ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

উচ্চতর গণিত

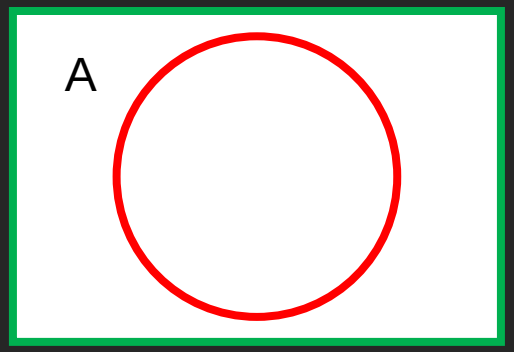
লেকচার : M-14

অধ্যায় ১০ : বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা



সম্ভাবনা

- $P(A) = \frac{\text{সমসম্ভাব্য অনুকূল ঘটনার সংখ্যা}}{\text{সমসম্ভাব্য মোট ফলাফলের সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n}{m}$

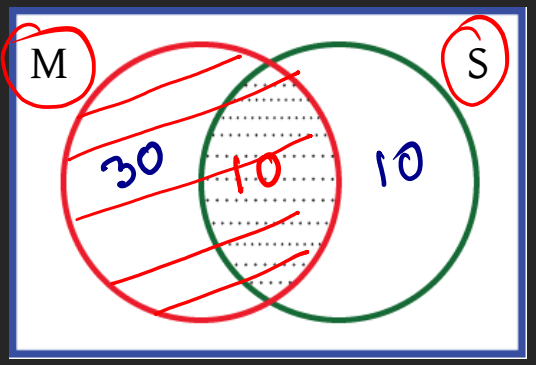


- তাহলে $0 \leq P(A) \leq 1$ (অর্থাৎ, কোন A ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা শূন্য অপেক্ষা কম নয় এবং 1 অপেক্ষা অধিক নয়)

অবর্জনশীল/বর্জনশীল ও স্বাধীন ঘটনা

⊙ গণিত ও পরিসংখ্যান বিষয়ে 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 40 জন গণিতে ফেল করে এবং উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করে। নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্রকে বাছাই করলে তার পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা বের কর। [BUET'17-18]

$P = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$ (Ans)



অবর্জনশীল/বর্জনশীল ও স্বাধীন ঘটনা

(•) একটি শ্রেণিতে 20 জন ছাত্রী ও 15 জন ছাত্র আছে। 4 টি সৌজন্যমূলক টিকেট লটারীর মাধ্যমে 4 জনকে দেয়া হবে। (a) 4 জন ছাত্রীর টিকেট গুলো পাওয়ার সম্ভাবনা কত? (b) 2 জন ছাত্র ও 2 জন ছাত্রীর টিকেটগুলো পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [BUET'19-20]

(a) $\frac{{}^{20}C_4}{{}^{35}C_4}$ Ans

(b) $\frac{{}^{20}C_2 \times {}^{15}C_2}{{}^{35}C_4}$ Ans

অবর্জনশীল/বর্জনশীল ও স্বাধীন ঘটনা

⊙ একজন ছাত্র ভর্তি পরীক্ষায় চারটি বিষয় Math, Phy, Chem, Eng এ অংশগ্রহণ করে। তার পাশের সম্ভাব্যতা Math এ $\frac{4}{5}$, Phy এ $\frac{3}{4}$, Chem এ $\frac{5}{6}$ এবং Eng এ $\frac{2}{3}$. যোগ্যতা অর্জনের জন্য তাকে অবশ্যই Math এ এবং ন্যূনতম অন্য যে কোন দুই বিষয়ে পাশ করতে হবে। ভর্তি পরীক্ষায় তার যোগ্যতা অর্জনের সম্ভাব্যতা কত? [BUET'14-15]

$P(m) = 4/5$

$P(m') = 1 - 4/5 = 1/5$

$P(P) = 3/4$

$P(P') = 1 - 3/4 = 1/4$

$P(C) = 5/6$

$P(C') = 1 - 5/6 = 1/6$

$P(E) = 2/3$

$P(E') = 1 - 2/3 = 1/3$

$P(m \cap P \cap C \cap E') + P(m \cap P \cap C' \cap E)$

$P(m \cap P' \cap C \cap E) + P(m \cap P \cap C \cap E)$

$= 4/5 \times 3/4 \times 5/6 \times 1/3 + 4/5 \times 3/4 \times 1/6 \times 2/3$

$+ 4/5 \times 1/4 \times 5/6 \times 2/3 + 4/5 \times 3/4 \times 5/6 \times 2/3$

$= 61/90$ Ans

Poll Question-01

❑ আবুল ও বাবুলের একটি সমস্যা সমাধান করতে পারার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$. তারা একত্রে সমস্যাটি সমাধান করার চেষ্টা করলে সমস্যাটির সমাধান হবার সম্ভাবনা

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{7}{12}$

(d) None

1st

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{2}$

2nd

বিকল্পঃ $P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$P(B') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = \frac{1}{2}$

Independent

① $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

② $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(\frac{B}{A})$

$= P(B) \times P(\frac{A}{B})$

dependent

$P(\frac{B}{A})$ = A ঘটেছে B ঘটার সম্ভাবনা

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

• তিনজন বাঘ শিকারীর একটি বাঘ শিকার করার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ ও $\frac{1}{10}$ । তিনজনই গুলি করলে বাঘটির নিহত হবার সম্ভাবনা কত?

$P(A \cup B \cup C) =$ - - - -

$P(A) = \frac{1}{8}$

$P(A') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$P(B) = \frac{1}{9}$

$P(B') = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

$P(C) = \frac{1}{10}$

$P(C') = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

$P(A' \cap B' \cap C') = \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{7}{10}$

$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A' \cap B' \cap C')$

$= 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ Ans

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

⊙ n জন মানুষের মাঝে কমপক্ষে 2 জনের জন্মদিন একই হওয়ার সম্ভাবনা কত?

$P(A) + P(A') = 1$

n জনের B.Day ভিন্ন ভিন্ন হওয়ার সম্ভাবনা?

$$\frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365}$$

$$= \frac{{}^{365}P_5}{365^5}$$ Ans

$n \le 365$ n সংখ্যক মানুষের ভিন্ন দিনে জন্মগ্রহণের সম্ভাবনা $= \frac{{}^{365}P_n}{365^n}$ Ans

∴ অন্তত 2 জনের Same day $\rightarrow 1 - \frac{{}^{365}P_n}{365^n}$ Ans

Poll Question-02

- একটি ছক্কা পরপর 6 বার নিক্ষেপ করলে তাতে ফলাফল ভিন্ন ভিন্ন হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(a) 1

(b) $\frac{5!}{6^5}$

(c) $\frac{1}{6^6}$

(d) None

$$\frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{5!}{6^5}$$

সংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

① 1 হতে 100 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যা হতে দৈবভাবে 1টি সংখ্যা বাছাই করা হল। সংখ্যাটি---

~~i.~~ বিজোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত?

$n(odd) = 50$, $n(Even) = 50$

$n(T) = 100$

① $P(odd) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

ii. জোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত?

⑪ $P(E) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

iii. 4-এর গুনিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত? 4, 8, 12 - - - 100

↓ ⑪ $4n \le 100$

$n \le 25$

$P(4) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

~~iv.~~ 5-এর গুনিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

⑰ $5n \le 100$, $n = 20$

$P(5) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ Ans

'4' $n = 24.99$

$n = 24$

সংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

- 1 হতে 100 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যা হতে দৈবভাবে 1টি সংখ্যা বাছাই করা হল। সংখ্যাটি--

v) 4 এবং 5-এর গুনিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

4 × 5 = 20 ল.সা.গু

(v) $20n \le 100$, $n = 5$ $\quad P(4 \cap 5) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ Ans

vi) 4 অথবা 5-এর গুনিতক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

(vi) $P(4 \cup 5) = P(4) + P(5) - P(4 \cap 5)$

$= \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - \frac{5}{100}$ Ans

~~vii)~~ মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা কত?

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 = 4, 4, 2, 2, 3, 2, 2, 3, 2, 1 = 25 টি

$P(\text{prime}) = \frac{25}{100} = 1/4$ Ans

Poll Question-03

6-2+1=5

- 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যেকোন একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা কোনটি?

10, 15, 20, 25, 30

(a) $\frac{7}{15}$

(b) $\frac{6}{21}$

(c) $\frac{11}{21}$

(d) $\frac{5}{21}$

(e) $\frac{13}{21}$

$10 \le 5n \le 30$

$2 \le n \le 6$

$P(5 \cup \text{prime}) = P(5) + P(\text{prime}) - P(5 \cap \text{prime})$

$= \frac{5}{21} + \frac{6}{21} - 0$

$= \frac{11}{21}$ (Ans)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ← অন্তর্নিষ্ঠ

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ← বহির্ভূত

$P(H \cup T) = P(H) + P(T) - P(H \cap T)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{0}{2}$

Dice → 1, 2, 3, 4, 5, 6

$P(\text{জোড়}) \cup (\text{মৌলিক}) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{}{6}$

সংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

1 থেকে 100 এর মধ্যে তিনটি পৃথক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার যোগফল জোড়সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত?

বিজোড় = 50

জোড় = 50

2 + 4 + 6 = 12 জোড়

1 + 3 + 2 = 6 জোড়

2 + 4 + 5 = 11 বিজোড়

1 + 3 + 5 = 9 বিজোড়

① $P(3E) + P(2odd + 1E)$

$= \frac{{}^{50}C_3}{{}^{100}C_3} + \frac{{}^{50}C_2 \times {}^{50}C_1}{{}^{100}C_3}$ Ans

∵

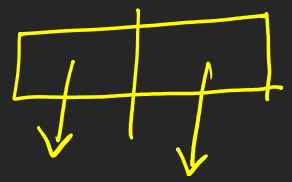
উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

সংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

❑ পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2,4,7,9,3,8 অঙ্কগুলো ব্যবহার করে দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা বানানো হবে। সংখ্যাটির জোড় হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [BUET'10-11]

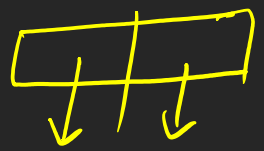
(2, 4, 8)

জোড়



5 × 3 = 15

সব



6 × 5 = 30

$P(\text{জোড়}) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

বাক্স হতে বল তোলা সংক্রান্ত

① একটি বাক্সে 4 টি লাল, 5 টি নীল এবং 7 টি সাদা রঙের বল আছে। দৈবচয়নে একটি বলের লাল বা সাদা হবার সম্ভাব্যতা কত? [RUET'13-14]

$P(R \cup W) = P(R) + P(W) - P(R \cap W)$

$= \frac{4}{16} + \frac{7}{16} = \frac{11}{16}$ Ans

R = 4
B = 5
W = 7

total = 16

বাক্স হতে বল তোলা সংক্রান্ত

- একটি পাত্রে নয়টি বল আছে, যার মধ্যে দুটি লাল, তিনটি নীল এবং চারটি কালো। তিনটি বল পাত্রটি হতে দৈবভাবে নেয়া হল।

(a) বল তিনটি ভিন্ন রংয়ের এবং (b) বল তিনটি একই রংয়ের হওয়ার সম্ভাবনা কত? [BUET'16-17]

(i) $P(R, Bl, B) = \frac{{}^2C_1 \times {}^3C_1 \times {}^4C_1}{{}^9C_3}$ Ans

R = 2
B = 3
Bl = 4
T = 9

(ii) $P(3R \cup 3B \cup 3Bl) = P(3R) + P(3Bl) + P(B)$

$= \frac{0}{{}^9C_3} + \frac{{}^3C_3}{{}^9C_3} + \frac{{}^4C_3}{{}^9C_3}$ Ans

$= 5/84$ Ans

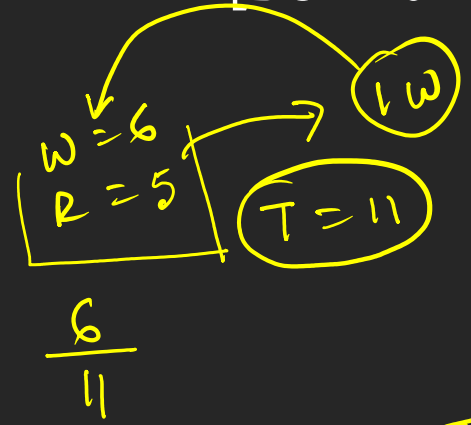
Ans: 11.46 — 11.51

বাক্স হতে বল তোলা সংক্রান্ত

① একটি বাক্সে 6 টি সাদা ও 5 টি লাল বল আছে। বাক্স হতে পুনঃস্থাপন করে দুটি বল নেয়া হল। বল দুটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [BUET'04-05]

$$P(WW) = \frac{6}{11} \times \frac{6}{11} = \frac{36}{121}$$

$$\# P(WW) = \frac{6}{11} \times \frac{5}{10}$$ (পুনঃ স্থাপন করা হয়নি)



$\frac{6}{11}$

পুনঃ স্থাপন করা → Total = 11-1=10

পুনঃ করা → 11

Poll Question-04

- একটি বাক্সে 3 টি লাল, 3 টি সবুজ ও 2 টি নীল বল আছে। দৈবভাবে 3 টি বল তোলা হলে 2 টি বল সবুজ হবার সম্ভাবনা কত?

(a) $\frac{5}{56}$

(b) $\frac{15}{56}$

(c) $\frac{28}{56}$

(d) None

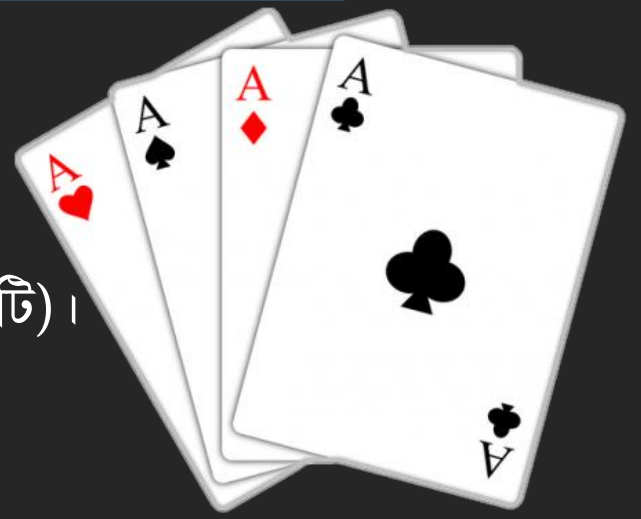
$P(2G \mid 1Diff) = \frac{{}^3C_2 \times {}^5C_1}{{}^8C_3}$

$= \frac{15}{56}$

P = 3
G = 3
B = 2
T = 8

= 5

তাস/Card সংক্রান্ত



মোট তাস সংখ্যা = 52 টি।

তাসের ধরণ = 4 টি, **হরতন** (13 টি), **রুইতন** (13 টি), **ইস্কাপন** (13 টি), **চিড়তন** (13 টি)।

তাসের রং ২টিঃ কালো (26 টি), লাল (26 টি)।

প্রত্যেক ধরনের তাসে একটি করে **A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2** থাকে।

তাস/Card সংক্রান্ত

- 52 খানা তাস হতে 1টি তাস উঠানো হল।

(i) তাসটি হরতন অথবা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনা?

(ii) তাসটি টেক্কা অথবা রাজা হওয়ার সম্ভবনা?

$P(H \cup A) = P(H) + P(A) - P(H \cap A)$

$= \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52}$

$= \frac{4}{13}$ Ans

$P(A \cup K) = P(A) + P(K) - P(A \cap K)$

$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - \frac{0}{52}$

$= \frac{2}{13}$ Ans

তাস/Card সংক্রান্ত

- 52 খানা তাসের 1 টি প্যাকেট হতে (i) পুনঃস্থাপন না করে; (ii) পুনঃস্থাপন করে দুটি তাস নেওয়া হল। তাস দু'টি একই রঙের রাজা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

① পুনঃস্থাপন ব্যতীত

H → P
D → P

H → K

R = 26
B = 26
52

Black
Spade — 1 way
Club — 1 way

P(same color king) = P(Red king ∪ Black king)

$= \frac{2}{52} \times \frac{1}{51} + \frac{2}{52} \times \frac{1}{51}$

$= \frac{1}{663}$

② পুনঃস্থাপন : P(R-K) + P(B-K)

$= \frac{2}{52} \times \frac{2}{52} + \frac{2}{52} \times \frac{2}{52}$

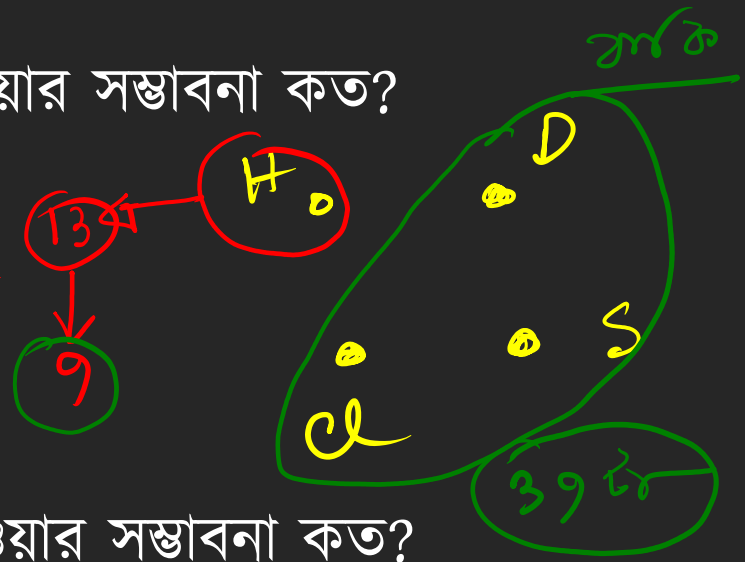
উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

তাস/Card সংক্রান্ত

ক্লাস

- ব্রীজ খেলার সময় একজন খেলোয়াড়ের একই স্যুটের 9 টি তাস পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

$$\frac{{}^{4}C_{1} \times {}^{13}C_{9} \times {}^{39}C_{4}}{{}^{52}C_{13}}$$

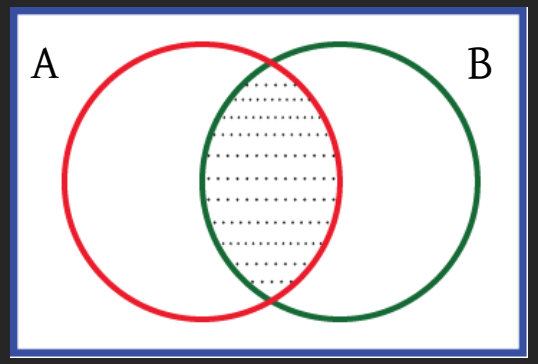


- ব্রীজ খেলার সময় একজন খেলোয়াড়ের একই রং-এর 9 টি তাস পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

$$\frac{{}^{2}C_{1} \times {}^{26}C_{9} \times {}^{26}C_{4}}{{}^{52}C_{13}}$$

B — 26
Red — 26

শর্তাধীন সম্ভাবনা



$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$

$= P(B) \times P\left(\frac{A}{B}\right)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$

$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

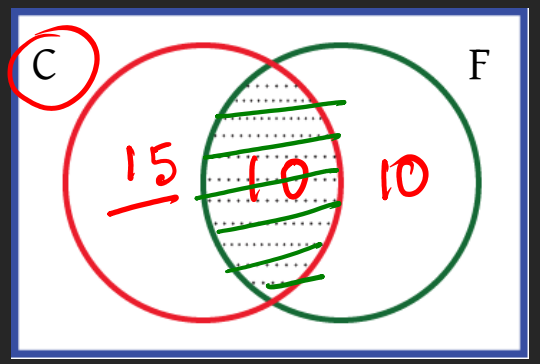
$P\left(\frac{B}{A}\right)$ → A ঘটলে B ঘটার সম্ভাব্যতা

শর্তাধীন সম্ভাবনা

① একটি কলেজের একাদশ শ্রেণির 80 জন ছাত্রের মধ্যে 20 জন ফুটবল, 25 জন ক্রিকেট এবং 10 জন উভয়টি খেলে। তাদের মধ্য হতে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হল। [BUET'08-09]

(i) যদি ছাত্রটি ক্রিকেট খেলে, তার ফুটবল খেলার সম্ভাবনা কত?

(ii) যদি ছাত্রটি ফুটবল খেলে, তার ক্রিকেট খেলার সম্ভাবনা কত?



(i) $P\left(\frac{F}{C}\right) = \frac{P(F \cap C)}{P(C)} = \frac{10/80}{25/80} = \frac{2}{5}$ Ans

(ii) $P\left(\frac{C}{F}\right) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{10/80}{20/80} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ Ans

বায়েসের সূত্র

- দুটি একই রকমের বাক্সের ১ নং বাক্সে 2টি কালো ও 5টি সাদা মার্বেল এবং ২নং বাক্সে 3টি কালো ও 7টি সাদা মার্বেল আছে। লটারির সাহায্যে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল এবং নির্বাচিত বাক্সটি থেকে একটি মার্বেল উঠানো হল। মার্বেলটি সাদা হলে এটি ২নং বাক্স হতে নির্বাচিত হওয়ার সম্ভবনা কত বের কর। [BUET'00-01]

$$\text{(ক)}\ P\left(\frac{B_2}{W}\right) = \frac{P(B_2 \cap W)}{P(W)} = \frac{\text{অনুকূল}}{\text{সব}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{7}{10}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{10}}$$

$$= \frac{7/10}{5/7 + 7/10}$$

$$= \frac{49}{99}$$

$W = 5$, $B = 2$ → B_1

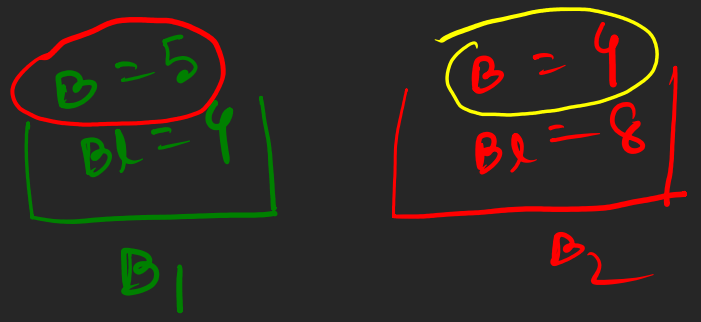
$B = 3$, $W = 7$ → B_2

বায়েসের সূত্র

● দুইটি একই রকম বাক্সের প্রথমটিতে 5টি নীল এবং 4 টি কালো ও দ্বিতীয়টিতে 4 টি নীল এবং 8 টি কালো বল আছে। সমসম্ভব উপায়ে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল এবং ঐ বাক্স হতে নিরপেক্ষভাবে একটি বল টানা হল। বলটি নীল হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। যদি বলটি নীল হয়, তাহলে সেটি প্রথম বাক্স থেকে টানার সম্ভাব্যতা কত? [BUET'10-11]

(i) $P(B_1 \cap B \cup B_2 \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{12}$

$= 4/9$ Ans



(ii) $P\left(\frac{B_1}{B}\right) = \frac{P(B_1 \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{5/9}{5/9 + 4/12} = \frac{5}{8}$ Ans

বায়েসের সূত্র

① একটি বাল্ব তৈরির কোম্পানীতে বাল্ব তৈরির তিনটি মেশিন আছে। এগুলো হলো A, B, C. A মেশিন হতে 35%, B মেশিন হতে 25% এবং C মেশিন হতে 40% বাল্ব উৎপাদন হয়। A মেশিনের 4%, B মেশিনের 5%, C মেশিনের 3% বাল্ব ত্রুটিপূর্ণ। একটি বাল্ব ত্রুটিপূর্ণ বাল্বটি A মেশিন হতে উৎপাদিত হবার সম্ভাবনা কত? [BUET'11-12, KUET'05-06, CUET'04-05]

$$P\left(\frac{A}{D}\right) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{0.35 \times 0.04}{0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.05 + 0.4 \times 0.03}$$

$$= \frac{4}{11} \quad \text{Ans}$$

$$P(A) = \frac{35}{100} = 0.35$$

$$P(B) = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$P(C) = \frac{40}{100} = 0.4$$

$$P\left(\frac{D}{A}\right) = \frac{4}{100} = 0.04$$

$$P\left(\frac{D}{B}\right) = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$P\left(\frac{D}{C}\right) = \frac{3}{100} = 0.03$$

Binomial Distribution of Probability

⊙ 10 জন ছাত্রের মাঝে ঠিক 3 জন ছাত্রের পাশ করার সম্ভাবনা কত?

v.v.g

$${}^{n}C_{r}\,(p)^{n}(p)^{n-r}$$

$$= {}^{10}C_{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{7}$$ Ans

$P(\text{pass}) = \frac{1}{2}$

$P(\text{fail}) = \frac{1}{2}$

final → options →

P P P F F F f f f f f f

$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\cdots$

- 5 জন ছাত্রের মাঝে কমপক্ষে 2 জন ছাত্রের বৃত্তি পাবার সম্ভাবনা কত, যেখানে প্রত্যেক ছাত্রের বৃত্তি পাবার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$?

$$P(2) + P(3) + P(4) + P(5)$$

$$= {}^{5}C_{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{3} + \cdots$$

$$+ {}^{5}C_{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$$ Ans

$P = \frac{1}{3}$

$\bar{P} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Binomial distribution of probability

- একটি ছক্কা পরপর ছয়বার নিক্ষেপ করলে তাতে চারবার 6 পড়ার সম্ভাবনা কত?

$${}^6C_4 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

Ans

$$p = \frac{1}{6}$$

$$\bar{p} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

- একটি ছক্কা পরপর ছয়বার নিক্ষেপ করলে তাতে কমপক্ষে চারবার 6 পড়ার সম্ভাবনা কত?

$$P(4T) + P(5T) + P(6\ Times)$$

$${}^6C_4 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + {}^6C_5 \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^1 + {}^6C_6 \left(\frac{1}{6}\right)^6 \left(\frac{5}{6}\right)^0$$

Ans

ধারার যোগফলের প্রয়োগ

⊙ একটি ছক্কা throw করা হচ্ছে। যতক্ষণ পর্যন্ত না 6 পড়বে, ততক্ষণ throw করতে হবে। জোড় সংখ্যকবার throw করতে হবে এর সম্ভাব্যতা কত?

$$P(6'6) + P(6'6'6'6) + P(6'6'6'6'6'6) + \cdots \infty$$

$$= \frac{5}{6}\times\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6} + \cdots \infty$$

$$= \frac{1}{6}\left\{5/6 + (5/6)^3 + (5/6)^5 + \cdots\right\}$$

$$= \frac{1}{6}\times\frac{a}{1-r} = \frac{1}{6}\times\frac{5/6}{1-25/36}$$

$$= 5/11 \quad \text{Ans}$$

$P(6) = 1/6$

$P(6') = 5/6$

$\text{ratio} = \frac{(5/6)^3}{5/6} = (5/6)^2$

উদ্ভাস
একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় সংক্রান্ত

- পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2}$
  - ভেদাঙ্ক, $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2$
  - প্রথম n টি স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক $\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12}$
  - প্রথম n টি স্বাভাবিক সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$
  - প্রথম n টি জোড়/বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদাঙ্ক $\sigma^2 = \frac{n^2-1}{3}$
  - প্রথম n টি জোড়/বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার পরিমিত ব্যবধান $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$
  - বিভেদাঙ্ক, $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ %
  - গাণিতিক গড় $= \frac{\text{পরিমিত ব্যবধান}}{\text{বিভেদাঙ্ক}}$

পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় সংক্রান্ত

⊙ প্রথম 13 টি স্বাভাবিক সংখ্যার বিভেদাঙ্ক (CV) কত? [JU'18-19]

① $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

$= \frac{\sqrt{14}}{7} \times 100$

$= 53.45\%$

Ans

$\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

$= \sqrt{\frac{13^2-1}{12}}$

$= \sqrt{14}$

$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+\cdots+13}{13}$

$= 7$

$\bar{x} = \frac{1+13}{2} = 7$

না বুঝে মুখস্থ করার অভ্যাস প্রতিভাকে ধ্বংস করে