



SISTEMAS LINEARES

São sistemas lineares o conjunto de m equações lineares e n incógnitas, do tipo:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

onde a_m e b_m são coeficientes e $x_1, x_2, \dots, x_n$ são incógnitas.

- Sistemas lineares 2×2 : são sistemas com duas equações lineares e duas variáveis.
- Sistemas lineares 3×3 : são sistemas com três equações lineares e três variáveis.

CLASSIFICAÇÃO

Um sistema pode ser classificado em:

- **Possível (compatível) e determinado - SPD:** quando o seu conjunto verdade é unitário.
- **Possível (compatível) e indeterminado - SPI:** quando o seu conjunto verdade é infinito.
- **Impossível (incompatível) - SI:** quando o seu conjunto verdade é vazio.

Exemplo 1:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl} 2x=4 & 2+y=3 \\ x=2 & y=1 \\ S=\{2,1\} \end{array}$$

O sistema acima apresenta solução única, logo, é chamado de sistema possível e determinado (SPD).

Exemplo 2:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 7 \end{cases}$$

Resolvendo pelo método da adição, temos:

$$\begin{cases} x-2y=5 & (-2) \\ 2x-4y=7 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \begin{cases} -2x-4y=-10 \\ 2x-4y=7 \end{cases} \\ \hline 0x+0y=-3 \end{array}$$

Observe que, para qualquer valor de x e y , a sentença obtida nunca será satisfeita, pois o primeiro membro sempre será $0 \neq -3$. Assim, o sistema não admite solução e é classificado como SI (sistema impossível).

Exemplo 3:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

Perceba que a segunda equação é o dobro da primeira, assim as duas equações serão iguais à $2x + y = 5$. E essa equação admite mais de uma solução: (2, 1); (4, -3); (0, 5); etc. Assim o sistema admite infinitas soluções e é classificado como SPI (sistema possível e indeterminado).

FORMA MATRICIAL DE UM SISTEMA LINEAR

Dado o sistema:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = K_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = K_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = K_3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \leftarrow \text{matriz dos termos independentes}$$

$\uparrow$ matriz de coeficientes $\uparrow$ matriz de incógnitas

Exemplo 1:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Exemplo 2:

$$\begin{cases} 3x+2y-z=4 \\ x+3y+z=1 \\ 2x+2y-2z=2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Exemplo 3:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

PROEXPLICA

É chamado de **matriz incompleta** a matriz formada somente pelos coeficientes do sistema e de **matriz completa** a matriz formada pelos coeficientes e uma coluna com os termos independentes. Observe o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

A matriz incompleta é $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ e

a matriz completa é $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UPE-SSA 2) Márcia e Marta juntas "pesam" 115 kg; Marta e Mônica "pesam" juntas 113 kg; e Márcia e Mônica "pesam" juntas 108 kg. Qual é a soma dos "pesos" de Márcia, Marta e Mônica?

- a) 205 kg.
- b) 195 kg.
- c) 187 kg.
- d) 175 kg.
- e) 168 kg.

Resolução: E

Considerando que:

Márcia "pesa" x kg, Marta "pesa" y kg, e Mônica "pesa" z kg, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 115 \\ y + z = 113 \\ x + z = 108 \end{cases}$$

Somando as equações, obtemos:

$$2x + 2y + 2z = 336$$

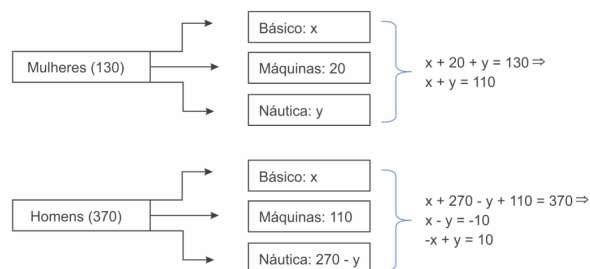
Portanto, $x + y + z = 168$ kg

02. (EFOMM) Na Escola de Marinha Mercante, há alunos de ambos os sexos (130 mulheres e 370 homens), divididos entre os Cursos Básicos, de Máquinas e de Náutica. Sabe-se que do total de 130 alunos do Curso de Máquinas, 20 são mulheres. O Curso de Náutica tem 270 alunos no total e o Curso Básico tem o mesmo número de homens e mulheres. Quantas mulheres há no Curso de Náutica?

- a) 50
- b) 55
- c) 60
- d) 65
- e) 70

Resolução: C

De acordo com o texto do problema e considerando que cada aluno não poderá fazer dois cursos ao mesmo tempo, temos:



Temos então o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x + y = 110 \\ -x + y = 10 \end{cases}$$

Somando as equações, temos:

$$2y = 120 \Rightarrow y = 60$$

Portanto, o número de mulheres no curso de Náutica é 60.

03. (FAMEMA) Uma pessoa comprou 2 pacotes de algodão, 5 rolos de gaze e 3 rolos de esparadrapo. Na farmácia onde realizou a compra, o preço de um pacote de algodão mais um rolo de gaze e mais um rolo de esparadrapo é R\$ 16,00. Um rolo de esparadrapo custa R\$ 2,00 a menos que um pacote de algodão e R\$ 1,00 a mais que um rolo de gaze. Sabendo que essa pessoa pagou a compra com uma nota de R\$ 50,00, o valor do troco recebido foi

- a) R\$ 0,50
- b) R\$ 1,00
- c) R\$ 1,50
- d) R\$ 2,50
- e) R\$ 2,00

Resolução: B

Considerando que x é o preço do pacote de algodão, y o preço do rolo de gaze e z o preço do rolo de esparadrapo, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 16 \\ z = x - 2 \\ z = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 16 \\ x = z + 2 \\ y = z - 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema por substituição, temos a seguinte equação:

$$z + 2 + z - 1 + z = 16 \Rightarrow 3z = 15 \Rightarrow z = 5$$

Portanto, temos:

$$z = 5, x = 7 \text{ e } y = 4.$$

O valor do troco será dado por:

$$50 - (2x + 5y + 4z) = 50 - (2 \cdot 7 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 5) = 1,00$$

O troco recebido foi de R\$ 1,00.

04. (FAC. ALBERT EINSTEIN - MED) Saulo sacou R\$ 75,00 do caixa eletrônico de um Banco num dia em que este caixa emitia apenas cédulas de R\$ 5,00 e R\$ 10,00. De quantos modos poderiam ter sido distribuídas as cédulas que Saulo recebeu?

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) Mais do que 8.

Resolução: C

Considerando que foram retiradas x notas de R\$ 5,00 e y notas de R\$ 10,00, temos a seguinte equação:

$$5x + 10y = 75$$

Ou seja:

$$x + 2y = 15$$

$$x = 15 - 2y$$

O que nos leva a concluir que x poderá ser qualquer inteiro de 0 (zero) até 7, para que x seja um número inteiro não negativo. Temos, portanto, 8 possibilidades para se sacar o dinheiro utilizando apenas notas de R\$ 5 e de R\$ 10.

05. (PUC-SP) Dizem que o autor do poema seguinte não foi outro senão o próprio geômetra Euclides da Alexandria - nascido por voltado ano 330 a.C. -, o que prova que também os grandes matemáticos se dedicam, ocasionalmente, a pequenos problemas, sem baixar a sua dignidade.

Asno e mulo vinham pela estrada carregados de sacos.

Sob o peso dos fardos, o asno gemia e resmungava, inconformado.

Aquele o notou, e assim falou ao apoquentado companheiro:

"Dize-me, velhinho, que choras e lamentas qual inocente rapariga,

O dobro do que tu levas carregaria eu, se me desses um volume;

Se me tomasses um, ah!, então sim, conduziríamos ambos a mesma carga."

Tu, geômetra perito, dize-me quantos fardos transportavam?

Fonte: A Magia dos Números; Paul Karlson - Coleção Tapete Mágico XXXI - Editora Globo, RJ - 1961

Com base nas informações dadas pelo mulo, é correto afirmar que, o produto das quantidades de sacos que cada um carregava é um número

- primo.
- múltiplo de 7.
- divisível por 6.
- quadrado perfeito.

Resolução: B

Considerando que o asno carregava x volumes e mulo carregava y volumes, podemos escrever, partindo das observações do mulo, o seguinte sistema.

$$\begin{cases} y+1=2 \cdot (x-1) \\ y-1=x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x-3 \\ y=x+2 \end{cases} \Rightarrow 2x-3=x+2 \Rightarrow x=5 \text{ e } y=7$$

Portanto, o produto das quantidades de sacos é 35 (múltiplo de 7).

06. (FAC. ALBERT EINSTEIN - MED) Juntas, Clara e Josefina realizaram certo trabalho, pelo qual Clara recebeu, a cada hora, R\$ 8,00 a mais do que Josefina. Se, pelas 55 horas que ambas trabalharam, receberam o total de R\$ 1760,00, a parte dessa quantia que coube a Clara foi

- R\$ 660,00
- R\$ 770,00
- R\$ 990,00
- R\$ 1100,00

Resolução: D

Equacionando as informações dadas no enunciado, tem-se:

Valor recebido por Clara = C

Valor recebido por Josefina = J

$C = J + 8$

$55J + (J + 8) \cdot 55 = 1760 \rightarrow$

$\rightarrow 55J + 55J + 440 = 1760 \rightarrow 110J = 1320 \rightarrow$

$\rightarrow J = 12$

$C = 12 + 8 \rightarrow C = 20$

$20 \cdot 55 \text{ horas} = \text{R\$ } 1100,00$

07. (ESPM) Bia é 6 anos mais velha que Carla. Há 2 anos, a idade de Bia era o triplo da idade de Ana e daqui a 1 ano será igual à soma das idades de Ana e Carla. Podemos afirmar que:

- Ana tem 7 anos.
- Bia tem 12 anos.
- Ana é mais velha que Carla.
- Carla tem 6 anos.
- Ana e Carla têm a mesma idade.

Resolução: E

Calculando:

$$\begin{cases} B = C + 6 \\ B - 2 = 3 \cdot (A - 2) \\ B + 1 = (A + 1) + (C + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = C + 6 \\ B - 2 = 3A - 6 \\ B - 1 = A + C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C + 6 - 2 = 3A - 6 \\ C + 6 - 1 = A + C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 3A - 10 \\ A = 5 \end{cases} \Rightarrow C = 5 \rightarrow B = 11$$

08. (PUC-MG) Cada grama do sal P custa R\$ 1,20 e cada grama do sal Q, R\$ 1,15. Cada quilo de certa mistura desses dois sais, feita por um laboratório, custa R\$ 1.179,00. Com base nesses dados, pode-se afirmar que a quantidade do sal P, utilizada para fazer um quilograma dessa mistura, é:

- 420 g
- 480 g
- 520 g
- 580 g

Resolução: D

Calculando:

$$\begin{cases} 1200 \cdot P + 1150 \cdot Q = 1179 \\ P + Q = 1 \end{cases} \Rightarrow 1200P + 1150 \cdot (1 - P) = 1179 \Rightarrow 50P = 29 \rightarrow P = 0,58 \text{ kg} = 580 \text{ g}$$



EXERCÍCIOS PROTREINO

01. Escreva o sistema que corresponde a seguinte situação:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \\ -2 \end{bmatrix}$$

02. Expresse o sistema a seguir na forma de produto de matrizes:

$$\begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 4y + 2z = 11 \\ 3x - 3y - z = 3 \end{cases}$$

03. Verifique se $\left(\frac{3}{14}, -\frac{1}{7}\right)$ é solução da equação matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

04. Escreva o sistema associado equação matricial abaixo e resolva-o:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$

05. Encontre o conjunto solução do sistema abaixo:

$$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$$



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ENEM 2ª APLICAÇÃO) Algumas pesquisas estão sendo desenvolvidas para se obter arroz e feijão com maiores teores de ferro e zinco e tolerantes à seca. Em média, para cada 100 g de arroz cozido, o teor de ferro é de 1,5 mg e o de zinco é de 2,0 mg. Para 100 g de feijão, é de 7 mg o teor de ferro e de 3 mg o de zinco. Sabe-se que as necessidades diárias dos dois micronutrientes para uma pessoa adulta é de aproximadamente 12,25 mg de ferro e 10 mg de zinco.

Disponível em: <http://www.embrapa.br>. Acesso em: 29 abr. 2010 (adaptado).

Considere que uma pessoa adulta deseja satisfazer suas necessidades diárias de ferro e zinco ingerindo apenas arroz e feijão. Suponha que seu organismo absorva completamente todos os micronutrientes oriundos desses alimentos.

Na situação descrita, que quantidade a pessoa deveria comer diariamente de arroz e feijão, respectivamente?

- a) 58 g e 456 g d) 375 g e 500 g
b) 200 g e 200 g e) 400 g e 89 g
c) 350 g e 100 g

02. (ENEM PPL) Visando atingir metas econômicas previamente estabelecidas, é comum no final do mês algumas lojas colocarem certos produtos em promoção. Uma determinada loja de departamentos colocou em oferta os seguintes produtos: televisão, sofá e estante. Na compra da televisão mais o sofá, o cliente pagaria R\$ 3.800,00. Se ele levasse o sofá mais a estante, pagaria R\$3.400,00. A televisão mais a estante sairiam por R\$ 4.200,00. Um cliente resolveu levar duas televisões e um sofá que estavam na promoção, conseguindo ainda mais 5% de desconto pelo pagamento à vista.

O valor total, em real, pago pelo cliente foi de

- a) 3.610,00. c) 5.415,00. e) 6.100,00.
b) 5.035,00. d) 5.795,00.

03. (ENEM PPL) Uma pessoa encheu o cartão de memória de sua câmera duas vezes, somente com vídeos e fotos. Na primeira vez, conseguiu armazenar 10 minutos de vídeo e 190 fotos. Já na segunda, foi possível realizar 15 minutos de vídeo e tirar 150 fotos. Todos os vídeos possuem a mesma qualidade de imagem entre si, assim como todas as fotos. Agora, essa pessoa deseja armazenar nesse cartão de memória exclusivamente fotos, com a mesma qualidade das anteriores.

Disponível em: www.techlider.com.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

O número máximo de fotos que ela poderá armazenar é

- a) 200. b) 209. c) 270. d) 340. e) 475.

04. (ENEM PPL) Uma barraca de tiro ao alvo de um parque de diversões dará um prêmio de R\$ 20,00 ao participante, cada vez que ele acertar o alvo. Por outro lado, cada vez que ele errar o alvo deverá pagar R\$ 10,00. Não há cobrança inicial para participar do jogo. Um participante deu 80 tiros e, ao final, recebeu R\$ 100,00.

Qual foi o número de vezes que esse participante acertou o alvo?

- a) 30 b) 36 c) 50 d) 60 e) 64

05. (FUVEST) Uma agência de turismo vendeu um total de 78 passagens para os destinos: Lisboa, Paris e Roma. Sabe-se que o número de passagens vendidas para Paris foi o dobro do número de passagens vendidas para os outros dois destinos conjuntamente. Sabe-se também que, para Roma, foram vendidas duas passagens a mais que a metade das vendidas para Lisboa. Qual foi o total de passagens vendidas, conjuntamente, para Paris e Roma?

- a) 26 d) 62
b) 38 e) 68
c) 42

06. (FUVEST) João tem R\$ 150,00 para comprar canetas em 3 lojas. Na loja A, as canetas são vendidas em dúzias, cada dúzia custa R\$ 40,00 e há apenas 2 dúzias em estoque. Na loja B, as canetas são vendidas em pares, cada par custa R\$ 7,60 e há 10 pares em estoque. Na loja C, as canetas são vendidas avulsas, cada caneta custa R\$ 3,20 e há 25 canetas em estoque.

O maior número de canetas que João pode comprar nas lojas A, B e C utilizando no máximo R\$ 150,00 é igual a

- a) 46 d) 43
b) 45 e) 42
c) 44

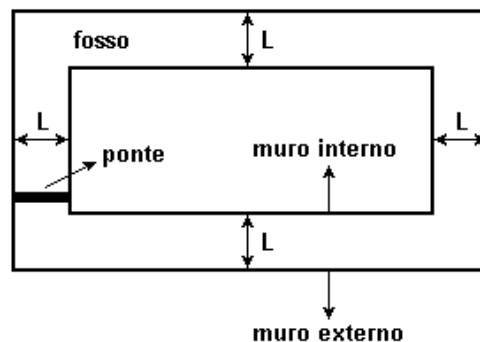
07. (FUVEST) Em uma festa com n pessoas, em um dado instante, 31 mulheres se retiraram e restaram convidados na razão de 2 homens para cada mulher. Um pouco mais tarde, 55 homens se retiraram e restaram, a seguir, convidados na razão de 3 mulheres para cada homem. O número n de pessoas presentes inicialmente na festa era igual a

- a) 100 d) 130
b) 105 e) 135
c) 115

08. (FUVEST) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma coco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi

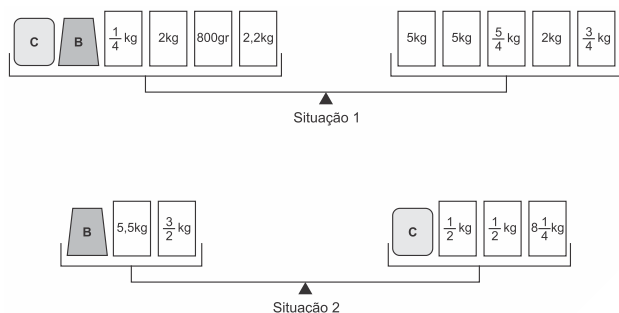
- a) 110 d) 140
b) 120 e) 150
c) 130

09. (FUVEST) Um senhor feudal construiu um fosso, circundado por muros, em volta de seu castelo, conforme a planta adiante, com uma ponte para atravessá-lo.



Em um certo dia, ele deu uma volta completa no muro externo, atravessou a ponte e deu uma volta completa no muro interno. Esse trajeto foi completado em 5.320 passos. No dia seguinte, ele deu duas voltas completas no muro externo, atravessou a ponte e deu uma volta completa no muro interno, completando esse novo

16. (CFTMG) Considere duas situações distintas de equilíbrio entre os pratos de uma mesma balança, em que foram pesados um mesmo saco de cenouras e um mesmo saco de batatas, conforme representados abaixo.



A razão $\frac{C}{B}$ entre o peso do saco de cenouras (C) e o peso do saco de batatas (B) é

- a) 1.
- b) $\frac{37}{61}$.
- c) $\frac{3}{5}$.
- d) $\frac{13}{22}$.

17. (EFOMM) Para descrever um código que permite transformar uma palavra P de três letras em um vetor $w \in \mathbb{R}^3$, inicialmente, escolhe-se uma matriz 3×3 . Por exemplo, a nossa "matriz código" será:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A partir da correspondência:

$$A \rightarrow 1 / B \rightarrow 2 / C \rightarrow 3 / D \rightarrow 4 / E \rightarrow 5 /$$

F → 6 / G → 7 / H → 8 / I → 9 / J → 10 /

$L \rightarrow 11 / M \rightarrow 12 / N \rightarrow 13 / O \rightarrow 14 / P \rightarrow 15 /$

Q → 16 / R → 17 / S → 18 / T → 19 / U → 20 /

$$V \rightarrow 21 / X \rightarrow 22 / Z \rightarrow 23$$

a palavra P é transformada em vetor v do $\mathbb{R}^3$. Em seguida, o código da palavra P é obtido pela operação $w = Av$. Por exemplo, a palavra MAR corresponde ao vetor $(12, 1, 17) = v$, a qual é codificada com $w = Av = (26, 56, 29)$.

Usando o processo acima para decodificar $w = (64, 107, 29)$, teremos

- a) $x = 18, y = 14, z = 11$ / SOL
b) $x = 12, y = 5, z = 11$ / MEL
c) $x = 12, y = 1, z = 20$ / MAU
d) $x = 11, y = 20, z = 1$ / LUA
e) $x = 20, y = 21, z = 1$ / UVA

18. (CFTMG) Numa família com 7 filhos, sou o caçula e 14 anos mais novo que o primogênito de minha mãe. Dentre os filhos, o quarto tem a terça parte da idade do irmão mais velho, acrescidos de 7 anos. Se a soma de nossas três idades é 42, então minha idade é um número

- a) divisível por 5.
b) divisível por 3.
c) primo.
d) par.

19. (UFSM) Num determinado mês, em uma unidade de saúde, foram realizadas 58 hospitalizações para tratar pacientes com as doenças A, B e C. O custo total em medicamentos para esses pacientes foi de R\$ 39.200,00.

Sabe-se que, em média, o custo por paciente em medicamentos para a doença A é R\$ 450,00, para a doença B é R\$ 800,00 e para a doença C é R\$ 1.250,00. Observe-se também que o número de pacientes com a doença A é o triplo do número de pacientes com a doença C. Se a , b e c representam, respectivamente, o número de pacientes com as doenças A, B e C, então o valor de $a - b - c$ é igual a

- a) 14.
b) 24.
c) 26.
d) 36.
e) 58.

20. (UERJ) Numa granja há patos, marrecos e galinhas num total de 50 aves. Os patos são vendidos a R\$ 12,00 a unidade, as galinhas a R\$ 5,00 e os marrecos a R\$ 15,00. Considere um comerciante que tenha gastado R\$ 440,00 na compra de aves desses três tipos e que tenha comprado mais patos do que marrecos.

O número de patos que esse comerciante comprou foi igual a:

- [illegible]

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. (FGVRJ) Um fazendeiro compra semanalmente um saco de farelo de milho, um saco de farelo de soja e um saco de farelo de cevada, mas compra também um saco extra de um desses três produtos. Quando o saco extra é o de milho, o peso total dos quatro sacos é de 110 kg, quando o saco extra é o de soja, o peso total dos quatro sacos é de 106 kg e quando o saco extra é o de cevada, o peso total dos quatro sacos é de 104 kg. Os pesos dos sacos de cada produto são sempre iguais.

Determine o peso de um saco de cada produto.

02. (CP2) É hora do lanche da Escola e Leonardo está indeciso.

Ele quer comprar um salgado e uma bebida, mas está em dúvida sobre o que vai pedir.

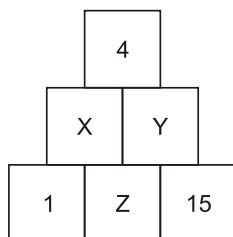
O cardápio da lanchonete oferece várias possibilidades, mas ele só tem R\$ 6,00 para pagar o lanche.

Observe os preços da lanchonete. Alguns deles foram propositalmente omitidos.

Salgados	Preço	Bebidas	Preço
Hambúrguer	X	Suco de laranja	R\$ 4,00
Sanduíche de queijo	R\$ 3,50	Milk-shake	Y
Batata frita	R\$ 4,00	Refrigerante	R\$ 3,50
Quibe	R\$ 2,00	Guaraná natural	R\$ 1,50

- Leonardo observou que, dois hambúrgueres mais um milk-shake custam R\$ 16,00 e que um hambúrguer mais um milk-shake custam R\$ 11,50. Calcule o preço do hambúrguer e do milk-shake vendidos na lanchonete.
- Apresente todas as possíveis escolhas para o lanche de Leonardo, de maneira que ele possa comprar um salgado e uma bebida com o dinheiro que possui.

03. (UERJ) A ilustração abaixo mostra seis cartões numerados organizados em três linhas. Em cada linha, os números estão dispostos em ordem crescente, da esquerda para a direita. Em cada cartão, está registrado um número exatamente igual à diferença positiva dos números registrados nos dois cartões que estão imediatamente abaixo dele. Por exemplo, os cartões 1 e Z estão imediatamente abaixo do cartão X.



Determine os valores de X, Y e Z.

04. (FGV) Para trabalhar na Feira Internacional do Livro, a editora contratou três funcionários: Ana, Beto e Carlos, com salários x, y e z reais, respectivamente.

O salário de Ana é igual à soma dos salários de Beto e Carlos. No final da feira, a editora pagou uma gratificação, de valor igual ao salário de Beto, a cada um dos três. Assim, Ana recebeu no total, R\$ 2.300,00, e a soma dos valores que os três receberam foi de R\$ 5.400,00. Qual foi o valor da gratificação que receberam?

05. (UFPE) Uma fábrica de automóveis utiliza três tipos de aço, A_1 , A_2 e A_3 na construção de três tipos de carros, C_1 , C_2 e C_3 . A quantidade dos três tipos de aço, em toneladas, usados na confecção dos três tipos de carro, está na tabela a seguir:

	C_1	C_2	C_3
A_1	2	3	4
A_2	1	1	2
A_3	3	2	1

Se foram utilizadas 26 toneladas de aço do tipo A_1 , 11 toneladas do tipo A_2 e 19 toneladas do tipo A_3 , qual o total de carros construídos (dos tipos C_1 , C_2 ou C_3)?

GABARITO

▶ EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 01. C | 05. D | 09. B | 13. A | 17. A |
| 02. D | 06. B | 10. A | 14. A | 18. C |
| 03. C | 07. D | 11. D | 15. C | 19. A |
| 04. A | 08. C | 12. C | 16. D | 20. B |

★ EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. milho = 30 kg; soja = 26 kg; cevada = 24 kg
02. a) O preço do Hambúrguer é R\$ 4,50 e o preço do Milk-shake é R\$ 7,00.
- b) Com R\$ 6,00 Leonardo poderá comprar:
- I. Hambúrguer + Guaraná natural (R\$ 4,50 + R\$ 1,50 = R\$ 6,00)
- II. Sanduíche de queijo + Guaraná natural (R\$ 3,50 + R\$ 1,50 = R\$ 5,00)
- III. Batata frita + Guaraná natural (R\$ 4,00 + R\$ 1,50 = R\$ 5,50)
- IV. Quibe + Suco de laranja (R\$ 2,00 + R\$ 4,00 = R\$ 6,00)
- V. Quibe + Refrigerante (R\$ 2,00 + R\$ 3,50 = R\$ 5,50)
- VI. Quibe + Guaraná natural (R\$ 2,00 + R\$ 1,50 = R\$ 3,50)
03. $\begin{cases} X = 5 \\ Y = 9 \\ Z = 6 \end{cases}$
04. y = R\$ 800,00
05. O total de carros construídos é 9.

ANOTAÇÕES

This image shows a full page of blank, lined paper. It features approximately 28 horizontal blue lines spaced evenly across the page, typical of standard notebook paper. The lines are thin and light blue, set against a plain white background. There are no margins, text, or other markings on the page.