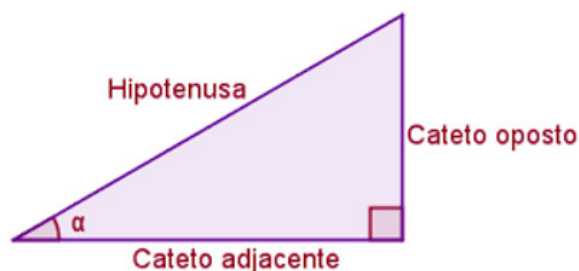


TRIGONOMETRIA

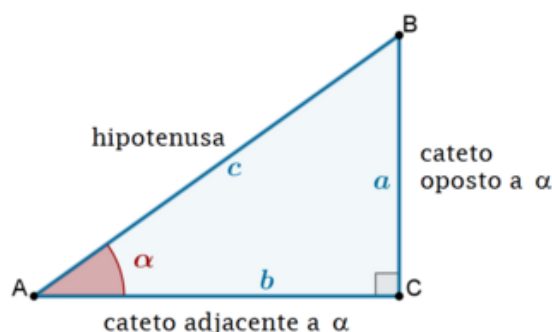
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Num triângulo retângulo podemos estabelecer razões entre as medidas dos seus lados: catetos (que formam o ângulo reto) e a hipotenusa (que se opõe ao ângulo reto).

Consideremos um triângulo ABC, retângulo em C e um ângulo agudo A de medida α (alfa).



As medidas (na mesma unidade) a, b e c são, respectivamente, do cateto oposto ao ângulo A e do cateto adjacente ao ângulo A e da hipotenusa,



Razão 1 – Seno de um ângulo agudo

Num triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo é a razão entre as medidas do cateto oposto a esse ângulo e da hipotenusa.

Então, $\text{sen}A = \frac{a}{c}$; onde $\text{sen}A$, lê-se: "seno de A".

Razão 2 – Cosseno de um ângulo agudo

Num triângulo retângulo, o cosseno de um ângulo agudo é a razão entre as medidas do cateto adjacente a esse ângulo e da hipotenusa.

Então, $\text{cos}A = \frac{b}{c}$; onde $\text{cos}A$, lê-se: "cosseno de A".

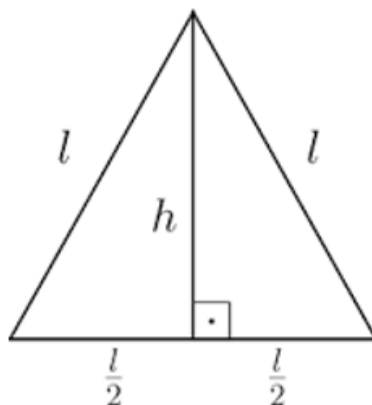
Razão 3 – Tangente de um ângulo agudo

Num triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo é a razão entre as medidas do cateto oposto a esse ângulo e do cateto adjacente a esse ângulo.

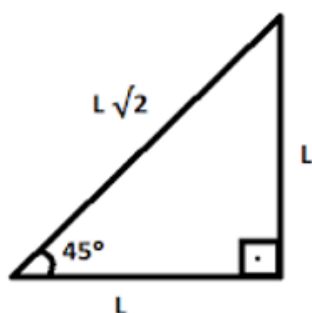
Então, $\text{tg}A = \frac{a}{b}$; onde $\text{tg}A$, lê-se: "tangente de A".

ÂNGULOS NOTÁVEIS

Alguns ângulos, devido ao seu constante uso, merecem um estudo especial. É o caso daqueles que medem 30° e 60° . Para tanto, devemos considerar que num triângulo equilátero a mediana, a altura e a bissetriz relativas a um mesmo ângulo interno coincidem. Como o triângulo equilátero é bastante conhecido, sabemos que se os lados medem ℓ a sua altura medirá $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$.



Outro ângulo importante é o de 45° . Nesse caso, consideremos um triângulo retângulo isósceles ABC cujos catetos medem ℓ e a hipotenusa $\ell\sqrt{2}$.



Aplicando as razões trigonométricas vistas nesse módulo conseguimos construir uma pequena tabela:

	30°	45°	60°
SENO	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
COSSENO	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
TANGENTE	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

O CICLO TRIGONOMÉTRICO

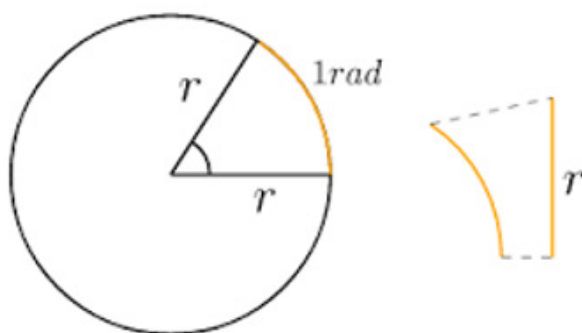
Unidades de Medida de um Arco

Grau (°)

Dividimos a circunferência em 360 partes iguais e a cada arco unitário, que corresponde a um trezentos e sessenta-avos da circunferência, chamamos de grau.

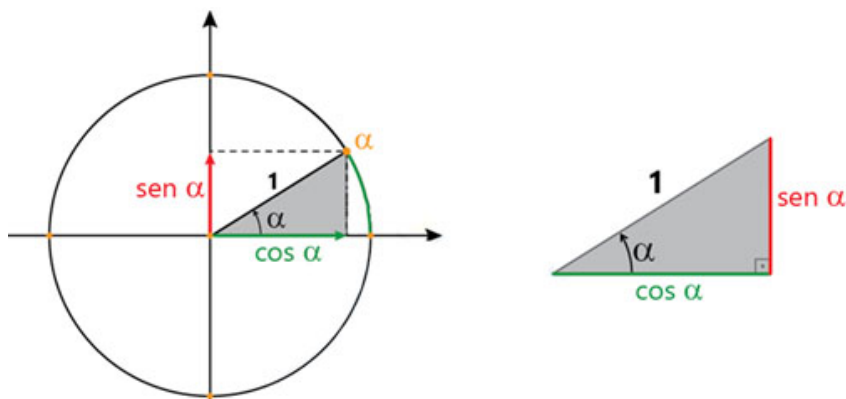
Radiano (rad)

Radiano é um arco unitário cujo comprimento é igual ao comprimento do raio de circunferência no qual está contido.



Relações Trigonométricas Fundamentais

No ciclo trigonométrico temos:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo apresentado, temos:

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

Para encontrarmos as outras relações trigonométricas (que chamaremos mais a frente de relações derivadas) precisamos relembrar algumas razões trigonométricas importantes:

$$1^\circ) \text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$$

$$3^\circ) \text{sec} x = \frac{1}{\text{cos} x} \text{ (razão inversa do cosseno)}$$

$$2^\circ) \text{cotg} x = \frac{\text{cos} x}{\text{sen} x} \text{ (razão inversa da tangente)}$$

$$4^\circ) \text{cossec} x = \frac{1}{\text{sen} x} \text{ (razão inversa do seno)}$$

RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DERIVADAS

Considerando a primeira relação $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ podemos encontrar outras formas de relacionar razões trigonométricas, dividindo os membros dessa equação por $\sin^2 \alpha$ ou $\cos^2 \alpha$, por exemplo.

1º caso

Dividindo os dois membros por $\cos^2 \alpha$, nos casos em que $\cos^2 \alpha \neq 0$, temos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$$

2º caso

Dividindo os dois membros por $\sin^2 \alpha$, nos casos em que $\sin^2 \alpha \neq 0$, temos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$