ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

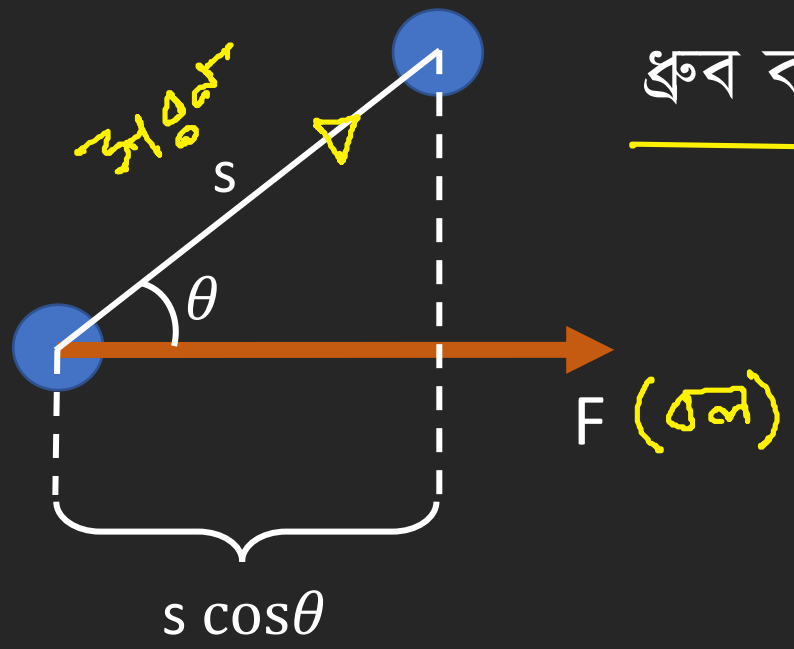
পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

লেকচার : P-04

অধ্যায় ০৫ : কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা



কৃতকাজ



ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ = বল × বলের দিকে সরণের উপাংশ

$= FS\cos\theta$

Problem

100 N ওজনের বস্তুকে মেঝে থেকে $10m$ উঁচুতে 2 সেকেন্ড ধরে রাখতে কাজের পরিমাণ কত হবে?

BUET
MCQ

$S = 0$

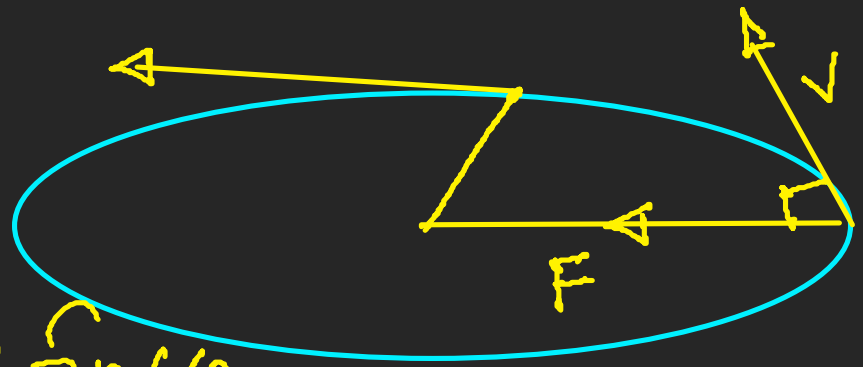
$W = 0$

Continued

Poll Question:

20 kg ভর বিশিষ্ট কোন বস্তুকে 5m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 6s এ 30 টি পূর্ণ আবর্তন করে।6s এ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ কত হবে?

a. 0 J
b. 100 J
c. 120 J
d. None



যেহেতু বল ও সরণ সমকোণে ক্রিয়া করে

$W = FS\cos\theta$

$= FS\cos 90^\circ = 0$

Continued

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ $= \int_{x_i}^{x_f} F dx$

$x_i =$ আদি অবস্থান

$x_f =$ শেষ অবস্থান

Problem

x সেমি মান পরিবর্তন হলে F সেমি মান পরিবর্তন হয়

একটি বস্তুর উপর $F = 2x + 1\ N$ বল x অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করলে বস্তুর $x =$ $1m$ থেকে $x = 5m$ সরণ হয় ওই বলের দ্বারা কৃতকাজ এর মান নির্ণয় করো

$$W = \int_{x_1=1}^{x_2=5} F\,dx$$

$$= \int_1^5 (2x+1)\,dx = \left[2.\frac{x^2}{2} + x\right]_1^5$$

$$= \left[x^2 + x\right]_1^5$$

Continued

$$= (5^2 + 5) - (1^2 + 1)$$

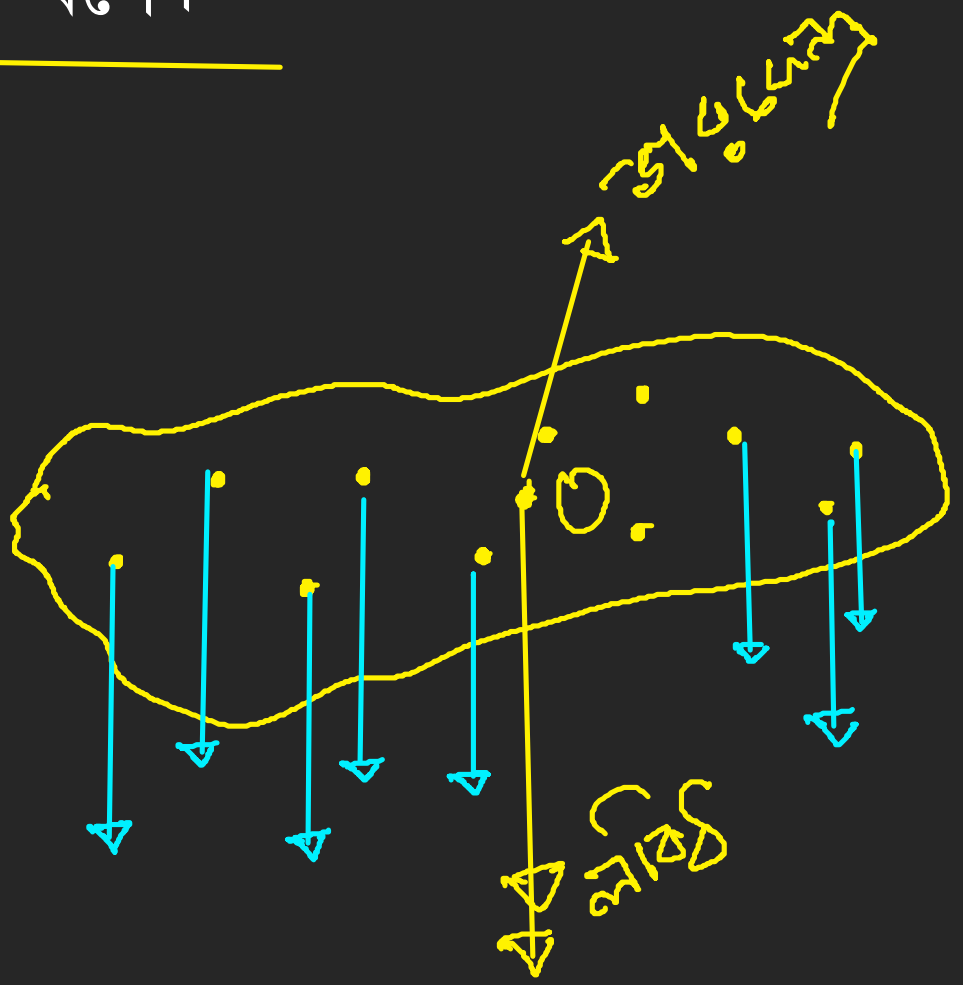
$$= 23 \text{ J (Answer)}$$

ভরকেন্দ্র

কোন বস্তুর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত চিন্তা করা যাই সে বিন্দুকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে । এটা সম্পূর্ণ কাল্পনিক ।

ভারকেন্দ্র

একটি বস্তুকে যে ভাবেই রাখা হোক না কেন তার **প্রতিটি কনার উপর ক্রিয়াশীল মাধ্যাকর্ষণ বলের লব্ধি** ঐ বস্তুর যে বিন্দু দিয়ে যায় তাকেই বা সেই বিন্দুকেই ঐ বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে।



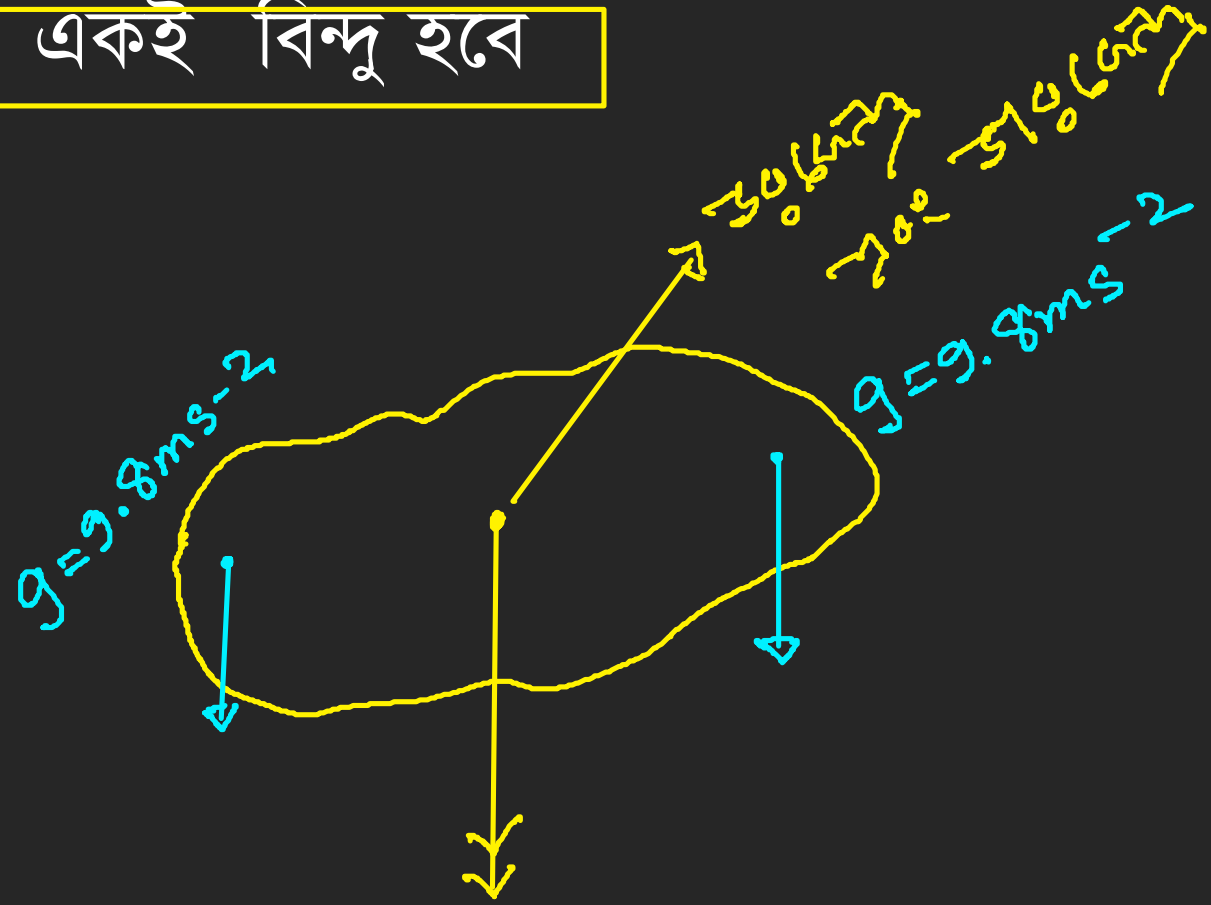
ভরকেন্দ্র আর ভারকেন্দ্র মধ্যে পার্থক্য কি?

কোন বস্তুর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত চিন্তা করা যাই সে বিন্দুকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে । এটা সম্পূর্ণ কাল্পনিক ।

একটি বস্তুকে যে ভাবেই রাখা হোক না কেন তার **প্রতিটি কনার উপর ক্রিয়াশীল মাধ্যাকর্ষণ বলের লব্ধি** ঐ বস্তুর যে বিন্দু দিয়ে যায় তাকেই বা সেই বিন্দুকেই ঐ বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে।

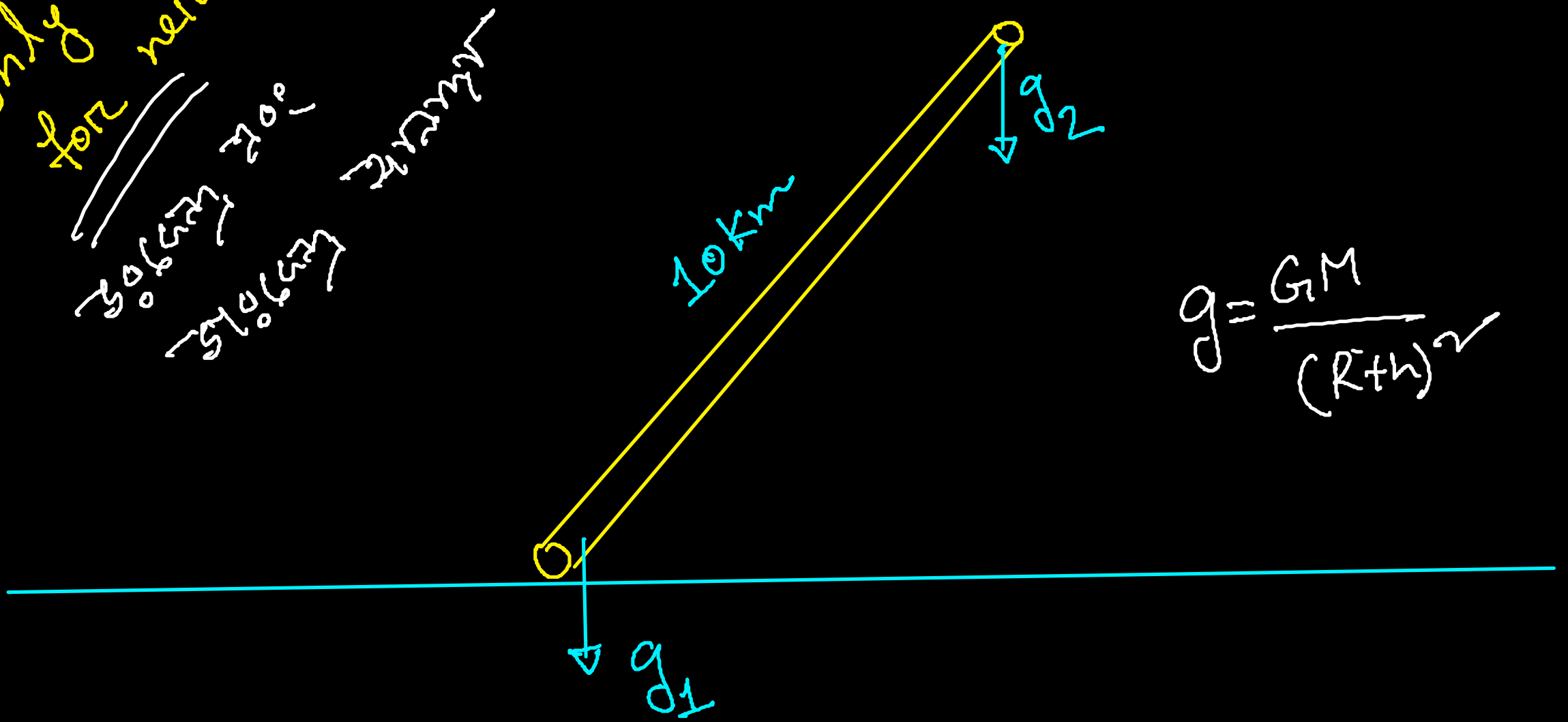
কখন ভারকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র একই বিন্দু হবে?

কোন বস্তুর প্রতিটি বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ধ্রুবক হলে ভারকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র একই বিন্দু হবে। আমাদের সব গাণিতিক সমস্যাতে ভারকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র একই বিন্দু হবে



Continued

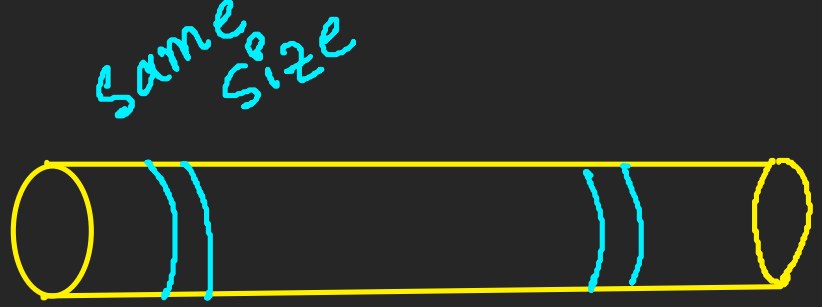
Only for neatness



$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

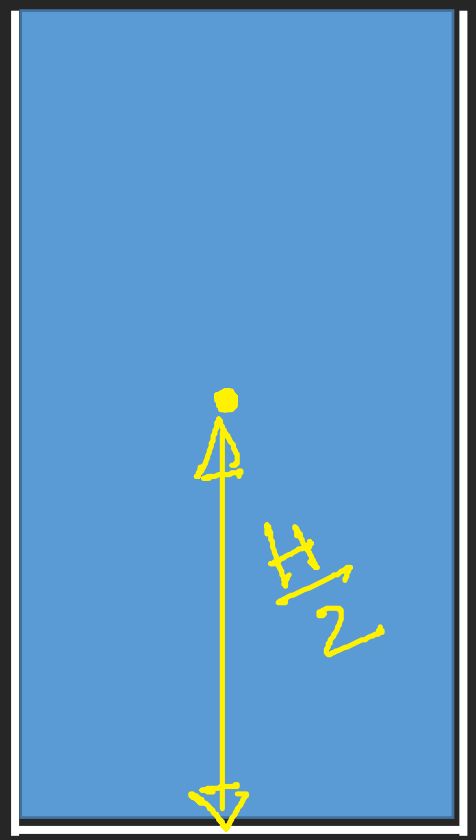
অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজ

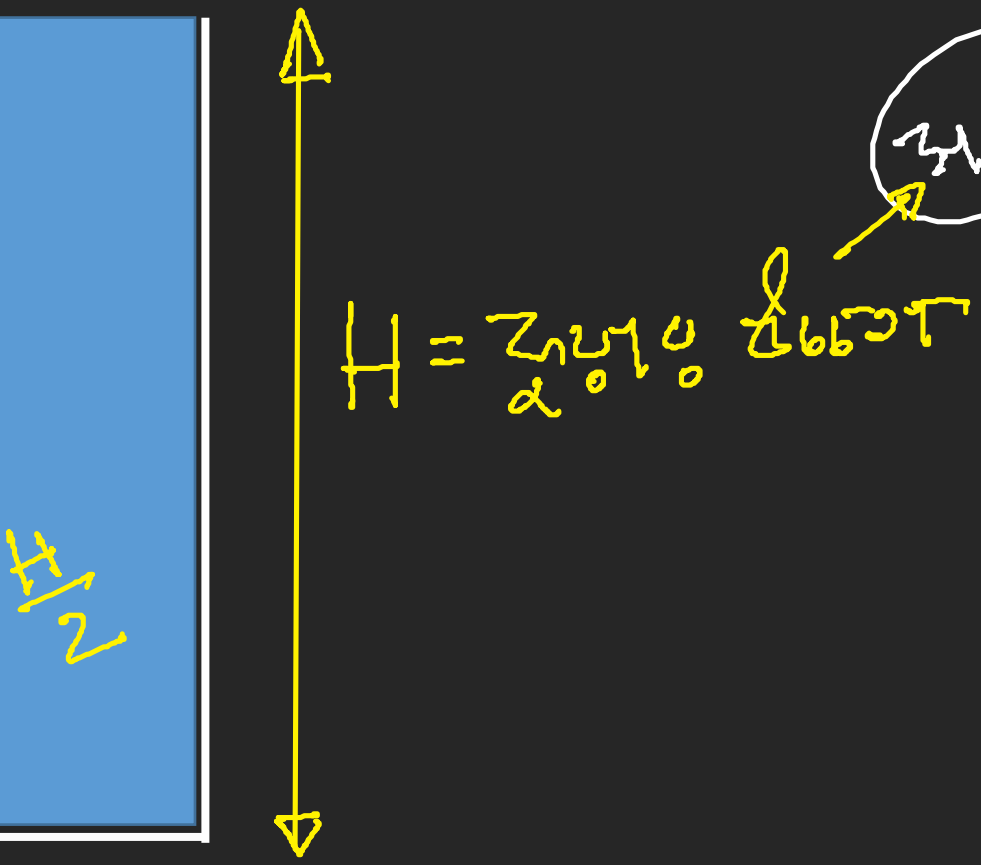
1) ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয়: সকল সুষম বস্তুর মধ্যবিন্দু ভরকেন্দ্র
2) ভরকেন্দ্রের উলম্ব সরণ
3) অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজ= বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ × ভরকেন্দ্রের উলম্ব সরণ

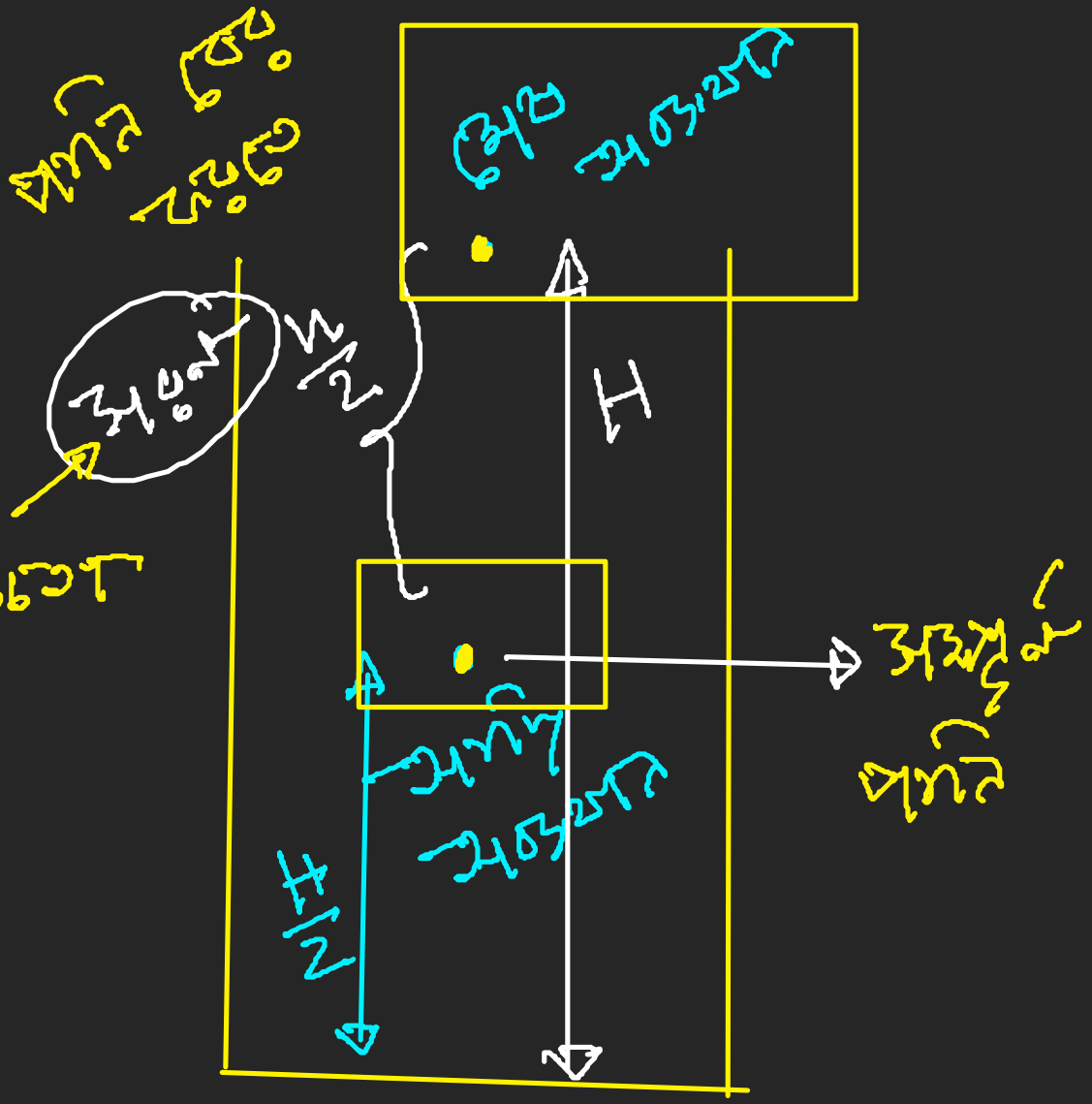


কুয়া খালি করতে কৃতকাজ

১০০% পানিপূর্ণ



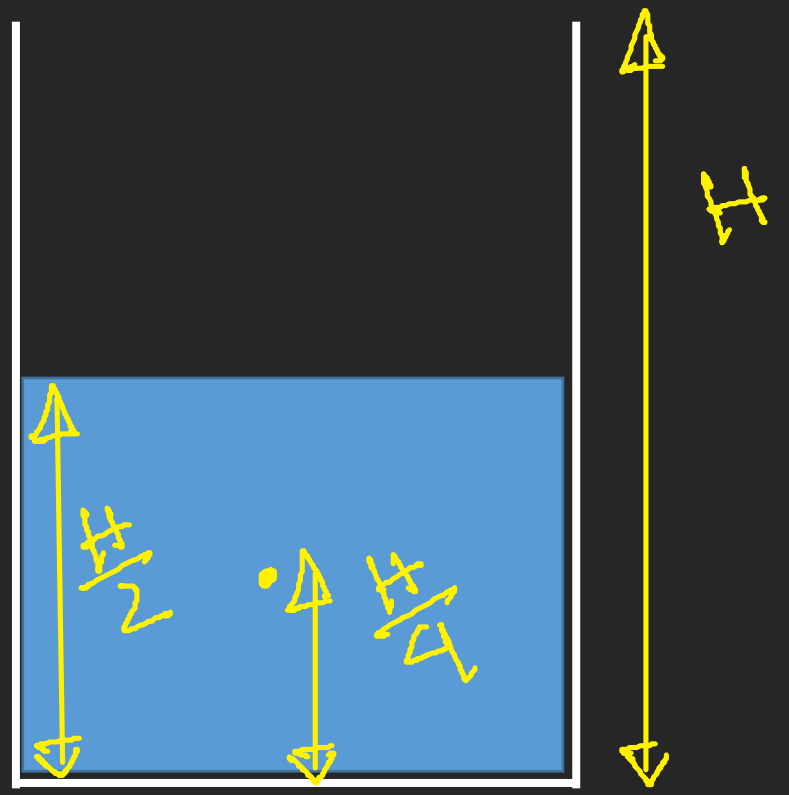


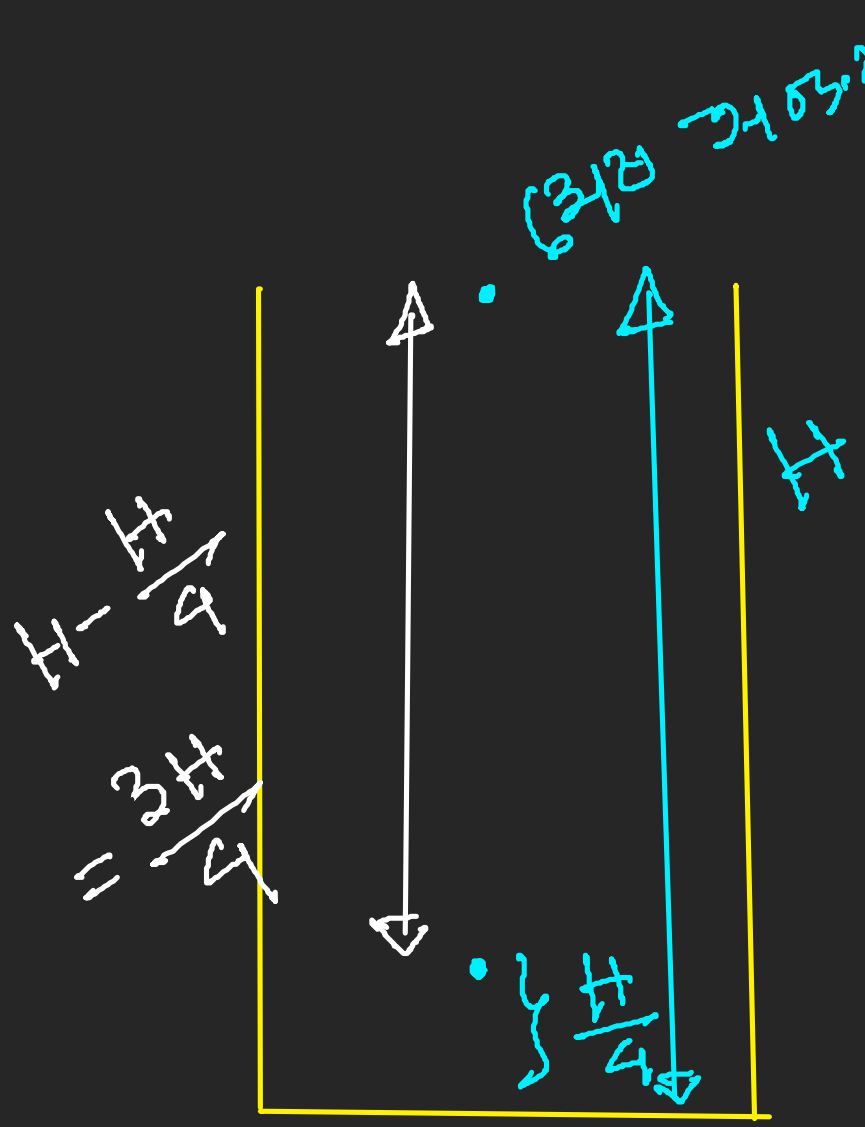


Continued

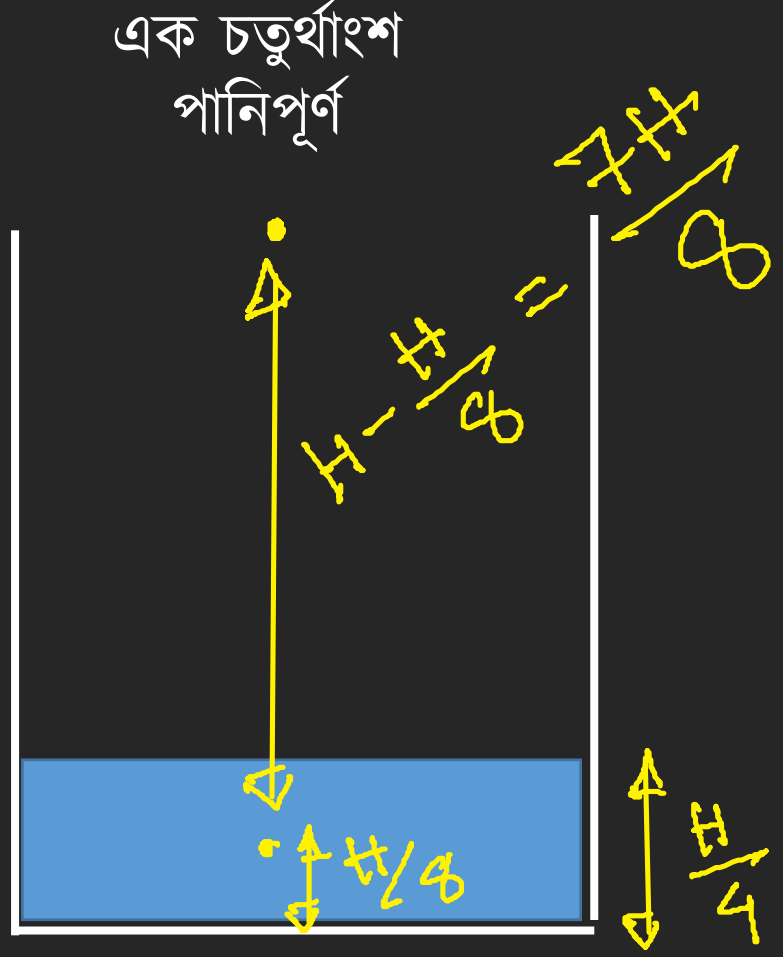
কুয়া খালি করতে কৃতকাজ

অর্ধেক পানিপূর্ণ





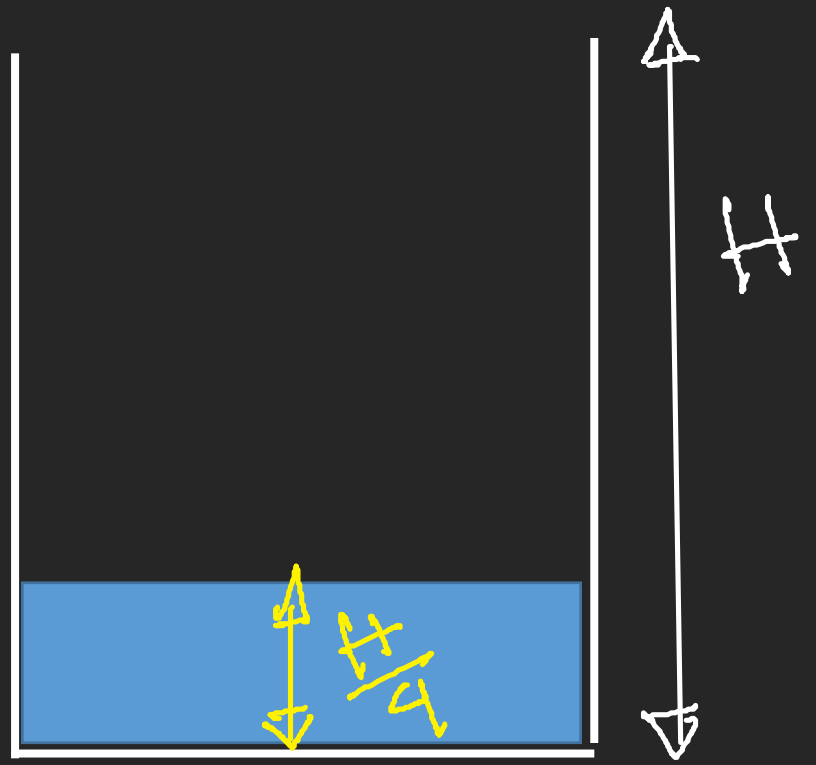
কুয়া খালি করতে কৃতকাজ



কুয়া খালি করতে কৃতকাজ (shortcut)

কুয়ার পানির ভরকেন্দ্রের সরণ= কুয়ার উচ্চতা − $\frac{\text{পানির উচ্চতা}}{2}$

এক চতুর্থাংশ
পানিপূর্ণ



$$H - \frac{\frac{H}{4}}{2}$$

$$= H - \frac{H}{8}$$

$$= \left(\frac{7H}{8}\right)$$

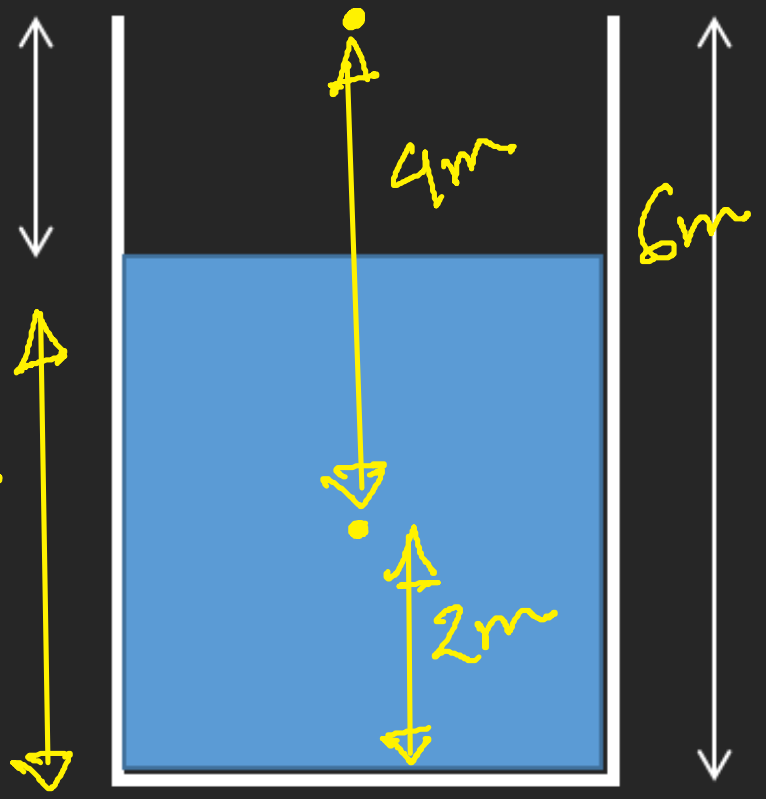
Problem

একটি কুয়ার গভীরতা 6m এবং ব্যাস $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ m। এর দুই-তৃতীয়াংশ পানি দ্বারা পূর্ণ। কুয়াটি 100s এ শূন্য করতে কত ক্ষমতার ইঞ্জিন লাগবে? $[g = 10ms^{-2}]$

Step 1:
done

Step 2:
ভরকেন্দ্রের অবস্থান = 4m

Step 3:
W = পানির ভর × g × ভরকেন্দ্রের উলম্ব অবস্থান



Continued

ماده جو) m = ماده حجم x چگالی

$= \pi r^2 h_{water} \times \text{چگالی}$

$= \pi \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2 \times 4 \times 10^3$ $\quad d = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$

$= 4 \times 10^3 \text{ kg}$ $\quad r = \frac{d}{2}$

$W = 4 \times 10^3 \times 10 \times (4)\text{ J}$

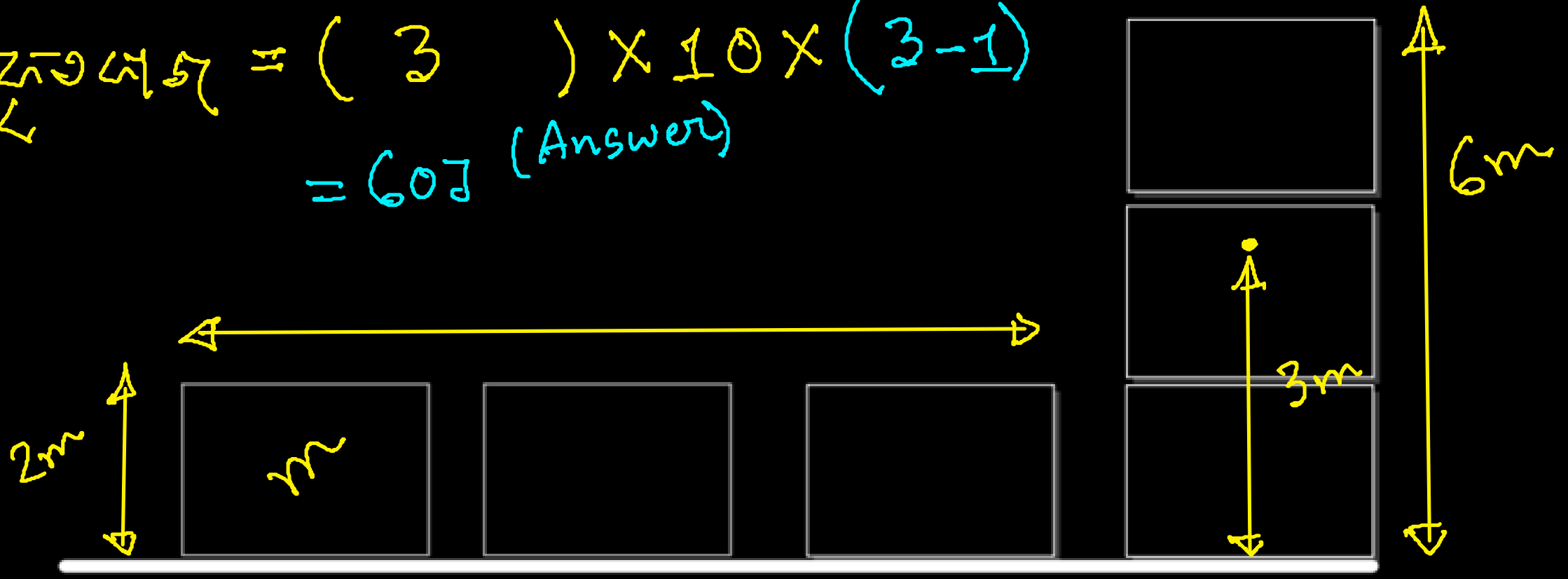
(Answer)

Problem

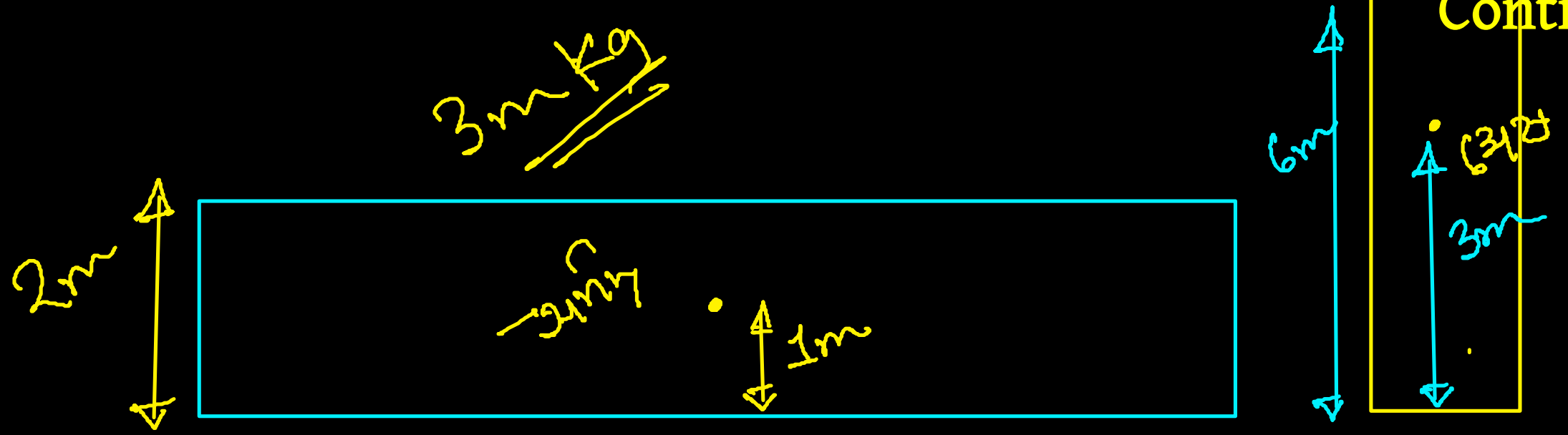
3 টি ইট একটির উপর আর একটি রেখে একটি স্তম্ভ সাজাতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় কর।
[দেওয়া আছে, প্রতিটি ইটের উচ্চতা 2 m এবং ভর 1kg] [$g = 10ms^{-2}$]

কৃতকাজ = (3) × 10 × (3-1)

= 60J (Answer)



Continued



Alternative Method(MCQ)

MCQ

$$W = mgh \times \frac{n(n-1)}{2}$$

m = প্রতিটি বস্তুর ভর

n = মোট সংখ্যা

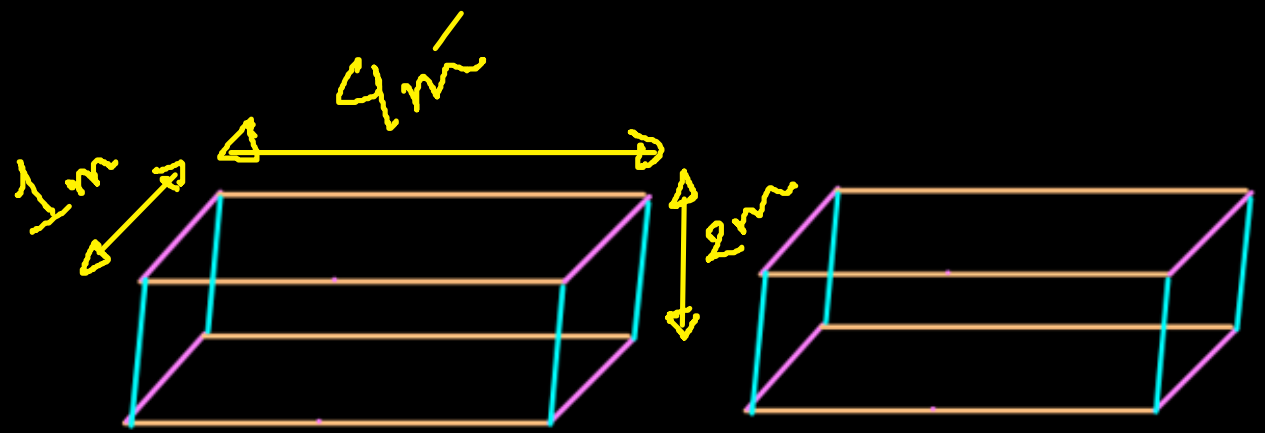
h = প্রতিটি বস্তুর উচ্চতা

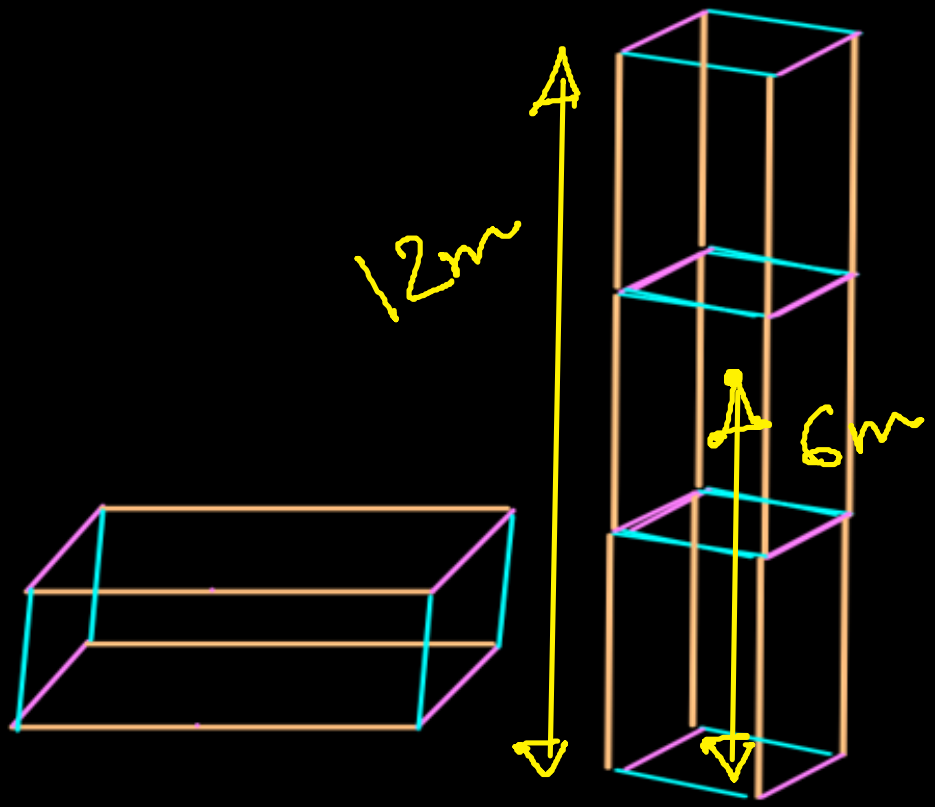
Problem

3 টি ইট *শোয়ানো অবস্থা থেকে খাড়া* ইটের একটি স্তম্ভ সাজাতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় কর। [দেওয়া আছে, প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য $4m$, প্রস্থ 1m এবং উচ্চতা 2m এবং ভর 1kg]

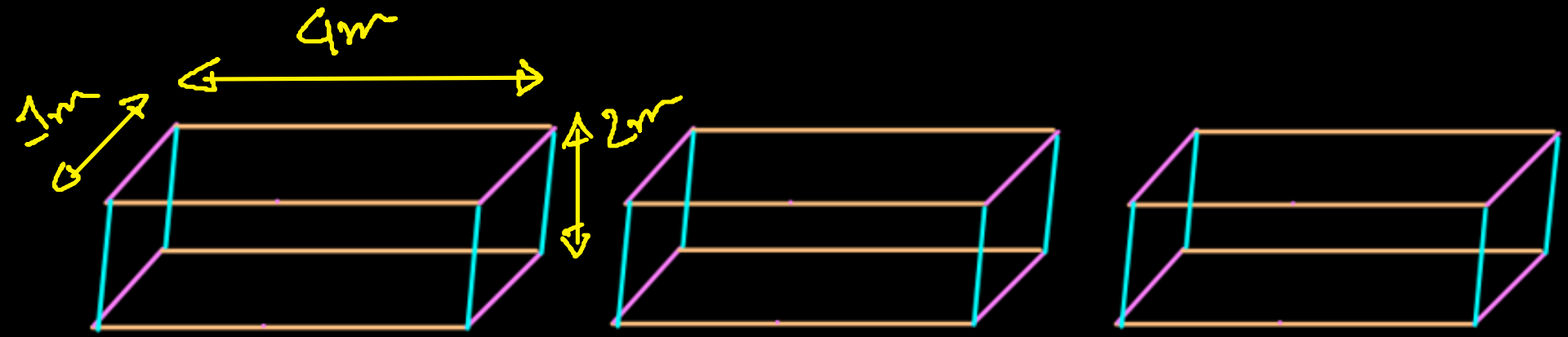
কাজ = $(3 \times 1) \times 9.8 \times (6-1)$

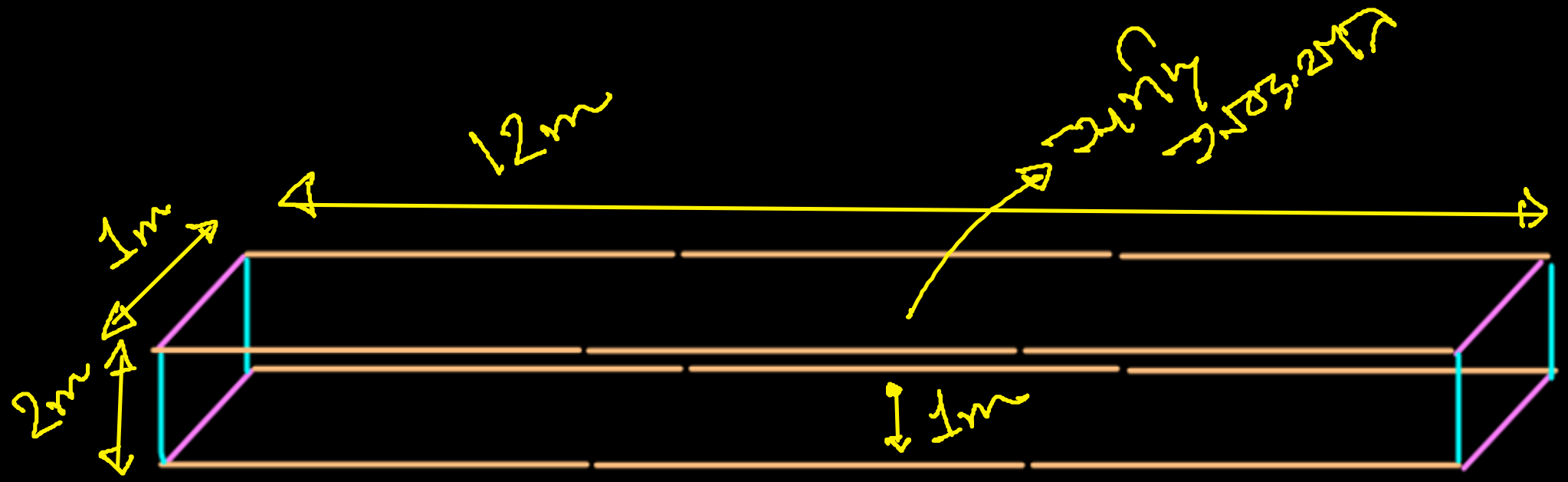
$= 147$ J





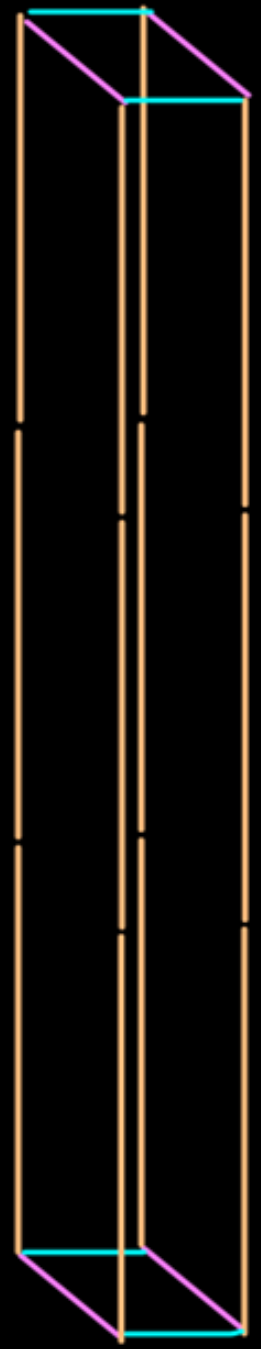
Continued





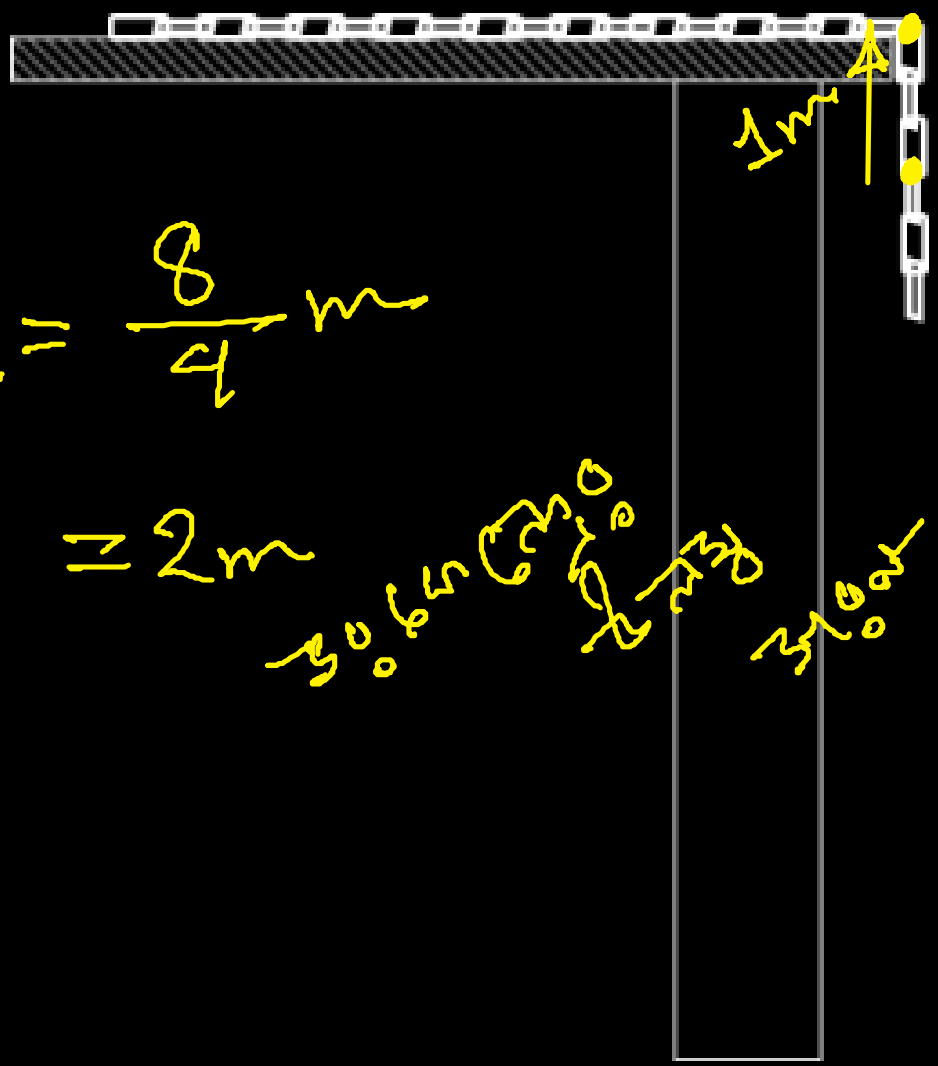
Continued





Problem

8 মিটার দৈর্ঘ্যের শিকলের এক-চতুর্থাংশ টেবিল থেকে ঝুলে আছে । ঝুলে থাকা অংশ টেবিলে ~~উঠাতে~~ কৃতকার্যের মান নির্ণয় করো । সম্পূর্ণ শিকলের ভর 16 কেজি $[g = 10ms^{-2}]$



$l = \frac{8}{4} m$

$= 2m$

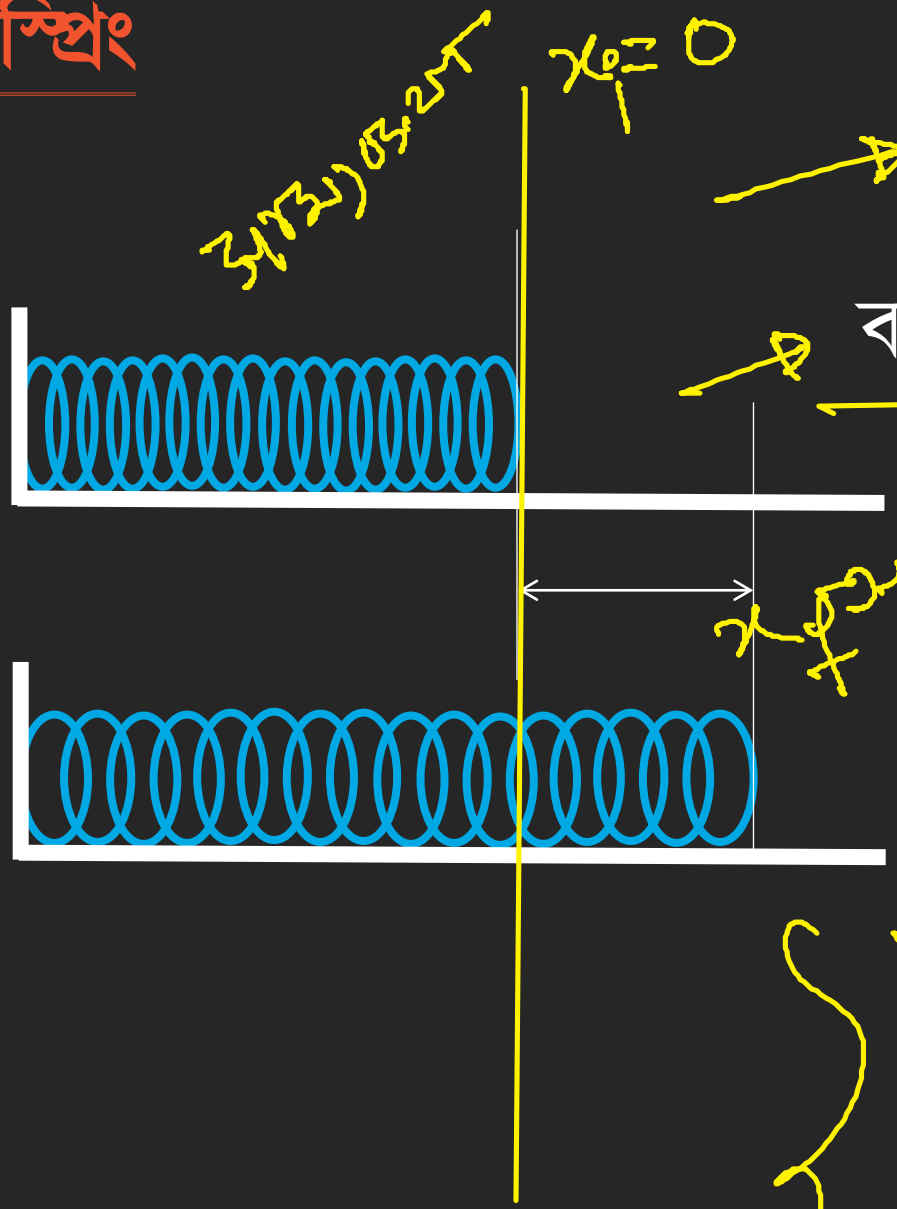
$m = \frac{16kg}{4} = 4kg$

কৃতকার্য $= mg \times$ সরণ

$= 4 \times 10 \times 1 = 40J$

Continued

স্প্রিং



স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$

বাহ্যিক বল দ্বারা কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$

x_i = আদি অবস্থান

x_f = শেষ অবস্থান

k= স্প্রিং ধ্রুবক

$$W_{spring} = -W_{ext}$$

$$\Rightarrow W_{ext} = -W_{spring}$$

Problem

k স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করা হল। দ্বিতীয় একটি স্প্রিংকে এর অর্ধেক পরিমাণ লম্বা করতে দ্বিগুণ কাজ করতে হবে। দ্বিতীয় স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক কত? [SUST'12-13]

$x_i = 0$

$x_f = x$

1st Case

$$W_1 = \frac{1}{2}k_1(x_f^2 - x_i^2) = \left(\frac{1}{2}k_1x^2\right)$$

2nd Case

$$W_2 = 2W_1 = \frac{1}{2}k_2\left(\frac{x}{2}^2 - 0\right)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2}k_1x^2 = \frac{1}{8}k_2x^2$$

Continued

$\Rightarrow \quad K_{\Sigma} \not\subseteq K_1$

Poll Question

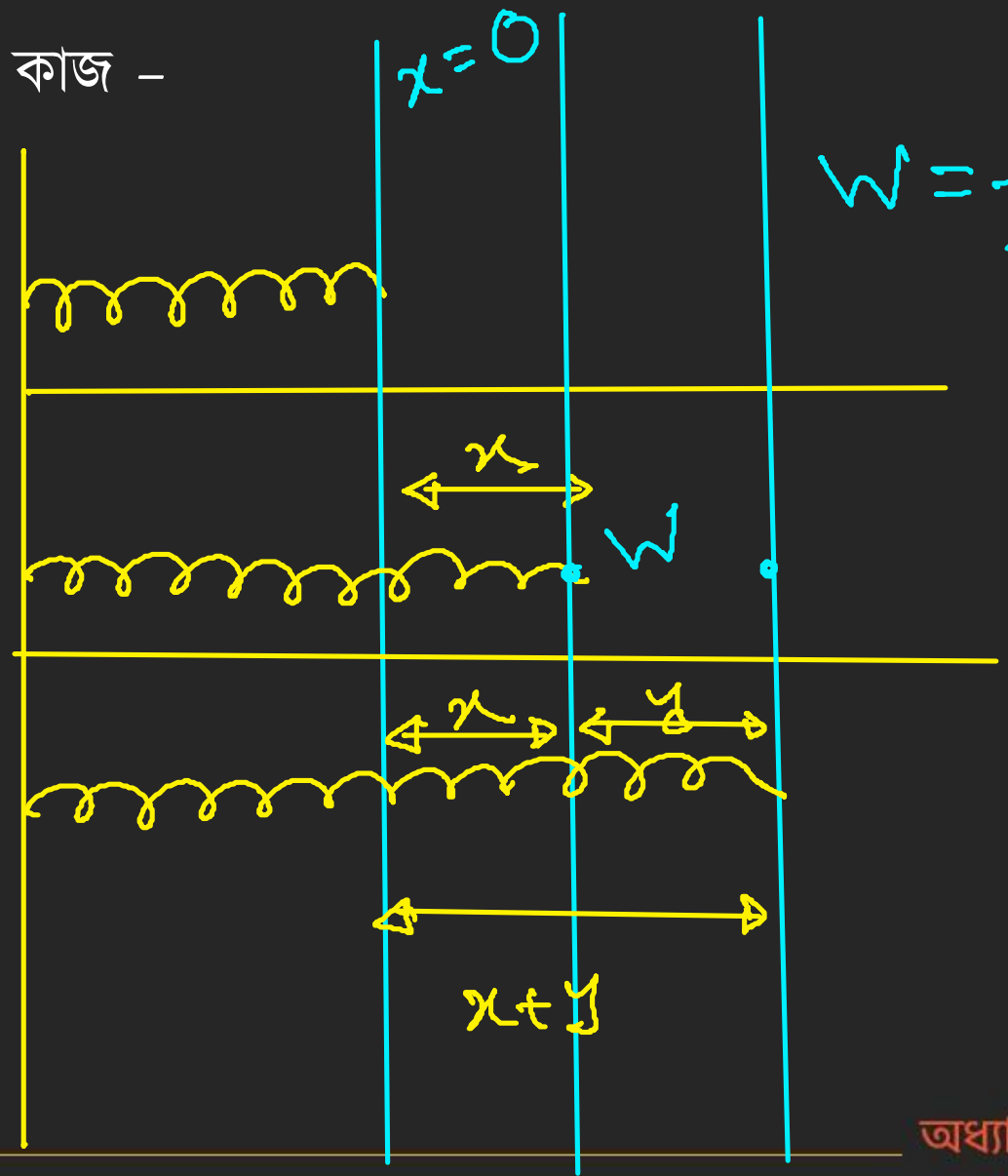
- একটি k স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিংকে x পরিমাণ প্রসারিত করা হল। স্প্রিংটিকে আরও y পরিমাণ প্রসারিত করতে কৃত কাজ –

(a) $\frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$

(b) $\frac{1}{2}k(x + y)^2$

(c) $\frac{1}{2}k(x^2 - y^2)$

(d) $\frac{1}{2}ky(2x + y)$



$W = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$

$x_i = x$

$x_f = x + y$

Continued

$$W = \frac{1}{2}k\left\{x_f^2 - x_i^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}k\left\{(x+y)^2 - x^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}k\left\{x^2+y^2+2xy - x^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}k\left(2xy+y^2\right) = \frac{1}{2}ky\,(2x+y)$$

কাজ শক্তি উপপাদ্য

$\Delta K = K_f - K_i = W$ অর্থাৎ, একটি বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন = বস্তুটির ওপর মোট কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

Problem

3kg ভরের বস্তুর উপর একটি বল ক্রিয়াশীল আছে। বস্তুটির অবস্থান সমীকরণ $x = 3t - 4t^2 + t^3$, যেখানে x এর মান মিটারে এবং t এর মান সেকেন্ডে। $t = 0$ হতে $t = 4$ সেকেন্ড সময়ে বলটি দিয়ে বস্তুর উপর কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [BUET'16-17]

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times (19)^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times (3)^2$$

$$= 528\ J$$

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^2$$

$$\text{শুরুতে } v(t=0) = 3 - 0 + 0 = 3$$

$$\text{শেষে } v(t=4) = 3 - 8 \times 4 + 3 \times (4)^2$$

$$= 19$$

Continued

Continued

শক্তির সংরক্ষণশীলতা : বিভব শক্তি ও গতিশক্তি

শক্তির সংরক্ষণশীলতা সূত্র : বিভব + গতিশক্তি = ধ্রুবক

Problem

3.2 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে ৩০ ডিগ্রি কোণে 6m/s বেগে ছুড়ে মারলে ভূমিতে কত বেগে আঘাত করবে ?[g=10ms^{-2}]

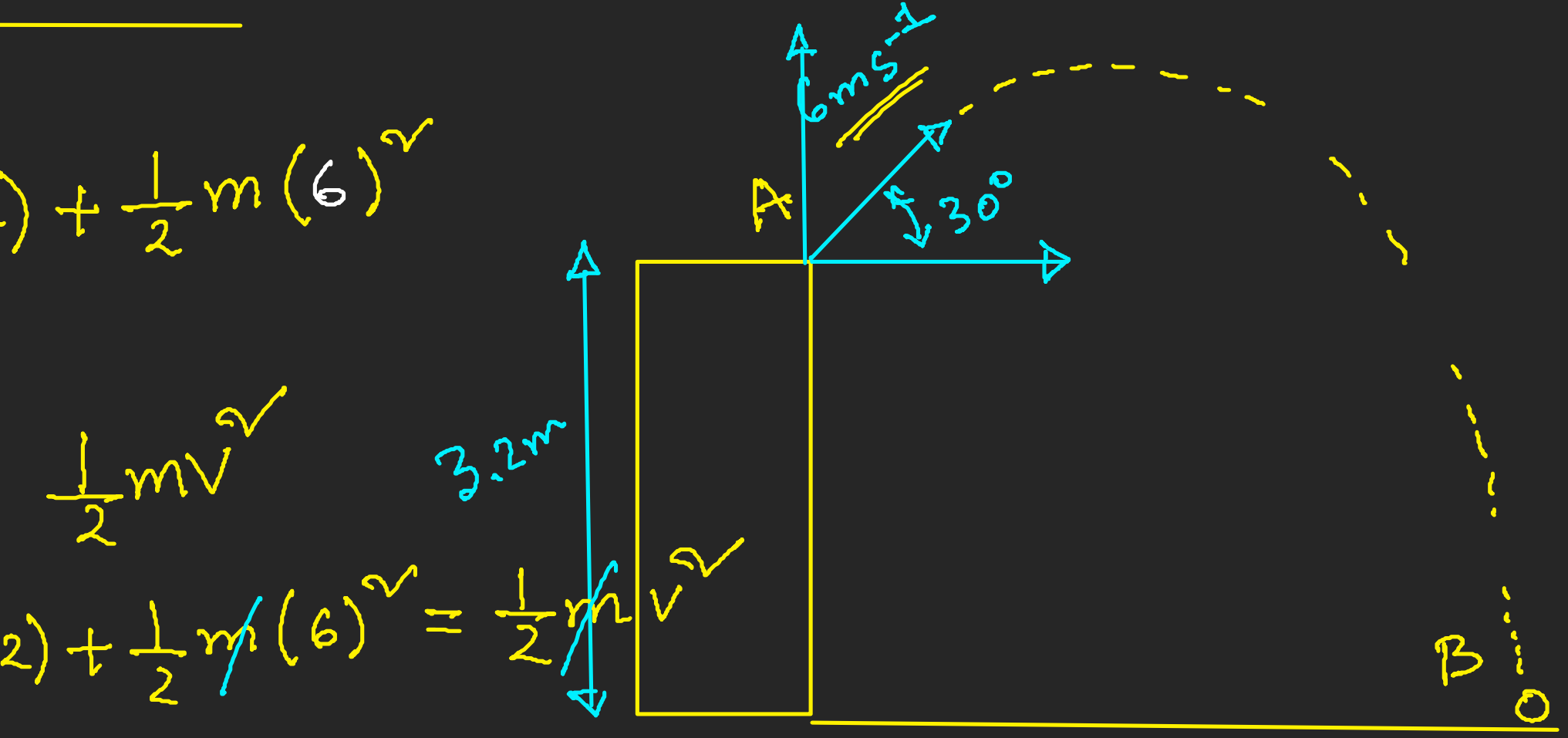
A

$mg(3.2) + \frac{1}{2}m(6)^2$

B

$0 + \frac{1}{2}mv^2$

$mg(3.2) + \frac{1}{2}m(6)^2 = \frac{1}{2}mv^2$



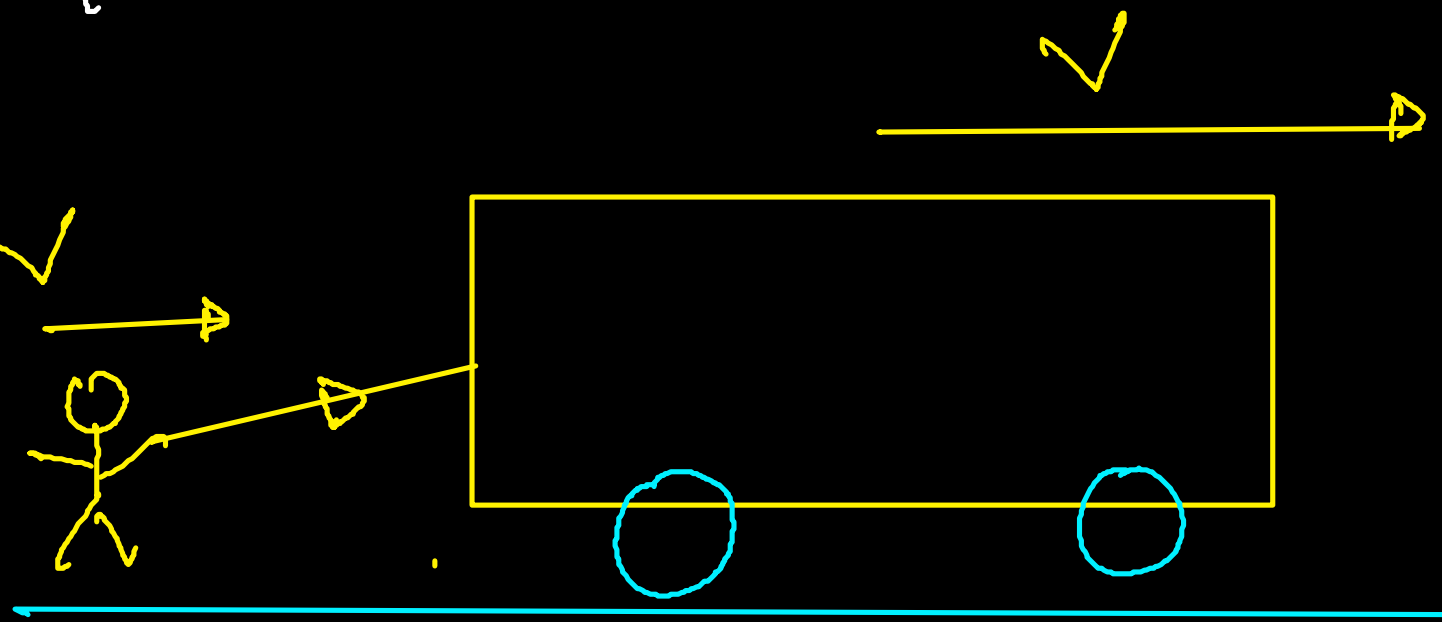
Continued

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = g \times 3.2 + \frac{1}{2}(6)^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \times g \times 3.2 + (6)^2$$

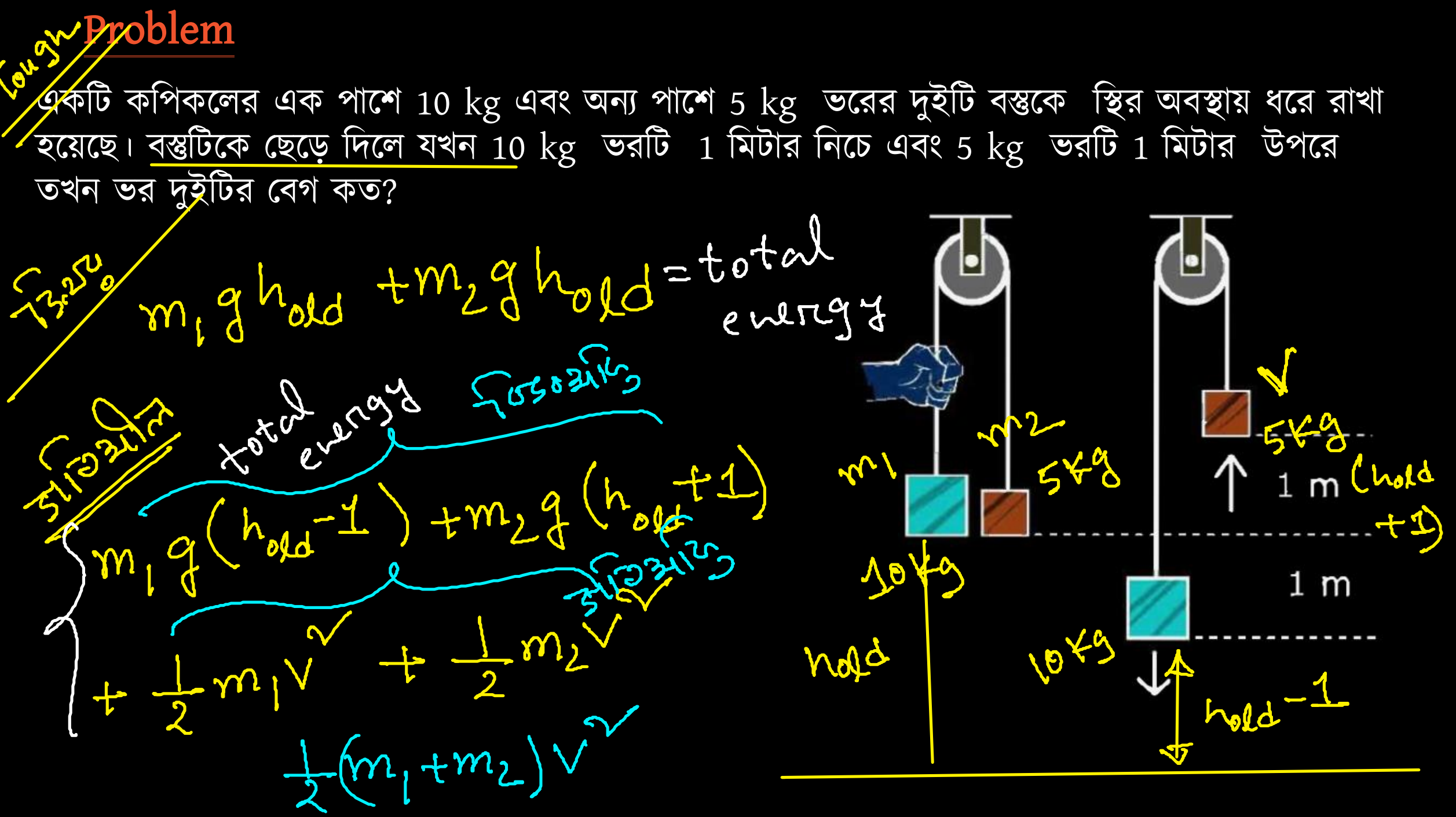
$$\Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 3.2 + (6)^2$$

$$\Rightarrow v = 10\,m\,s^{-1}$$



Tough Problem

একটি কপিকলের এক পাশে 10 kg এবং অন্য পাশে 5 kg ভরের দুইটি বস্তুকে স্থির অবস্থায় ধরে রাখা হয়েছে। বস্তুটিকে ছেড়ে দিলে যখন 10 kg ভরটি 1 মিটার নিচে এবং 5 kg ভরটি 1 মিটার উপরে তখন ভর দুইটির বেগ কত?



$m_1 g h_{old} + m_2 g h_{old} = \text{total energy}$

total energy

$m_1 g(h_{old}-1) + m_2 g(h_{old}+1) + \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2$

$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2$

Continued

$m_1 g h_{old} + m_2 g h_{old}$

$= m_1 g (h_{old} - 1) + m_2 g (h_{old} + 1)$

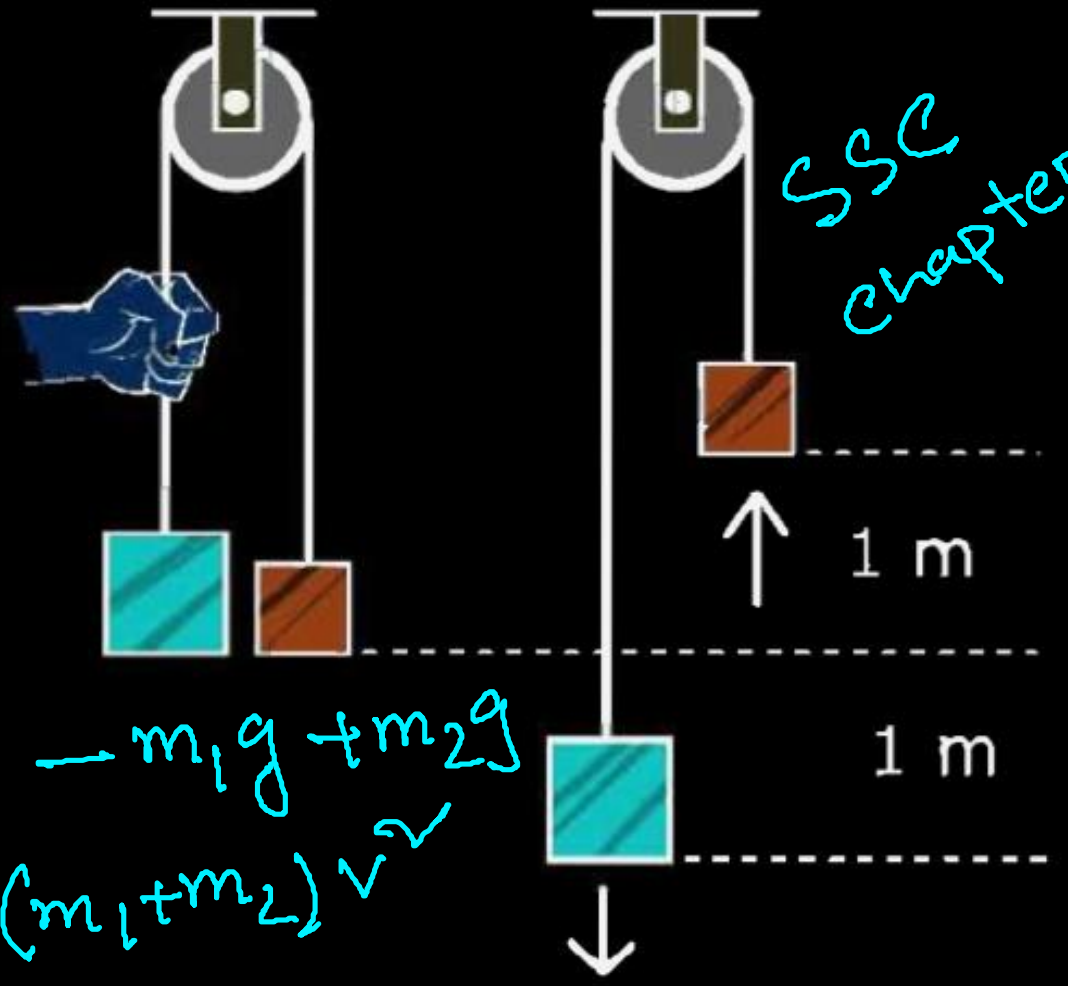
$+ \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2$

$\Rightarrow m_1 g h_{old} + m_2 g h_{old} = m_1 g h_{old}$

$+ m_2 g h_{old} - m_1 g + m_2 g$

$+ \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2$

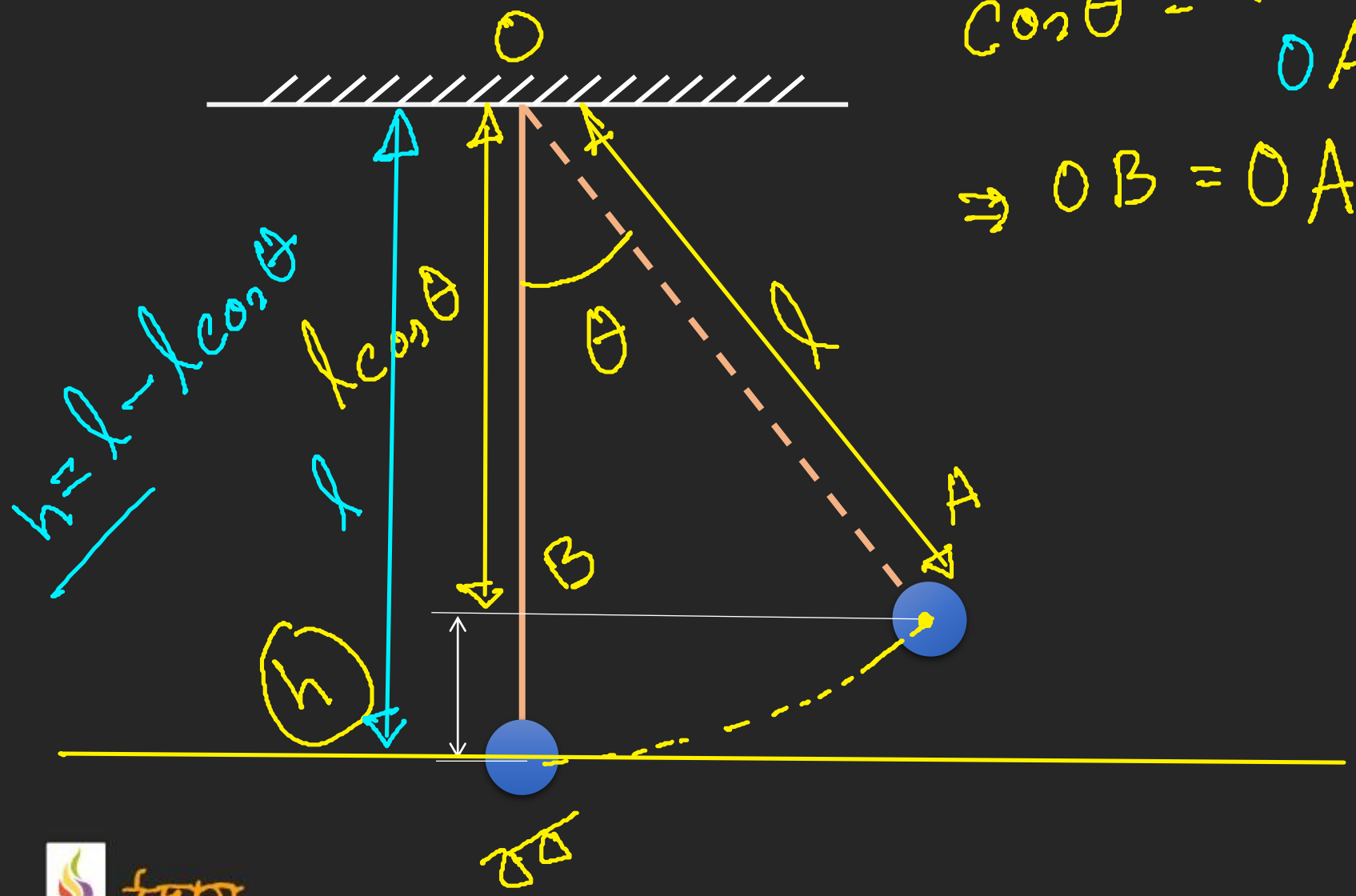
$\Rightarrow v^2 =$



SSC chapter

সরলদোলক

$OA = l$

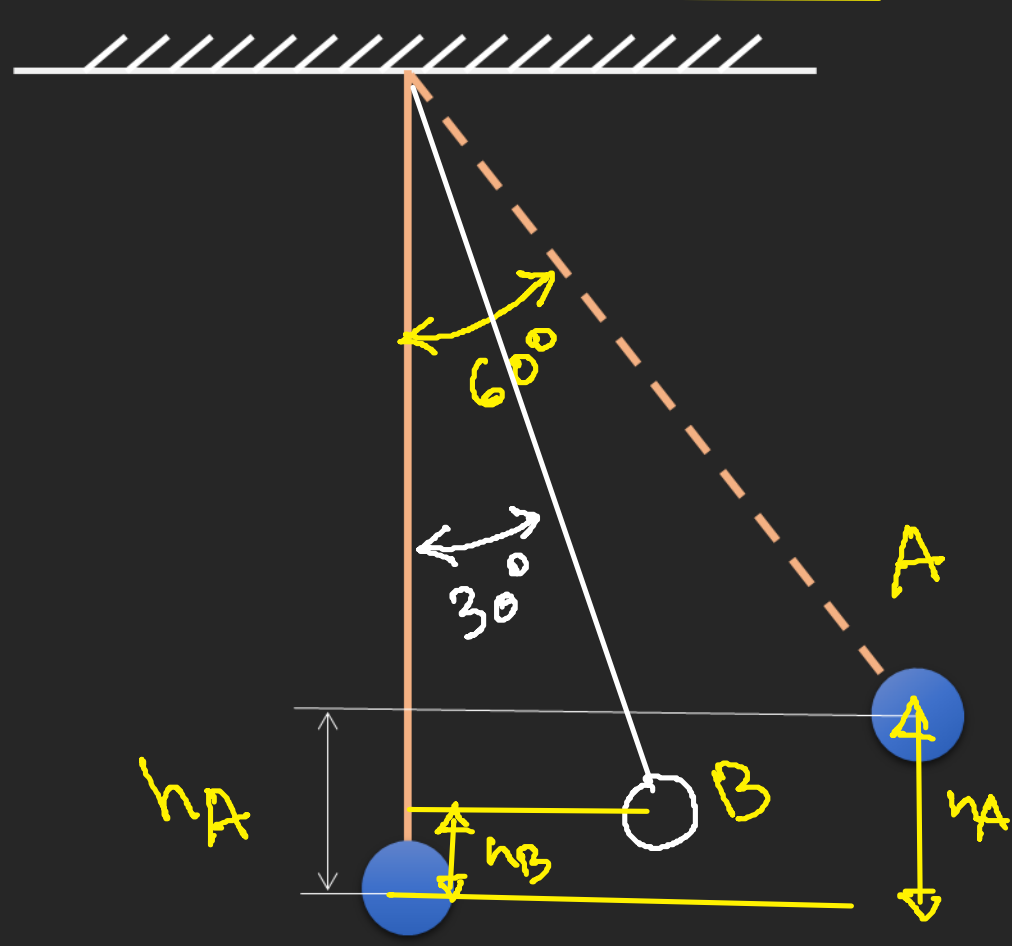


$$\cos\theta = \frac{OB}{OA}$$

$$\Rightarrow OB = OA\cos\theta = l\cos\theta$$

Problem

1m কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের ববের ভর 300g, দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 60° কোণে নিয়ে গিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলোপ্লববটির গতিশক্তি বের কর যখন সূতা সাম্যাবস্থার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করেপ্ল[$g = 10\ m/s^2$] [RUET'15-16]



A বিন্দু $mgh_A + 0$

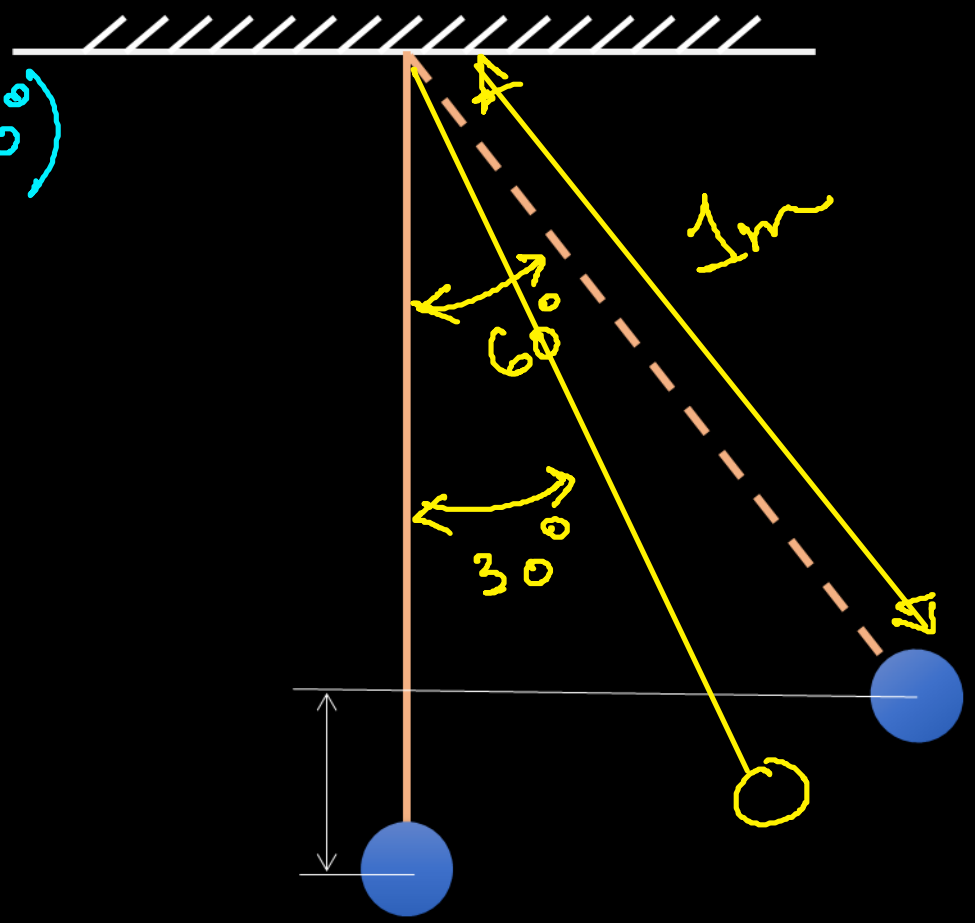
B বিন্দুতে $mgh_B + \left(\frac{1}{2}mv^2\right)$

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv^2$$

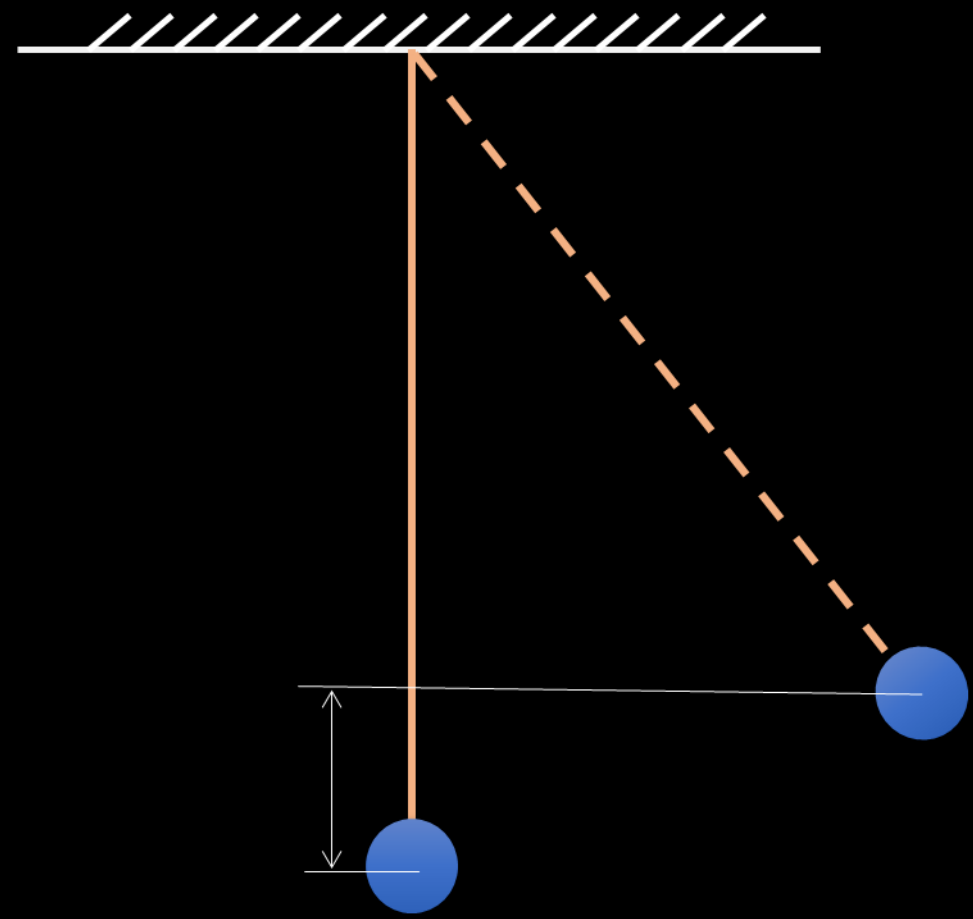
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mg(h_A - h_B)$$

Continued

$$\begin{cases} h_A = l - l\cos 60^\circ = l(1-\cos 60^\circ) \\ \quad = 1(1-\cos 60^\circ) \\ h_B = l - l\cos 30^\circ \\ \quad = 1(1-\cos 30^\circ) \end{cases}$$



Continued



Alternative Method(MCQ)

1m কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের ববের ভর 300g, দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 60^o কোণে নিয়ে গিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। ববটির বেগ বের কর সূতা সাম্যাবস্থার সাথে 30^o কোণ উৎপন্ন করেপ্ল$[g = 10\ m/s^2]$

$$v^2 = 2g.\ell(cos\theta_f - cos\theta_i)$$

v=বেগ
***l*=সুতার দৈর্ঘ্য**
θ_i=সাম্যাবস্থার সাথে আদি কোণ
θ_f=সাম্যাবস্থার সাথে শেষ কোণ

$v^2 = 2 \times 10 \times 1 \times (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)$

$\Rightarrow v = \sqrt{\quad}$ (Answer)

ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা

ক্ষমতা, $\mathrm{P} = \frac{W}{t}$

(a) কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{প্রাপ্ত ক্ষমতা}}{\text{প্রদত্ত ক্ষমতা}} \times 100\%$

P_{out}

P_{in}

Problem

BMW দাবি করে যে তাদের তৈরি 1000kg ভরের গাড়ি 80 সেকেন্ডে স্থির অবস্থা থেকে 40m/s বেগ দিতে পারে। যদি গাড়ির ইঞ্জিন এর কর্মদক্ষতা 90% হয় তাহলে ইঞ্জিন এর ক্ষমতা কত?

$P_{in} = ?$

$W = P_{out}\, t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

$\Rightarrow P_{out} = \frac{\frac{1}{2} \times 1000 \times (40)^2 - 0}{80\,s}$

$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$

Continued

Poll Question- 2

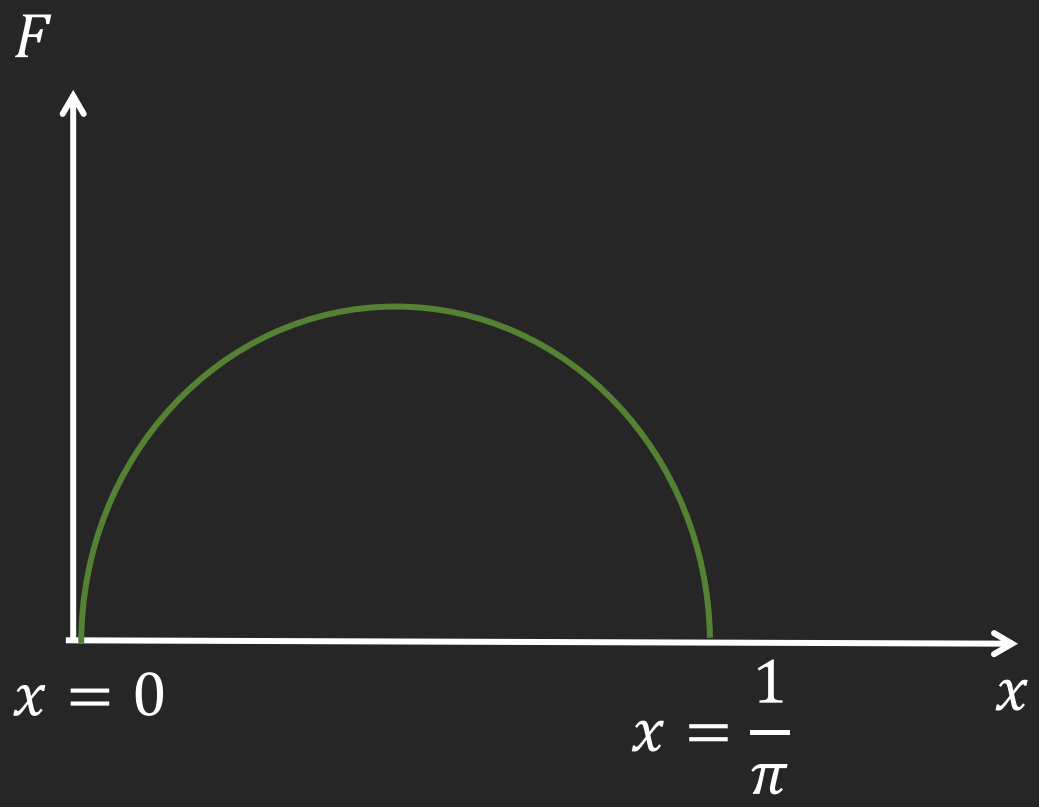
- চিত্র হতে কৃতকাজ কত?

(a) $\frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{8}$

(c) $\frac{1}{8\pi}$

(d) $\frac{1}{8\pi^2}$



Poll Question- 4

- F_1 ও F_2 বলদ্বয় দ্বারা $25\ Nm^{-1}$ ও $16\ Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সম্প্রসারিত করা হল। যদি স্প্রিং এর সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ সমান হয় তবে $\frac{F_1}{F_2}$ এর মান কত হবে?

(a) $\frac{4}{5}$

(b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{16}{25}$

(d) $\frac{25}{16}$

Poll Question- 5

- পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় একটি স্পেসশিপ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। অভিকর্ষ বল F দ্বারা কৃতকাজ কত?

(a) $F\,h$

(b) $-F\,h$

(c) $F\,(R+h)$

(d) 0

লেগে থাকো সৎভাবে,
স্বপ্নজয় তোমারই হবে