

A decorative yellow circle is positioned on the left side of the slide, partially overlapping the text 'TKS 4013'. A yellow bracket is positioned on the right side of the slide, partially overlapping the text 'Analisis Struktur II'.

TKS 4013

Analisis Struktur II

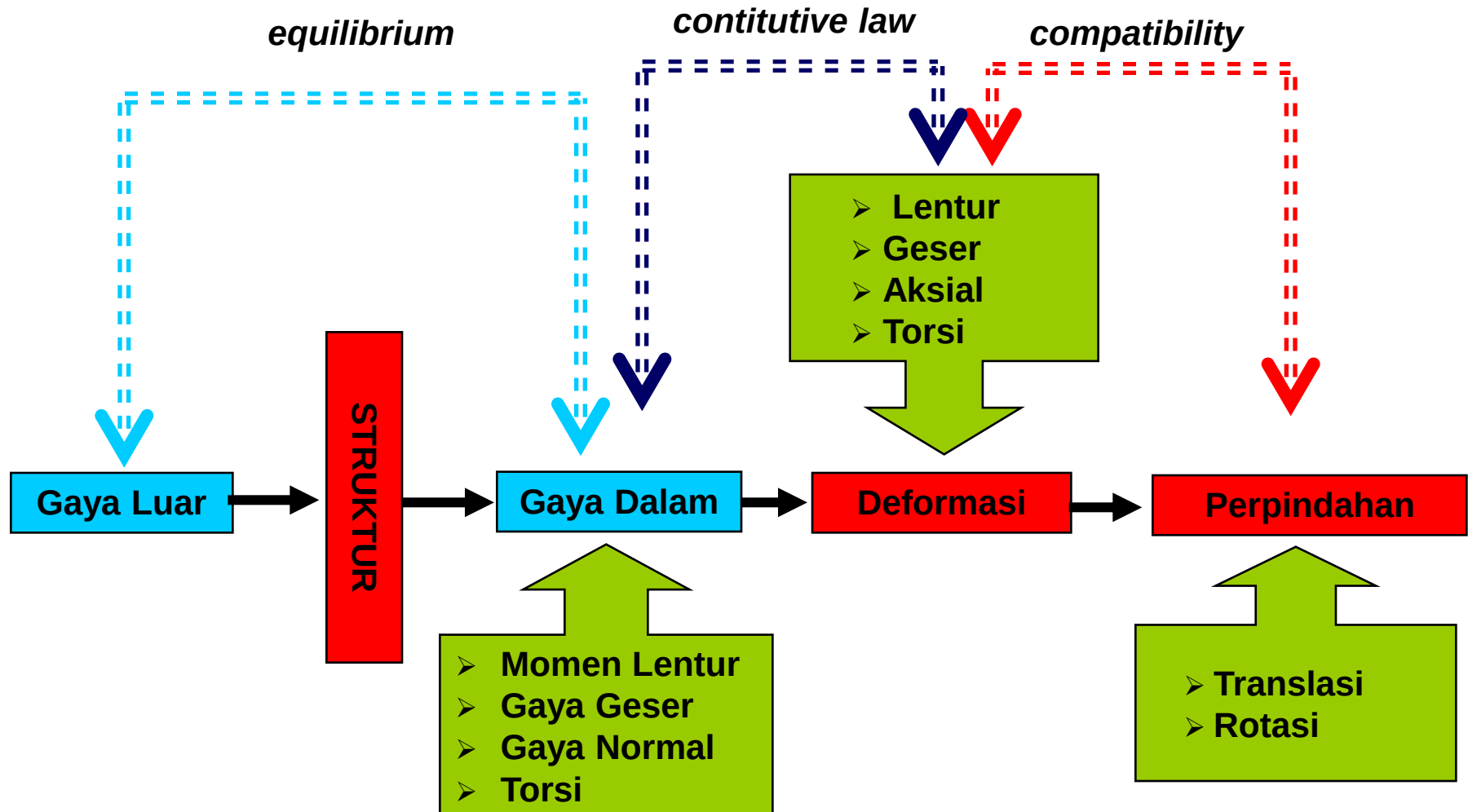
Dr. AZ

Jurusan Teknik Sipil

Fakultas Teknik

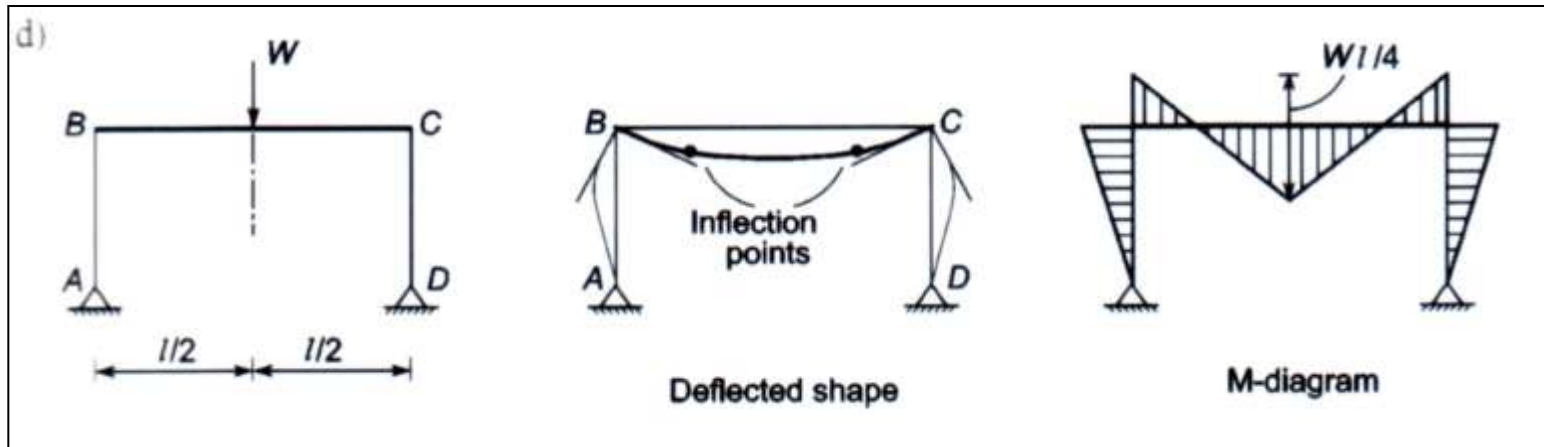
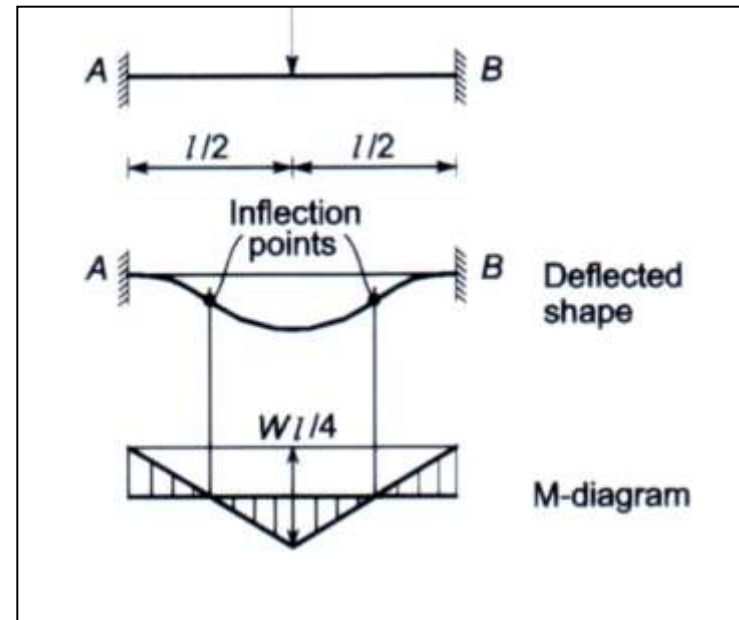
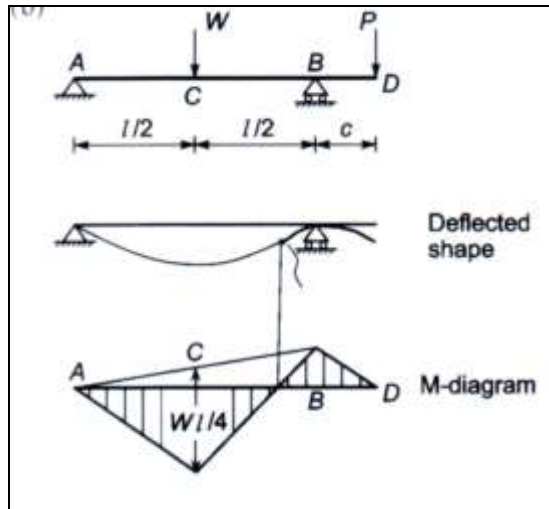
Universitas Brawijaya

Konsep Analisis Struktur



Konsep Analisis Struktur (lanjut)

Contoh :



Konsep Analisis Struktur (lanjut)

***Equilibrium* (Keseimbangan) :**

➤ Keseimbangan gaya luar (*external force*) dengan gaya dalam (*internal force*) pada struktur.

➤ Keseimbangan pada struktur :

□ Keseimbangan Statis (Hukum Newton 1)

$$\sum F = 0$$

□ Keseimbangan Dinamis (Hukum Newton 2)

$$\sum F = m a$$

Konsep Analisis Struktur (lanjut)

Persamaan keseimbangan pada struktur :

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

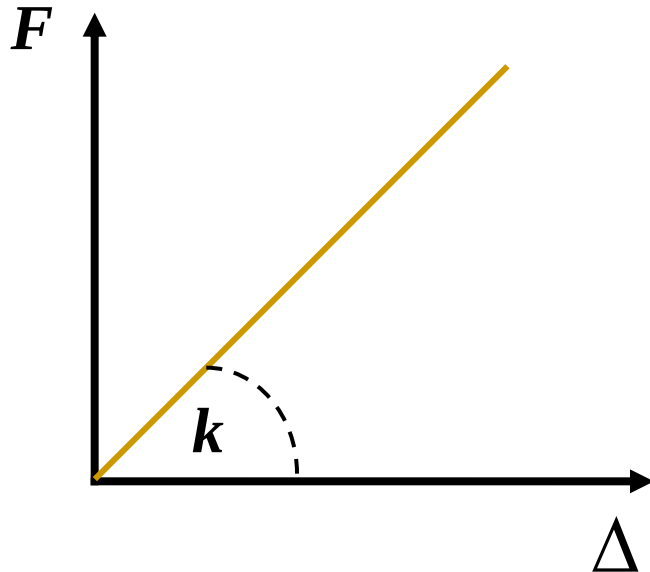
$$\sum M_z = 0$$

Konsep Analisis Struktur (lanjut)

***Constitutive Law* (Hukum Konstitusi) :**

- Hubungan antara gaya dalam (*internal force*) dengan deformasi pada bagian struktur.
- Material struktur memenuhi persyaratan yang ada dalam Hukum Hooke (Elastis dan Linier).

Konsep Analisis Struktur (lanjut)



$$F = k \Delta$$

dengan :

F = gaya (*force*)

k = kekakuan (*stiffness*)

Δ = perpindahan (*displacement*)

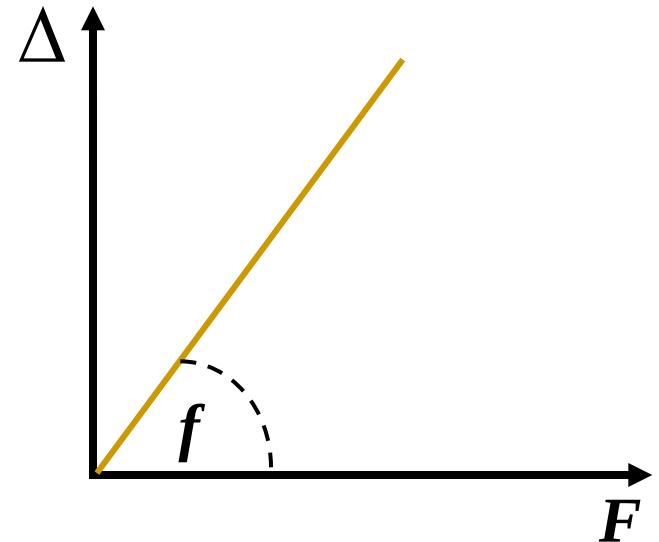
$$\Delta = f F$$

dengan :

Δ = perpindahan (*displacement*)

f = kelenturan (*flexibility*)

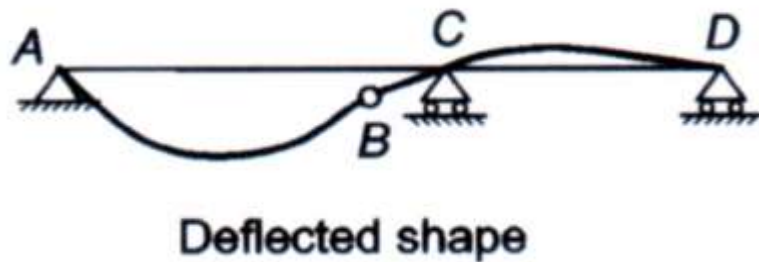
F = gaya (*force*)



Konsep Analisis Struktur (lanjut)

Compatibility (Kesesuaian) :

- Pertimbangan kesesuaian secara kinematis dari struktur yang terdeformasi (*continuity displacement*).



$$\begin{array}{lll} \theta_A \neq 0 & ; \Delta_{VA} = 0 & ; \Delta_{HA} = 0 \\ \theta_{CA} = \theta_{CD} & ; \Delta_{VC} = 0 & ; \Delta_{HC} \neq 0 \\ \theta_D \neq 0 & ; \Delta_{VD} = 0 & ; \Delta_{HD} \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{lll} \theta_A = 0 & ; \Delta_{VA} = 0 & ; \Delta_{HA} = 0 \\ \theta_B = 0 & ; \Delta_{VB} = 0 & ; \Delta_{HB} = 0 \end{array}$$

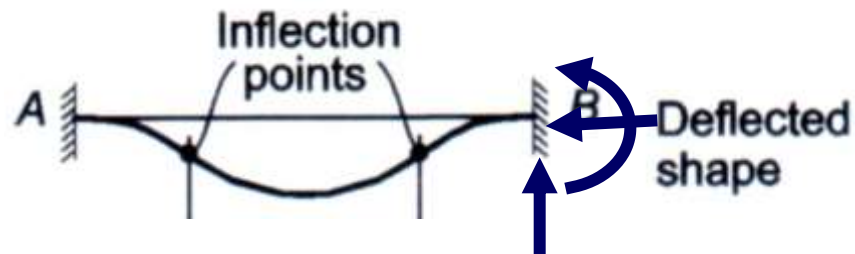
Konsep Analisis Struktur (lanjut)

***Compatibility* (Kesesuaian) :**

- **DKK - Derajat Kebebasan Kinematis (*Kinematics Degree of Freedom*)**, adalah jumlah *displacement* (translasi dan rotasi) yang belum diketahui besarnya pada ujung-ujung batang.
- **DKS - Derajat Kebebasan Statis (*Statics Degree of Freedom*)**, adalah jumlah gaya kelebihan (*redundant force*) pada struktur agar dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan.

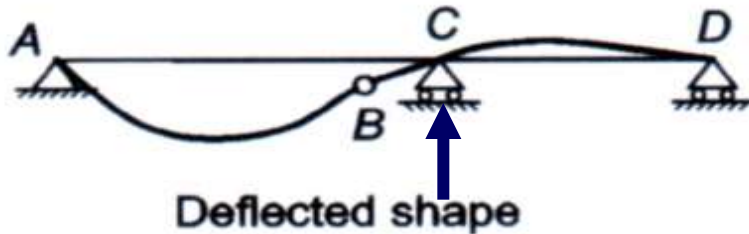
Konsep Analisis Struktur (lanjut)

Contoh :



$$DKK = 0$$

$$DKS = 3$$

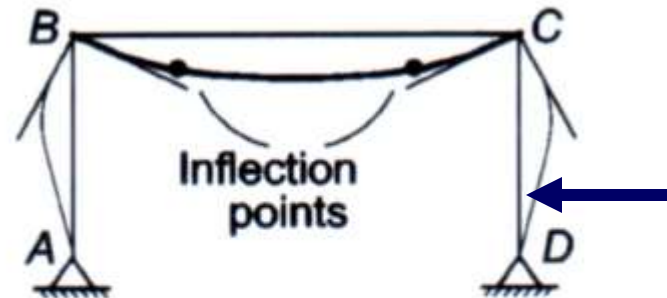


$$DKK = 5$$

$$DKS = 1$$

$$DKK = 8$$

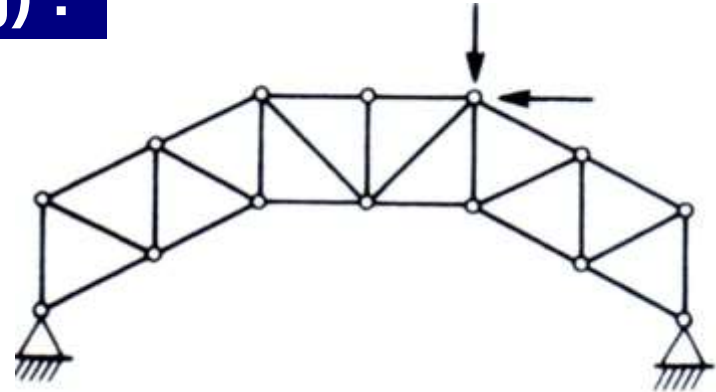
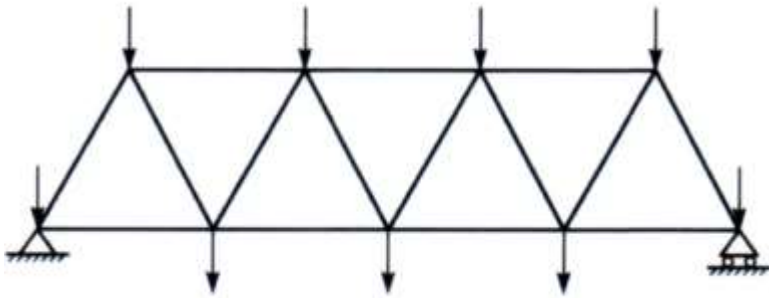
$$DKS = 1$$



Deflected shape

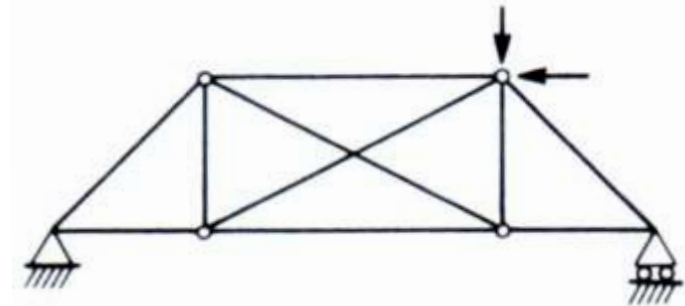
Bentuk dan Tipe Struktur

Plane Truss (Rangka Bidang) :



Contoh :

- Konstruksi Jembatan
- Konstruksi Atap
- Konstruksi Pengaku



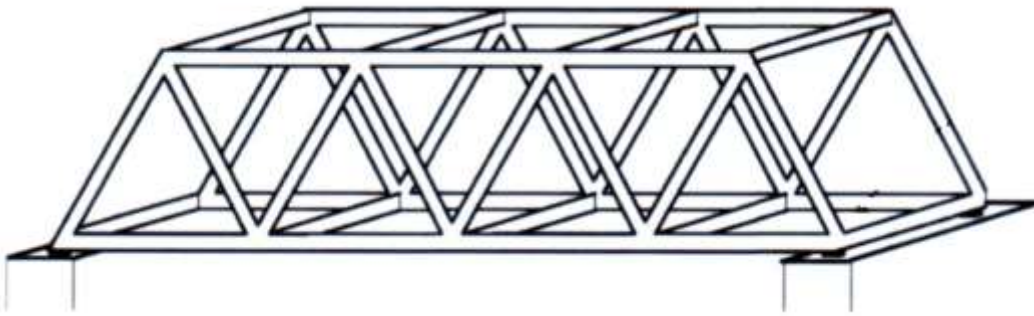
Gaya Aksial
(Tekan/Tarik)



Deformasi Aksial

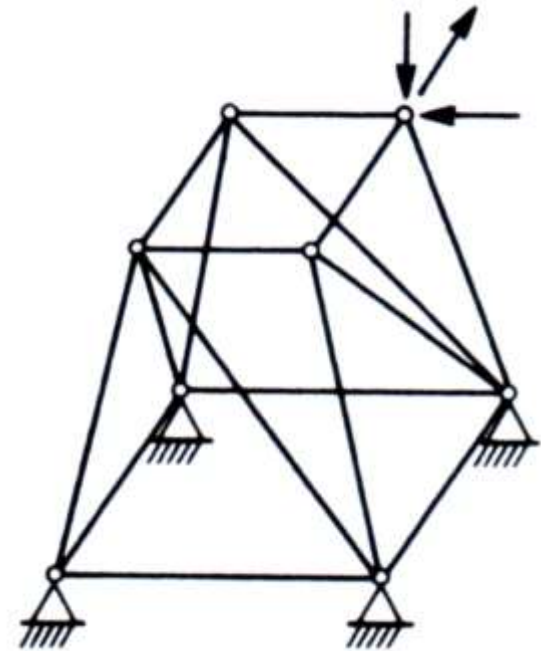
Bentuk dan Tipe Struktur (lanjut)

Space Truss (Rangka Ruang) :



Contoh :

- Konstruksi Jembatan
- Konstruksi Atap, Kubah (*dome*)
- Konstruksi Tower



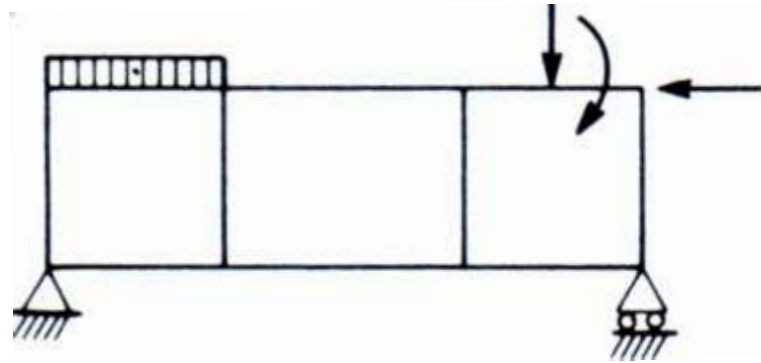
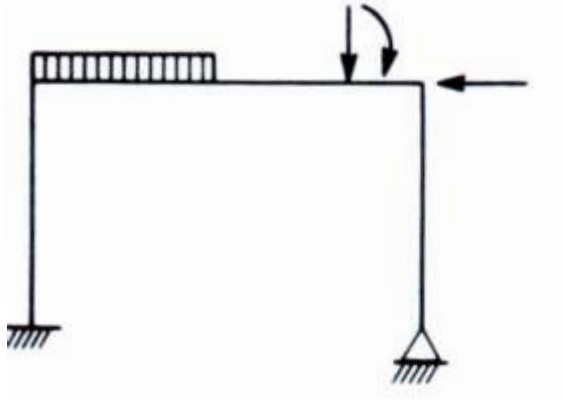
Gaya Aksial
(Tekan/Tarik)



Deformasi Aksial

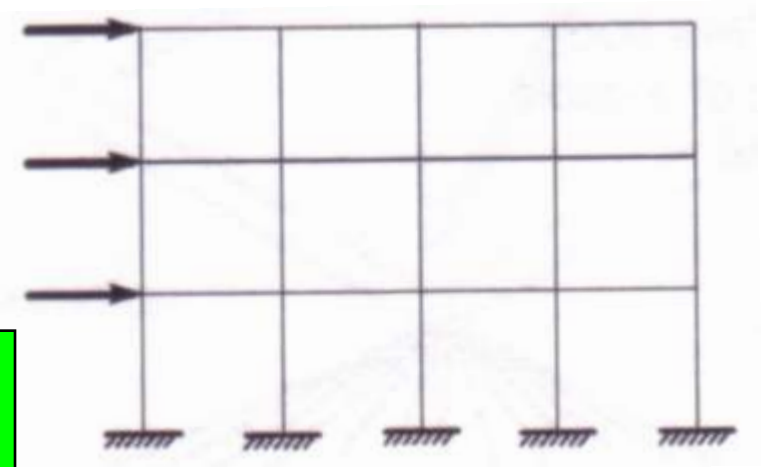
Bentuk dan Tipe Struktur (lanjut)

Plane Frame (Portal Bidang) :



Contoh :

- Portal Sederhana
- Bangunan Gedung
- Konstruksi *Tunnell/Box*



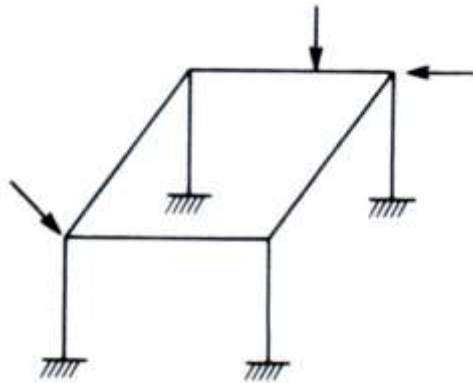
□ Momen Lentur
□ Gaya Geser
□ Gaya Aksial



□ Deformasi Lentur
□ Deformasi Geser
□ Deformasi Aksial

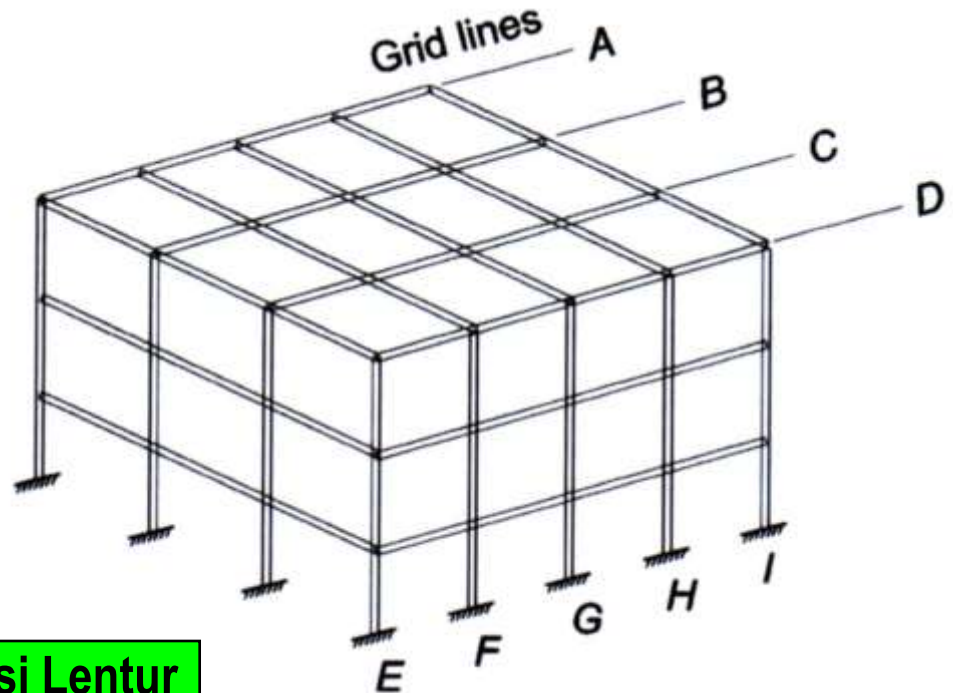
Bentuk dan Tipe Struktur (lanjut)

Space Frame (Portal Ruang) :



Contoh :

➤ Bangunan Gedung



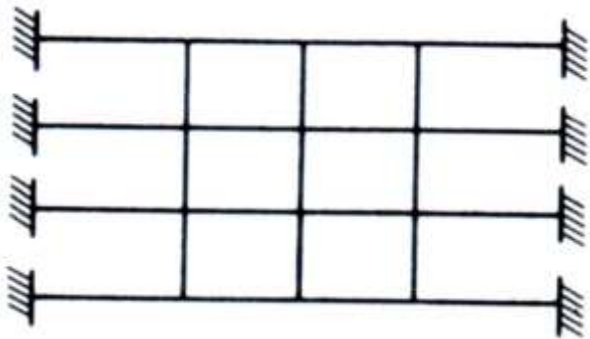
☐ Momen Lentur
☐ Gaya Geser
☐ Gaya Aksial
☐ Momen Torsi



☐ Deformasi Lentur
☐ Deformasi Geser
☐ Deformasi Aksial
☐ Deformasi Puntir

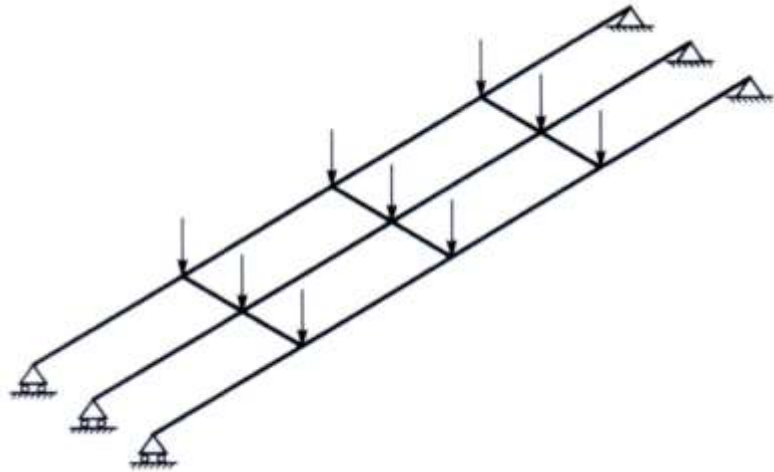
Bentuk dan Tipe Struktur (lanjut)

Grid (Balok Silang) :



Contoh :

- Balok *Spandrel*
- Konstruksi Lantai *Grid*
- Pondasi Sarang Laba-laba
- Pondasi Rakit



□ Gaya Geser
□ Momen Lentur
□ Momen Torsi



□ Deformasi Geser
□ Deformasi Lentur
□ Deformasi Puntir

Komponen Struktur

Struktur terdiri dari :

1. Elemen : batang/*member*
2. Titik Buhul : nodal/*node/joint*

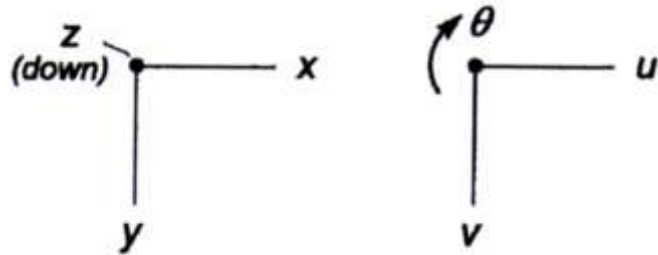
Transfer gaya luar pada bagian-bagian struktur melalui elemen dan *node/joint*.

Titik Buhul (*Joint*)

Titik Buhul (*Node/Joint*) adalah bagian dari struktur yang menghubungkan elemen-elemen struktur. *Node/Joint* terbagi atas :

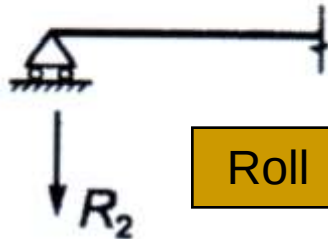
1. Node/Joint Terkekang (disebut juga “*constraint-node*”) Perletakan roll, sendi, jepit
2. Node/Joint Bebas (disebut juga “*free-node*”) Perletakan kenyal, Titik buhul, Titik kumpul

Titik Buhul (*Joint*) (lanjut)

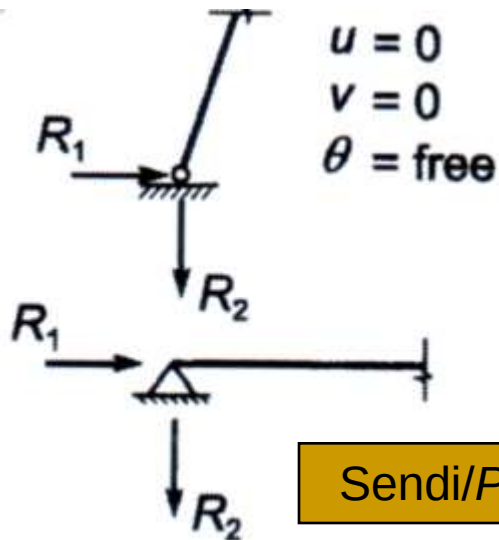


Free Node/Joint/Nodal

$$\begin{aligned} u &= \text{free} \\ v &= 0 \\ \theta &= \text{free} \end{aligned}$$

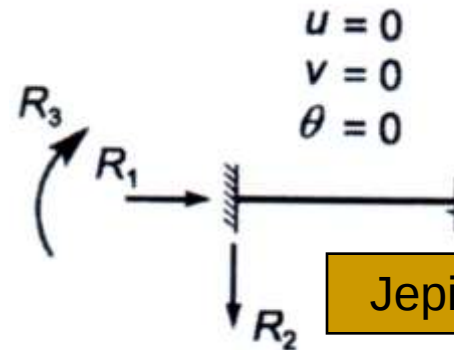


Roll



Sendi/Pin/Hinge

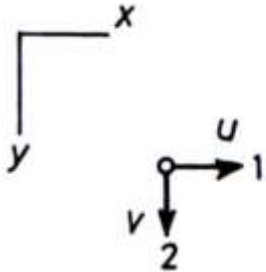
$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= 0 \\ \theta &= \text{free} \end{aligned}$$



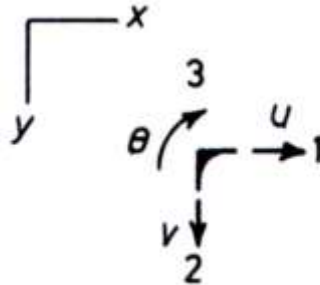
Jepit/Fixed

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= 0 \\ \theta &= 0 \end{aligned}$$

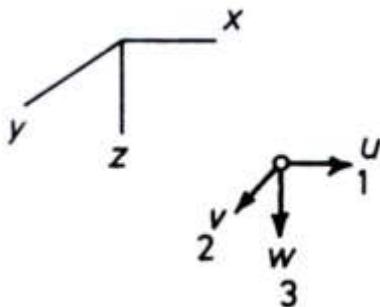
Nodal - *Displacement* (u, v, w)



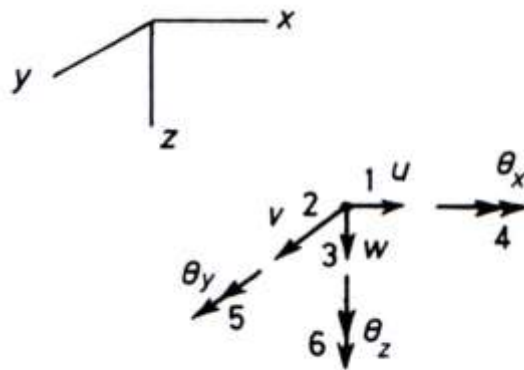
Plane truss



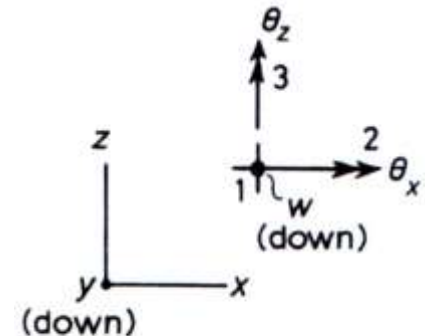
Plane frame



Space truss



Space frame



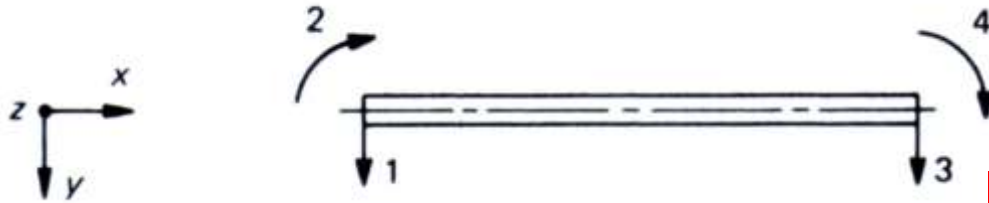
Grid

Elemen (*Member*)

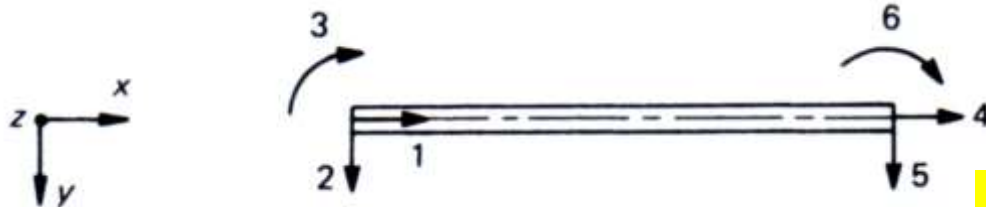
Elemen adalah bagian dari struktur yang dihubungkan oleh dua atau lebih titik buhul/*node/joint*. Elemen terdiri atas :

1. Elemen garis (*truss/frame/grid element*)
2. Elemen bidang (*plate/wall element*)
3. Elemen ruang (*hexagonal/cube element*)

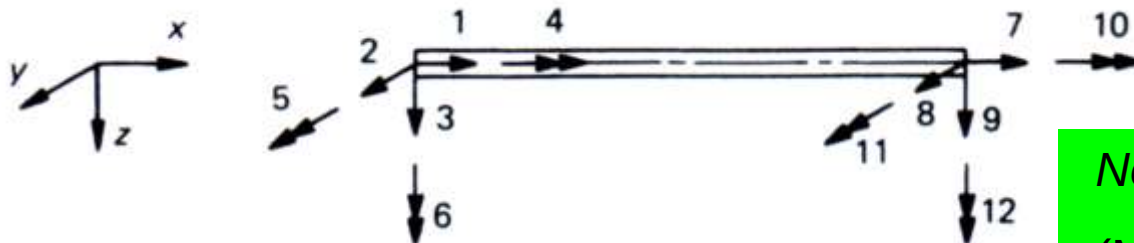
Gaya Ujung Batang (Nodal Force)



Nodal Forces
(Momen+Geser)



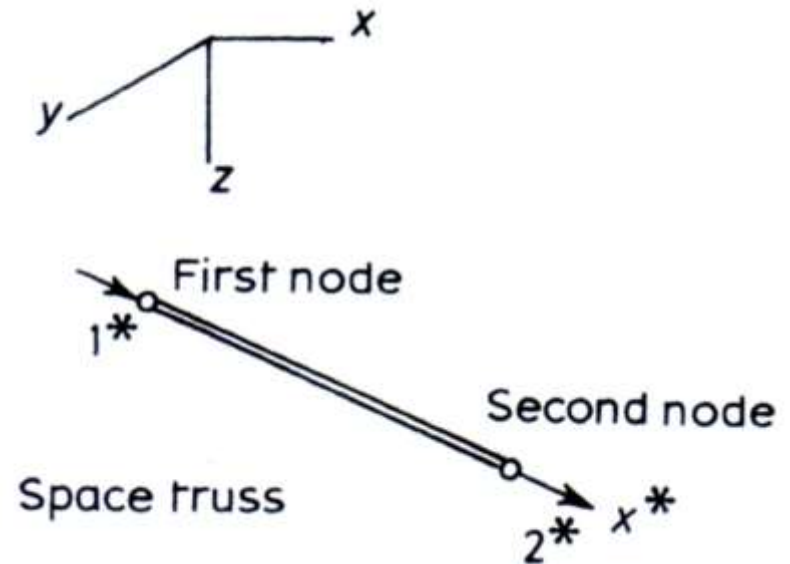
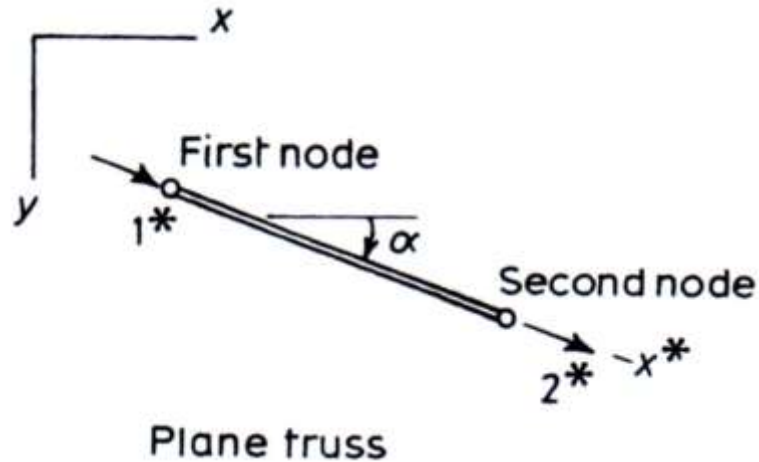
Nodal Forces
(Momen+Geser+Aksial)



Nodal Forces
(Momen+Geser+Aksial+Torsi)

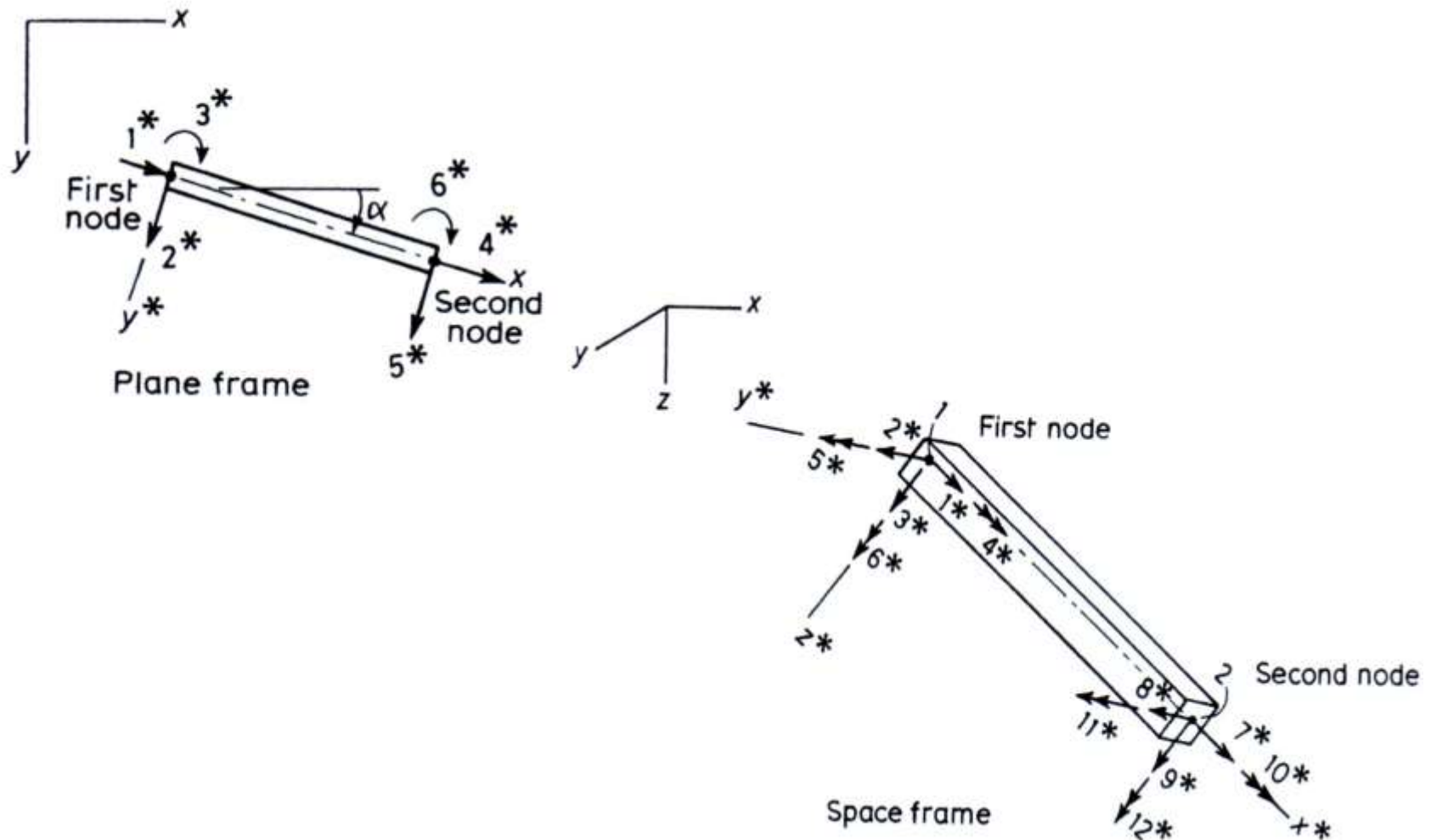
Gaya Ujung Batang (*Nodal Force*)

(lanjut)



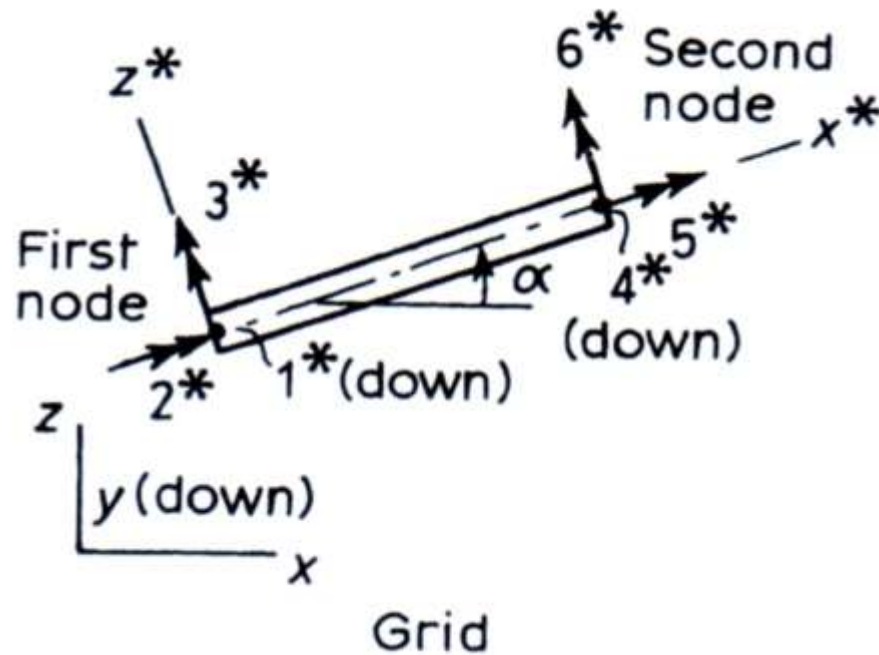
Gaya Ujung Batang (*Nodal Force*)

(lanjut)



Gaya Ujung Batang (*Nodal Force*)

(lanjut)



Hubungan *Nodal Displacement* dengan *Nodal Force*

$$F = k \ x$$

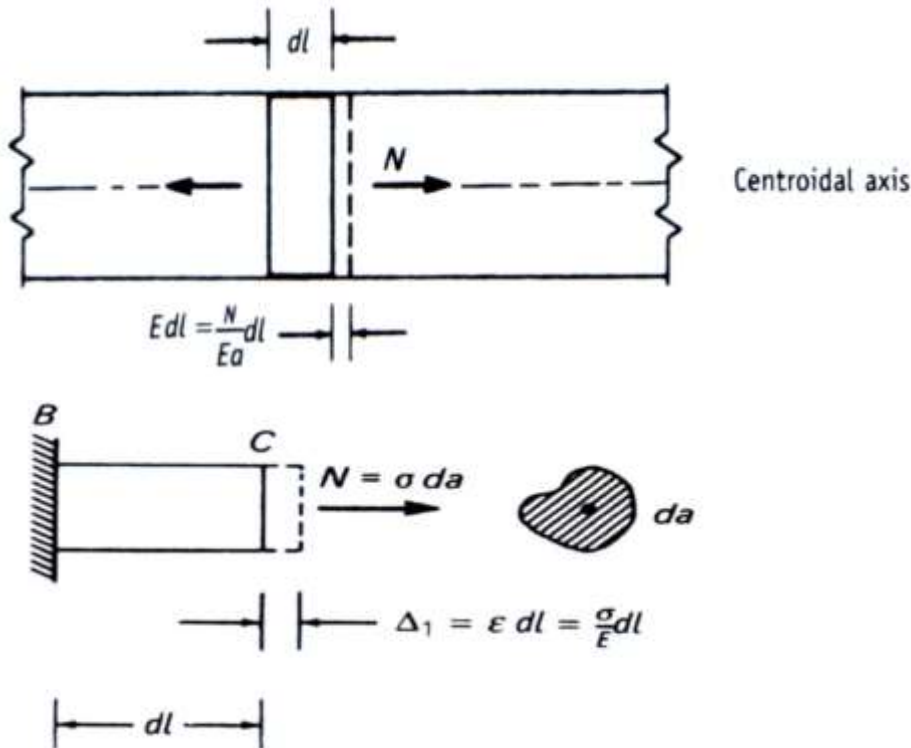
atau

$$\{F\} = [K]\{x\}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix}$$

Hubungan Deformasi dengan Internal Force

DEFORMASI AKSIAL



$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{(N/A)}{E} = \frac{N}{EA}$$

$$d(\Delta_x) = \epsilon_x \cdot dx = \frac{N}{EA} \cdot dx$$

$$\therefore \Delta_L = \int d(\Delta_x) = \int_0^L \frac{N}{EA} \cdot dx = \frac{L}{EA} N$$

$EA = \text{axial rigidity}$

dengan :

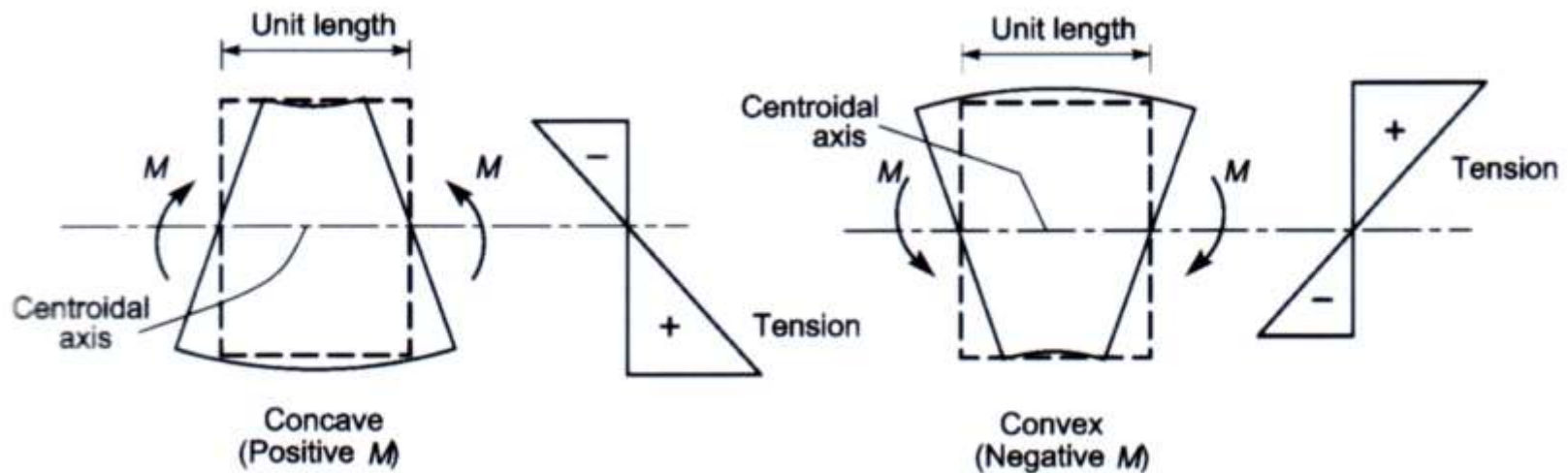
A = luas tampang

E = modulus elastis bahan

L = panjang elemen

Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

DEFORMASI LENTUR



$$\sigma_x = -\frac{M \cdot y}{I_z}$$

$$d\theta = -\frac{\varepsilon_x \cdot dx}{y} = \frac{M}{EI_z} \cdot dx$$

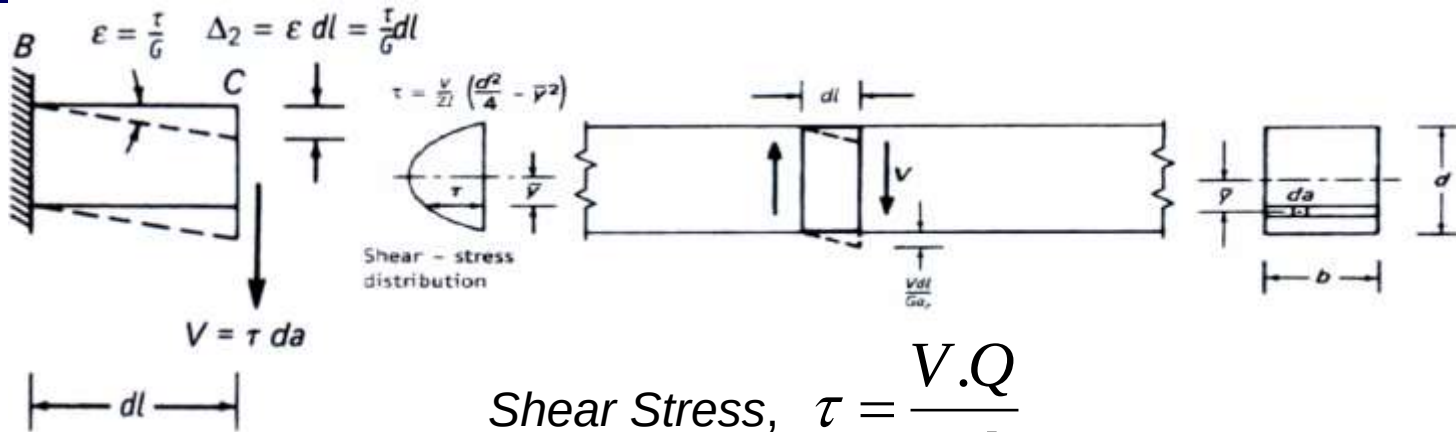
$$\varepsilon_x = -\frac{\sigma_x}{E} = -\frac{M \cdot y}{EI_z}$$

$$\therefore \theta = \int d\theta = \int_0^L \frac{M}{EI_z} \cdot dx$$

EI_z = flexural rigidity

Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

DEFORMASI GESER

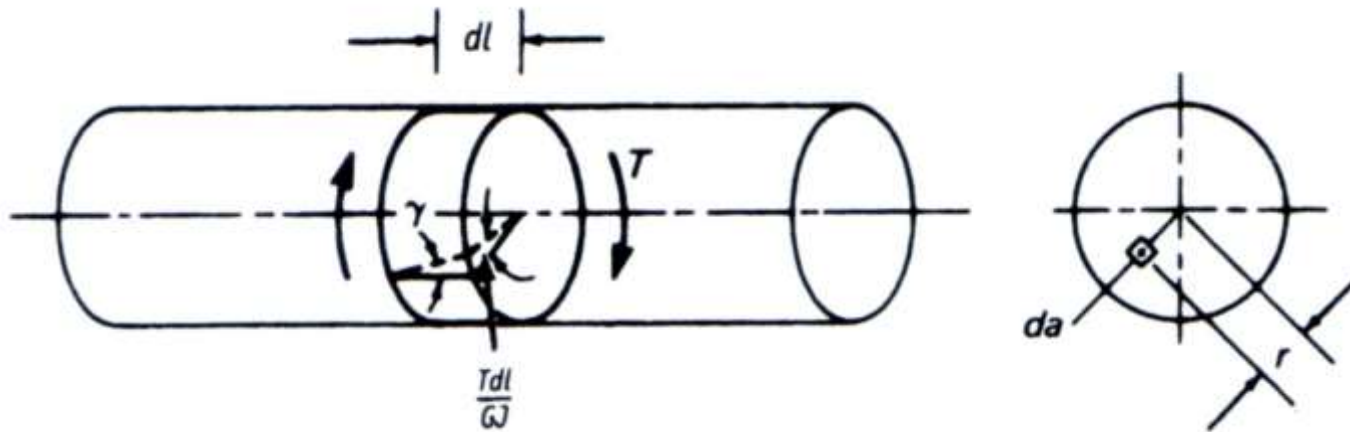


$$\frac{GA}{f} = \text{shear rigidity}$$

f = shape factor

Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

DEFORMASI TORSI



$$d\phi = \frac{\gamma_{maks}}{R} dx = \frac{T}{G.J} dx$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{T.r}{G.J}$$

$$\tau = \frac{T.r}{J}$$

$$\therefore \phi = \int d\phi = \int_0^L \frac{T}{G.J} dx = \frac{L}{GJ} . T$$

$$\gamma_{maks} = \frac{\tau_{maks}}{G} = \frac{T.R}{G.J}$$

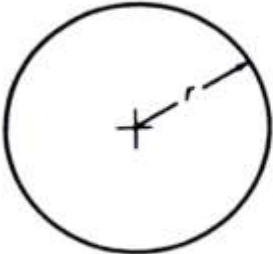
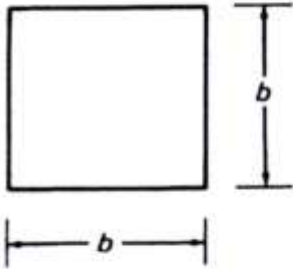
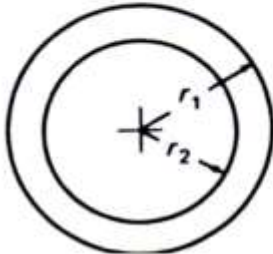
$$\therefore \tau_{max} = \frac{T.R}{J}$$

J = momen inersia polar (konstanta torsi)

GJ = torsional rigidity

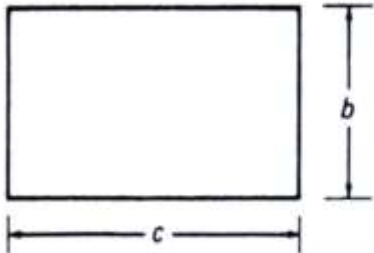
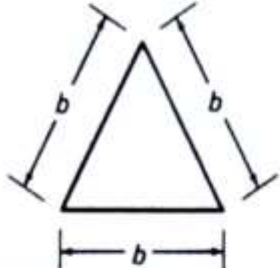
Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

KONSTANTA TORSI PENAMPANG

Section	Torsional Constant J
	$J = \frac{\pi r^4}{2}$
	$J = 0.1406b^4$
	$J = \frac{\pi(r_1^4 - r_2^4)}{2}$

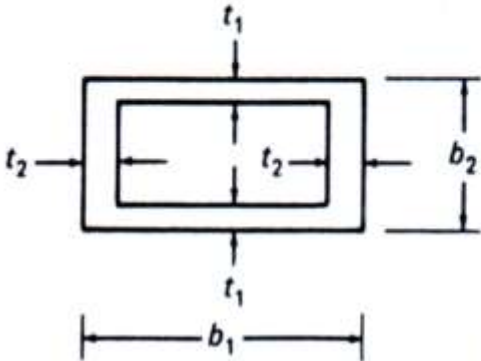
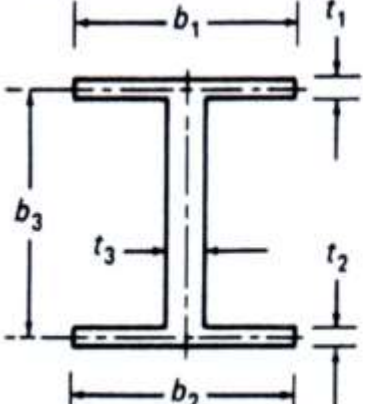
Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

KONSTANTA TORSI PENAMPANG

Section	Torsional Constant J
	$J = cb^3 \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{b}{c} \left(1 - \frac{b^4}{12c^4} \right) \right]$
	$J = \frac{b^4 \sqrt{3}}{80}$
	Closed section $J = \frac{4a^2}{\int \frac{ds}{t}}$ where a = area enclosed by a line through the center of the thickness and the integral is carried out over the circumference.

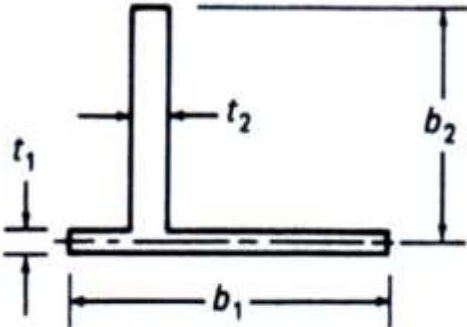
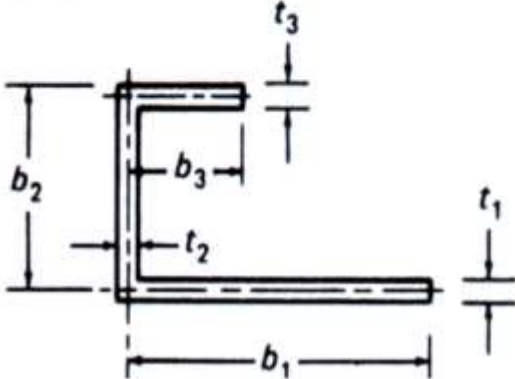
Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

KONSTANTA TORSI PENAMPANG

Section	Torsional Constant J
	$J = \frac{2t_1t_2(b_1 - t_2)^2(b_2 - t_1)^2}{b_1t_2 + b_2t_1 - t_2^2 - t_1^2}$
	$J = \frac{b_1t_1^3 + b_2t_2^3 + b_3t_3^3}{3}$

Hubungan Deformasi dengan *Internal Force* (lanjut)

KONSTANTA TORSI PENAMPANG

Section	Torsional Constant J
	$J = \frac{b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3}{3}$
	Open section composed of rectangles $J = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3$

Hubungan *Displacement* dengan *External Force*

Menghitung hubungan *external force (action)* dengan *displacement* pada balok prismatis (*prismatic beam*) dapat memakai banyak metode, antara lain :

- “Persamaan Differensial Balok”
- “*Moment Area Method*”
- “*Unit Load Method or Virtual Work*”

Kekakuan dan Fleksibilitas

- **Kekakuan (*Stiffness*)** adalah gaya (***force***) yang diperlukan untuk menghasilkan “***unit displacement***”.

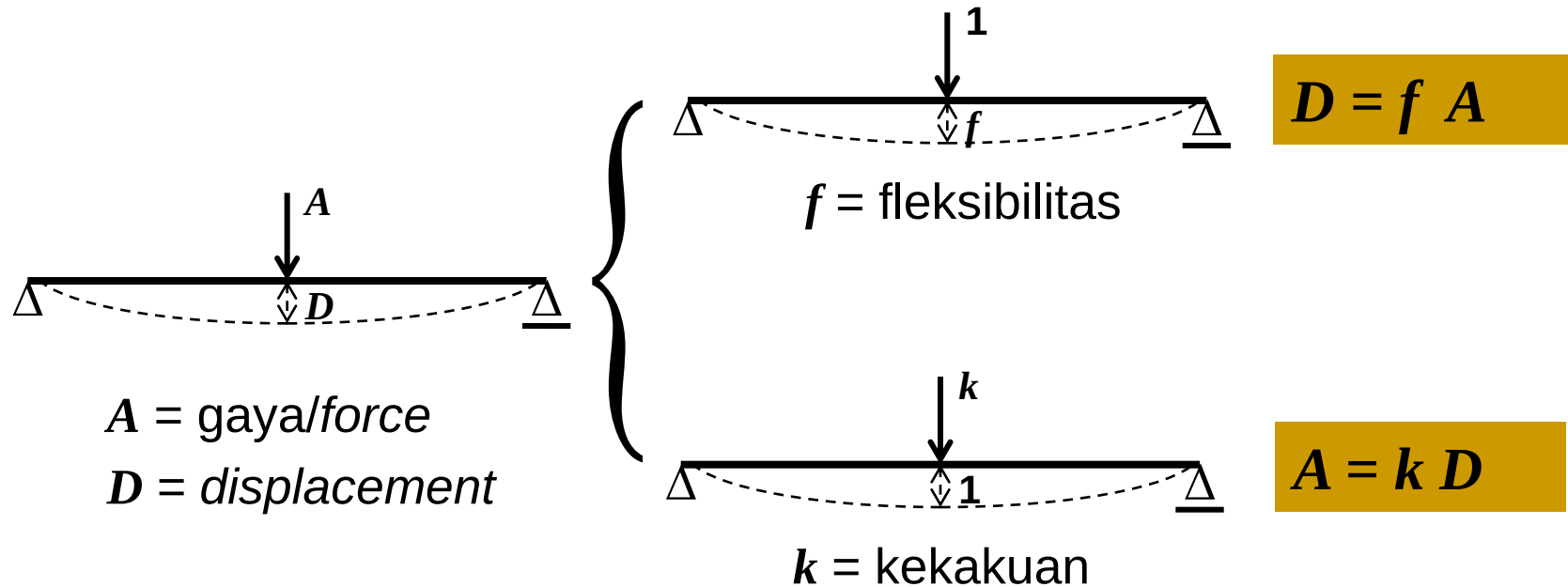
$$\text{satuan} = \frac{\text{gaya}}{\text{panjang}} \quad (\text{ton/m}, \text{kN/mm}, \text{kg/cm})$$

- **Fleksibilitas (*Flexibility*)** adalah perpindahan (displacement) yang dihasilkan oleh “***unit force***”.

$$\text{satuan} = \frac{\text{panjang}}{\text{gaya}} \quad (\text{m/ton}, \text{mm/kN}, \text{cm/kg})$$

Kekakuan dan Fleksibilitas

(lanjut)

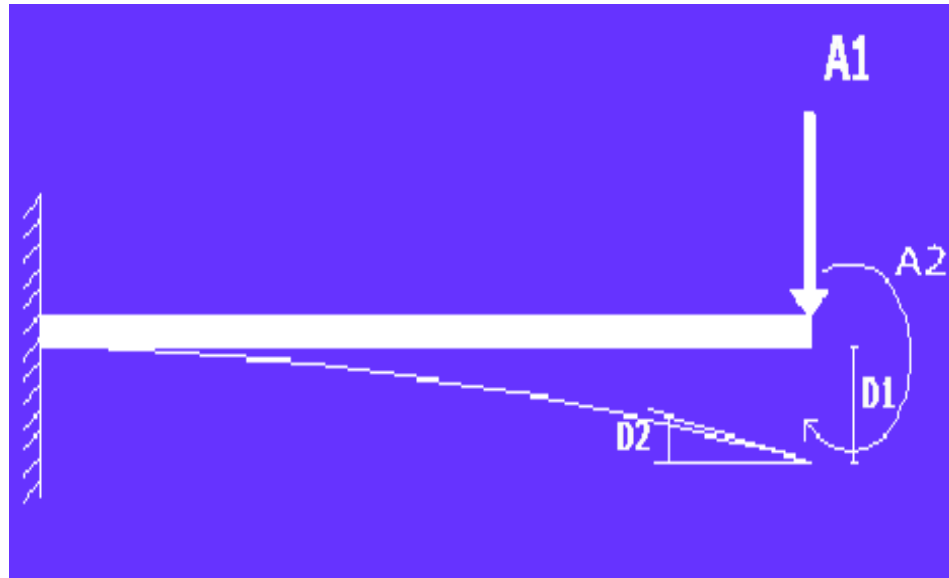


$$k = \frac{1}{f} \quad \text{atau} \quad f = \frac{1}{k}$$

Kekakuan dan Fleksibilitas

(lanjut)

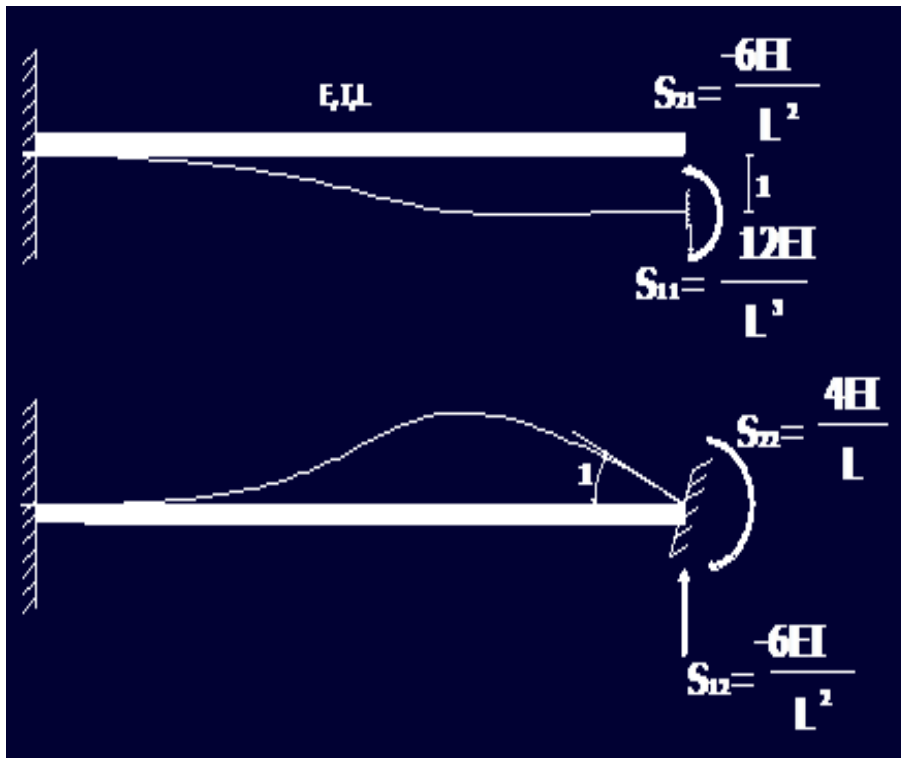
Contoh :



Struktur balok kantilever menerima beban terpusat A_1 dan momen lentur A_2 pada ujung kantilever seperti ditunjukkan pada gambar di atas. Hitung matriks kekakuan $[K]$ dan matriks fleksibilitas $[F]$ dari struktur tersebut?

Kekakuan dan Fleksibilitas

(lanjut)



$$A_1 = \frac{12EI}{L^3} D_1 - \frac{6EI}{L^2} D_2$$

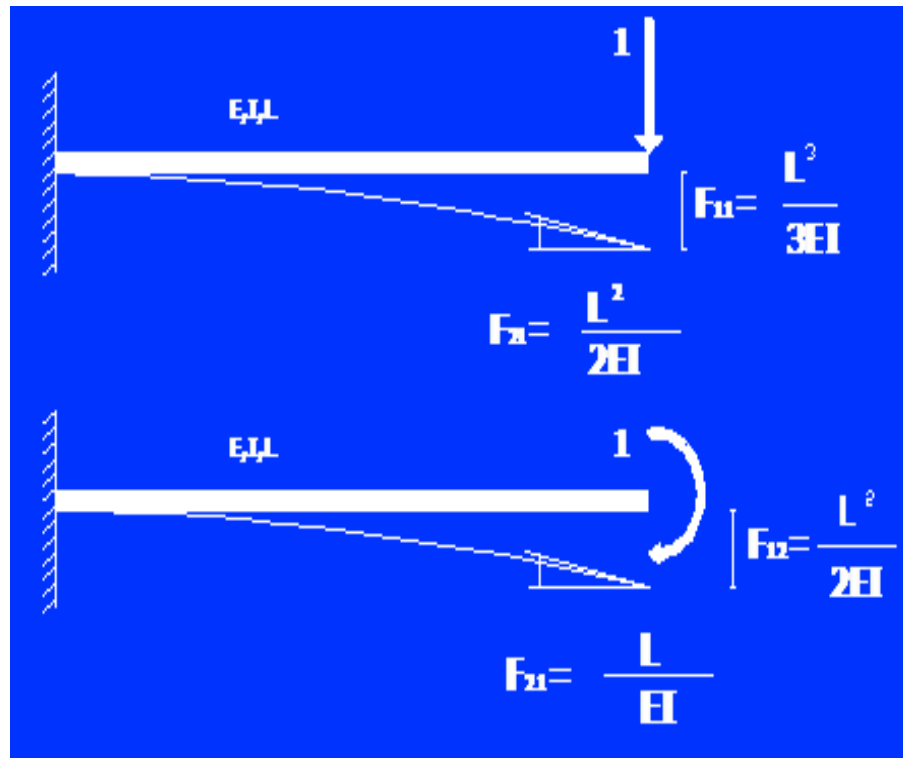
$$A_2 = -\frac{6EI}{L^2} D_1 + \frac{4EI}{L} D_2$$

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix}$$

$$[A] = [k] \{D\}$$

Kekakuan dan Fleksibilitas

(lanjut)



$$D_1 = \frac{L^3}{3EI} A_1 + \frac{L^2}{2EI} A_2$$

$$D_2 = \frac{L^2}{2EI} A_1 + \frac{L}{EI} A_2$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{L^2}{2EI} & \frac{L}{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}$$

$$\{D\} = [f] \{A\}$$

Kekakuan dan Fleksibilitas

(lanjut)

$$[f][k] = \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{L^2}{2EI} & \frac{L}{EI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$[f][k] = \begin{bmatrix} (4-3) & (-2L+2L) \\ \cancel{\frac{6}{L}} - \cancel{\frac{6}{L}} & (-3+4) \end{bmatrix}$$

$$[f][k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat dibuktikan bahwa :

$$[f] = [k]^{-1}$$

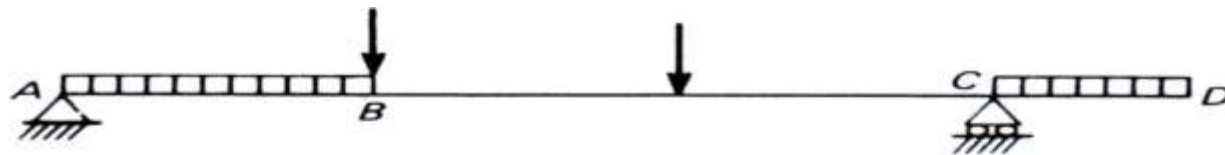
atau

$$[k] = [f]^{-1}$$

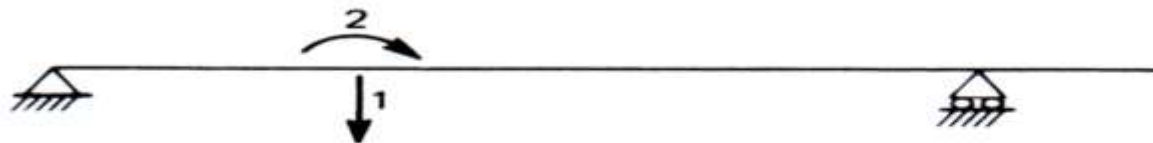
Equivalent Joint Loads

- Pada metode matriks, pengaruh beban luar yang bekerja pada batang (***member loads***) dapat diekivalensikan dengan beban pada ***node/joint*** yang mempunyai pengaruh sama seperti beban aslinya.
- Konsep tersebut dikenal sebagai “***equivalent joint loads***”.

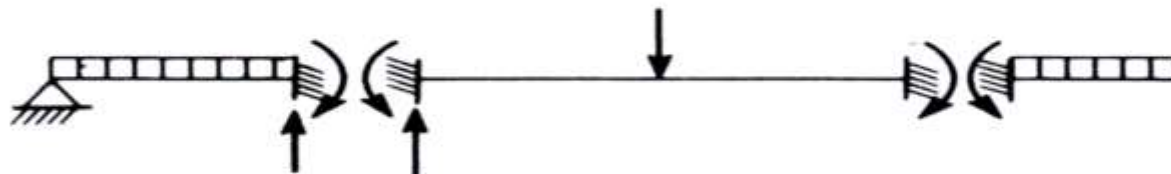
Equivalent Joint Loads (lanjut)



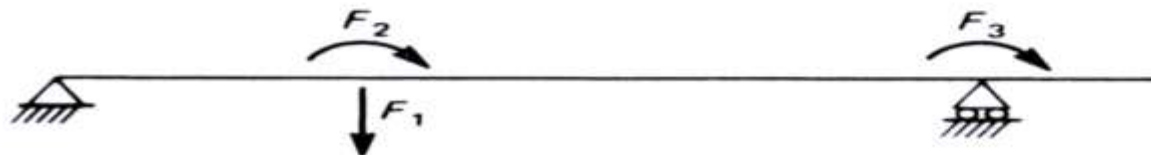
a. Beam



b. Coordinate system



c. Restrained condition



d. Reserved loading forces

Formulasi Analisis Struktur dengan Matriks

- Metode yang dikenal sampai saat ini adalah :
 - ▣ Metode Kekakuan (Metode Perpindahan)
 - ▣ Metode Fleksibilitas (Metode Gaya)
- Metode Kekakuan : perpindahan (*displacement*) sebagai *unknown value* (variabel yang tidak diketahui) dan dicari terlebih dahulu.
- Metode Fleksibilitas : gaya (forces) sebagai *unknown value* dan dicari terlebih dahulu.

Metode Kekakuan Langsung

(*Direct Stiffness Method*)

- Metode ini sangat cocok dan banyak digunakan dalam analisis struktur berbasis program komputer (SAP2000, StaadPRO, ANSYS dan sebagainya).
- Asumsi dasar yang digunakan :
 1. Bahan struktur berperilaku “*linear - elastic*”
 2. *Displacement* struktur relatif kecil dibanding dimensi/geometrik struktur
 3. Interaksi pengaruh gaya aksial dan lentur diabaikan
 4. Elemen/batang struktur bersifat “*prismatic & homogeneous*”.

Prosedur Analisis

1. Semua kekakuan elemen dievaluasi sesuai dengan hubungan antara “**gaya**” dan “**deformasi**” (dalam koordinat **LOKAL**).
2. Matriks kekakuan elemen ditransformasikan ke koordinat **GLOBAL**.
3. Matriks kekakuan elemen-elemen struktur (dalam koordinat global) digabungkan menjadi matriks kekakuan seluruh struktur (dengan mempertimbangkan kompatibilitas).
4. Berdasarkan pembebanan yang ada, disusun vektor/matriks gaya.

Prosedur Analisis (lanjut)

5. Kondisi batas pada perletakan diperhitungkan, dan dilakukan “***static condensation***” untuk memperoleh matriks kekakuan struktur tereduksi (***partition matrix***).
6. Matriks kekakuan struktur yang tereduksi tersebut memberikan persamaan kesetimbangan struktur, yang solusinya akan menghasilkan “***displacement***” setiap node/joint, kemudian gaya-gaya (reaksi perletakan) dapat diperoleh kemudian.
7. Setelah reaksi perletakan diketahui, gaya-gaya dalam dapat dihitung untuk setiap elemen (***gaya ujung batang***).

Aplikasi Metode Kekakuan Langsung

- **Struktur Aksial (1D)**
- **Struktur Balok (2D)**
- **Struktur Rangka Bidang (2D)**
- **Struktur Rangka Ruang (3D)**
- **Struktur Portal Bidang (3D)**
- **Struktur Portal Ruang (3D)**
- **Struktur Balok Silang (Grid)**

Pustaka

- ❑ Alkaff, M.F., 2004, *Matlab 6 untuk Teknik Sipil*, CV. Maxikom, Palembang.
- ❑ Brebbia, C.A., & Ferrante, A.J., 1978, *Computational Methods for The Solution of Engineering Problems*, Pentech Press, London.
- ❑ Dipohusodo, I., 2001, *Analisa Struktur*, jilid-1, Penerbit Gramedia, Jakarta.
- ❑ Ghali, A., & Neville, A.M., 1990, *Structural Analysis*, Chapman and Hall, London, edisi terjemahan oleh Wira MSCE, *Analisa Struktur*, Gabungan Metode Klasik dan Matriks, edisi kedua, Penerbit Erlangga, Jakarta.
- ❑ Puspantoro., B, 1990, *Teori dan Analisa Balok Grid*, Penerbit Andi Offset, Yogyakarta.
- ❑ Supartono, F.X., & Teddy Boen, 1984. *Analisa Struktur Dengan Metode Matriks*, cetakan ketiga, UI Press, Jakarta.
- ❑ Suhendro, B., 2002, *Analisis Struktur dengan Matriks*, Beta Offset, Yogyakarta.
- ❑ Wang, C.K., 1985, *Pengantar Analisis Struktur dengan Cara Matriks untuk Struktur Rangka*, Edisi kedua, Erlangga, Jakarta.
- ❑ Weaver, W dan Gere, J.M., 1989, *Matrix Analysis of Framed Structures*, Van Nostrand Reinhold Company Inc, edisi terjemahan *Analisa Matriks untuk Struktur Rangka*, cetakan kedua, Penerbit Erlangga, Jakarta.

*Terima kasih atas perhatian
dan sukses buat studinya!*