 12x - 24 = -39$$

$$-12x + 3y = -39 + 24$$

$$\boxed{-12x + 3y = -15}$$

(Ans)

U.V

# সাধারণ স্পর্শক সম্পর্কিত

- $y^2 = 4ax$  ও  $x^2 = 4ay$  পরাবৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$y^2 = 4ax \rightarrow c = \frac{a}{m}$$

$$x^2 = 4ay \rightarrow c = -am$$

$$\therefore \frac{a}{m} = -am \quad \left| \quad c = \frac{a}{m} \right.$$

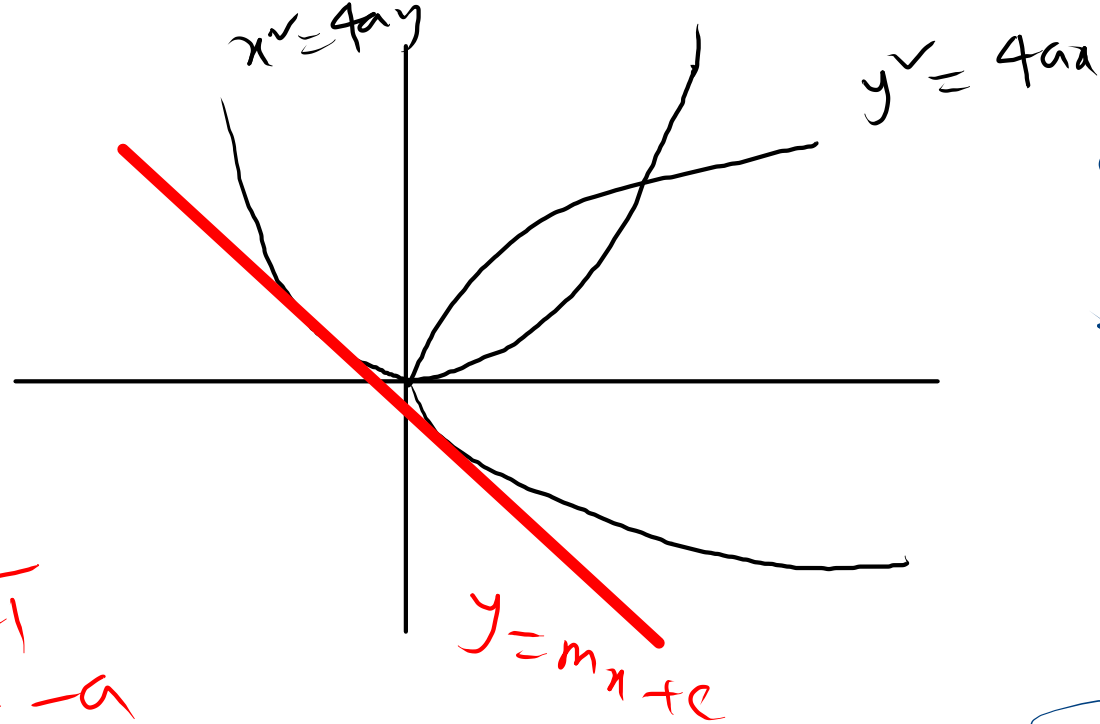
$$\frac{1}{m} = -m$$

$$1 = -m^2$$

$$m^2 + 1 = 0$$

$$(m+1)(m^2 - m + 1) = 0$$

$$m = -1$$



common tangent

$$y = mx + c$$

$$y = -x - a$$

$$y = -x - a$$

$$x + y + a = 0$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

$$\begin{cases} x'' = 4ay \\ y = mx + c \\ c = -am \end{cases}$$

$$y'' = 4ax, \quad y = mx + c$$

$$\Phi = 0$$

$$(mx + c)'' = 4ax$$

$$m''x'' + 2mx'c' + c'' - 4ax = 0$$

$$m''x'' + 2(mc - 2a)x + c'' = 0$$

$$3'' - 4ac = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(mc - 2a) \\ 4(mc - 2a)'' - 4m''c'' = 0 \end{array} \right. - 4 \times m''c'' = 0$$

$$4(mc - 2a)'' - 4m''c'' = 0$$

$$(mc - 2a)'' - m''c'' = 0$$

$$m''c'' - 4mca + 4a'' - m''c'' = 0$$

$$4a'' = 4mca$$

$$a'' = mca$$

$$a = mc$$

$$e = \frac{q}{m}$$

## Poll Question- 03

- $y = kx$  সরলরেখাটি  $y = x^2 + 4$  বক্ররেখার স্পর্শক হলে  $k$  এর একটি মান কত?

(a)  $\pm 2$

~~(b)  $\pm 4$~~

(c) 0

(d) None

$$kx = x^2 + 4$$

$$x^2 - kx + 4 = 0$$

$$D = 0$$

$$(-k)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$$

$$k^2 = 16$$

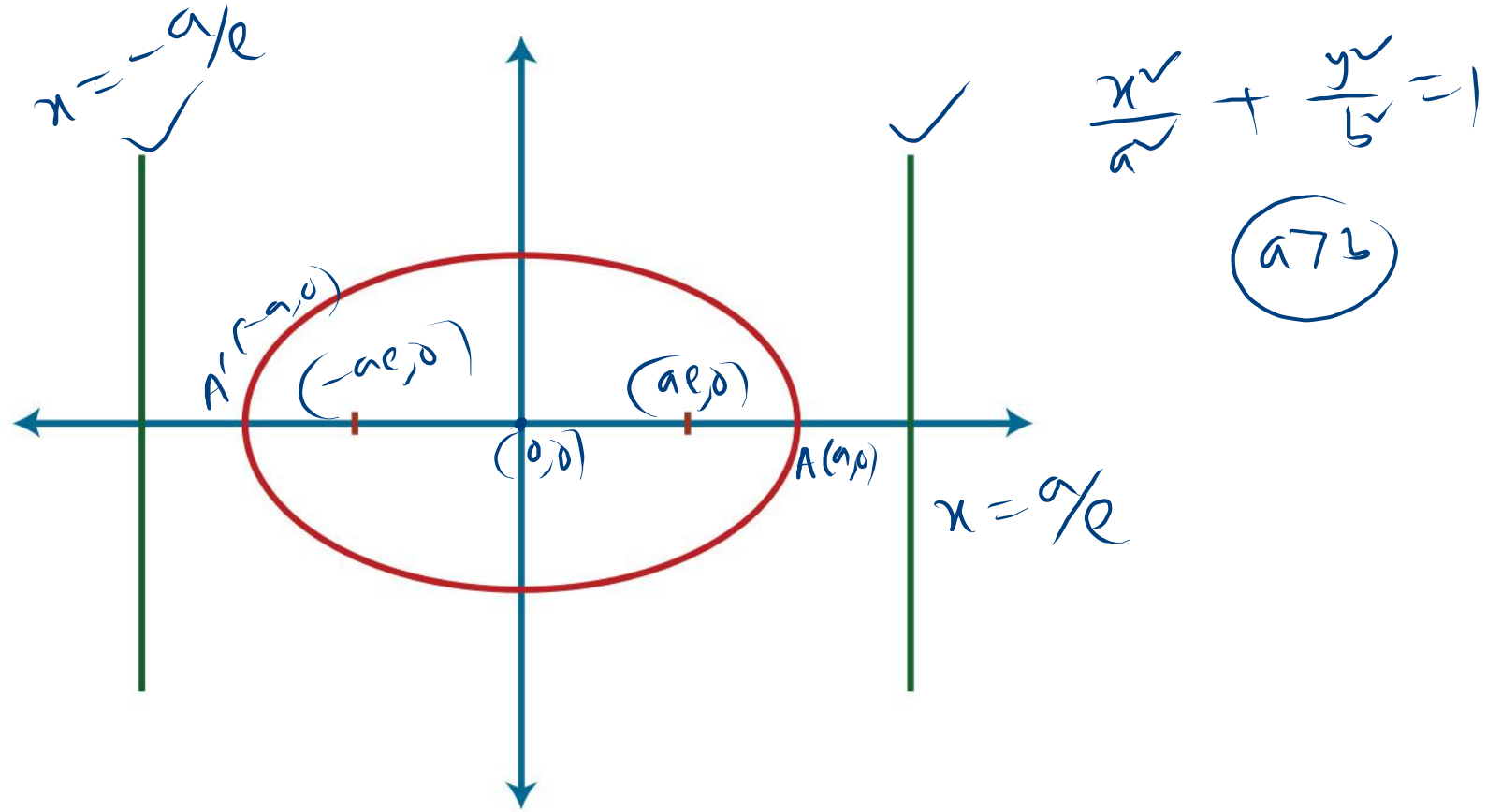
$$k = \pm \sqrt{16}$$

$$= \pm 4$$

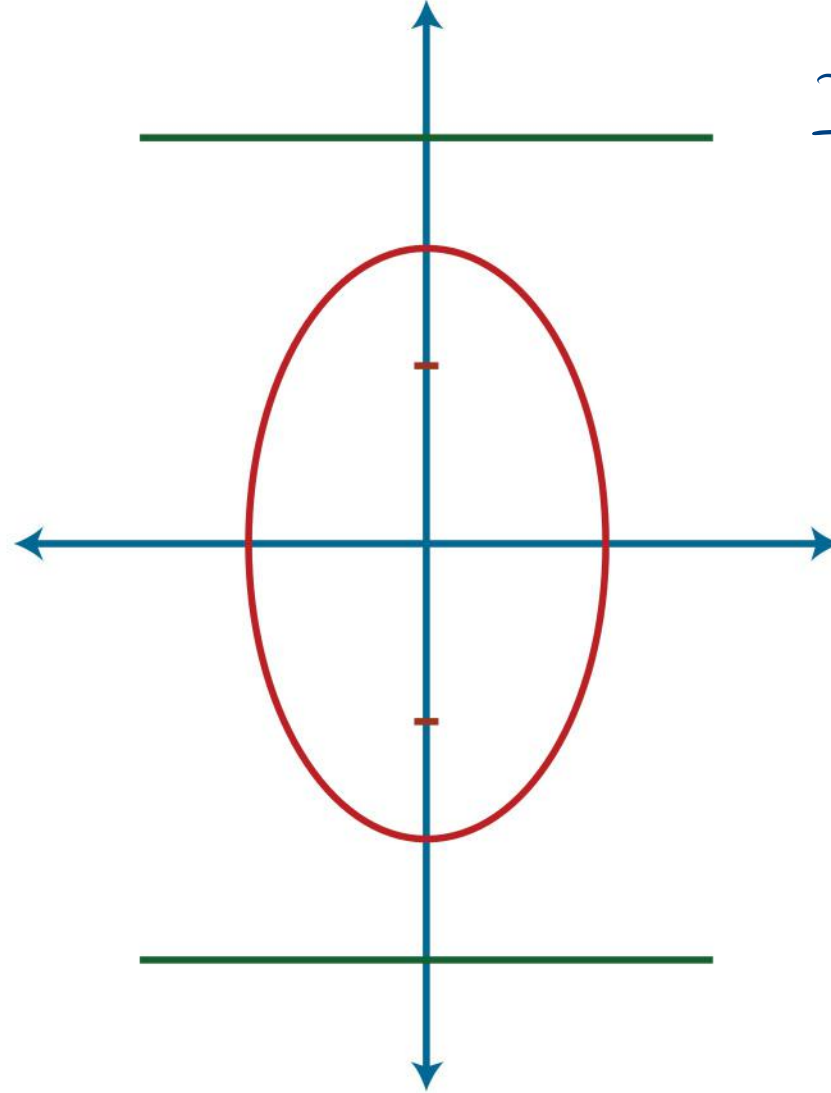
$D \rightarrow$  নিশ্চায়ক  
স্পর্শক হলে  
 $D = 0$

# উপবৃত্ত

# উপবৃত্ত



# উপবৃত্ত



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

৬৭৫



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

# উপবৃত্ত

| ক্রমিক<br>নং | আদর্শ সমীকরণ                 | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$ | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a < b$ | $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1, a > b$ | $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1, a < b$ |
|--------------|------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| (i)          | কেন্দ্র, C                   | (0, 0)                                         | (0, 0)                                         | ( $\alpha, \beta$ )                                             | ( $\alpha, \beta$ )                                             |
| (ii)         | বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য          | 2a                                             | 2b                                             | 2a                                                              | 2b                                                              |
| (iii)        | ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য       | 2b                                             | 2a                                             | 2b                                                              | 2a                                                              |
| (iv)         | উপকেন্দ্র, S                 | ( $\pm ae, 0$ )                                | (0, $\pm be$ )                                 | ( $\alpha \pm ae, \beta$ )                                      | ( $\alpha, \beta \pm be$ )                                      |
| (v)          | বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ           | $y = 0$                                        | $x = 0$                                        | $y - \beta = 0$                                                 | $x - \alpha = 0$                                                |
| (vi)         | ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ        | $x = 0$                                        | $y = 0$                                        | $x - \alpha = 0$                                                | $y - \beta = 0$                                                 |
| (vii)        | দিকাক্ষের সমীকরণ             | $x = \pm \frac{a}{e}$                          | $y = \pm \frac{b}{e}$                          | $x = \alpha \pm \frac{a}{e}$                                    | $y = \beta \pm \frac{b}{e}$                                     |
| (viii)       | উপকেন্দ্রিক লম্ব, LL'        | $\frac{2b^2}{a}$                               | $\frac{2a^2}{b}$                               | $\frac{2b^2}{a}$                                                | $\frac{2a^2}{b}$                                                |
| (ix)         | উপকেন্দ্রিক লম্বের<br>সমীকরণ | $x = \pm ae$                                   | $y = \pm be$                                   | $x = \alpha \pm ae$                                             | $y = \beta \pm be$                                              |

# উপবৃত্ত

| ক্রমিক<br>নং | আদর্শ সমীকরণ                  | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$                                                       | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a < b$                                                       | $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1, a > b$                                                                        | $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1, a < b$                                                                        |
|--------------|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (x)          | উৎকেন্দ্রিকতা, e              | $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$                                            | $\sqrt{\frac{b^2-a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$                                            | $\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$                                                                              | $\sqrt{\frac{b^2-a^2}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$                                                                              |
| (xi)         | বৃহৎ অক্ষের প্রান্ত বিন্দু    | $(\pm a, 0)$                                                                                         | $(0, \pm b)$                                                                                         | $(\alpha \pm a, \beta)$                                                                                                                | $(\alpha, \beta \pm b)$                                                                                                                |
| (xii)        | ক্ষুদ্র অক্ষের প্রান্ত বিন্দু | $(0, \pm b)$                                                                                         | $(\pm a, 0)$                                                                                         | $(\alpha, \beta \pm b)$                                                                                                                | $(\alpha \pm a, \beta)$                                                                                                                |
| (xiii)       | ফোকাসদ্বয়ের দূরত্ব, SS'      | 2ae                                                                                                  | 2be                                                                                                  | 2ae                                                                                                                                    | 2be                                                                                                                                    |
| (xiv)        | নিয়ামকের দূরত্ব, ZZ'         | $2\frac{a}{e}$                                                                                       | $2\frac{b}{e}$                                                                                       | $2\frac{a}{e}$                                                                                                                         | $2\frac{b}{e}$                                                                                                                         |
| (xv)         | ক্ষেত্রফল                     | $\pi ab$                                                                                             | $\pi ab$                                                                                             | $\pi ab$                                                                                                                               | $\pi ab$                                                                                                                               |
| (xvi)        | পরামিতিক সমীকরণ               | $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$ , যেখানে<br>$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{ay}{bx} \right)$ | $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$ , যেখানে<br>$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{ay}{bx} \right)$ | $x = \alpha + a \cos \theta, y = \beta + b \sin \theta$ , যেখানে<br>$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{a(y-\beta)}{b(x-\alpha)} \right)$ | $x = \alpha + a \cos \theta, y = \beta + b \sin \theta$ , যেখানে<br>$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{a(y-\beta)}{b(x-\alpha)} \right)$ |

# পরামিতিক সমীকরণবিশিষ্ট উপবৃত্ত

- $x = 2 \cos \theta + 1$ ,  $y = \sin \theta + 2$  একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে। এর সমীকরণ, উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র, দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} x &= 2 \cos \theta + 1 \\ x-1 &= 2 \cos \theta \\ \frac{x-1}{2} &= \cos \theta \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \sin \theta + 2 \\ y-2 &= \sin \theta \quad \text{--- (11)} \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{উৎকেন্দ্রিকতা} \\ e &= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(কেন্দ্র)} \\ x &= 0 \\ x-1 &= 0 \\ x &= 1 \\ y &= 0 \\ y-2 &= 0 \\ y &= 2 \\ \text{(1, 2)} \end{aligned}$$

দিকাক্ষ:

$$\begin{aligned} X &= \pm \frac{a}{e} \\ x-1 &= \pm \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



## Poll Question-04

- $4x^2 + y^2 = 2$  উপবৃত্তটির বৃহৎ ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে নির্ণয় কর।

(a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}, 2$

~~(b)  $2\sqrt{2}, \sqrt{2}$~~

(c) 4, 2

(d) None

$$4x^2 + y^2 = 2$$

$$2x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{2} = 1$$

$$\frac{x^2}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$$

(১৭৫)

১২৪  
৩২৮  
 $2b = 2\sqrt{2}$   
 $2a = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

# উপবৃত্তের সমীকরণ থেকে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয় করা সংক্রান্ত

- উপকেন্দ্রিক লম্ব ও উপকেন্দ্রিকতা যথাক্রমে (৪) ও  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  এবং যার অক্ষদ্বয় স্থানাংকের অক্ষদ্বয়ের উপর অবস্থিত, এরূপ উপবৃত্তের সমীকরণ কোনটি? [KUET'18-19]

৪৫)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (৫৭৬)

$$\therefore \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{32} = 1$$

$$\frac{2b^2}{a} = 8$$

$$2b^2 = 8a$$

$$b^2 = 4a$$

$$b^2 = 4 \times 8 \\ = 32$$

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \frac{4a}{a^2}$$

$$\frac{1}{2} - 1 = -\frac{4}{a}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{4}{a}$$

$$a = 8$$

$$\therefore a^2 = 64$$



উদ্ভাস

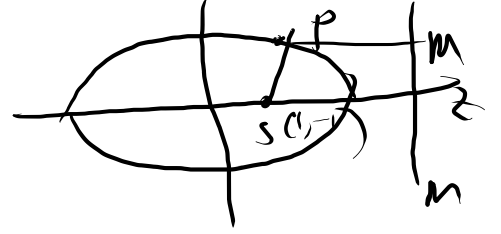
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

# উপকেন্দ্র, দিকাক্ষ, উৎকেন্দ্রিকতা থেকে সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

- একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি উপকেন্দ্রের স্থানাংক  $(1, -1)$ , অনুরূপ দিকাক্ষ  $x - y - 4 = 0$  এবং যা  $(1, 1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। [BUET'17-18, 03-04]



$$SP = e PM$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = e \times \frac{|x-y-4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = e^2 \times \frac{(x-y-4)^2}{2} \quad \dots (1)$$

①  $\rightarrow (1, 1)$

$e = \frac{1}{\sqrt{2}}$

e এর মান ① - - -

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{(x-y-4)^2}{2}$$

(Ans)

# বিভিন্ন শর্ত থেকে উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত

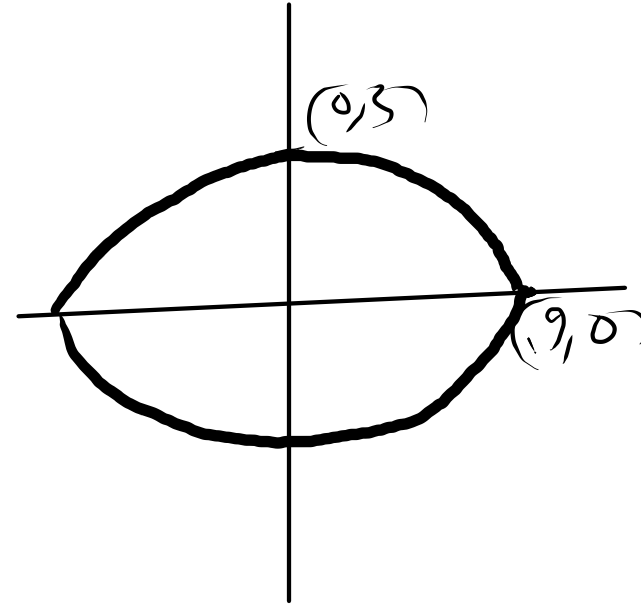
- একটি উপবৃত্তের অক্ষ দুটি স্থানাংকের অক্ষ দুটির উপর অবস্থিত। উপবৃত্তটি  $\left(\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = 1\right)$  রেখাকে  $x$  অক্ষের উপর এবং  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$  রেখাকে  $y$  অক্ষের উপর ছেদ করে। তার সমীকরণ বের কর। [BUET'11-12]

$$\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$$

(Ans)

$$\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

(Ans)



$$\frac{x}{9} + \frac{y}{4} = 1$$

$x \rightarrow (9, 0)$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$y \rightarrow (0, 3)$

✓N.✓

$P(x,y)$

## SP + S'P = বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য 2a/2b

- একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র দুটি  $(0,4)$  ও  $(0,-4)$  এবং  $(3,0)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।  
 $S$   $S'$

$$SP + S'P = 2b$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-4)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+4)^2} = 2b \quad \dots ①$$

①  $\rightarrow (3,0)$

$$\sqrt{3^2 + (0-4)^2} + \sqrt{(3)^2 + (0+4)^2} = 2b$$

$$5 + 5 = 2b$$

$$10 = 2b$$

$$b = 5$$

$$b = 5$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{3^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{9}{a^2} = 1$$

$$9 = a^2$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

## উপকেন্দ্র ও দিকাক্ষের দূরত্ব সংক্রান্ত

- কোন উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য তার উপকেন্দ্র দু'টির মধ্যকার দূরত্বের সমান এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব 10; উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা ও সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET'09-10]

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (১)$$

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{50} = 1$$

প্রসঙ্গত

$$2b = 2ae$$

$$b = ae$$

$$b^2 = a^2 e^2$$

$$\frac{b^2}{a^2} = e^2$$

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{2b^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{2b^2}{a^2} = 10$$

$$\frac{b^2}{a^2} = 5$$

$$b^2 = 5a^2$$

$$= 5 \times 10$$

$$= 50$$

$$\frac{2 \times 50}{a^2} = 1$$

$$\frac{10}{a^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 10 \quad \therefore a = \sqrt{10}$$



উদ্ভাস

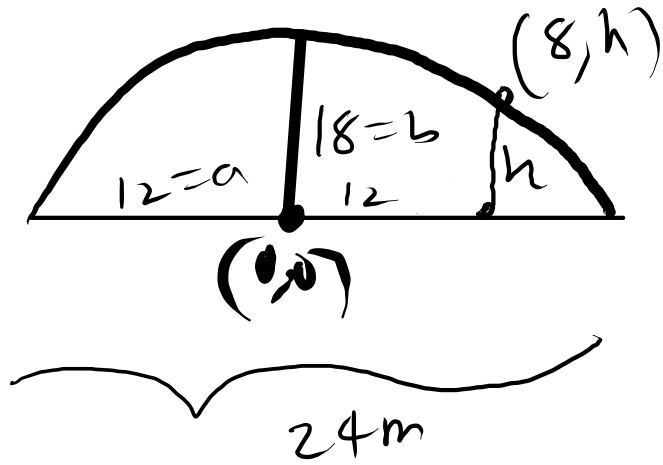
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কোয়ার্টার

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

## বিশেষ সমস্যাবলি

- একটি উপবৃত্তাকার খিলান এর সর্বোচ্চ উচ্চতা 18m এবং প্রস্থ 24m । প্রস্থের মধ্যবিন্দু থেকে 8m দূরে খিলানের উচ্চতা কত?



$$\frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{18^2} = 1 \rightarrow (8, h)$$

$$\frac{8^2}{12^2} + \frac{h^2}{18^2} = 1$$

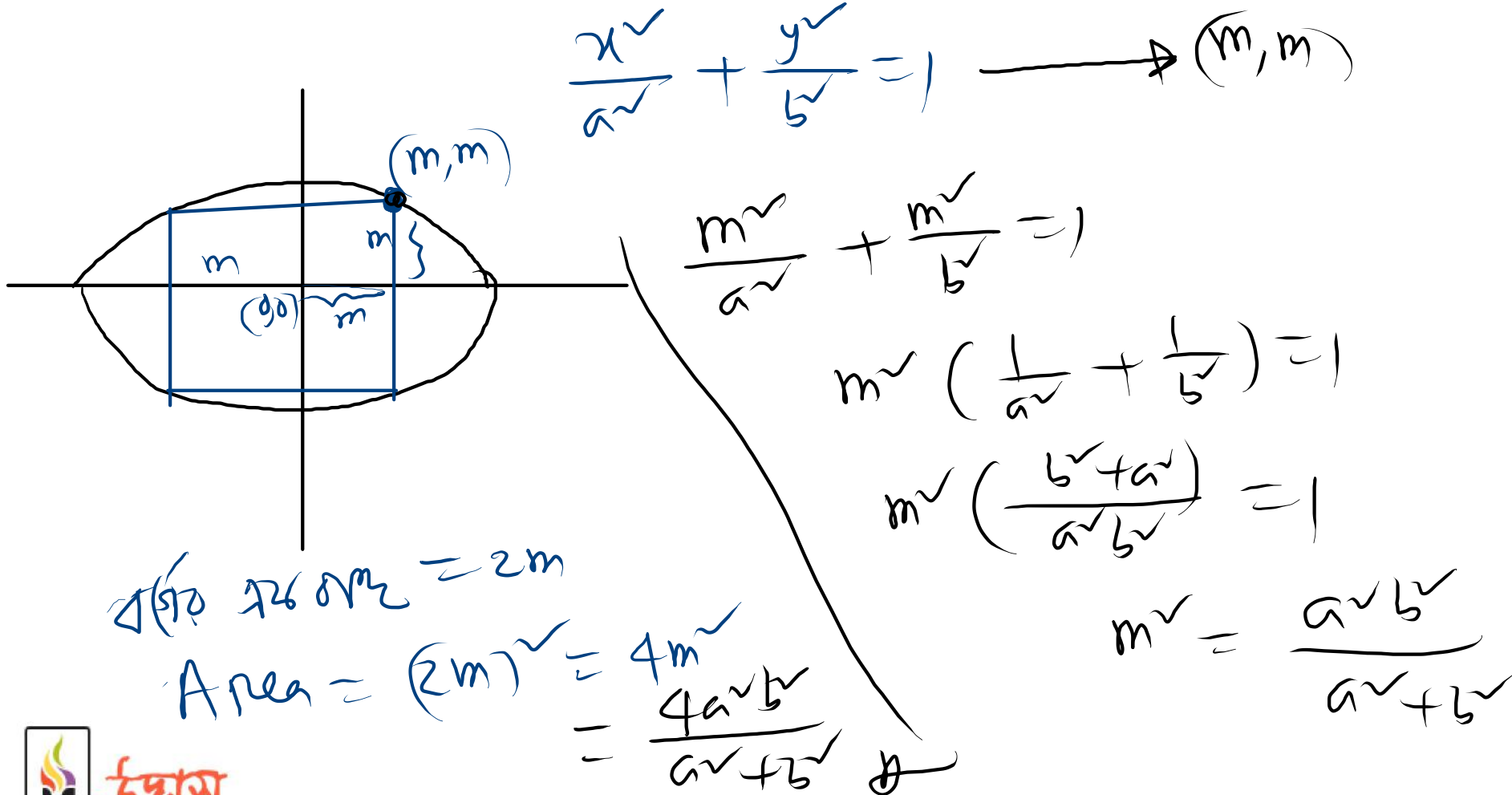
$$\frac{h^2}{18^2} = 1 - \frac{8^2}{12^2}$$

$$h^2 = 18^2 \left(1 - \frac{8^2}{12^2}\right)$$

$$\therefore h = 6\sqrt{5}$$

# বিশেষ সমস্যাবলি

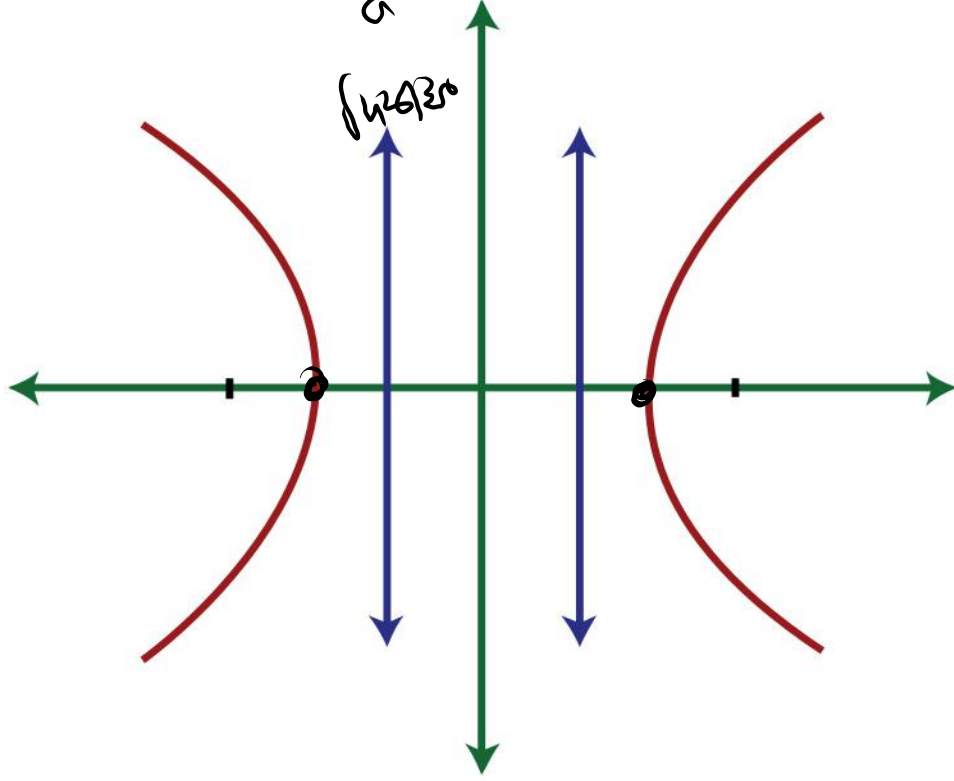
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  এই উপবৃত্তের অভ্যন্তরে একটি বর্গক্ষেত্র অংকন করলে সর্বোচ্চ কত ক্ষেত্রফলের বর্গক্ষেত্র অংকন করা যাবে?



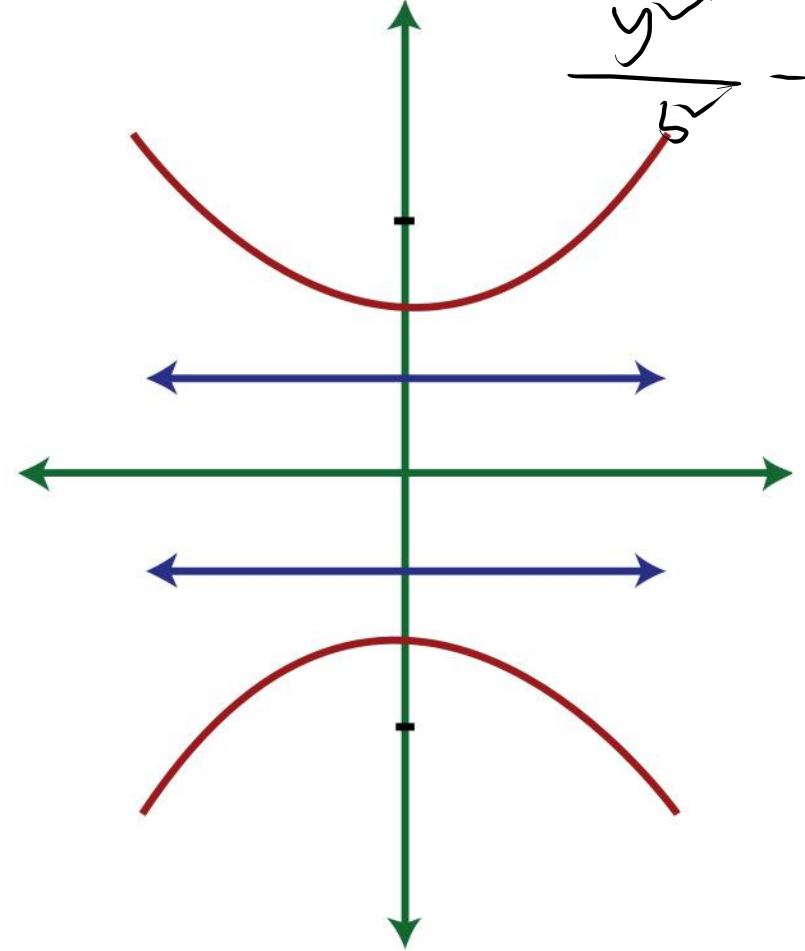
# অধিবৃত্ত

# অধিবৃত্ত

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড আর্টসিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

# অধিবৃত্ত

//

|        |                         |                                                        |                                                        |                                                                          |                                                                          |
|--------|-------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| (i)    | আদর্শ সমীকরণ            | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$                | $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$                | $\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} - \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$             | $\frac{(y - \beta)^2}{b^2} - \frac{(x - \alpha)^2}{a^2} = 1$             |
| (ii)   | পরামিতিক সমীকরণ         | $x = a \sec \theta,$<br>$y = b \tan \theta$            | $x = a \tan \theta,$<br>$y = b \sec \theta$            | $x = \alpha + a \sec \theta,$<br>$y = \beta + b \tan \theta$             | $x = \alpha + a \tan \theta,$<br>$y = \beta + b \sec \theta$             |
| (iii)  | পোলার স্থানাংকে সমীকরণ  | $r^2(b^2 \cos^2 \theta - a^2 \sin^2 \theta) = a^2 b^2$ | $r^2(a^2 \sin^2 \theta - b^2 \cos^2 \theta) = a^2 b^2$ | $b^2(r \cos \theta - \alpha)^2 - a^2(r \sin \theta - \beta)^2 = a^2 b^2$ | $a^2(r \sin \theta - \beta)^2 - b^2(r \cos \theta - \alpha)^2 = a^2 b^2$ |
| (iv)   | কেন্দ্র, C              | (0, 0)                                                 | (0, 0)                                                 | ( $\alpha, \beta$ )                                                      | ( $\alpha, \beta$ )                                                      |
| (v)    | উপকেন্দ্র, S            | ( $\pm ae, 0$ )                                        | (0, $\pm be$ )                                         | ( $\alpha \pm ae, \beta$ )                                               | ( $\alpha, \beta \pm be$ )                                               |
| (vi)   | অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য | 2b                                                     | 2a                                                     | 2b                                                                       | 2a                                                                       |
| (vii)  | শীর্ষদ্বয়ের স্থানাংক   | ( $\pm a, 0$ )                                         | (0, $\pm b$ )                                          | ( $\alpha \pm a, \beta$ )                                                | ( $\alpha, \beta \pm b$ )                                                |
| (viii) | আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য      | 2a                                                     | 2b                                                     | 2a                                                                       | 2b                                                                       |

# অধিবৃত্ত

//

|        |                            |                                  |                                  |                                                                    |                                                                    |
|--------|----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| (ix)   | উৎকেন্দ্রিকতা, e           | $e = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$ | $e = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}$ | $e = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}$<br>$= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$ | $e = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}$<br>$= \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$ |
| (x)    | উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য | $\frac{2b^2}{a}$                 | $\frac{2a^2}{b}$                 | $\frac{2b^2}{a}$                                                   | $\frac{2a^2}{b}$                                                   |
| (xi)   | আড় অক্ষের সমীকরণ          | $y = 0$                          | $x = 0$                          | $y - \beta = 0$                                                    | $x - \alpha = 0$                                                   |
| (xii)  | অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ     | $x = 0$                          | $y = 0$                          | $x - \alpha = 0$<br>[?]                                            | $y - \beta = 0$<br>[?]                                             |
| (xiii) | উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ  | $x = \pm ae$                     | $y = \pm be$                     | $x = \alpha \pm ae$                                                | $y = \beta \pm be$                                                 |
| (xiv)  | নিয়ামক রেখার সমীকরণ       | $x = \pm \frac{a}{e}$            | $y = \pm \frac{b}{e}$            | $x = \alpha \pm \frac{a}{e}$                                       | $y = \beta \pm \frac{b}{e}$                                        |

# অধিবৃত্ত

//

|         |                                                     |                        |                        |                                           |                                           |
|---------|-----------------------------------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|
| (xv)    | উপকেন্দ্রদ্বয়ের<br>মধ্যবর্তী দূরত্ব, $SS'$         | $2ae$                  | $2be$                  | $2ae$                                     | $2be$                                     |
| (xvi)   | উপকেন্দ্র ও অনুরূপ<br>নিয়ামকের মধ্যবর্তী<br>দূরত্ব | $ae - \frac{a}{e}$     | $be - \frac{b}{e}$     | $ae - \frac{a}{e}$                        | $be - \frac{b}{e}$                        |
| (xvii)  | নিয়ামক/দিকাক্ষদ্বয়ের<br>মধ্যবর্তী দূরত্ব, $ZZ'$   | $\frac{2a}{e}$         | $\frac{2b}{e}$         | $2\frac{a}{e}$                            | $2\frac{b}{e}$                            |
| (xviii) | অসীমতটের সমীকরণ                                     | $y = \pm \frac{b}{a}x$ | $y = \pm \frac{b}{a}x$ | $y - \beta = \pm \frac{b}{a}(x - \alpha)$ | $y - \beta = \pm \frac{b}{a}(x - \alpha)$ |
| (xix)   | শীর্ষ বিন্দুতে অঙ্কিত<br>স্পর্শকের সমীকরণ           | $x = \pm a$            | $y = \pm b$            | $x = \alpha \pm a$                        | $y = \beta \pm b$                         |

# সমীকরণ থেকে বিভিন্ন উপাদান নির্ণয় সংক্রান্ত

- $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর।

[RUET'12-13]

$$\frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{x^2}{1^2} = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (\text{Ans})$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$
$$e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

## Poll Question-05

□ নিচের কোনটি আয়তাকার অধিবৃত্ত?

(a)  $x^2 + y^2 = 25$

~~(b)  $x^2 - y^2 = 5$~~

(c)  $x^2 + 2y^2 = 25$

(d) None

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$x^2 - y^2 = a^2$$

$$a = b$$

$$SP = e.PM$$

- একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার একটি উপকেন্দ্র  $(2, 3)$  বিন্দুতে অবস্থিত, উৎকেন্দ্রিকতা  $\sqrt{3}$  এবং  $x + 2y = 1$  একটি নিয়ামক রেখা।

S

P(x, y)

$$SP = e \cdot PM$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{3} \times \frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

## বিভিন্ন শর্ত থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ বের কর

- একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটির দূরত্ব 16, উপকেন্দ্রিকতা  $\sqrt{2}$  এবং এর অক্ষ দুইটি স্থানাঙ্কের অক্ষ বরাবর। অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET'12-13]

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{32} = 1$$

(Ans)

$$2ae = 16$$

$$ae = 8$$

$$a \times \sqrt{2} = 4 \times 2$$

$$a = \frac{4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

$$a^2 = 32$$

$$e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$e^2 - 1 = \frac{b^2}{a^2}$$

$$b^2 = a^2 (e^2 - 1)$$

$$= 32 (2 - 1)$$

$$= 32$$

# অধিবৃত্তের সমীকরণ থেকে অসীমতট ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়

- $25x^2 - 16y^2 = 400$  অধিবৃত্তের অসীমতটদ্বয়ের সমীকরণ ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

Set constant  $= 0$

$$25x^2 - 16y^2 = 0$$

$$25x^2 = 16y^2$$

$$y^2 = \frac{25}{16}x^2$$

$$y = \pm \frac{5}{4}x$$

(Ans)

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{b}{a}$$
$$= 2 \tan^{-1} \frac{5}{4}$$

(Ans)

অসীমতট দুটির সমীকরণ:

constant  $= 0$  হলে

অসীমতট দুটির সমীকরণ (এক)

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\frac{25x^2}{400} - \frac{16y^2}{400} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$$

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক

# অসীমতট থেকে অধিবৃত্তের সমীকরণ ও কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত

- অধিবৃত্তের শীর্ষ বিন্দু দুটি  $(0, \pm 3)$  অসীমতটের সমীকরণ  $y = \pm x$  হলে অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$(0, \pm b)$$

$$b=3$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$= \pm 1 \cdot x$$

$$\frac{b}{a} = 1$$
$$b=a$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$
$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{set const} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{y^2}{b^2}$$

$$y^2 = \frac{b^2 x^2}{a^2}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

অধ্যায় ০৬ : কনিক



উদ্ভাস

একাজেইক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

## বিশেষ সমস্যা

- $e_1$  ও  $e_2$  যথাক্রমে একটি অধিবৃত্ত ও অনুবন্ধী অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \xrightarrow{\text{অনুবন্ধী}}$$
$$e_1^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$
$$= \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$
$$\therefore \frac{1}{e_1^2} = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$
$$e_2^2 = 1 + \frac{a^2}{b^2}$$
$$= \frac{b^2 + a^2}{b^2}$$
$$\frac{1}{e_2^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{d.H.S} = \frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2}$$
$$= \frac{a^2}{a^2 + b^2} + \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$
$$= \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2}$$
$$= 1$$

লেগে থাকো সৎভাবে  
স্বপ্নজয় তোমারই হবে



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কোয়ার

[www.udvash.com](http://www.udvash.com)