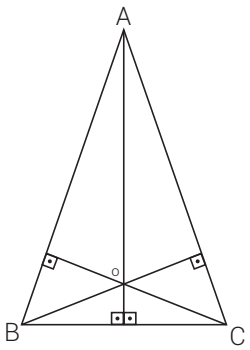
04 TRIÂNGULOS: PONTOS NOTÁVEIS

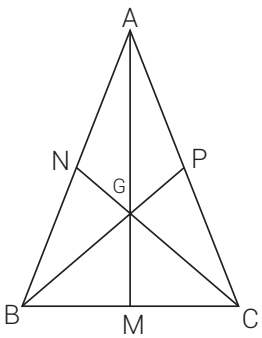
PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

ORTOCENTRO

É o ponto de encontro das três alturas relativas aos lados de um triângulo. Para traçar a altura, devemos esboçar a distância vertical entre um vértice e a reta-suporte do lado oposto, fazendo com que este segmento sempre seja perpendicular à reta suporte do lado oposto. Este ponto pode ser externo ao triângulo em questão, caso o mesmo seja obtusângulo. Em triângulos retângulos, o ortocentro se encontra no vértice do ângulo reto. Na figura ao lado, o ortocentro é o ponto O.



BARICENTRO

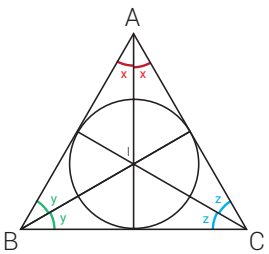


É o ponto de encontro das três medianas de um triângulo. Para esboçar a mediana de um triângulo é necessário criar um segmento de reta cujas extremidades serão um dos vértices do triângulo e o ponto médio do lado oposto a este vértice. Na figura ao lado, os pontos M, N e P são os pontos médios dos lados BC, AB e AC, respectivamente. O baricentro é o ponto G (ponto onde as três medianas se interceptam), ponto de apoio gravitacional do polígono em questão, ou seja, ponto onde podemos equilibrar este triângulo.

Temos uma propriedade importante a partir deste cenário. Traçando as medianas do triângulo, encontramos o seu baricentro, que fraciona cada mediana em dois segmentos de reta. A propriedade nos fala que estes segmentos de reta tem seus comprimentos expressos pro valores proprocionais a 2 e a 1, ou seja o segmento de reta que une o baricentro ao vértice do triângulo tem o dobro do comprimento do segmento de reta que une o baricentro ao ponto médio do lado oposto.

INCENTRO

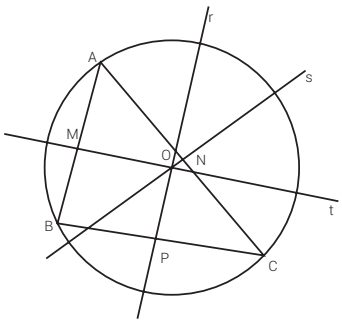
É o ponto de encontro das três bissetrizes interna de um triângulo. É importante relembrar que a bissetriz interna é uma reta que divide um ângulo interno em dois ângulos congruentes. Este ponto recebe este nome porque é o centro da circunferência inscrita ao triângulo, sendo assim o ponto equidistante aos três lados do triângulo. A distância entre o incentro e cada um dos lados do triângulo equivale ao raio da circunferência.



CIRCUCENTRO

É o ponto de encontro das três mediatrizes dos lados de um triângulo. É válido relembrar que a mediatriz de um segmento de reta é uma reta que é perpendicular ao segmento de reta em questão, de maneira perpendicular. Assim, a mediatriz é uma reta perpendicular ao segmento de reta, sendo perpendicular ao mesmo. Por este motivo, em um triângulo obtusângulo, o circuncentro será externo ao triângulo, enquanto que em um triângulo retângulo o circuncentro será o ponto médio da hipotenusa.

Es ponto notável recebe este nome por ser o centro da circunferência circunscrita ao triângulo, sendo assim equidistante aos três vértices do triângulo. Na figura abaixo, o ponto O é o circuncentro do triângulo ABC. Observe:



PROEXPLICA

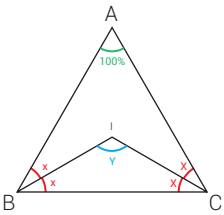
Chamamos de ex-incentros os pontos de encontro das bissetrizes externas de um triângulo. Trabalhamos com estes nomes porque as bissetrizes externas de um triângulo se interceptam de duas em duas, fazendo com que cada triângulo tenha 3 ex-incentros.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um triângulo isósceles possui um ângulo igual a 110°. Determine a medida do ângulo obtuso formado pelas bissetrizes dos ângulos congruentes deste triângulo.

Resolução:

Observe a figura abaixo:



Teremos: $4x + 100° = 180° \rightarrow 4x = 80° \rightarrow x = 20°$

$2x + y = 180° \rightarrow 40° + y = 180° \rightarrow y = 140°$

02. Determine a medida do raio de uma circunferência inscrita em um triângulo equilátero de lado 12 cm.

Resolução:

O centro desta circunferência inscrita é denominado por incentro. Quando falamos de um triângulo equilátero, todos os seus pontos notáveis se encontram no mesmo local. Assim, este ponto também é o ortocentro, baricentro e circuncentro. Desta forma, podemos dizer que o rio da circunferência inscrita é 1/3 da mediana deste triângulo que, por ser equilátero, será 1/3 da altura do triângulo Assim:

$$\text{Raio} = \frac{1}{3}.\frac{12\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

03. As três metdianas de um triângulo medem 9 cm, 12 cm e 15 cm. Determine a soma das medidas dos segmentos que unem o baricentro deste triângulo aos pontos médios dos seus lados.

Resolução:

O comprimento do segmento de reta que une o baricentro ao ponto médio dos lados do triângulo equivale a 1/3 da medida de cada mediana. Assim, teremos:

$$\text{Soma} = \frac{9}{3} + \frac{12}{3} + \frac{15}{3} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

ANOTAÇÕES