



Saeb

2025

Ensino Médio
3ºANO

Caderno do(a) Professor(a) - 3º Volume



ESCOLA DE FORMAÇÃO
E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL
E DE EDUCADORES



MINAS
GERAIS

GOVERNO
DIFERENTE
ESTADO
EFICIENTE

Governador do Estado de Minas Gerais

Romeu Zema Neto

Vice-Governador do Estado de Minas Gerais

Mateus Simões de Almeida

Secretário de Estado de Educação

Igor de Alvarenga Oliveira Icassatti Rojas

Secretária Adjunta

Fernanda de Siqueira Neves

Subsecretaria de Desenvolvimento da Educação Básica

Kellen Silva Senra

Superintendente da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional e de Educadores

Graziela Santos Trindade

Diretor da Coordenadoria de Ensino da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional e de Educadores

Tiago Vieira Lima Alves

Produção de Conteúdo

Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional e de Educadores

Revisão

Professores Formadores da Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional e de Educadores

Prezados professores, clique na imagem para ser direcionado à página desejada.



Prezados professores, clique na imagem para ser direcionado ao parceiro desejado.



PREZADO(A) PROFESSOR(A),

É com grande entusiasmo que apresentamos a você o Caderno MAPA + Saeb! Você sabe o que é o Saeb? Temos certeza que sim e então vamos relembrar e aprofundar na compreensão desse sistema de avaliação tão importante para nossa educação pública.

O Brasil implementou uma estratégia abrangente para acessar as escolas e coletar informações sobre os processos de ensino e aprendizagem, permitindo o monitoramento da qualidade e equidade da educação em todas as regiões do país. Essa é a missão do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep).

O Saeb vai além de uma simples prova. Ao ouvir o termo “avaliação”, muitas pessoas associam imediatamente a ideia de teste, mas é fundamental entender que as provas são apenas uma parte do Saeb. A avaliação abrange diversos fatores que influenciam a qualidade do ensino e busca fornecer informações sobre sete dimensões da educação básica:

- 1 - Atendimento escolar;
- 2 - Ensino e aprendizagem;
- 3 - Investimento;
- 4 - Profissionais da educação;
- 5 - Gestão;
- 6 - Equidade;
- 7 - Cidadania, Direitos Humanos e valores.

Para avaliar essas dimensões, são aplicados questionários a professores, diretores escolares e gestores municipais de educação, além de testes de Língua Portuguesa e Matemática para os estudantes. As avaliações do Saeb ocorrem a cada dois anos, com a próxima prevista para 2025 em todo o país. Nesse sentido, o Caderno MAPA + SAEB foi criado com o intuito de apoiar efetivamente o trabalho dos professores da rede estadual de ensino de Minas Gerais, auxiliando-os a enfrentar os desafios educacionais identificados historicamente por meio de avaliações internas e externas, baseadas nas Matrizes de Referência das avaliações de larga escala e em um estudo dos descritores realizado pelo Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAED).

Este material pedagógico, alinhado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ao Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG), foi especialmente desenvolvido para ajudar na superação das defasagens de aprendizagem detectadas pelos descritores avaliados pelo Saeb, que evidenciam os processos de ensino e aprendizagem, dinamizados pelas habilidades correlacionadas.

Os resultados das avaliações externas destacaram áreas que requerem atenção prioritária, revelando lacunas no desenvolvimento de habilidades e competências essenciais dos estudantes. Nesse contexto, o Caderno oferece uma abordagem estratégica e prática para que os professores trabalhem diretamente com os descritores, focando aqueles que apresentaram maior índice de dificuldade entre os alunos. As atividades propostas incentivam a utilização de metodologias ativas, que devem ser adaptadas às necessidades e realidades

de cada turma, promovendo o engajamento dos estudantes e fortalecendo as habilidades necessárias para seu pleno desenvolvimento educacional.

Com ênfase no fortalecimento das aprendizagens, este material busca não apenas atender às demandas imediatas, mas também contribuir para a construção de uma base sólida de conhecimentos, preparando os estudantes para novos desafios e possibilitando o avanço de toda a rede de ensino em direção à equidade e à excelência educacional.

Assim, o Caderno MAPA + SAEB, integrado a Matriz de Referência do SAEB, adota uma abordagem abrangente, contemplando todos os anos escolares anteriores, e não apenas o ano em que o estudante está inserido atualmente. Essa estratégia visa assegurar que os estudantes compreendam e desenvolvam plenamente as habilidades relacionadas aos descritores que apresentaram defasagem, conforme indicado pelos dados históricos do SAEB.

Por meio dessa estratégia, busca-se fortalecer o trabalho com as habilidades necessárias no ano em curso, oferecendo oportunidades para que os estudantes construam conhecimentos fundamentais de forma progressiva. Logo, o Caderno apresenta uma compilação gradual de Tópicos e Descritores, promovendo o aprofundamento das aprendizagens essenciais. Ressaltamos a importância da integralização do trabalho com as habilidades nos processos de ensino e aprendizagem, destacando que os descritores são um recorte dessas habilidades.

Portanto, é crucial focar no desenvolvimento das habilidades e não apenas nos descritores. Embora o Caderno MAPA + SAEB enfatize o trabalho com os descritores, é fundamental consolidar as habilidades para que o estudante compreenda e se aproprie dos conteúdos propostos. Os cadernos serão disponibilizados em quatro volumes, um para cada bimestre: Volume 1 (Fevereiro e Março), Volume 2 (Abril e Maio), Volume 3 (Junho e Agosto) e Volume 4 (Setembro e Outubro).

Esses cadernos, compostos por planejamentos, representam mais uma estratégia didática que poderá ser utilizada pelos professores para garantir, de forma democrática e inclusiva, os direitos de aprendizagem dos estudantes. Além disso, a organização das habilidades em volumes bimestrais permite uma articulação mais eficaz entre o planejamento pedagógico e o acompanhamento sistemático dos avanços dos alunos ao longo do ano letivo. A proposta é que os professores utilizem os planejamentos não apenas como um recurso instrucional, mas também como um instrumento de reflexão sobre suas práticas e as adaptações necessárias ao contexto da sala de aula.

A diversidade de atividades e sugestões metodológicas presentes no material visa atender às diferentes realidades e perfis das escolas da rede, promovendo a equidade educacional e garantindo que todos os estudantes tenham acesso às condições necessárias para o pleno desenvolvimento de suas potencialidades. Além disso, o foco nos descritores mais críticos amplia as possibilidades de intervenção pedagógica, reforçando a aprendizagem de maneira significativa e contextualizada.

Por fim, este caderno reflete o compromisso da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais em promover inovação e inclusão, oferecendo um recurso que alia qualidade e acessibilidade. Além de colaborar com a preparação para as avaliações externas, o material busca consolidar a formação de estudantes mais autônomos, críticos e preparados para os desafios futuros, fortalecendo, assim, a educação pública como um direito essencial e transformador.

Sumário

LÍNGUA PORTUGUESA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Desvendando textos: da localização de informações à comparação de abordagens temáticas. 8

REFERÊNCIAS 17

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Fato, opinião e tese em textos jornalísticos..... 18

REFERÊNCIAS 31

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Soluções algébricas. 32

REFERÊNCIAS 56

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Equações e funções exponenciais e logarítmicas. . 58

REFERÊNCIAS 81

AVALIANDO JUNTOS: Cadernos MAPA na sala de aula 84

ÁREA DE CONHECIMENTO

Linguagens e suas Tecnologias

COMPONENTE CURRICULAR

Língua Portuguesa

ANO LETIVO

2025

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Desvendando textos: da localização de informações à comparação de abordagens temáticas.

DURAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: 3 aulas.

INTRODUÇÃO:

Professor(a), nesta sequência didática de Língua Portuguesa, pretende-se que os estudantes sejam capacitados a localizar **informações explícitas em diversos textos** e a reconhecer as **diferentes formas de tratamento de uma mesma informação em textos variados que abordam o mesmo tema**.

É fundamental que eles desenvolvam essas habilidades, pois a leitura e a interpretação textual são competências para se tornarem leitores mais críticos e engajados, capazes de formar suas próprias opiniões e participar de debates sobre temas sociais. No dia a dia, somos constantemente bombardeados por informações de diferentes fontes e formatos, e a capacidade de identificá-las, compará-las criticamente e inferir sentidos é crucial para a tomada de decisões conscientes, a formação de opiniões embasadas e a navegação eficaz no ambiente digital e social.

Ao dominarem a localização e a inferência de informações, bem como a análise comparativa de textos, os estudantes estarão aptos a **compreender como diferentes gêneros textuais constroem sentidos e abordam a realidade de maneiras distintas**. Essa capacitação permite-lhes perceber que cada texto é construído sempre em relação ao seu contexto de produção e público-alvo, conforme enfatiza os Parâmetros Curriculares Nacionais: "Todo texto se organiza dentro de determinado gênero em função das intenções comunicativas, como parte das condições de produção dos discursos, as quais geram usos sociais que os determinam" (BRASIL, 1998, p. 21).

Para apropriação em nível desejável desses conceitos, as aulas poderão incluir atividades como leitura de textos jornalísticos e literários, exercícios de identificação de teses e argumentos, debates em grupo, e exercícios de escrita, permitindo que os estudantes expressem as suas opiniões.

Professor(a), a indicação do tempo de execução desta sequência pedagógica será em números de aulas. Contudo, pode haver o desmembramento em quantas aulas você julgar necessárias, de acordo com as especificidades das turmas atendidas, a flexibilidade de seu planejamento de ensino ou outras conveniências pedagógicas.

DESCRIPTOR (MATRIZ SAEB):

D1 – Localizar informações explícitas em um texto.

D20 – Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que abordam o mesmo tema, em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.

HABILIDADE SELECIONADA:

(EM13LGG110MG) Inferir informações presentes em textos de diferentes tipos e gêneros textuais/discursivos.

1ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Cópias dos Textos 1 e 2 impressas ou em formato digital; projetor de multimídia; quadro (lousa); pincéis ou canetas para quadro branco.

Professor(a), inicie a aula perguntando aos estudantes sobre suas experiências com diferentes tipos de textos noticiosos e poemas. Quais as principais diferenças que percebem entre eles? Se necessário, retome esses conceitos textuais.

Estimule a participação de todos e anote no quadro as suas respostas.

Como parâmetro de possíveis respostas, seguem algumas informações sobre os dois gêneros:

	<i>Notícia</i>	<i>Poema</i>
<i>Características</i>	- <i>Linguagem objetiva e direta.</i>	- <i>Linguagem subjetiva e conotativa.</i>
	- <i>Foco na informação factual.</i>	- <i>Foco na expressão de sentimentos e emoções.</i>
	- <i>Impessoalidade (geralmente em 3ª pessoa).</i>	- <i>Pessoalidade (pode envolver a voz do eu lírico).</i>
	- <i>Compromisso com a veracidade dos fatos.</i>	- <i>Liberdade criativa e ficcional.</i>
	- <i>Atualidade e relevância social.</i>	- <i>Atemporalidade (em muitos casos).</i>

Estrutura	- <i>Título (chamativo e informativo).</i>	- <i>Versos (linhas).</i>
	- <i>Lide (primeiro parágrafo com o essencial: o quê, quem, quando, onde, como, por quê).</i>	- <i>Estrofes (conjunto de versos).</i>
	- <i>Corpo da notícia (detalhamento dos fatos).</i>	- <i>Pode apresentar rimas, ritmo e métrica.</i>
	- <i>Pode conter subtítulos, fotos, legendas.</i>	- <i>Estrutura livre (em muitos poemas modernos).</i>

Em seguida, lembre aos estudantes que cada texto possui uma intenção distinta. Assim, cada gênero textual apresenta uma função específica. A função de um texto refere-se ao seu propósito ou objetivo na comunicação.

Promova uma breve discussão sobre a função de:

- ⇒ uma notícia de jornal;
- ⇒ um poema.

Direcione as falas dos estudantes para preencher um quadro comparativo que você vai expor na lousa.

Veja um modelo com possíveis definições:

	<i>Notícia</i>	<i>Poema</i>
<i>Função</i>	- <i>Informar sobre acontecimentos relevantes.</i>	- <i>Despertar emoções e reflexões.</i>
	- <i>Registrar fatos para o público.</i>	- <i>Explorar a sonoridade e o ritmo das palavras.</i>
	- <i>Responder às perguntas básicas sobre um evento.</i>	- <i>Apresentar uma visão particular do mundo.</i>
	- <i>Manter o público atualizado.</i>	- <i>Provocar diferentes interpretações.</i>

Em seguida, apresente os textos 1 e 2, utilizando o projetor de multimídia ou cópias impressas.

TEXTO 1

POEMA TIRADO DE UMA NOTÍCIA DE JORNAL

João Gostoso era carregador de feira-livre e morava no morro da Babilônia num barracão sem número

Uma noite ele chegou no bar Vinte de Novembro

Bebeu

Cantou

Dançou

Depois se atirou na Lagoa Rodrigo de Freitas e morreu afogado.

(BANDEIRA, Manuel. **Libertinagem. Estrela da vida inteira**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1966.)

Fonte: Descomplica [2025].

TEXTO 2

HOMEM EMBRIAGADO MORRE AFOGADO APÓS PULAR EM RIO PARA TENTAR PEGAR BEBIDA EM MT

**Claudecir dos Santos, de 49 anos, foi encontrado submerso pelos bombeiros.
Polícia investiga circunstância do afogamento.**

Por g1 MT

24/09/2023 14h25

Um homem de 49 anos, que estava embriagado, morreu afogado nesse sábado (23) depois de ter pulado no Rio Lira, em Sorriso, a 420 km de Cuiabá. Ele teria mergulhado para pegar uma bebida alcoólica que caiu na água.

Segundo a Polícia Civil, a vítima foi identificada como Claudecir dos Santos.

Por volta de 15h, a polícia foi acionada para atender a ocorrência. No local, testemunhas contaram que ele entrou na água para pegar a bebida e não voltou mais.

Mergulhadores do Corpo de Bombeiros foram acionados e localizaram o corpo submerso no rio.

A Perícia Oficial e Identificação Técnica (Politec) esteve no local para periciar o ocorrido. A Polícia Civil investiga o caso.

Fonte: G1 MT (2025).

Oriente uma leitura colaborativa, incentivando a participação de todos, sempre respeitando o momento de fala. Durante a leitura, incentive interpretações e comentários, principalmente evidenciando a abordagem de um mesmo tema tratado de formas diferentes em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.

Refleta com os estudantes sobre o fato de os dois textos pertencerem a gêneros diferentes, mas abordarem o mesmo tema. No caso, é possível destacar ainda que o poema e a notícia são gêneros bastante distintos na sua forma de organização: a notícia é escrita em prosa; o poema, em versos.

Para encerrar esta aula, promova uma discussão coletiva, em que os estudantes apontem nos textos lidos as características, estruturas e funções que eles mesmos indicaram quando comentaram sobre as principais diferenças entre notícia e poema.

Professor(a), note que a habilidade dos estudantes em perceber as características, bem como as funções dos dois textos lidos é proporcional a capacidade de localizar informações explícitas em um texto.

Sendo assim, avalie a apropriação dessa competência pelos estudantes e, se necessário, repita o procedimento, utilizando outros textos selecionados por você.

2ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Cópias dos textos 1 e 2 impressas; quadro (lousa).

Professor(a), comece organizando a turma em pequenos grupos (ou duplas).

Em seguida, utilizando os textos 1 e 2 da aula anterior:

- ⇒ Solicite que cada grupo realize uma leitura colaborativa dos textos. Durante a leitura, circule entre os grupos, orientando-os.
- ⇒ Após a leitura, os estudantes devem identificar informações explícitas que possibilitem responder às perguntas:

1) Quem são as personagens principais?

Texto 1: João Gostoso.

Texto 2: Claudedir dos Santos.

2) Onde e quando os fatos ocorreram?

Texto 1: No morro da Babilônia (onde João morava), no bar Vinte de Novembro e na Lagoa Rodrigo de Freitas. O tempo não é especificado, apenas "Uma noite".

Texto 2: No Rio Lira, em Sorriso (MT). O fato ocorreu no sábado, 23 de setembro de 2023, e a notícia foi publicada em 24 de setembro de 2023.

3) Qual foi o acontecimento central em cada texto?

Texto 1: A sequência de ações de João Gostoso em uma noite (chegar ao bar, beber, cantar, dançar) culminando em seu suicídio por afogamento na Lagoa Rodrigo de Freitas.

Texto 2: A morte por afogamento de Claudécir dos Santos após pular no Rio Lira para tentar pegar uma bebida alcoólica.

4) Qual é o principal interesse de cada texto ao relatar o acontecimento?

Texto 1: O principal interesse do poema parece ser evocar uma atmosfera melancólica e apresentar a figura de um homem simples ("carregador de feira-livre") cuja vida termina de forma abrupta e trágica. Há uma sugestão de uma vida marginalizada e um fim solitário.

Texto 2: O principal interesse da notícia é informar objetivamente sobre um fato ocorrido, respondendo às perguntas básicas do jornalismo (quem, o quê, quando, onde). Há também o interesse em reportar as circunstâncias da morte e o início da investigação policial.

5) Como a forma de apresentar a informação contribui para esse foco?

Texto 1: A forma poética, com versos curtos e a sequência de verbos ("Bebeu/Cantou/Dançou/Depois se atirou"), cria um ritmo que conduz ao trágico final. A ausência de detalhes sobre as motivações de João e a menção ao seu local de moradia ("morro da Babilônia num barracão sem número") sugerem uma vida anônima e talvez sofrida, intensificando a sensação de perda e solidão.

Texto 2: A estrutura da notícia, com o título informativo, a lide que resume o essencial e o corpo do texto que detalha os fatos de forma cronológica e objetiva, cumpre o propósito de informar o leitor de maneira clara e concisa. A identificação da vítima, a menção às testemunhas, ao trabalho dos bombeiros e à investigação policial reforçam o caráter factual e informativo do gênero.

As respostas fornecidas servem como referência para a correção. É importante considerar que os estudantes podem formular suas respostas de maneiras diferentes, sem necessariamente usar as mesmas palavras. O essencial é que eles demonstrem compreensão do tema, abordando os elementos principais mencionados na resposta modelo. A sugestão é avaliar a coerência, a clareza e a presença dos conceitos.

Depois, os grupos compartilham as informações explícitas que localizaram em cada texto. Incentive a participação de todos.

Anote as informações na lousa, organizando-as em colunas separadas para cada texto, facilitando a visualização das semelhanças e diferenças superficiais. Peça que os estudantes copiem nos seus cadernos.

Professor(a), é importante transmitir aos estudantes que a capacidade de localizar informações explícitas em um texto possibilita a compreensão de como diferentes gêneros textuais constroem sentidos e abordam a realidade de maneiras distintas.

3ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Cópias impressas do texto “Uma galinha”; cartolinas ou *flipchart*; pincéis ou canetas para cartolina ou *flipchart*.

Professor(a), para começar, organize a turma em pequenos grupos.

Entregue uma cópia do texto “Uma galinha” para cada grupo.

UMA GALINHA

de Clarice Lispector

Era uma galinha de domingo. Ainda viva porque não passava de nove horas da manhã. Parecia calma. Desde sábado encolhera-se num canto da cozinha. Não olhava para ninguém, ninguém olhava para ela. Mesmo quando a escolheram, apalpando sua intimidade com indiferença, não souberam dizer se era gorda ou magra. Nunca se adivinharia nela um anseio. Foi pois uma surpresa quando a viram abrir as asas de curto voo, inchar o peito e, em dois ou três lances, alcançar a murada do terraço. Um instante ainda vacilou – o tempo de a cozinheira dar um grito – e em breve estava no terraço do vizinho, de onde, em outro voo desajeitado, alcançou um telhado. Lá ficou em adorno deslocado, hesitando ora num, ora noutro pé. A família foi chamada com urgência e consternada viu o almoço junto de uma chaminé. O dono da casa lembrando-se da dupla necessidade de fazer esporadicamente algum esporte e de almoçar vestiu radiante um calção de banho e resolveu seguir o itinerário da galinha: em pulos cautelosos alcançou o telhado onde esta hesitante e trêmula escolhia com urgência outro rumo. [...]

Fonte: LISPECTOR (1998) – Fragmento.

Orientar os grupos para que façam uma leitura colaborativa, que comentem e que respondam às seguintes questões:

QUESTÃO 1

Quem é a personagem principal da história?

A personagem principal da história é a galinha.

QUESTÃO 2

Que outras personagens aparecem na história?

Outras personagens que aparecem na história são a cozinheira, a família (embora não sejam nomeados individualmente) e o dono da casa.

QUESTÃO 3

Quem é o narrador? Ele é também personagem? Como você chegou a essa conclusão?

O narrador é uma terceira pessoa onisciente, que relata os acontecimentos e os sentimentos dos personagens, mas não se identifica como parte da história. Ele não é uma personagem porque fornece uma perspectiva externa, descrevendo o que ocorre com a galinha e os humanos sem participar dos eventos.

QUESTÃO 4

"Foi pois uma surpresa quando a viram abrir as asas de curto voo, inchar o peito e, em dois ou três lances, alcançar a murada do terraço." Qual a causa da surpresa?

A causa da surpresa é que a galinha, que parecia tranquila e sem anseios, ao ser observada, demonstrou uma capacidade inesperada de voar, o que contrasta com a expectativa de que era apenas um animal doméstico passivo.

QUESTÃO 5

Qual trecho do texto revela o significado de galinha de domingo?

O trecho "Era uma galinha de domingo" indica que a galinha provavelmente é vista como um prato a ser servido no domingo, o que sugere que ela tem um destino de ser sacrificada para a refeição, associando o dia à tradição de almoçar em família.

QUESTÃO 6

A galinha era especial para a família? Justifique.

A galinha não era considerada especial para a família, pois sua escolha e manuseio eram feitos com indiferença. A falta de envolvimento emocional e a maneira como era tratada indicam que ela era apenas um elemento para o almoço, ilustrando a desconexão entre os seres humanos e os animais.

QUESTÃO 7

Qual a dupla necessidade do dono da casa?

A dupla necessidade do dono da casa era fazer esportes (neste caso, pular para alcançar o telhado) e almoçar, refletindo uma mistura de responsabilidades e prazeres pessoais.

QUESTÃO 8

Que fim você daria para a história?

Um possível fim para a história poderia ser a galinha finalmente encontrando abrigo em um lugar seguro e continuando a viver, simbolizando a liberdade e a luta pela sobrevivência. Alternativamente, o final poderia envolver a galinha sendo capturada novamente, mas com a família refletindo sobre sua própria desconexão com a vida animal e decidindo que a próxima refeição será vegetariana, promovendo uma mudança na forma de pensar sobre os animais.

As respostas fornecidas servem como referência para a correção. É importante considerar que os estudantes podem formular suas respostas de maneiras diferentes, sem necessariamente usar as mesmas palavras. O essencial é que eles demonstrem compreensão do tema, abordando os elementos principais mencionados na resposta modelo. A sugestão é avaliar a coerência, a clareza e a presença dos conceitos.

Em seguida, cada grupo deverá anotar as respostas em cartolinas ou *flipchart*.

Professor(a), durante essa tarefa, circule entre os grupos, orientando, sugerindo e fazendo intervenções que julgar necessárias.

Quando todos os grupos completarem essa ação, organize-os em semicírculo (formato de U), de modo que todos possam se enxergar.

Escolha uma das perguntas para cada grupo e solicite que apresentem a resposta aos demais colegas. Durante as apresentações, cada grupo expõe a cartolina ou o *flipchart* com a resposta à sua pergunta.

Promova uma discussão, em que todos comentem e expressem as suas opiniões sobre as respostas apresentadas por cada grupo, sempre respeitando o momento de fala e eventuais opiniões divergentes.

Encerrando esta aula, reforce a importância de saber localizar informações explícitas em um texto. Explique que, a partir do domínio dessa competência, é possível fazer leituras críticas e se posicionar diante dos acontecimentos do cotidiano, contribuindo para a disseminação do pensamento coletivo e de ações sociais.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Língua Portuguesa. Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/portugues.pdf> . Acesso em: 02 maio 2025.

HOMEM embriagado morre afogado após pular em rio para tentar pegar bebida em MT. **G1 MT**. [S. l.], 2025. Disponível em: <https://g1.globo.com/mt/mato-grosso/noticia/2023/09/24/homem-embriagado-morre-afogado-apos-pular-em-rio-para-tentar-pegar-bebida-em-mt.ghtml> . Acesso em: 02 maio 2025.

LISPECTOR, Clarice. **Laços de Família**: Uma galinha. Rio de Janeiro (RJ): Rocco, 1998.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: educação infantil e ensino fundamental. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1MWIv4JKcei5_OMhpMFF10ENdhgpsH0FW/view . Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: ensino médio. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: <https://acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Currículo%20Referência%20do%20Ensino%20Médio.pdf> . Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso**: ensino fundamental - anos finais e ensino médio. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2024. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg>. Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. Sistema Mineiro de Avaliação e Equidade da Educação Pública (SIMAVE). **Análise para intervenção pedagógica**. Disponível em: <https://simave.educacao.mg.gov.br/#!/pagina-inicial> . Acesso em: 24 jan. 2025.

QUESTÃO 114 da prova azul do segundo dia do Enem 2016 Segunda Aplicação. **Descomplica**. [S. l.], [2025]. Disponível em: <https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2016-segunda-aplicacao/segundo-dia/poema-tirado-de-uma-noticia-de-jornal-joao-gostoso-era-carregador-de-feira-livre-e-morava-no-morro/> . Acesso em: 02 maio 2025.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Fato, opinião e tese em textos jornalísticos.

DURAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: 4 aulas.

INTRODUÇÃO:

O **gênero jornalístico** abrange textos veiculados por jornais, revistas, rádio, televisão, *Internet*, sendo uma forma de comunicação que combina elementos de **relato** e de **argumentação**, com o objetivo de informar e persuadir o público. Isso possibilita aos seus autores que não apenas relatem os fatos, mas também contextualizem, argumentem e discutam suas implicações.

Devido ao seu alcance, o texto jornalístico é provavelmente o gênero textual mais lido.

São muitos e diversos os gêneros textuais que fazem parte do universo jornalístico: notícia, reportagem, entrevista, editorial, comentário, artigo de opinião, resenha ou crítica, coluna, carta, crônica, gráficos, tabelas, quadros, demonstrativos, ilustrações, caricatura e fotografia, história em quadrinhos, folhetins, palavras cruzadas, contos, poesia, entre outros.

O inter-relacionamento desses gêneros, de acordo com a intencionalidade e o estilo, classifica-os como pertencentes ao universo jornalístico, ou seja, como gênero jornalístico.

Considerando a peculiaridade de relatar um **fato**, a **notícia** será abordada nesta sequência pedagógica. Com outra característica, a de emitir **opinião** e defendê-la com argumentos, o **artigo de opinião** também será contemplado. Entretanto, ambos são classificados como gêneros jornalísticos.

As notícias desempenham um papel essencial ao fornecer informações atualizadas sobre eventos locais, nacionais e globais, permitindo que as pessoas tenham certeza do que acontece ao seu redor.

O artigo de opinião “é um texto que expressa a opinião de quem o escreve. Seu autor usa de argumentos para defender seu ponto de vista (tese). É um gênero próprio da esfera jornalística, encontrado em revistas e jornais impressos e eletrônicos. Atualmente, também é muito comum em blogs que tratam de diferentes assuntos, todos eles envolvendo alguma polêmica de importância social (para certos grupos ou para a sociedade). A pessoa que assina textos dessa natureza deve demonstrar conhecer bem o assunto tratado e, de preferência, ser um especialista na área”. (BALTHASAR, 2018)

As habilidades a serem trabalhadas visam

- ⇒ distinguir um fato da opinião relativa a esse fato;
- ⇒ reconhecer estratégias de organização textual em gêneros da esfera jornalística;
- ⇒ identificar a tese de um texto;
- ⇒ analisar os posicionamentos assumidos e os argumentos utilizados para sustentá-los.

Nesta sequência didática há indicação do tempo de execução, em números de aulas. Contudo, professor(a), pode haver o desmembramento em quantas aulas você julgar necessárias, de acordo com as especificidades das turmas atendidas, a flexibilidade de seu planejamento de ensino ou outras conveniências pedagógicas.

DESCRIPTOR (MATRIZ SAEB):

D14 – Distinguir um fato da opinião relativa a esse fato.

D7 – Identificar a tese de um texto.

HABILIDADES SELECIONADAS:

(EM13LP57MG). Reconhecer estratégias de organização textual em gêneros da esfera jornalística.

(EM13LP05A) - Analisar, em textos argumentativos, os posicionamentos assumidos, os movimentos argumentativos (sustentação, refutação/contra-argumentação e negociação) e os argumentos utilizados para sustentá-los.

1ª E 2ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Exemplares de textos jornalísticos (recortes de jornais e revistas, ou cópias impressas, ou *prints* da *Internet*); cadernos; projetor de slides; lousa.

Professor(a), o objetivo principal desta aula é que os estudantes possam perceber as características textuais “da ordem do relatar” (narrar um **fato**) e “da ordem do argumentar” (emitir **opinião** relativa a esse fato) em textos jornalísticos.

Para esta aula, será necessário que você selecione previamente diversos exemplares de textos jornalísticos (recortes de jornais e revistas, ou cópias impressas, ou *prints* da *Internet*).

Esses exemplares devem contemplar: editoriais, cartas de leitores, comentários, charges, memes, fotorreportagens, reportagens, infográficos e, principalmente, **notícias** e **artigos de opinião**.

É possível, mediante parceria com o profissional da biblioteca, a utilização de periódicos do acervo da própria biblioteca da escola.

Organize a turma em pequenos grupos (em quantidades pares).

Solicite que os estudantes conversem nos seus respectivos grupos e respondam:

- *O que vocês entendem por “textos do universo jornalístico”?*

Neste momento, incentive a participação de cada um no seu respectivo grupo, para que todos do grupo emitam opiniões pessoais, então elaborem uma opinião coletiva.

É desejável que eles percebam que há vários gêneros textuais que se enquadram no universo jornalístico (meio onde circulam os textos usados pelos jornais, revistas, rádio, televisão e pela Internet). Esses textos têm o objetivo de comunicar e relatar um acontecimento (narrar um **fato**) e de argumentar (emitir **opinião**) também sobre o mesmo fato.

Depois dessa breve conversa, solicite que cada grupo nomeie um representante para apresentar a resposta do seu grupo aos demais colegas.

Quando todos os grupos encerrarem as suas falas, distribua entre eles os exemplares impressos de textos jornalísticos previamente selecionados por você.

Oriente para que conversem mais uma vez. Agora, observando as características dos textos entregues por você, peça que identifiquem trechos em que haja indícios de:

- ⇒ Relato de um **fato**.
- ⇒ **Opinião** defendida por argumentos.

Durante a conversa entre os membros dos grupos, chame a atenção para que considerem os conceitos a seguir: (utilize um projetor de slides, ou a lousa, para apresentá-los)

É importante saber diferenciar

Relato de um fato

É uma afirmação que pode ser verificada ou comprovada como verdadeira ou falsa. Os fatos são objetivos e independentes das crenças ou sentimentos pessoais. Eles são baseados em evidências e podem ser comprovados por dados, documentos ou observações.

Opinião / argumento

Uma opinião é uma afirmação que reflete os sentimentos, crenças ou julgamentos de uma pessoa. As opiniões são subjetivas e podem variar de pessoa para pessoa. Elas não podem ser comprovadas ou verificadas da mesma forma que os fatos. Por isso, para validá-la, o autor usa os argumentos.

Ao final da conversa dos grupos, oriente-os para selecionarem apenas um dos textos analisados.

Avise que o texto escolhido será apresentado aos demais colegas, no próximo momento, evidenciando o que foi identificado como opinião e como fato.

Professor(a), durante esse processo circule entre os grupos, fazendo intervenções que julgar necessárias e avaliando a participação colaborativa dos estudantes.

Para finalizar, promova uma roda de conversa, possibilitando aos grupos transmitirem as suas impressões e emitirem opiniões, sempre respeitando os turnos de fala. É importante que eles possam se posicionar de forma crítica e fundamentada, ética e respeitosa frente a fatos e opiniões relacionados a esses textos.

Para este momento, oriente que cada grupo faça a apresentação apenas do texto escolhido no momento anterior.

Professor(a), é importante que, ao final desta aula, os estudantes apresentem um bom nível de apropriação sobre distinguir um fato da opinião relativa a esse fato.

3ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Material impresso: “Texto 01”, “Texto 02”, “Texto 03” e “Texto 04”; projetor de multimídia; lousa.

Professor(a), para esta aula espera-se que os estudantes possam compreender as condições de produção, as características e estruturas da **notícia** e do **artigo de opinião**, especialmente distinguindo as intenções de cada gênero:

- ⇒ **Notícia:** relatar um fato.
- ⇒ **Artigo de opinião:** emitir opinião relativa a esse fato.

Mantenha a organização da turma com os mesmos grupos das aulas anteriores.

Entregue a cada grupo o material impresso (textos 01, 02, 03 e 04):

TEXTO 01 – NOTÍCIA

Em cinco anos, Amazônia perdeu 5 milhões de hectares de floresta

Projeto da Agência Espacial Europeia (ESA) processou bilhões de imagens de radar na bacia amazônica e as converteu em dados para detectar desmatamento

Por Alessandro Giannini 9 mar 2023, 11h28

Liderado pela Agência Espacial Europeia (ESA), o projeto Sentinel-1 for Science: Amazonas processou bilhões de imagens de radar em toda a bacia amazônica e as converteu em dados que ajudam a detectar a perda de floresta. De janeiro de 2017 a novembro de 2021, a equipe identificou o desaparecimento de mais de 5,2 milhões de hectares na região, aproximadamente o tamanho da Costa Rica.

Desde 2015, as florestas tropicais do mundo são observadas regularmente em um intervalo de 6 a 12 dias pela missão Copernicus Sentinel-1. Independentemente da cobertura de nuvens, neblina, fumaça ou aerossóis, os dados são colhidos, permitindo que o desmatamento e a degradação florestal sejam monitorados pelo menos quinzenalmente.

“O que estamos vendo do espaço é mais de um milhão de hectares de florestas tropicais úmidas desaparecendo a cada ano na bacia amazônica, com o pior ano sendo 2021 no Brasil”, disse Neha Hunka, especialista do programa de observação da Terra da Agência Espacial Europeia (ESA) e da Comissão Europeia. “Podemos rastrear essas perdas e reportá-las de forma transparente e consistente a cada 12 dias a partir de agora.”

O projeto Sentinel-1 for Science: Amazonas usa imagens de radar do satélite Sentinel-1 para estimar a perda florestal. A equipe usou várias ferramentas para processar mais de 450 terabytes de dados e criar os mapas de desmatamento a partir de um design de cubo de dados espaço-tempo (também conhecido como StatCubes).

“Ao fornecer dados e código de acesso aberto (...), pretendemos permitir que pesquisadores de todo o mundo colaborem e contribuam para o avanço do conhecimento sobre nossas florestas globais e o ciclo do carbono”, disse Anca Anghelea, engenheira de plataforma de ciência aberta da ESA.

O próximo passo do projeto será quantificar a perda de carbono no bioma com base nas variações da cobertura do solo, em colaboração com a equipe da Iniciativa de Mudanças Climáticas da ESA.

Fonte: GIANNINI (2023).

TEXTO 02 – ARTIGO DE OPINIÃO

ÉTICA E CORRUPÇÃO

Todos os dias nos deparamos com escandalosos casos de corrupção, ativa ou passiva, tanto no Brasil quanto no exterior, praticados especialmente nas relações promíscuas entre políticos e empresários. A corrupção é definida como o ato de solicitar ou receber alguma vantagem indevida, segundo a “lei de Gerson”: “levar vantagem em tudo”, não importando o meio para se alcançar o que se almeja. Tanto o corrupto como o corruptor praticam algo ilícito, [...]

Mas não apenas o Direito recrimina a corrupção; também a reflexão ética reprova tal conduta. A Ética é a área da Filosofia que tem a ver com o estudo das normas, princípios que norteiam o agir humano. [...]

Exemplo disso é o diálogo de Platão intitulado “Críton”, em que a seguinte situação é relatada: Sócrates foi acusado, julgado e condenado à morte. Críton, um amigo de Sócrates, tenta persuadi-lo de fugir da prisão, dizendo, inclusive, que ele e seus amigos providenciariam meios para o suborno dos guardas. Apresenta vários argumentos que justificariam a fuga, mas Sócrates refuta o plano de Críton. Ainda que considere infundada sua condenação, Sócrates afirma ser preferível sofrer uma injustiça a cometer algo injusto. Em sua visão, é necessário respeitar as leis da cidade e cumprir sempre os termos de um acordo justo. Por isso, considera inadmissível que seus amigos cometam algo ilícito para reparar a injustiça que Atenas praticara com ele. Assim, Sócrates, na Antiguidade, dá uma resposta clara a tentativas de corrupção, ao recusar qualquer vantagem indevida.

Essa negação categórica da corrupção apresenta-se também na Ética do filósofo Immanuel Kant, muitos séculos depois. Para ele, o ser humano terá de agir corretamente “por dever”, não meramente “conforme o dever”. Isso quer dizer que a ação verdadeiramente moral é aquela cuja motivação deve ser o dever e não a mera aparência de dever. Se um comerciante, num exemplo dado por Kant, devolve o troco certo ao cliente, não porque tem a convicção de que essa é a atitude correta, mas apenas por medo de perder a clientela, não está agindo moralmente, pois, para o filósofo, o ser humano deve agir corretamente sem fazer um cálculo das consequências.

Na ética kantiana, a pessoa nunca pode admitir a exceção, pensando, por exemplo, que, apesar de ser imoral mentir, vai se permitir tal atitude. Para Kant, devo sempre agir querendo que todos ajam como estou agindo! E seguramente ninguém gostaria que a mentira se tornasse uma prática universal. Ainda que, eventualmente, dizer a verdade possa-me trazer algum prejuízo, nunca devo permitir-me a exceção. [...]

A corrupção não provoca apenas descrença nas instituições, quando praticada por agentes públicos. Não apenas traz grandes prejuízos à coletividade, ao desviar recursos vultosos que deveriam ser aplicados, por exemplo, na saúde e na educação. Além desses enormes malefícios, espero ter mostrado, com os exemplos de Sócrates e Kant, que a corrupção é o resultado da violação de elementos morais, os quais são bases que possibilitam a nossa convivência em sociedade.

SOUZA, Draiton. *Revista PUCRS*. Disponível em: <<http://www.pucrs.br/revista/etica-e-corrupcao/>>. Acesso em: 8 nov. 2018.

Fonte: BALTHASAR e GOULART (2018). p.134-136

TEXTO 03 – NOTÍCIA: CARACTERÍSTICAS E ESTRUTURA

- A **notícia** é um gênero textual presente em jornais, revistas e outros meios de comunicação, no qual um jornalista narra fatos ocorridos de interesse de uma população.
- É utilizada para relatar o fato: quem são os envolvidos, como aconteceu, quando aconteceu e onde aconteceu. Opiniões não devem fazer parte do texto da notícia, que deve buscar a máxima neutralidade possível.
- Os títulos geralmente têm verbos no presente, com a finalidade de aproximar o leitor. Mas no corpo da notícia o fato é apresentado com verbo no passado, pois se trata de fato já ocorrido.
- A linguagem deve ser formal, mas não excessivamente, a ponto de distanciar o leitor do texto. A informalidade geralmente é garantida pelos depoimentos orais de entrevistados, os quais são reproduzidos literalmente e indicados por aspas. Para isso, verbos que se referem às falas são comuns na notícia, tais como “afirmou” fulano, “desabafou” a vítima, “relatou” a testemunha etc.

Adaptado de ARARIBÁ MAIS (2018), p. 130.

Estrutura da notícia	
Título	· Apresenta uma ideia geral do fato noticiado.
Linha fina	· Apresenta informações complementares ao título.
Lide	· Primeiro parágrafo, que traz um resumo do fato noticiado, informando, de modo geral, o que aconteceu, quando, com quem, como e onde. Mas, pode ser que algum desses dados fique de fora.
Corpo	· Apresenta um detalhamento dos fatos, depoimentos de envolvidos e testemunhas e, às vezes, fatos que antecederam ou sucederam o fato noticiado, algum desdobramento ou desfecho etc.

TEXTO 04 – ARTIGO DE OPINIÃO: CARACTERÍSTICAS E ESTRUTURA

- O **artigo de opinião** é um gênero textual presente em jornais, revistas e outros meios de comunicação, no qual um autor expressa seu ponto de vista pessoal sobre um assunto específico.
- É um texto assinado. Assim, costuma ser escrito em primeira pessoa, mas também pode ser na terceira. Além disso, tem um título atrativo para chamar a atenção do leitor.
- Geralmente, o autor apresenta argumentos e evidências para sustentar sua opinião, buscando persuadir o leitor a concordar com seu ponto de vista.
- Ao mesmo tempo, o artigo de opinião permite ao leitor refletir sobre o tema abordado e formar sua própria opinião a respeito.
- É importante destacar que o artigo de opinião é caracterizado pela subjetividade e pela liberdade do autor em expressar suas ideias, muitas vezes acompanhadas de críticas ou propostas de solução para problemas sociais, políticos, culturais ou outros temas relevantes.

Fonte: gerado por IA ChatGPT, em: jun.2024, a partir de texto humano original do autor.

Estrutura do artigo de opinião	
Introdução	· Contextualização · Apresentação do tema · Apresentação da tese (o ponto de vista, a opinião, do autor)
Desenvolvimento	· Apresentação dos argumentos · Exposição de todos os recursos disponíveis para defender o ponto de vista. · Aqui também há espaço para contra-argumentar. Ou seja, se antecipar aos possíveis questionamentos de leitores com opiniões contrárias.
Conclusão	· Síntese do que foi dito, retomando as ideias trabalhadas. · Reforço do ponto de vista defendido. · Apresentação de um comentário mais pessoal ou de uma proposta de solução.

Imediatamente, quando entregar os quatro textos impressos aos estudantes, projete ou escreva na lousa os textos 03 e 04, chamando a atenção para as características e estruturas apresentadas.

Solicite que cada grupo analise os textos 01 e 02, considerando as características e estruturas de cada gênero apresentadas nos textos 03 e 04.

Oriente para que identifiquem:

-  Fato(s) relatado(s);
-  Opiniões relativas a esse fato;
-  Defesa de um ponto de vista, utilizando argumentos (a tese);
-  Movimentos argumentativos de sustentação, refutação e negociação;
-  Partes da estrutura dos textos, reconhecendo-os como gêneros da esfera jornalística.

Professor(a), durante a análise dos grupos, circule entre eles, atuando como orientador/facilitador do aprendizado. A sua participação nesse momento é imprescindível para a apropriação do conhecimento pelos estudantes, bem como para embasamento da avaliação continuada durante o processo.

Para finalizar, organize uma discussão (conversação espontânea), em que cada grupo apresente a sua análise, por meio de conclusões e comentários. Incentive a participação de todos, sempre respeitando-se os turnos de fala.

Durante as apresentações, algum membro do grupo vai anotando na lousa os pontos principais.

Professor(a), ao final das apresentações de todos os grupos, promova um “fechamento” relacionando os principais pontos de cada grupo.

4ª AULA

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor de multimídia; Material impresso: texto “Sonhando em ser feliz”; lousa.

Professor(a), nesta aula, pretende-se que o estudante identifique a tese apresentada em um texto. Para isso, será utilizado o gênero **artigo de opinião**, que é um texto argumentativo.

Esse gênero, bem como a identificação da tese em um texto, foram abordados na aula anterior; entretanto, nesta, a abordagem será mais específica.

Para começar, faça perguntas sobre o gênero e deixe que os estudantes respondam livremente. Permita que consultem materiais trabalhados na aula anterior.

Em seguida, retome os conceitos sobre “artigo de opinião” discutidos na aula 03. Para isso, utilize o projetor de multimídia ou o material impresso e apresente o texto 04 “Artigo de opinião: características e estrutura” (texto também utilizado na aula 03).

Apresente o artigo de opinião “Sonhando em ser feliz”, apontando no texto, as características e a estrutura do gênero. Para isso, entregue uma cópia impressa a cada estudante e, se houver disponibilidade, mantenha o texto exposto, utilizando o projetor de multimídia.

SONHANDO EM SER FELIZ

Monique Barbosa de Oliveira

Muitos adolescentes sentem-se perdidos quando o assunto é o futuro.

Todos projetamos uma vida feliz, de acordo com critérios pessoais de felicidade, porém, ao mesmo tempo, nossos projetos são preenchidos por dúvidas e temores.

Muitas vezes me pergunto quais são os meus objetivos e o que espero conquistar. Já perdi as contas de quantas vezes mudei de ideia e imagino que aconteça a mesma coisa com a maioria dos adolescentes da minha idade. É como um "tiro no escuro", não temos certeza de nossas escolhas. Apaixonamo-nos e desapaixonamo-nos, sempre nos perguntando onde está o "amor de nossas vidas". Nós, adolescentes, queremos tudo na hora; não gostamos do termo "esperar" [...].

Quanto de nós, quando éramos pequenos, dizíamos que moraríamos sozinhos aos 17 anos, dividindo apartamento com nossos amigos, e seríamos independentes? E percebemos que, na verdade, não é assim tão fácil.

A maioria dos meus amigos tem dificuldades para escolher uma profissão. Às vezes se perguntam: "será que é isso mesmo?". Imagino que isso deve acontecer com todos nós.

Acredito que a autoconfiança é um fator fundamental para alcançarmos qualquer objetivo. Se não confiamos em nós, quem há de confiar?

Portanto, devemos nos empenhar, independentemente do que escolhermos fazer: devemos dar tudo de nós.

Monique Barbosa de Oliveira. CIEP, Francisco Cavalcante. Pontes de Miranda.
Projeto Redação. Folha dirigida, 2010.

Fonte: OLIVEIRA (2023).

Orienta que façam uma leitura silenciosa.

Em seguida, promova uma discussão, incentivando os estudantes a se expressarem e comentarem sobre o texto.

Conduza a discussão de modo que possibilite:

- ⇒ abordar o tema;
- ⇒ identificar e avaliar teses/opiniões/posicionamentos;
- ⇒ reconhecer argumentos e contra-argumentos;
- ⇒ analisar recursos persuasivos e seus efeitos.

Professor(a), segue um modelo de análise textual, para servir como base aos tópicos abordados. Provavelmente, os estudantes não vão apresentar comentários tão detalhados.

As respostas fornecidas servem como referência para a correção. É importante considerar que os estudantes podem formular suas respostas de maneiras diferentes, sem necessariamente usar as mesmas palavras. O essencial é que eles demonstrem compreensão do tema, abordando os elementos principais mencionados na resposta modelo. A sugestão é avaliar a coerência, a clareza e a presença dos conceitos.

MODELO DE ANÁLISE DO TEXTO "SONHANDO EM SER FELIZ":

1) Qual é o tema abordado?

O tema principal abordado no texto é a **angústia, incertezas e desafios enfrentados pelos adolescentes em relação ao futuro, à busca pela felicidade e às escolhas de vida (amor, independência, profissão)**. O texto também tangencia a importância da autoconfiança nesse processo.

2) Identificação e avaliação de teses/opiniões/posicionamentos.

O texto é permeado por opiniões e posicionamentos que refletem a perspectiva do adolescente sobre o futuro. A tese central, embora não explicitamente formulada como uma declaração única, pode ser inferida como: **"A jornada dos adolescentes rumo à felicidade e à realização no futuro é marcada por incertezas e pela necessidade de autoconfiança e empenho, apesar das dificuldades e da impaciência inerente à idade."**

Algumas opiniões e posicionamentos identificados são:

- **"Muitos adolescentes sentem-se perdidos quando o assunto é o futuro."** (Opinião generalizada, apresenta a problemática inicial).
- **"Todos projetamos uma vida feliz, de acordo com critérios pessoais de felicidade, porém, ao mesmo tempo, nossos projetos são preenchidos por dúvidas e temores."** (Opinião que contrapõe a aspiração à felicidade com a realidade da incerteza).
- **"Já perdi as contas de quantas vezes mudei de ideia e imagino que aconteça a mesma coisa com a maioria dos adolescentes da minha idade."** (Opinião baseada em experiência pessoal e generalização, expressando a instabilidade das escolhas).
- **"É como um 'tiro no escuro', não temos certeza de nossas escolhas."** (Metáfora que expressa a incerteza e o risco percebido nas decisões).
- **"Nós, adolescentes, queremos tudo na hora; não gostamos do termo 'esperar' [...]."** (Opinião sobre a impaciência e a cultura da gratificação instantânea na adolescência).
- **"E percebemos que, na verdade, não é assim tão fácil."** (Opinião que reflete o choque de realidade entre as expectativas da infância e a complexidade da vida adulta).

- **"A maioria dos meus amigos tem dificuldades para escolher uma profissão. Às vezes se perguntam: 'será que é isso mesmo?'. Imagino que isso deve acontecer com todos nós."**(Observação baseada na experiência do grupo e generalização, reforçando a universalidade da indecisão profissional).
- **"Acredito que a autoconfiança é um fator fundamental para alcançarmos qualquer objetivo. Se não confiamos em nós, quem há de confiar?"** (Opinião crucial que apresenta uma solução ou um pilar para superar as incertezas).
- **"Portanto, devemos nos empenhar, independentemente do que escolhermos fazer: devemos dar tudo de nós."** (Posicionamento final que sugere uma atitude proativa e comprometimento como caminho para o sucesso).

3) Reconhecimento de argumentos e contra-argumentos.

O texto apresenta principalmente **argumentos de sustentação** para as opiniões e a tese central. Não há contra-argumentos explícitos, no sentido de refutar uma ideia oposta, mas sim uma **exposição de desafios** que justificam as incertezas.

Argumentos de sustentação:

- **Argumento de experiência pessoal e generalização:**
 - "Já perdi as contas de quantas vezes mudei de ideia e imagino que aconteça a mesma coisa com a maioria dos adolescentes da minha idade." (sustenta a ideia de indecisão e inconstância).
 - "A maioria dos meus amigos tem dificuldades para escolher uma profissão. Às vezes se perguntam: 'será que é isso mesmo?'. Imagino que isso deve acontecer com todos nós." (Sustenta a universalidade da dificuldade na escolha profissional).
- **Argumento de observação do comportamento adolescente:**
 - "Apaixonamo-nos e desapaixonamo-nos, sempre nos perguntando onde está o 'amor de nossas vidas'." (sustenta a instabilidade emocional e a busca por um ideal amoroso).
 - "Nós, adolescentes, queremos tudo na hora; não gostamos do termo 'esperar' [...]." (sustenta a impaciência característica da idade).
- **Argumento de contraste entre expectativa e realidade:**
 - "Quanto de nós, quando éramos pequenos, dizíamos que moraríamos sozinhos aos 17 anos, dividindo apartamento com nossos amigos, e seríamos independentes? E percebemos que, na verdade, não é assim tão fácil." (Sustenta a dificuldade da transição para a vida adulta e a independência).
- **Argumento de valor/princípio (Autoconfiança):**
 - "Acredito que a autoconfiança é um fator fundamental para alcançarmos qualquer objetivo. Se não confiamos em nós, quem há de confiar?" (Argumento que justifica a importância da autoconfiança como um pilar para o sucesso).
- **Argumento de conclusão/recomendação:**
 - "Portanto, devemos nos empenhar, independentemente do que escolhermos fazer: devemos dar tudo de nós." (sustenta a necessidade de dedicação como resposta às incertezas).

Não há contra-argumentos diretos refutando um ponto de vista oposto. O texto foca em descrever e justificar a própria experiência e percepção.

4) Análise dos recursos persuasivos e seus efeitos.

O texto utiliza vários recursos persuasivos para conectar-se com o leitor e tornar sua mensagem mais impactante:

- **Linguagem em primeira pessoa e inclusiva:**

- **Recurso:** Uso de "eu" ("me pergunto", "já perdi as contas") e "nós" ("Todos projetamos", "não temos certeza", "Nós, adolescentes", "Quantos de nós").
- **Efeito:** Cria uma sensação de **identificação e empatia** com o leitor adolescente, pois a voz narrativa parece falar diretamente sobre suas próprias experiências e as experiências comuns do grupo. Isso torna a mensagem mais pessoal e ressonante.

- **Uso de Perguntas Retóricas:**

- **Recurso:** "quais são os meus objetivos e o que espero conquistar?", "onde está o 'amor de nossas vidas'?", "será que é isso mesmo?", "Se não confiamos em nós, quem há de confiar?".
- **Efeito:** Engaja o leitor ativamente, fazendo-o refletir sobre suas próprias dúvidas e aspirações. As perguntas não esperam uma resposta direta, mas servem para **ênfatisar a incerteza e provocar a introspecção**, além de reforçar a ideia de que essas questões são universais para a idade.

- **Metáforas e expressões idiomáticas:**

- **Recurso:** "tiro no escuro".
- **Efeito:** Concretiza a sensação abstrata de incerteza, tornando-a mais vívida e compreensível. A metáfora evoca a ideia de risco e falta de clareza, reforçando **sentimento de desamparo** diante das escolhas.

- **Generalizações a partir da experiência pessoal:**

- **Recurso:** "imagino que aconteça a mesma coisa com a maioria dos adolescentes da minha idade", "Imagino que isso deve acontecer com todos nós", "A maioria dos meus amigos".
- **Efeito:** Valida a experiência individual ao sugerir que ela é comum e compartilhada por muitos. Isso cria um **senso de comunidade e normalização** das dificuldades, fazendo o leitor sentir-se menos isolado em suas incertezas.

- **Contraste entre expectativa e realidade:**

- **Recurso:** A oposição entre o sonho de morar sozinho e ser independente aos 17 anos na infância e a percepção de que "não é assim tão fácil" na realidade.
- **Efeito:** Reflete a **maturação e a desmistificação** de certas idealizações. Esse contraste torna a narrativa mais realista e crível para o público-alvo, mostrando que as percepções mudam com a idade e a experiência.

- **Linguagem informal e direta:**

- **Recurso:** Vocabulário acessível, frases curtas e diretas, tom conversacional

- **Efeito:** Facilita a leitura e a compreensão, tornando o texto mais **atraente e autêntico** para o público adolescente. A informalidade ajuda a estabelecer uma conexão mais próxima, como se fosse uma conversa entre pares.

Após a discussão, utilizando o projetor de slides (ou material impresso), apresente o seguinte trecho do texto "**A realidade da água e do saneamento no Brasil**":

A água é um recurso fundamental para a vida, desempenhando um papel essencial em todas as áreas, desde a saúde até o desenvolvimento econômico. No entanto, a importância da água vai além da simples sobrevivência; ela é a base para a prosperidade de comunidades e nações inteiras. O acesso à água potável e ao saneamento adequado é crucial para garantir a saúde pública, reduzir a propagação de doenças e promover a dignidade humana.

Investir em infraestrutura de água e saneamento não é apenas uma questão de saúde pública, mas também de desenvolvimento sustentável. Ao garantir o acesso universal à água limpa e ao saneamento básico, podemos melhorar a qualidade de vida de milhões de pessoas, reduzir a pobreza, promover a igualdade de gênero e fortalecer as economias locais. Além disso, sistemas de água e saneamento eficientes desempenham um papel crucial na preservação do meio ambiente, ajudando a proteger ecossistemas aquáticos e a garantir a disponibilidade de água para as gerações futuras.

Fonte: SOLDERA (2024) – Trecho.

Em seguida, peça que os estudantes citem a(s) tese(s) apresentadas.

Resposta modelo

As teses no texto são:

- 1) **A água é mais do que um recurso essencial para a sobrevivência; ela é a base fundamental para a prosperidade e o desenvolvimento sustentável de comunidades e nações.** (Introduzida no primeiro parágrafo ao expandir a ideia da importância da água além da "simples sobrevivência" e afirmando que "ela é a base para a prosperidade").
- 2) **Investir em infraestrutura de água e saneamento é uma medida determinante não apenas para a saúde pública, mas também para impulsionar o desenvolvimento sustentável, reduzir a pobreza, promover a igualdade de gênero e fortalecer economias, ao mesmo tempo em que protege o meio ambiente.** (Esta tese é desenvolvida no segundo parágrafo, onde o autor argumenta que o investimento em água e saneamento gera múltiplos benefícios interligados para a sociedade e o meio ambiente).

Para encerrar esta aula, solicite aos estudantes que se expressem mais uma vez sobre o texto, fazendo uma comparação do que pensam depois das análises coletivas e como pensavam quando fizeram a primeira leitura. O ideal é pontuar a mudança de entendimento quando se faz uma leitura mais analítica e aprofundada de um texto, distinguindo um fato da opinião relativa a esse fato e identificando a tese de um texto.

REFERÊNCIAS

ARARIBÁ MAIS. Editora Moderna (org.). **Interdisciplinar: Língua Portuguesa e Arte – 8**. Editora responsável Marisa Martins Sanchez. – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

BALTHASAR, Marisa; GOULART, Shirley. **Singular & plural**: leitura, produção e estudos de linguagem 7. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Língua Portuguesa. Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/portugues.pdf> . Acesso em: 02 maio 2025.

GIANNINI, Alessandro. Em cinco anos, Amazônia perdeu 5 milhões de hectares de floresta. **Veja**. [s. l.], 9 mar. 2023. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/ciencia/em-cinco-anos-amazonia-perdeu-5-milhoes-de-hectares-de-floresta/> . Acesso em: 26 maio 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: educação infantil e ensino fundamental. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1MWIv4JKcei5_OMhpMFF10ENdhgpsH0FW/view . Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais**: ensino médio. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: <https://acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Currículo%20Referência%20do%20Ensino%20Médio.pdf> . Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso**: ensino fundamental - anos finais e ensino médio. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2024. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg> . Acesso em: 24 jan. 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. Sistema Mineiro de Avaliação e Equidade da Educação Pública (SIMAVE). **Análise para intervenção pedagógica**. Disponível em: <https://simave.educacao.mg.gov.br/#!/pagina-inicial> . Acesso em: 24 jan. 2025.

OLIVEIRA, Monique Barbosa de. Artigo de opinião: sonhando em ser feliz. **Armazém de Textos**. [S. l.], 05 nov. 2023. Disponível em: <https://armazemdetexto.blogspot.com/search/label/ARTIGO%20DE%20OPINI%C3%83O> . Acesso em: 26 maio 2025.

SOLDERA, Bruna. A Realidade da Água e do Saneamento no Brasil. **Instituto Água Sustentável**. [S. l.], 26 Mar. 2024. Disponível em: <https://www.aguasustentavel.org.br/conteudo/blog/238-aguaesaneamentonobrasil> . Acesso em: 27 maio 2025.

ÁREA DE CONHECIMENTO

Matemática e suas Tecnologias

COMPONENTE CURRICULAR

Matemática

ANO LETIVO

2025

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Soluções algébricas.

DURAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: 6 aulas.

INTRODUÇÃO: Professor(a), neste planejamento serão trabalhados descritores relacionados aos conceitos que envolvem polinômios e decomposição de polinômios, sistemas lineares e matrizes, equações e funções de 2º grau, bem como características, aplicações e resoluções de problemas com foco na realização de atividades relacionadas aos descritores do SAEB descritos abaixo.

A indicação do tempo de execução, será em números de aulas. Contudo, pode haver o desmembramento em quantas aulas você julgar necessário, de acordo com as especificidades das turmas atendidas, a flexibilidade de seu planejamento de ensino ou outras conveniências pedagógicas.

Nessa primeira sequência didática vamos trabalhar com descritores relacionados à álgebra e aos diversos tipos de soluções que ela nos possibilita, com foco nos polinômios, equações de 1º e 2º grau e também nas funções de 2º grau, que irão complementar a segunda sequência didática do caderno do 2º Bimestre.

Lembrando que o foco deste caderno não é trabalhar o conteúdo de uma forma complexa e abrangente, mas de forma simples, com foco no desenvolvimento dos estudantes para a realização das provas do SAEB.

O caderno será dividido em aulas que utilizaram estratégias pedagógicas variadas como aulas expositivas, rodas de conversa, trabalhos em grupo, gamificação e outras, podendo o professor(a) realizar adaptações de acordo com as suas necessidades e as particularidades de cada turma.

DESCRIPTOR (MATRIZ SAEB):

D10 - Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

D17 - Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.

D25 - Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

D26 - Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.

D31 - Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.

HABILIDADES SELECIONADAS:

(EF07MA49MG) Reconhecer uma equação de primeiro grau e utilizá-la na modelagem de diferentes situações.

(EF08MA08A) Resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

(EF08MA29MG) Reconhecer um sistema de duas equações lineares e utilizá-lo para modelar problemas.

(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302B): Construir modelos empregando as funções polinomiais de 2º, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

1ª E 2ª AULA - TEMA: Sistemas Lineares e Matrizes.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor multimídia, folhas impressas com as atividades para os grupos, calculadora (a critério do professor).

Professor(a), nessa aula trabalhe com a dinâmica expositiva ou dialogada com os estudantes. O tema desta aula será relacionado ao descritor D31 (Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.) da matriz de referência do SAEB, nele trabalharemos a resolução de problemas que envolvam sistemas lineares utilizando a associação de uma matriz equivalente.

Utilize o texto a seguir, como referência, para trabalhar como obter as raízes de equações polinomiais de grau 1 ou acima utilizando matrizes.

Sistemas Lineares e Matrizes

O que é um Sistema Linear?

Um sistema linear é um conjunto de equações lineares. Por exemplo, um sistema com duas equações e duas incógnitas (x e y):

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

Representação Matricial de um Sistema Linear

Podemos representar um sistema linear por matrizes, usando três matrizes principais, vamos utilizar o exemplo acima.

a) Matriz dos Coeficientes (A): contém apenas os coeficientes das variáveis (x e y).

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

b) Matriz das Incógnitas (X): representa as variáveis.

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

c) Matriz dos Termos Independentes (B): contém os resultados das equações.

$$B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Forma Matricial do Sistema

O sistema pode ser reescrito como uma equação matricial, juntando as 3 matrizes, da seguinte forma $A \cdot X = B$, organizando teremos.

Pegar as formulas

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o Sistema com Matrizes

A solução pode ser obtida por diferentes métodos:

⇒ Método da Inversa da Matriz:

Se a matriz dos coeficientes A é invertível, a solução do sistema é:

$$X = A^{-1} \cdot B$$

⇒ Método de Escalonamento (Método de Gauss):

Transforma a matriz ampliada **[A | B]** em forma escalonada até obter uma solução.

⇒ Regra de Cramer (quando aplicável):

Ainda que tenhamos citado estes 3 tipos de formas de solucionar sistemas lineares com matrizes, vamos focar no método de escalonamento.

Método de escalonamento (ou método de eliminação de Gauss)?

É um processo que transforma a **matriz aumentada** $[A|B]$ e aplicando operações elementares nas linhas para "escalonar" a matriz, tornando o sistema mais simples de resolver.

O objetivo do escalonamento é transformar a parte A da matriz aumentada em uma matriz identidade ou triangular superior, o que permite encontrar as soluções diretamente.

Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + 3y + 3z = 14 \\ x + 2y + z = 9 \end{cases}$$

Passo 1: Escrever a **matriz aumentada** $[A|B]$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 3 & 14 \\ 1 & 2 & 1 & 9 \end{array} \right]$$

Passo 2: Escalonar (zerar abaixo da 1ª coluna da 1ª linha)

Vamos usar a linha 1 (L1) como pivô.

Fazer:

$$L2 \leftarrow L2 - 2 \times L1$$

$$L3 \leftarrow L3 - L1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{array} \right]$$

Observe que não alteramos a primeira linha.

Passo 3: Eliminar o 2º elemento da 3ª linha (abaixo da diagonal)

Usar L2 como pivô agora.

Fazer:

$$L3 \leftarrow L3 - L2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right]$$

Passo 4: Substituição retroativa (resolver de baixo para cima)

Linha 3:

$$-1z = 1 \Rightarrow z = -1$$

Linha 2:

$$y + z = 2 \Rightarrow y + (-1) = 2 \Rightarrow y = 3$$

Linha 1:

$$x + y + z = 6 \Rightarrow x + 3 + (-1) = 6 \Rightarrow x = 4$$

Solução do sistema:

$$x = 4; y = 3; z = -1$$

Por que usar matrizes?

- ⇒ **Organização:** Apresentam os dados de forma clara e organizada.
- ⇒ **Métodos Sistemáticos:** Permitem aplicar algoritmos (como a Regra de Cramer ou o escalonamento) para encontrar a solução.
- ⇒ **Generalização:** Funcionam para sistemas de qualquer tamanho.

Tipos de Soluções de Sistemas

- ⇒ **Sistema possível e determinado (SPD):** uma única solução.
- ⇒ **Sistema possível e indeterminado (SPI):** infinitas soluções.
- ⇒ **Sistema impossível (SI):** nenhuma solução.

SAIBA MAIS

Para complementar os conhecimentos dos estudantes indique que assista ou reproduza a vídeo aula Sistemas lineares - escalonamento, de aproximadamente 12 minutos.

SAIBA MAIS

SISTEMAS LINEARES - ESCALONAMENTO.

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=yYWYXDcO4po>.



Finalize a aula aplicando algumas das atividades abaixo sugeridas, para que os estudantes consolidem o aprendizado. Avalie a participação dos estudantes e a proficiência nas atividades propostas. Depois faça um fechamento tirando as dúvidas e esclarecendo os conceitos apresentados na aula.

Atividades Propostas

Agora, vamos praticar um pouco!

Questão 1 - Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

- A) Escreva este sistema na forma matricial $A \cdot X = B$.
- B) Faça o escalonamento da matriz do sistema aumentado.
- C) determine a solução do sistema.

Questão 2 - Dado o sistema linear:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

- A) Escreva a matriz aumentada $[A|B]$ associada a este sistema.
- B) Encontre a solução do sistema utilizando o escalonamento.

Questão 3 - O sistema linear

$$\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

pode ser representado na forma matricial $A \cdot X = B$. Qual das alternativas abaixo representa corretamente as matrizes A (coeficientes) e B (termos independentes)?

A) $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \end{bmatrix}$

B) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$

C) $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$D) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$E) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Questão 4 - A solução do sistema linear abaixo determinada através de métodos matriciais, é:

A) $x = 4, y = 2$ e $z = 3$.

B) $x = 5, y = 2$ e $z = 2$.

C) $x = 4, y = 1$ e $z = 3$.

D) $x = 3, y = 2$ e $z = 0$.

E) $x = 3, y = -2$ e $z = 8$.

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES

Questão 1:

$$A) \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$B) \begin{bmatrix} 3 & -1 & | & 7 \\ 0 & 8 & | & 16 \end{bmatrix}$$

C) $x = 3$ e $y = 2$.

Questão 2:

A) Matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 2 & -1 & 1 & | & 3 \\ 1 & 2 & -1 & | & 2 \end{bmatrix}$$

B) Matriz escalonada

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 0 & -3 & -1 & | & -9 \\ 0 & 0 & -1 & | & -21 \end{bmatrix}$$

Solução: $x = 1, y = 2$ e $z = 3$.

Questão 3: A

Questão 4: B

3ª E 4ª AULA – TEMA: Equações e Funções Quadráticas.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor multimídia, folhas impressas com as atividades para os grupos, calculadora (a critério do professor).

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com os descritores D17 (Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.) e D25 (Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.) da matriz de referência do SAEB, neles trabalharemos a resolução de problemas que envolvam equações e funções de 2º grau e seus pontos de máximo ou mínimo. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de aprendizagem colaborativa (acesse para mais informações sobre esta metodologias no texto abaixo e no Saiba Mais), para isso, organize os estudantes em 5 grupos, onde eles deverão ler o texto, compreender e discutir em grupo e depois realizar as atividades propostas ao final, como sugestão, utilize a primeira aula para uma explicação inicial e para lerem, entenderem e discutirem em grupo, e outra para resolverem as questões, realizar as correções e um debate final entre os grupos sobre o conteúdo, as atividades, suas experiências, dificuldades, facilidades e para tirar dúvidas.

Leia um pouco sobre a aprendizagem cooperativa.

O que é aprendizagem cooperativa?

A aprendizagem cooperativa é um método pedagógico no qual os estudantes trabalham em pequenos grupos, sob a supervisão do professor e com um objetivo educacional comum. A aprendizagem cooperativa visa (e geralmente consegue) que cada aluno maximize seu próprio aprendizado e o dos outros membros do grupo.

É uma estratégia fundamental em muitas metodologias ativas, como aprendizagem baseada em projetos (PBL), aprendizagem baseada em desafios ou sala de aula invertida. As metodologias ativas incentivam a participação dos estudantes, a cooperação e a aprendizagem significativa. E esses objetivos se encaixam perfeitamente na aprendizagem cooperativa.

Para que isso funcione, é preciso muito mais do que dividir os estudantes em grupos e dizer a eles que precisam cooperar. Eles precisam de prática e também de ajuda. Só se pode considerar que a aprendizagem cooperativa está funcionando quando seus cinco elementos fundamentais estão presentes:

- ⇒ Interdependência positiva entre seus estudantes,
- ⇒ Responsabilidade individual e coletiva,
- ⇒ Promover a interação, ou seja, os estudantes promovem os esforços dos outros membros do grupo para atingir o objetivo comum,
- ⇒ Habilidades de colaboração, como o processamento de informações em grupos
- ⇒ Capacidade de realizar avaliações de grupos e de refletir sobre maneiras de melhorar o desempenho do grupo.

‘O sucesso de um é o sucesso de todos’. Francisco Zariquiey

Fonte: GeniallyBlog, 2024.

Distribua o texto abaixo nos grupos e peça-os para lerem, discutirem entre si e depois responderem as questões que seguem.

Equações e Funções Quadráticas (2º Grau)

Vamos estudar as equações de 2º grau, as funções de 2º grau e suas características.

Iniciaremos pelas equações de 2º grau.

Equação de 2º Grau

Definição: são as equações que podem ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde a , b , e c são coeficientes reais e $a \neq 0$. Observe que o coeficiente "a" acompanha a variável x^2 , portanto uma equação de 2º grau sempre terá como maior expoente da variável o 2.

Exemplos:

Equações de 2º grau		Não são equações de 2º grau	
$2x^2 + 5x - 3 = 0$	$-7x^2 = 0$	$x + 2 = 0$	$3x^4 + 2x^2 + 5 = 3$
$x^2 - 9 = 0$	$(x + 1) \cdot (x - 2) = 0$	$2^x + 3 = 0$	$0x^2 + 5x = 3$
$-3x^2 + 12x = 0$	$-\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$	$3x^3 + 2x^2 + 5x = 3$	$2^{2x} + 3x = 0$

Identificando os coeficientes:

Em uma equação de 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, temos os coeficientes onde a , b , e c são números reais (**R**) e $a \neq 0$. Os coeficientes b e c podem ser 0.

Exemplos:

-  $2x^2 + 5x - 3 = 0$; $a = 2$, $b = 5$, $c = -3$.
-  $x^2 - 9 = 0$; $a = 1$, $b = 0$, $c = -9$ (equação incompleta).
-  $-3x^2 + 12x = 0$; $a = -3$, $b = 12$, $c = 0$ (equação incompleta).
-  $5x^2 = 0$; $a = 5$, $b = 0$, $c = 0$ (equação incompleta).

Resolvendo Equações do 2º Grau incompletas:

Incompletas em "b" ($b = 0$): $ax^2 + c = 0$

 Isolamos x^2 : $ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -c / a$

 Então: $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

 (Lembre-se que só há solução real se $-c / a \geq 0$).

Exemplo:

$$x^2 - 49 = 0 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x \pm \sqrt{49} \Rightarrow x = \pm 7$$

Solução: $S = \{-7, 7\}$

Incompletas em "c" ($b = 0$): $ax^2 + bx = 0$

 Colocamos x em evidência: $x \cdot (ax + b) = 0$.

 Para o produto ser zero, um dos fatores deve ser zero: $x = 0$ ou $ax + b = 0 \Rightarrow x = -b/a$.

Exemplo:

$$3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x \cdot (x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = -4$$

Solução: $S = \{0, 4\}$

Incompletas em "b" e "c" ($b = 0$; $c = 0$): $ax^2 = 0$

 Ambos valores serão 0: $x = 0$.

 Passando o valor de "a" dividindo e retirando a raiz, lembrando que qualquer valor será sempre 0, pois 0 dividido por qualquer valor diferente de 0 é 0: portanto $x = 0$.

Exemplo:

$$3x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{0}{3}} \Rightarrow x = 0$$

Solução: $S = \{0\}$

Resolvendo Equações do 2º Grau completas:

A Fórmula de Bhaskara (ou Fórmula Resolutiva):

Para resolver a equação completa $ax^2 + bx + c = 0$, usamos a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Onde Δ (delta) é o discriminante: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Interpretando o Discriminante (Δ):

Se $\Delta > 0$: A equação tem duas raízes reais e distintas (dois valores diferentes para x).

Se $\Delta = 0$: A equação tem duas raízes reais e iguais (um único valor para x).

Se $\Delta < 0$: A equação não tem raízes reais (não há solução no conjunto dos números reais).

Passos para Resolver usando Bhaskara:

 Identifique os coeficientes a, b, c.

 Calcule o valor de Δ .

 Se $\Delta \geq 0$, substitua os valores de a, b e Δ na fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes.

Exemplo:

Resolver $x^2 - 5x + 6 = 0$.

$a = 1, b = -5, c = 6$.

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \Rightarrow 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{5+1}{2} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{5-1}{2} \Rightarrow \frac{4}{2} = 2$$

Solução: $S = \{2, 3\}$.

Exemplo prático

A área de um terreno retangular é de 750 m². O comprimento do terreno é 5 m maior que a largura. Quais são as dimensões desse terreno?

Dados:

- ⇒ Largura: x
- ⇒ Comprimento: $x + 5$
- ⇒ Área: Largura $\times$ Comprimento $= x \cdot (x + 5) = 750$
- ⇒ $x^2 + 5x - 750 = 0$. (Siga o modelo acima e encontre a solução para este problema)

BÔNUS! O resultado da solução para você: $S = \{25, -30\}$, porém neste caso a solução -30 não serve, pois não existem medidas negativas.

A Função Quadrática e seu Gráfico

O que é uma Função Quadrática?

É uma função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a, b, c \in R$ e $a \neq 0$.

Os zeros ou raízes da função quadrática são os valores de x para os quais $f(x) = 0$ ou valores de x que resultaram em um $y = 0$. Encontrá-los é o mesmo procedimento que resolve a equação $ax^2 + bx + c = 0$.

Gráfico da Função Quadrática

O gráfico de uma função quadrática é sempre uma **parábola**.

Concavidade da Parábola:

-  Se $a > 0$: A parábola tem concavidade voltada para **cima**.
-  Se $a < 0$: A parábola tem concavidade voltada para **baixo**.

Ponto de Máximo e Mínimo de uma função quadrática

O vértice (X_v, Y_v) é um ponto crucial da parábola. Ele representa:

- ✎ O **ponto de mínimo** da função se $a > 0$ (curva voltada para cima).
- ✎ O **ponto de máximo** da função se $a < 0$ (curva voltada para baixo).

Coordenadas do Vértice (X_v, Y_v) :

$$✎ x_v = \frac{-b}{2a}$$

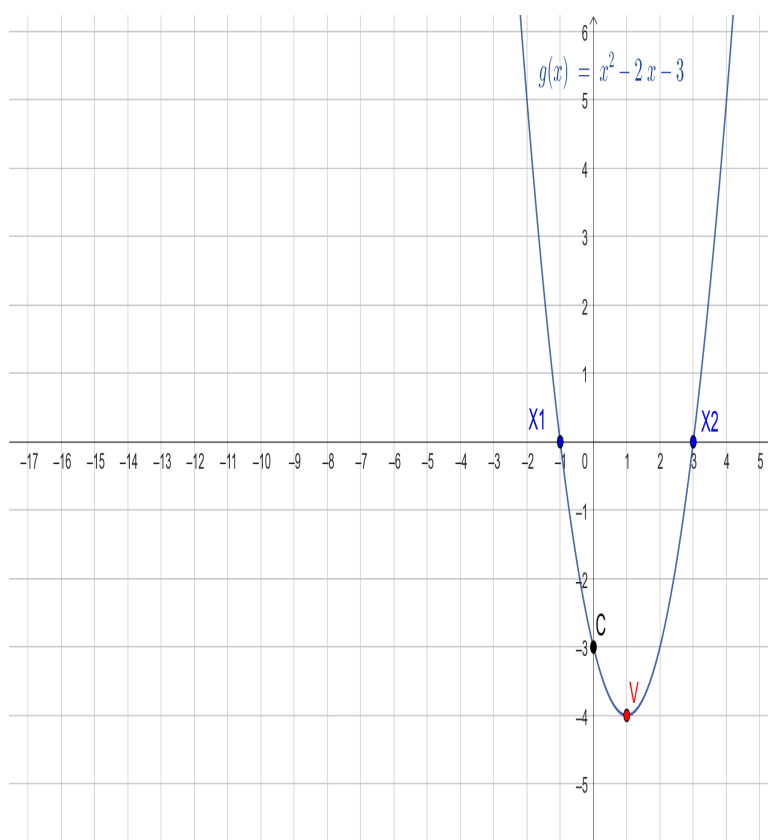
$$✎ y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

x_v : É o valor de x onde a função atinge seu valor máximo ou mínimo.

y_v : É o valor máximo ou mínimo propriamente dito da função.

Exemplo de uma função de 2º grau e o seu gráfico

Imagem 01: Gráfico da função $g(x) = x^2 - 2x - 3$



Fonte: SOARES, 2025.

Neste gráfico podemos observar os pontos mais importantes do gráfico da função quadrática $g(x) = x^2 - 2x - 3$ (parábola). Vejamos:

- ⇒ **Coefficientes:** $a = 1$; $b = -2$ e $c = -3$. Aqui já podemos definir se a parábola está voltada para cima (coeficiente "a" positivo) ou voltada para baixo (coeficiente "a" negativo), observe que nesse exemplo o coeficiente "a" é positivo, por isso a curva está voltada para cima.

- ⇒ **Raízes:** X_1 e X_2 são as raízes da função, portanto suas raízes são $X_1 = -3$ e $X_2 = 3$.
- ⇒ **O ponto "C":** é o ponto de intersecção da parábola com o eixo "Y" e coincide com o valor do coeficiente "c" da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, observe que suas coordenadas são C(0,-3) pois a função é $g(x) = x^2 - 2x - 3$. Portanto, o valor do coeficiente "c" da função de 2º grau sempre nos mostrará onde a parábola irá cortar o eixo "y", nas coordenadas (0,c). Caso o coeficiente "c" não apareça, ou seja, seu valor é zero, cortará o eixo "y" na origem (0,0).
- ⇒ **Vértice:** Podemos perceber que o ponto V é o ponto de mínimo (ponto mais baixo) da parábola e suas coordenadas são V (1, -4).

Resolvendo problemas de Máximo ou Mínimo de uma parábola

Muitos problemas buscam encontrar um valor máximo ou mínimo de uma função quadrática (lucro máximo, custo mínimo, altura máxima, área máxima, etc.). Nestas situações utilizamos o cálculo do vértice para solucionar o problema.

Exemplo: Um projétil é lançado para cima e sua altura h (em metros) em relação ao tempo t (em segundos) é dada pela função $h(t) = -t^2 + 8t$. Quanto tempo demora para atingir o ponto mais alto? Qual foi a altura máxima atingida pelo projétil?"

- ⇒ Identificamos $a = -1$, $b = 8$, $c = 0$. Como $a < 0$, a parábola tem concavidade para baixo, e o vértice será um ponto de máximo.
- ⇒ Primeiro calculamos X_v (que seria o tempo para atingir a altura máxima):

Tempo: $x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-8}{2(-1)} \Rightarrow \frac{-8}{-2} = 4$

Logo o projétil demorou 4 segundos para atingir o ponto mais alto.

- ⇒ Agora calculamos Y_v (a altura máxima):

Altura máxima: $y_v = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{-(8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0)}{4(-1)} \Rightarrow \frac{-64}{-4} = 16$

Também podemos calcular o Y_v substituindo o valor do X_v na função, acompanhe abaixo.

$$h(t) = -t^2 + 8t; \text{ com } t = 4$$

$$h(4) = -4^2 + 8 \cdot 4$$

$$h(4) = -16 + 32$$

$$h(4) = 16$$

Logo o projétil atingiu uma altura máxima de 16 metros.

Agora, utilizando os conhecimentos adquiridos em grupo, façam as atividades propostas a seguir.

Atividades

Questão 1 - Um agricultor deseja cercar uma área retangular de 150 m^2 para uma nova plantação. Ele observou que o comprimento do terreno deve ter 5 m a mais que a largura. Se x representa a largura do terreno, qual equação modela corretamente essa situação para encontrar as dimensões do terreno?

- A) $x^2 + 5x + 150 = 0$
- B) $x^2 - 5x - 150 = 0$
- C) $x^2 + 5x - 150 = 0$
- D) $2x + 2(x + 5) = 150$

Questão 2 - A soma de um número com o seu quadrado é igual a 72. Qual é uma das possíveis soluções para x ?

- A) $x = 7$
- B) $x = 8$
- C) $x = 9$
- D) $x = 12$

Questão 3 - O lucro L (em reais) de uma pequena fábrica na venda de x unidades de um produto é dado pela função $L(x) = -x^2 + 60x - 500$. Qual o número de unidades que devem ser vendidas para que o lucro seja máximo?

- A) 20 unidades
- B) 30 unidades
- C) 40 unidades
- D) 60 unidades

Questão 4 - Uma bola é arremessada para cima, e sua trajetória descreve uma parábola dada pela função $h(t) = -2t^2 + 12t$, onde h é a altura em metros e t é o tempo em segundos após o arremesso. A altura máxima atingida pela bola é:

- A) 12 m
- B) 15 m
- C) 18 m
- D) 36 m

Questão 5 - Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 12$. Sobre essa função, é correto afirmar que:

- A) A função não possui raízes reais e seu valor mínimo é 12.
- B) As raízes da função são $x = 2$ e $x = 6$, e ela possui um ponto de máximo.
- C) A função atinge um valor mínimo de -4 quando $x = 4$.
- D) As raízes da função são $x = -2$ e $x = -6$, e ela possui um ponto de mínimo.

Avalie a participação dos estudantes em grupo, a assertividade das apresentações, a empatia dos estudantes, a cooperação entre eles, dentre outras. A autoavaliação dos estudantes também colabora para uma autocrítica sobre sua participação nas atividades propostas.

Gabarito das Atividades:

Questão 1: C

Questão 2 : B

Questão 3 : B

Questão 4 : C

Questão 5 : C

Para saber mais sobre a aprendizagem colaborativa acesse os links ou QR code a seguir.

SAIBA MAIS

Aprendizagem cooperativa: gerando conhecimento em equipe.

Disponível em: <https://blog.genially.com/pt/aprendizagem-cooperativa/#:~:text=A%20aprendizagem%20cooperativa%20%C3%A9%20um,dos%20outros%20membros%20do%20grupo.>



Artigo A aprendizagem em células cooperativas e a efetivação da aprendizagem significativa em sala de aula da Revistado NUFEN

Disponível em: [https://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-25912011000100003&lng=pt&nrm=iso.](https://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-25912011000100003&lng=pt&nrm=iso)



5ª AULA – TEMA: Decomposição de polinômios.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor multimídia, cadernos, calculadoras.

Professor(a), nessa aula trabalhe com aula expositiva ou dialogada com os estudantes. O tema desta aula será relacionado ao descritor D26 (Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.) da matriz de referência do SAEB, nele trabalharemos a decomposição de polinômios em fatores de 1º grau, e as raízes das equações polinomiais por meio da sua decomposição.

Utilize o texto abaixo, do Brasil Escola como referência, para trabalhar como obter as raízes de equações polinomiais de grau 1 ou acima.

Teorema da decomposição de um polinômio

O teorema fundamental da álgebra para equações polinomiais garante que "todo polinômio de grau $n \geq 1$ possui pelo menos uma raiz complexa". A demonstração desse teorema foi feita pelo matemático Friedrich Gauss, em 1799. A partir dele, podemos demonstrar o teorema da decomposição de um polinômio, o qual garante que qualquer polinômio pode ser decomposto em fatores de primeiro grau. Tome o seguinte polinômio $p(x)$ de grau $n \geq 1$ e $a_n \neq 0$:

$$p(x) = a_n x_n + a_{n-1} x_{n-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0$$

Através do teorema fundamental da álgebra, podemos afirmar que esse polinômio possui pelo menos uma raiz complexa u_1 , tal que $p(u_1) = 0$. O teorema de D'Alembert para a divisão de polinômios afirma que, se $p(u_1) = 0$, então $p(x)$ é divisível por $(x - u_1)$, resultando em um quociente $q_1(x)$, que é um polinômio de grau $(n - 1)$, o que nos leva a afirmar:

$$p(x) = (x - u_1) \cdot q_1(x)$$

A partir dessa equação, é preciso destacar duas possibilidades:

Se $u = 1$ e $q_1(x)$ é um polinômio de grau $(n - 1)$, então $q_1(x)$ possui grau 0. Como o coeficiente dominante de $p(x)$ é a_n , $q_1(x)$ é um polinômio constante do tipo $q_1(x) = a_n$. Portanto, temos:

$$p(x) = (x - u_1) \cdot q_1(x)$$

$$(x) = (x - u_1) \cdot a_n$$

$$p(x) = a_n \cdot (x - u_1)$$

Mas se $u \geq 2$, então o polinômio q_1 possui grau $n - 1 \geq 1$ e vale o teorema fundamental da álgebra. Podemos afirmar que o polinômio q_1 possui pelo menos uma raiz u_2 , o que nos leva a afirmar que q_1 pode ser escrito como:

$$q_1(x) = (x - u_2) \cdot q_2(x)$$

Mas como $p(x) = (x - u_1) \cdot q_1(x)$, podemos reescrevê-lo como:

$$p(x) = (x - u_1) \cdot (x - u_2) \cdot q_2(x)$$

Repetindo sucessivamente esse processo, teremos:

$$p(x) = a_n \cdot (x - u_1) \cdot (x - u_2) \dots (x - u_n)$$

Dessa forma, podemos concluir que todo polinômio ou equação polinomial $p(x) = 0$ de grau $n \geq 1$ possui exatamente n raízes complexas.

Exemplo: Seja $p(x)$ um polinômio de grau 5, tal que suas raízes sejam $-1, 2, 3, -2$ e 4 . Escreva esse polinômio decomposto em fatores de 1º grau, considerando o coeficiente dominante igual a 1. Ele deve ser escrito na forma estendida:

Se $-1, 2, 3, -2$ e 4 são raízes do polinômio, então o produto das diferenças de x por cada uma dessas raízes resulta em $p(x)$:

$$p(x) = a_n \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

Se o coeficiente dominante $a_n = 1$, temos:

$$p(x) = 1 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$p(x) = (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$p(x) = (x^2 - x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$p(x) = (x^3 - 4x^2 + x + 6) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$p(x) = (x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12) \cdot (x - 4)$$

$$p(x) = x^5 - 6x^4 + x^3 + 36x^2 - 20x - 48$$

Após a explicação, proponha algumas atividades para que os estudantes realizem em grupos, podendo ser de 3 a 4 estudantes por grupo.

Questão 1 - Um polinômio $P(x)$ possui como raízes os números 2, -1 e 3. Sabendo que o coeficiente do termo de maior grau (coeficiente dominante) de $P(x)$ é 4, qual é a sua forma fatorada?

- A) $P(x) = (x-2).(x+1).(x-3)$
- B) $P(x) = 4.(x+2).(x-1).(x+3)$
- C) $P(x) = 4.(x-2).(x+1).(x-3)$
- D) $P(x) = (x-2).(x+1).(x-3)+4$
- E) $P(x) = 4.(x-2).(x+1)$

Questão 2 - Considere o polinômio $Q(x) = -3.(x-5).(x+2).x$. Quais são as raízes de $Q(x)$?

- A) 5, -2 e 0
- B) -5 , 2 e 0
- C) 5, -2 , 0 e -3
- D) 15, -6 e 0
- E) 5 e -2

Questão 3 - Qual é a decomposição de $H(x)$ em fatores do 1º grau do polinômio $H(x) = x^2 - 6x + 8$?

- A) $(x+2).(x+4)$
- B) $(x-2).(x-4)$
- C) $(x-6).(x+8)$
- D) $2.(x-2).(x-4)$
- E) $(x-2).(x+4)$

Finalize a aula fazendo uma correção coletiva com os grupos, onde cada grupo poderá contribuir com a sua resposta.

RESPOSTAS

Questão 1: C

Questão 2: A

Questão 3: B

6ª AULA – TEMA: Equações de 2º grau e circunferências.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor multimídia, cadernos, calculadoras.

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com o descritor D10 (Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.) da matriz de referência do SAEB, nele trabalharemos a resolução de problemas que envolvam equações de 2º grau e circunferências. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de aprendizagem colaborativa (acesse mais informações sobre essa metodologias nas aulas 3 e 4 desta sequência didática), para isso, organize os estudantes em 5 grupos, onde eles deverão ler o texto, compreender e discutir em grupo e depois realizar as atividades propostas ao final, como sugestão, utilize a primeira aula para uma explicação inicial e para lerem, entenderem e discutirem em grupo, e outra para resolverem as questões, realizar as correções e um debate final entre os grupos sobre o conteúdo, as atividades, suas experiências, dificuldades, facilidades e para tirar dúvidas.

Equações de 2º grau e a Circunferência

Algumas equações de 2º grau com 2 incógnitas podem representar circunferências, para que isso aconteça é necessário conhecermos melhor o que é uma circunferência e quais são suas características e como é a sua representação algébrica, a partir daí, podemos definir se aquela determinada equação pode representar uma circunferência ou não.

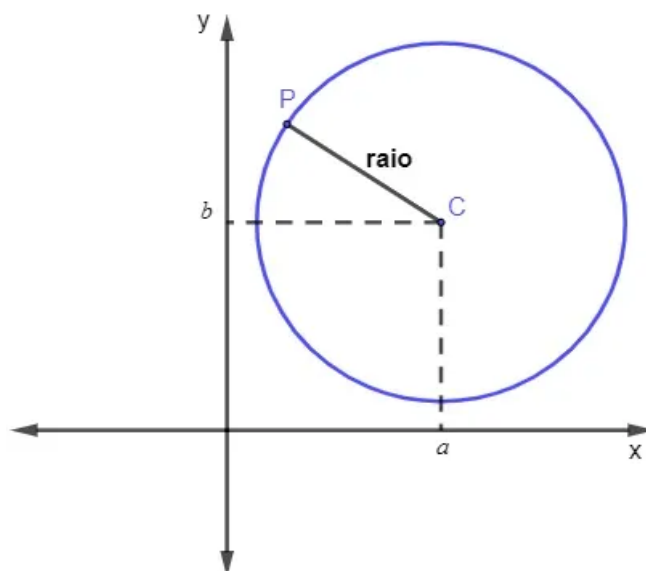
O que é uma Circunferência?

Geometricamente, uma circunferência é o conjunto de todos os pontos em um plano que estão a uma mesma distância (chamada raio, r) de um ponto fixo (chamado centro, $C(a,b)$). Temos 2 tipos de equações da circunferência a reduzida e a geral, vamos estudar as duas agora.

A Equação Reduzida da Circunferência

Imagine um ponto $P(x,y)$ qualquer pertencente a uma circunferência de centro $C(a,b)$ e raio r . A distância entre P e C é sempre igual à medida do raio (r).

Imagem 2: Circunferência de raio “ r ” e centro $C(a,b)$



Fonte: Mundo educação, 2025.

Usando a fórmula da distância entre dois pontos, temos:

$$d(P, C) = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$$

Como essa distância é o raio r , podemos escrever:

$$r = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$$

Elevando ambos os lados ao quadrado para eliminar a raiz, chegamos à equação reduzida da circunferência:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Onde:

⇒ (a, b) são as coordenadas do centro da circunferência.

⇒ r é a medida do raio ($r > 0$).

Exemplo 1

Agora vamos determinar a equação reduzida de uma circunferência com centro $C(3, -2)$ e raio $r = 4$. Acompanhe.

Dado que $C(3, -2)$, temos que: $a = 3$, $b = -2$ e o raio é $r = 4$.

Agora vamos substituir os valores de a , b e r na equação reduzida.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - (-2))^2 = 4^2$$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

A equação da circunferência é $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

Agora vamos fazer um segundo exemplo:

Exemplo 2

Dada a equação $(x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 9$, quais são o centro e o raio?

Comparando com $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, teremos que:

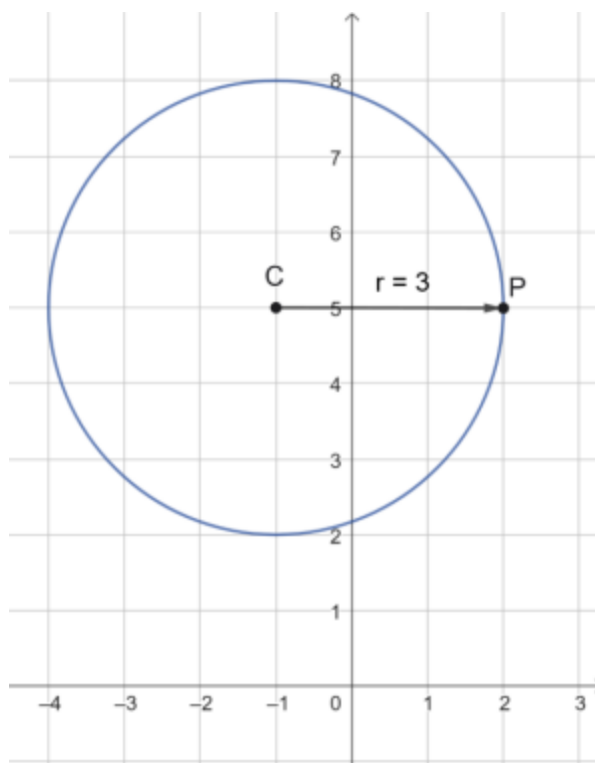
$$x - a = x + 1 \Rightarrow x - x - a = 1 \Rightarrow -a = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$y - b = y - 5 \Rightarrow b = 5$$

$$r^2 = 9 \Rightarrow r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3$$

Portanto o centro é **$C(-1, 5)$** e o raio é **$r = 3$** .

Imagem 3: Circunferência de raio $r = 3$ e centro $C(-1,5)$



Fonte: SOARES (feito no Geogebra), 2025.

A Equação Geral da Circunferência

Se desenvolvermos os quadrados na equação reduzida, obtemos a equação geral da circunferência:

$$\begin{aligned}r^2 = 9 &\Rightarrow r = \sqrt{9} \Rightarrow r = 3 \\x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 &= r^2 \\x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 &= 0\end{aligned}$$

Podemos reescrever essa equação na forma:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Onde:

$$\Rightarrow D = -2a$$

$$\Rightarrow E = -2b$$

$$\Rightarrow F = a^2 + b^2 - r^2$$

A partir da equação geral, podemos encontrar o centro e o raio:

$\Rightarrow$ Centro:

$$C\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ Raio:

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{\left(-\frac{D}{2}\right)^2 + \left(-\frac{E}{2}\right)^2 - F} \text{ ou} \\r &= \sqrt{a^2 + b^2 - F}\end{aligned}$$

Condições para uma Equação do 2º Grau ser uma Circunferência

Para que a equação $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ represente uma circunferência, a expressão sob a raiz que calcula o raio deve ser positiva, ou seja:

$$\left(-\frac{D}{2}\right)^2 + \left(-\frac{E}{2}\right)^2 - F > 0 \text{ ou}$$
$$a^2 + b^2 - F > 0$$

isso garante que $r^2 > 0$, e portanto, $r > 0$.

Outras condições para que uma equação de 2º grau represente uma circunferência, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

1. Os coeficientes de x^2 e y^2 devem ser iguais e diferentes de zero: $A = B \neq 0$.

Geralmente, dividimos toda a equação por esse coeficiente para torná-lo igual a 1, recaindo na forma.

2. O coeficiente do termo xy deve ser zero: $C = 0$. Não pode haver o termo misto xy .

3. O raio calculado deve ser um número real positivo (estudado no início das condições).

⇒ Se $r^2 = 0$, a equação representa um único ponto (o centro).

⇒ Se $r^2 < 0$, a equação não representa nenhum lugar geométrico no plano real (conjunto vazio).

Resumindo as "pistas" para identificar uma circunferência:

☒ Tem x^2 e y^2 .

☒ Os números que multiplicam x^2 e y^2 são iguais e não nulos.

☒ Não tem o termo xy (onde x e y se multiplicam).

☒ O cálculo do raio (r) deve resultar em um número positivo.

Agora, de acordo com o que aprenderam em grupo, façam as atividades a seguir.

Atividades

Questão 1 - Dada a equação abaixo, responda.

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

A) Podemos afirmar que se trata de uma equação da circunferência? Justifique.

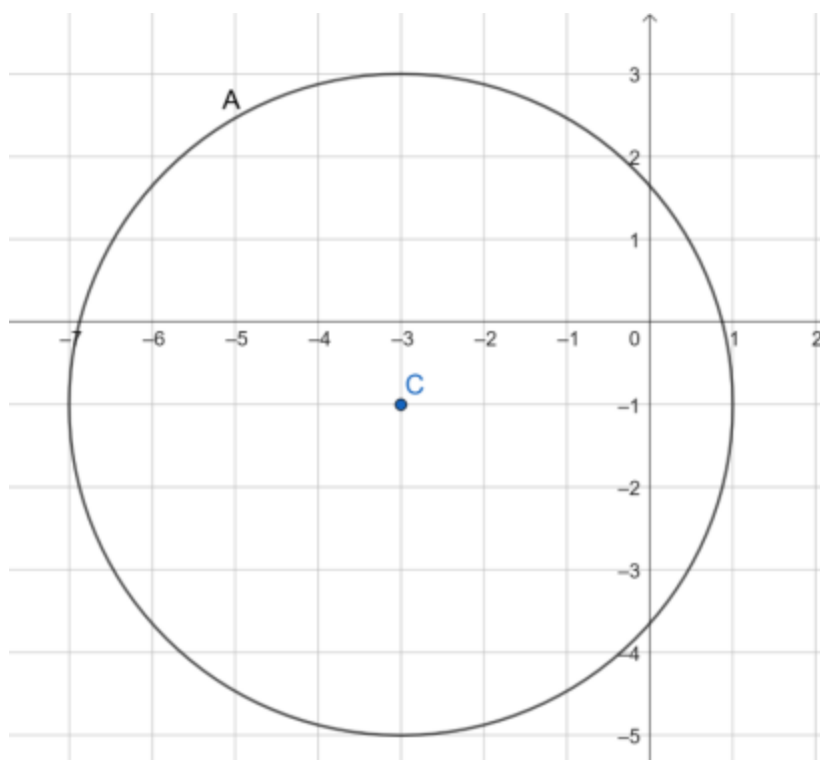
B) É uma equação geral ou reduzida? Justifique.

C) Quais são as coordenadas do centro da circunferência?

D) Qual é o valor da medida do raio da circunferência?

E) Transforme a equação em uma equação geral correspondente (não se esqueça dos produtos notáveis).

Questão 2 - Dada a circunferência abaixo determine o que se pede.



Fonte: SOARES, 2025.

- A) Determine as coordenadas do centro (C) da circunferência.
- B) Determine a medida do raio da circunferência.
- C) Determine as equações reduzida e geral da circunferência.

Questão 3 - Quais das seguintes equações representam uma equação geral da circunferência? Analise individualmente cada uma das alternativas e justifique as suas respostas utilizando as condições para que seja uma equação da circunferência.

- A) $x^2 - y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$
- B) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$
- C) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 15 = 0$
- D) $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 12 = 0$
- E) $x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 3y - 7 = 0$

Questão 4 - A equação $x^2 + y^2 - 8x + 10y + F = 0$ representa uma circunferência de raio $r = 7$. Qual é o valor de F?

Questão 5 - A equação $2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y + 8 = 0$ representa uma circunferência?

- A) Não, pois os coeficientes de x^2 e y^2 são diferentes de 1.
- B) Sim, um ponto (raio zero).
- C) Sim, uma circunferência de raio $r > 0$.
- D) Não, pois $r^2 < 0$.
- E) Não, pois faltou o termo xy .

Finalize a aula fazendo uma correção coletiva com os grupos, onde cada grupo poderá contribuir com a sua resposta.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro da atividade, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

GABARITO

Questão 1:

A) Sim é uma equação de circunferência. Resposta pessoal, atentar para os critérios.

B) Reduzida. Resposta pessoal, atentar para os critérios.

C) $C(-3, 2)$

D) $r = 5$

E) Equação geral: $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$

Questão 2:

A) $C(-3, -1)$

B) $r = 4$

C) Reduzida $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$ Geral $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$

Questão 3: Letras B e D são equações de circunferência, as demais não são.

A) Coeficientes de x^2 e y^2 têm sinais opostos.

B) Coeficientes de x^2 e y^2 são iguais. Não há termo xy . Calculando o valor do raio $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$. Na forma reduzida fica: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$. Como $r^2 > 0$, é uma circunferência.

C) $a = -3$, $b = 2$. $r^2 = (-3)^2 + (2)^2 - 15 = 9 + 4 - 15 = -2$. Como $r^2 < 0$, não é circunferência.

D) Coeficientes de x^2 e y^2 são iguais. Não há termo xy . Calculando o valor do raio $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 12 = 0 \Rightarrow$ simplificando por 3: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$. $a = -(-4) / 2 = 2$, $b = -(2) / 2 = -1$. $r^2 = (2)^2 + (-1)^2 - (-4) = 4 + 1 + 4 = 9$. Como $r^2 > 0$, é uma circunferência.

E) Possui o termo xy .

Questão 4: $F = -8$

$$(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = -F + 41$$

Como o raio é 7, $r^2 = 49$, logo $-F + 41 = 49$ e $F = -8$

Questão 5: Alternativa C: O raio mede 3.

FINALIZAÇÃO

Professor, espera-se que ao final desta sequência didática, os estudantes saibam realizar atividades e solucionar problemas que envolvam polinômios e decomposição de polinômios, sistemas lineares e matrizes, equações e funções de 2º grau. Peça aos estudantes que façam as sequências de atividades contidas no caderno do estudante para se aperfeiçoarem sobre o tema. Pode-se ainda pedi-los que produzam um pequeno texto ou resumo de tudo que aprenderam sobre os temas abordados e onde podemos aplicar estes conhecimentos, considere também a possibilidade de realizar uma roda de conversa onde os estudantes poderão debater sobre o assunto e suas aprendizagens.

AVALIAÇÃO

Avalie a participação e empenho dos estudantes durante a realização das atividades em grupo, observe o entendimento dos estudantes em relação aos conceitos e as atividades propostas.

Avalie a proficiência dos estudantes, ao final da sequência didática, se eles foram capazes de compreender as características, construção e análise das equações e representações gráficas e algébricas e se apresentaram soluções de forma clara e assertiva.

Trabalhe também com o feedback coletivo e individual de modo a buscar uma redução das fragilidades encontradas pelos estudantes.

A autoavaliação dos estudantes também colabora para uma autocrítica sobre suas participações nas atividades propostas.

REFERÊNCIAS

A APRENDIZAGEM em células cooperativas e a efetivação da aprendizagem significativa em sala de aula. **Rev. NUFEN**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 17-40, 2011. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-25912011000100003&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 25 nov. 2024.

APRENDIZAGEM Colaborativa: saiba como aplicá-la com seus alunos. **Faz, educação & tecnologia**, [s. l.], 23 ago. 2023. Disponível em: <https://fazeducacao.com.br/aprendizagem-colaborativa/#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20aprendizagem%20colaborativa,si%20e%20com%20o%20conte%C3%BAdo>. Acesso em: 19 fev. 2025.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP)**. SAEB 2001: novas perspectivas. Brasília, DF: INEP, 2002. Disponível em: . Acesso em: 29 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP**. Matriz de Referência para o SAEB – Ensino Médio – Matemática. Brasília, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. 1ª edição - São Paulo - Editora Ática, 2005.

FRADE, Natalia De la Peña. Aprendizagem cooperativa: gerando conhecimento em equipe. **Genially**, [s. l.], 21 maio 2024. Disponível em: <https://blog.genially.com/pt/aprendizagem-cooperativa/#:~:text=A%20aprendizagem%20cooperativa%20%C3%A9%20um,dos%20outros%20membros%20do%20grupo>. Acesso em: 27 maio 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais: Ensino Médio**. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2023. Disponível em: <https://acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Curr%C3%ADculo%20Refer%C3%AÂncia%20do%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf>. Acesso em: 30 maio 2025.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso: 3º Ano - Ensino Médio**. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2025. Disponível em: file:///C:/Users/Admim/Downloads/EM_3ANO_MATEM%C3%81TICA_PLANO_DE_CURSO_2025.pdf. Acesso em: 06 fev. 2025.

MIRANDA, Danielle de. Reconhecendo uma circunferência. **Mundo Educação**, [s. l.], [2025]. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/reconhecendo-uma-circunferencia.htm>. Acesso em: 28 maio 2025.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. Equação reduzida de uma circunferência. **Mundo Educação**, [s. l.], [2025]. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/equacao-reduzida-uma-circunferencia.htm>. Acesso em: 28 maio 2025.

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. Teorema da decomposição de um polinômio; **Brasil Escola**, [s. l.], [2025]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/teorema-decomposicao-um-polinomio.htm>. Acesso em: 22 de maio de 2025.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Relação entre Matriz e Sistemas Lineares"; **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/relacao-entre-matriz-sistemas-lineares.htm>. Acesso em 26 de maio de 2025.

SISTEMAS lineares - escalonamento, [5. 1.], 1 nov. 2022. Do canal Professor Silvio Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=yYWYXDcO4po>. Acesso em: 26 maio 2025.

SOARES, Douglas Ferreira. **Circunferência**. Belo Horizonte, 2025. (feito no Geogebra).

SOARES, Douglas Ferreira. **Circunferência de raio $r = 3$ e centro $C(-1,5)$** . Belo Horizonte, 2025. (feito no Geogebra).

SOARES, Douglas Ferreira. **Gráfico da função $g(x) = x^2 - 2x - 3$** . Belo Horizonte, 2025. (feito no Geogebra).

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: Equações e funções exponenciais e logarítmicas.

DURAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: 7 aulas.

INTRODUÇÃO: Professor(a), nessa segunda sequência didática vamos trabalhar com descritores do SAEB relacionados ao estudo de funções exponenciais e logarítmicas, onde trabalharemos a análise de funções exponenciais e logarítmicas representadas por tabelas ou graficamente no plano cartesiano, utilizando-se de recursos tecnológicos ou não, identificando suas principais características como o seu domínio, sua imagem e sua taxa de crescimento ou decrescimento. Para seu desenvolvimento, será necessária a utilização dos conceitos matemáticos de funções, plano cartesiano, logaritmos, equações logarítmicas, potenciação e de equações exponenciais. Esses temas são de extrema importância não só para as avaliações externas como o SAEB, mas também para outras avaliações que se relacionam com as habilidades do plano de curso do ensino médio como o ENEM. Também é importante ressaltar a aplicabilidade destas funções em diversas áreas do conhecimento, podemos citar inter-relações com a área de Ciências da Natureza, na Biologia, com a sua aplicação em cálculos de decaimentos de efeitos de medicamentos e crescimento populacional, na química com a datação de carbono 19, nos cálculos de pH e de radioatividade. Nas Ciências Humanas, dentro da geografia, são aplicados aos cálculos de abalos sísmicos, na escala Richter. Na própria matemática, em cálculos de juros compostos, utilizamos as equações e funções logarítmicas e exponenciais para realizar cálculos e análises diversas relacionados aos juros compostos.

As metodologias ativas de aprendizagem tais como a aprendizagem colaborativa e gamificação estão presentes nesta sequência didática, além do desenvolvimento de diversas aulas em laboratório de informática.

Lembrando que o foco deste caderno não é trabalhar o conteúdo de uma forma complexa e abrangente, mas de forma simples, com foco no desenvolvimento dos estudantes para a realização das provas do SAEB.

A indicação do tempo de execução, será em números de aulas, contudo, o professor(a) poderá readequar o tempo e as aulas de acordo com a sua necessidade, seu planejamento de ensino ou outras conveniências pedagógicas.

As atividades que compõem este planejamento podem ser modificadas ou incrementadas de acordo com o desenvolvimento e agilidade da turma.

Então aproveite para preparar seus estudantes para esta avaliação tão importante para a educação mineira.

DESCRIPTOR (MATRIZ SAEB):

D27 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.

D28 - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.

D29 - Resolver problema que envolva função exponencial.

HABILIDADES SELECIONADAS:

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT403A): Analisar, com ou sem apoio de tecnologias digitais, as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

(EM13MAT403B): Estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano.

1ª AULA - TEMA: Jogando e aprendendo equações exponenciais.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Projetor multimídia, quadro, pincéis, cadernos para anotações, calculadoras (caso seja permitido).

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com o descritor D27 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial) da matriz de referência do SAEB, nele trabalharemos a identificação de representações exponenciais, sendo elas na forma algébrica ou gráfica, porém é necessário uma breve revisão sobre as equações exponenciais e é nisso que vamos focar esta aula. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de gamificação, para isso faça uma breve explicação sobre como resolver equações exponenciais (se for necessário, realize uma aula expositiva antes do jogo e deixe uma lista de exercícios para fazerem em casa e treinarem) organize os estudantes em 5 grupos, leia e explique como será realizado o jogo, esclareça possíveis dúvidas sobre as regras e a dinâmica do jogo e inicie o mesmo.

Para ter uma referência teórica sobre o assunto, acesse o saiba mais no final dessa aula.

Leia todo o texto abaixo para entender a dinâmica do jogo.

Desafio exponencial

O desafio se trata de um mini jogo com o intuito de fazer os estudantes realizarem cálculos mentais ou escritos sobre equações exponenciais.

O jogo funciona da seguinte forma:

1º) No quadro abaixo existem várias equações exponenciais que os grupos irão responder.

2º) Uma equipe escolherá um número de 1 a 5, que corresponde a uma equação abaixo, e depois esta mesma equipe escolherá a equipe que irá responder esta equação.

3º) Cada equipe irá responder uma questão por rodada e a última equipe a ser escolhida automaticamente terá que responder a equação que restar de cada etapa.

4º) Serão 4 etapas, onde em cada uma delas, todas equipes deverão responder uma equação no quadro.

5º) A equipe que irá responder a questão no quadro terá 1 minuto e meio para desenvolver e organizar a sua resposta em grupo e depois escolher um componente do grupo para escrever a resposta no quadro para toda a turma.

Observação: o professor poderá escrever cada equação no quadro após a escolha das equipes ou projetar com o Datashow.

Tabela 1: Quadro de questões

Rodadas/ Equações	I	II	III	IV	V
1º	$7^x = 7$	$5^x = 25$	$4^x = 1$	$6^x = 36$	$3^x = 3$
2º	$2^x = 32$	$3^x = 81$	$5^x = 625$	$6^x = 216$	$4^x = 256$
3º	$4^x = 0,25$	$0,2^x = 25$	$(1/3)^x = 9$	$10^x = 0,01$	$(1/4)^x = 16$
4º	$5^{x-4} = 125$	$4^{-x+1} = 64$	$3^{-x+5} = 81$	$2^{-x+3} = 64$	$3^{-x+1} = 27$

Fonte: SOARES, 2024.

Regras:

- ⇒ Todas equipes responderão o mesmo número de perguntas;
- ⇒ As pontuações são as seguintes:

1º rodada: 2 pontos.

2º rodada: 4 pontos.

3º rodada: 6 pontos.

4º rodada: 8 pontos.

- ⇒ Caso uma equipe não queira responder, perderá 1 ponto, caso responda errado não perderá nem ganhará pontos.
- ⇒ Ganhará o jogo a equipe que obtiver mais pontos, caso haja empate, o professor poderá desempatar utilizando o critério da equipe que foi mais rápida, mais organizada, questão extra, fica a critério.

Ao final, reserve pelo menos uns 10 minutos para realizar as correções de forma coletiva (se necessário, pois as correções podem ocorrer durante o jogo), onde cada grupo poderá contribuir com uma resposta ou resolução. Faça um curto debate final entre os grupos, sobre o conteúdo, o jogo, suas experiências, dificuldades e facilidades. Caso julgue necessário, deixe algumas atividades para serem realizadas em casa como forma de consolidação.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro do jogo, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam saber onde podem melhorar.

Potenciação

A potenciação é uma operação matemática que representa multiplicações sucessivas de um mesmo número. Acompanhe abaixo.

Imagem 1: Potenciação

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ fatores}}$$

Fonte: Toda Matéria, 2024.

Onde:

-  a : é a base;
-  n : é o expoente;
-  a^n : é a potenciação;
-  O resultado é chamado de potência.

Exemplos:

-  $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
-  $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$
-  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
-  $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
-  $(\frac{1}{3})^{-2} = (3/1) \cdot (3/1) = 9 / 1 = 9$

Por definição:

⇒ Todo número elevado a 1, será ele mesmo.

$$10^1 = 10; -356^1 = -356$$

⇒ Todo número elevado a 0, será igual a 1.

$$7^0 = 1; -37^0 = 1$$

⇒ Zero elevado a zero não é definido.

$$0^0 = \text{?}$$

As propriedades da potenciação estão resumidas no quadro abaixo.

Imagem 2: Resumo de Potenciação e suas propriedades

$$\begin{aligned}x^0 &= 1 \quad (x \neq 0) \\x^1 &= x \\x^n &= x \cdot x \cdots x \quad (n \text{ fatores}) \\x^{-n} &= \frac{1}{x^n} \\x^m \cdot x^n &= x^{m+n} \\\frac{x^m}{x^n} &= x^{m-n} \\(x^m)^n &= x^{mn} \\x^n \cdot y^n &= (xy)^n \\\frac{x^n}{y^n} &= \left(\frac{x}{y}\right)^n\end{aligned}$$

0 elevado a 0
não é igual a 1.



Fonte: Alexandre, Adaptada, 2023.

Equações exponenciais

As equações exponenciais são utilizadas na resolução de problemas que envolvem cálculos com expoentes desconhecidos, como por exemplo na matemática financeira para descobrir prazos, para descobrir períodos de multiplicação de populações, posição de um termo de uma progressão geométrica e outras aplicações mais, agora vamos entender um pouco mais sobre a resolução de equações exponenciais. Acompanhe a resolução de alguns exemplos.

1) $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow \text{Logo: } x = 2$

2) $2^{x+2} = 16 \Rightarrow 2^{x+2} = 2^4 \Rightarrow \text{Logo: } x + 2 = 4 \Rightarrow x = 4 - 2 \Rightarrow x = 2$

3) $32000 = 1000 \cdot 2^{1,5x}$

Primeiramente isolamos $2^{1,5x}$

$$\frac{32000}{1000} = 2^{1,5x}$$

$$32 = 2^{1,5x} \Rightarrow 2^5 = 2^{1,5x}$$

$$5 = 1,5x \Rightarrow x = \frac{5}{1,5} \Rightarrow x = 3,33\ldots$$

2ª AULA – TEMA: O jogo do logaritmo.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: Fichas do jogo, cadernos para anotações.

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com o descritor D28 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.) da matriz de referência do SAEB, nele trabalharemos a identificação de representações logarítmicas, sendo elas na forma algébrica ou gráfica. Porém é necessário uma breve revisão sobre os logaritmos, e é nisso que vamos focar nesta aula. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de gamificação. Para isso faça uma breve explicação sobre como resolver os logaritmos (se for necessário, realize uma aula expositiva antes do jogo e deixe uma lista de exercícios para fazerem em cas e treinarem) organize os estudantes em 5 grupos, leia e explique como será realizado o jogo, esclareça possíveis dúvidas sobre as regras e a dinâmica do jogo e inicie o jogo.

Para ter uma referência teórica sobre o assunto, acesse o saiba mais no final dessa aula.

Leia todo o texto abaixo para entender a dinâmica do jogo.

O jogo do logaritmo

A proposta do jogo é muito simples, o grupo deverá pagar as fichas contendo os logaritmos e os seus resultados embaralhados e deverá encontrar os pares da forma mais rápida possível.

$\log_9 3$	$1/2$	$\log_{10} 100$	2	$\log_8 (1/2)$	$-1/3$
$\log_{0,1} 100$	-2	$\log_{1/2} 8$	-3	$\log_{0,2} 5$	-1
$\log_{145} 1$	0	$\log_{27} 3$	$1/3$	$\log_7 1$	0
$\log_3 81$	4	$\log_{1/5} 0,2$	1	$\log_{1/3} 81$	-4

Regras

- I) Cada par corretamente correlacionado valerá 5 pontos, os pares errados não valerão pontos.
- II) A equipe que terminar primeiro ganha 10 pontos extras, a segunda ganha 7 a terceira 5 e a quarta 3, as demais não recebem pontuação extra.
- III) Não vale utilizar calculadora ou celular, somente materiais de consulta como caderno ou livros.

Ganha quem obtiver mais pontos.

Ao final, reserve pelo menos uns 10 minutos para realizar as correções de forma coletiva, onde cada grupo poderá contribuir com uma resposta ou resolução, faça um curto debate final entre os grupos sobre o conteúdo, o jogo, suas experiências, dificuldades e facilidades. Caso julgue necessário, deixe algumas atividades para serem realizadas em casa como forma de consolidação.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro do jogo, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

Logaritmos

O logaritmo é a operação inversa do cálculo exponencial, de forma bem simples, podemos dizer que é a operação de potenciação escrita de outra maneira, onde o resultado é o expoente e não a potenciação em si.

Considerando dois números reais positivos a e b , com $a \neq 0$, temos o logaritmo de b na base a sendo o resultado o número x se, e somente se, o número a elevado a x for igual ao número b .

$$\log_a(b) = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Onde:

-  a é a base do logaritmo e também da potência.
-  b é o logaritmando, na potenciação é a potência.
-  x é o logaritmo, na potenciação é o expoente.

Observação: toda vez que um logaritmo não apresentar uma base, ela será 10.

Exemplo: $\log 100$, é o mesmo que $\log_{10} 100$.

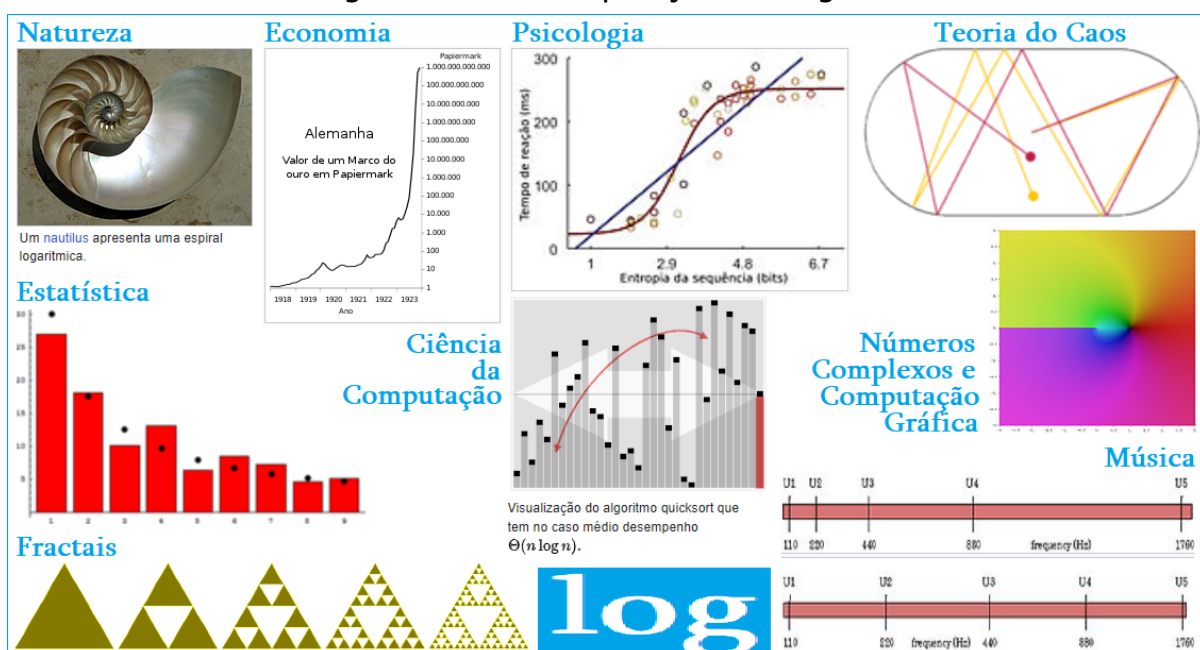
Exemplos:

- 1) $\log_2 8 = 3$; pois $2^3 = 8$
- 2) $\log_{\frac{1}{4}} 16 = -2$; pois $(\frac{1}{4})^{-2} = 16$
- 3) $\log_{100} 0,1 = -\frac{1}{2}$; pois $(100)^{-\frac{1}{2}} = 0,1$

Aplicações

Acompanhe na figura a seguir as diversas aplicações dos logaritmos.

Imagem 3: Diversas Aplicações do Logaritmo



Fonte: WIKIPÉDIA, adaptado, 2023.

As definições e as propriedades da Logaritmação estão resumidas no quadro abaixo.

Imagem 4: Resumo de Logaritmação

ÁLGEBRA ELEMENTAR:

$x^0 = 1 \quad (x \neq 0)$

$x^1 = x$

$x^n = x \cdot x \cdots x \quad (n \text{ fatores})$

$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

$(x^m)^n = x^{mn}$

$x^n \cdot y^n = (xy)^n$

$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$

O elevado a 0 não é igual a 1.

F. EXPONENCIAL: $f(x) = a^x \quad (a > 0; a \neq 1)$

Modelos

PG
População; juros comp. ($a > 1$)
Datação por Carbono 14 ($0 < a < 1$)

FUNÇÃO LOGARÍTMICA: $f(x) = \log_a x \quad (x > 0; a > 0; a \neq 1)$

Modelos

Escala de terremotos
pH e pOH (Química)

$a = \text{BASE}$

$a > 1$ $0 < a < 1$

$\{ a=10 \text{ logaritmo decimal} \rightarrow \log_{10} x = \log x$
 $\{ a=e \text{ logaritmo natural} \rightarrow \log_e x = \ln x \rightarrow e = 2,718281828459...$

DEFINIÇÃO: $\log_a x = L \Leftrightarrow a^L = x$
 $(x > 0; a > 0; a \neq 1)$

PROPRIEDADES:

$\log_a 1 = 0$ $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
 $\log_a a = 1$ $\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$

$\log_a (x^p) = p \cdot \log_a x$

MUDANÇA DE BASE:

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ $\left. \begin{matrix} a = \text{base antiga} \\ b = \text{base nova} \end{matrix} \right\}$

Fonte: Alexandre, 2023.

SAIBA MAIS

O que são Logaritmos?

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=w-G1NM8PlpE>.



3ª E 4ª AULA – TEMA: Funções exponenciais e logarítmicas.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: projetor multimídia, folhas impressas, cadernos, laboratório de informática, calculadoras.

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com os descritores D27 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.) e D28 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.) da matriz de referência do SAEb, nelas trabalharemos as funções exponenciais e logarítmicas e a construção de seus respectivos gráficos. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de aprendizagem colaborativa (acesse mais informações sobre esta metodologias na 3 e 4 aulas da primeira sequência didática), para isso, organize os estudantes em grupos de até no máximo 4 componentes, onde eles deverão ler o texto, compreender e discutir em grupo e depois realizar as atividades propostas ao final, como sugestão, utilize a primeira aula para uma explicação inicial e para lerem, entenderem e discutirem em grupo, e a outra para resolverem as questões, realizar as correções e um debate final entre os grupos sobre o conteúdo, as atividades, suas experiências, dificuldades, facilidades e para tirar dúvidas.

ATENÇÃO: É importante que a realização das atividades sejam feitas no laboratório de informática, caso não seja possível, os estudantes podem realizar as atividades utilizando a malha quadriculada da própria atividade.

Funções Exponenciais e Logarítmicas

Agora vamos estudar as duas funções inversas Exponenciais e Logarítmicas, bons estudos!

Funções Exponenciais

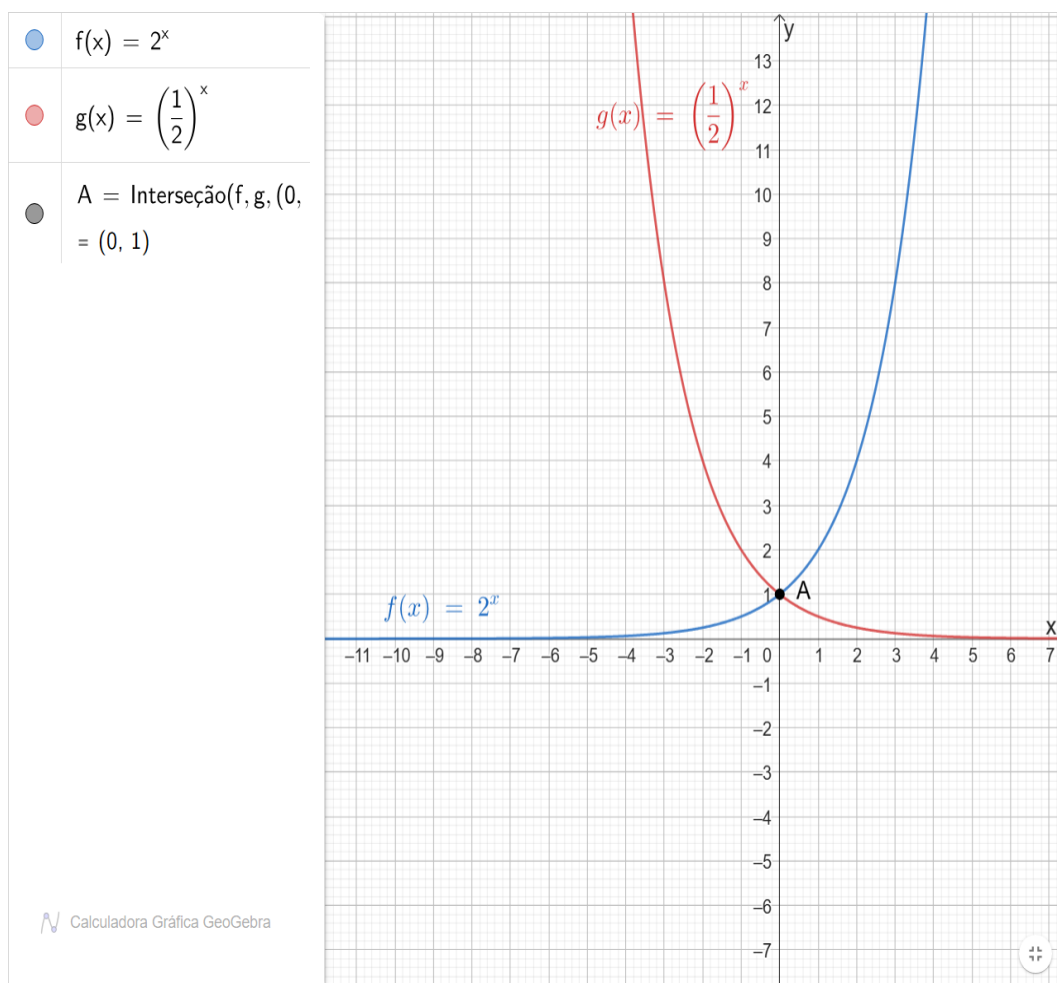
Uma função exponencial é aquela em que a variável independente (x) aparece no expoente. Sua forma geral é $f(x) = a^x$, onde " a " é a base, que deve ser um número real positivo e diferente de 1 ($a > 0$ e $a \neq 1$).

- ⇒ **Função crescente:** Se a base $a > 1$, a função é crescente. Isso significa que à medida que x aumenta, y ou $f(x)$ também aumenta.
- ⇒ **Função decrescente:** Se a base está entre os valores $0 < a < 1$, a função é decrescente. Isso significa que à medida que x aumenta, y ou $f(x)$ diminui.

O domínio de uma função exponencial é o conjunto de todos os números reais ($D = R$), e a imagem é o conjunto dos números reais positivos não nulos ($Im = R_+^*$). O gráfico de uma função exponencial sempre passa pelo ponto de coordenadas $(0,1)$ (ver o ponto A no gráfico) pois qualquer número (exceto zero) elevado a zero é igual a 1.

Observe os exemplos de gráficos das funções abaixo, $f(x) = 2^x$ (crescente) e $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ (decrescente).

Imagem 05: Gráfico da função crescente $f(x)$ e decrescente $g(x)$



Fonte: SOARES, 2025.

Funções Logarítmicas

A função logarítmica é a inversa da função exponencial. Se $a^y = x$, então $y = \log_a x$. A forma geral é $f(x) = \log_a x$, onde "a" é a base, que deve ser um número real positivo e diferente de 1 ($a > 0$ e $a \neq 1$). A função logarítmica é a função inversa da função exponencial.

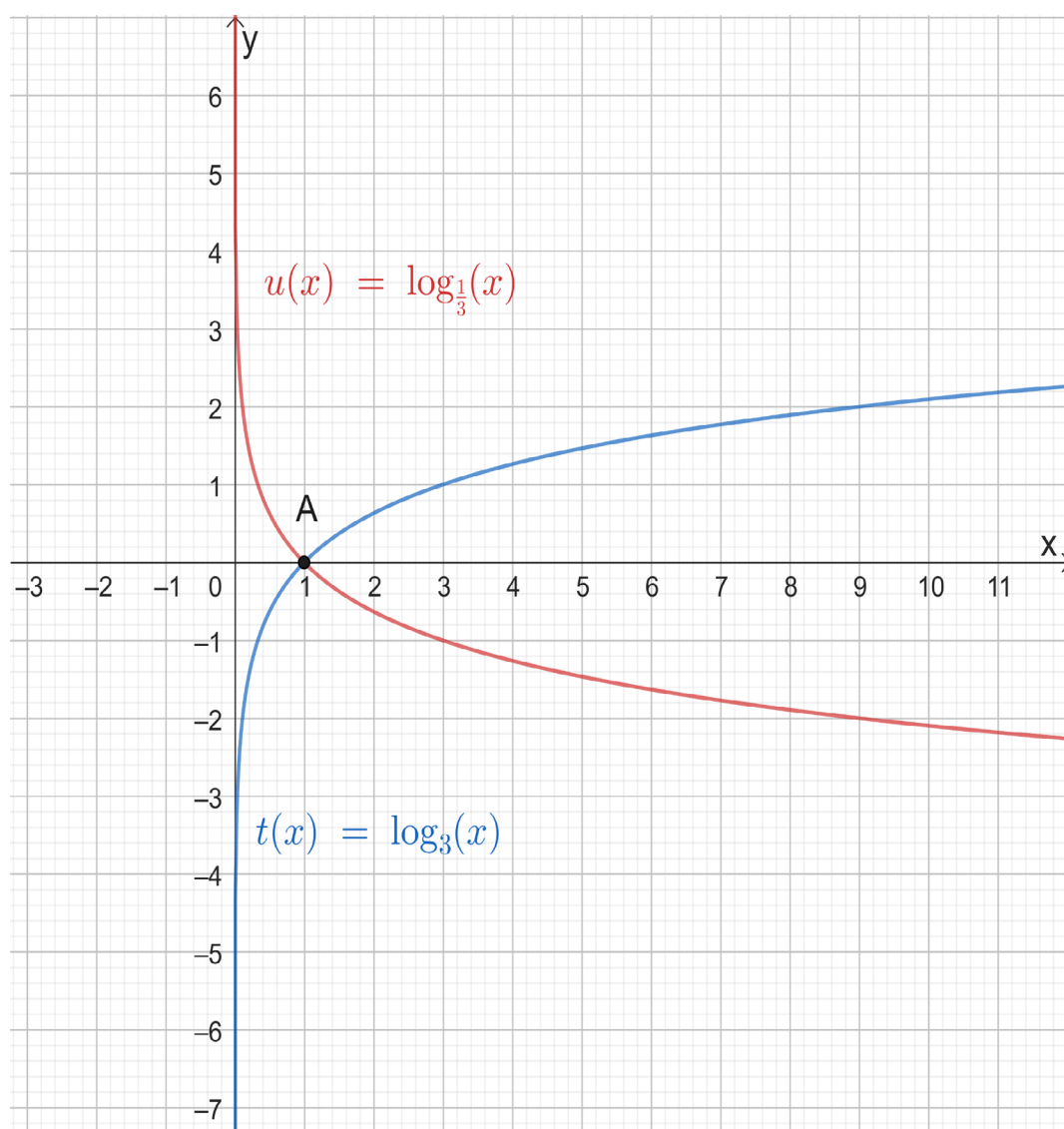
⇒ **Função crescente:** Se a base $a > 1$, a função é crescente. Isso significa que à medida que x aumenta, y ou $f(x)$ também aumenta.

⇒ **Função decrescente:** Se a base $0 < a < 1$, a função é decrescente. Isso significa que à medida que x aumenta, y ou $f(x)$ diminui.

O domínio de uma função logarítmica é o conjunto dos números reais positivos ($D = R^*_+$), e a imagem é o conjunto de todos os números reais ($Im = R$). O gráfico de uma função logarítmica sempre passa ponto de coordenadas (1,0) (ver o ponto A no gráfico), pois o logaritmo de 1 em qualquer base válida é 0.

Observe os exemplos de gráficos das funções abaixo, $t(x) = \log_3 x$ (crescente) e $u(x) = \log_{1/3} x$ (decrescente).

Imagem 06: Gráfico da função crescente $t(x)$ e decrescente $u(x)$



Fonte: SOARES, 2025.

Observe que em ambas funções (exponencial e logarítmica), quando a base “a” é maior que zero ($a > 0$), a função é crescente, já quando a base está entre zero e um ($0 > a > 1$), a função é decrescente. Em ambas as funções também a base não pode ser igual a zero ou 1, pois caso fosse, para qualquer valor de x, teríamos o valor correspondente de “y” igual a 1, tornando a função constante.

Gráficos de funções Exponenciais e Logarítmicas

Para desenharmos um gráfico de uma função qualquer, precisamos montar uma tabela e atribuímos valores para “x” e depois calculamos os valores correspondentes para “y”, lembrando que nas funções exponenciais podemos utilizar quaisquer valores para a coordenada “x” já na função logarítmica só podemos utilizar valores positivos para as coordenadas de “x”. Acompanhe o procedimento para a representação das funções $g(x) = 2^x$ e $f(x) = \log_2 x$, a seguir.

Primeiramente, precisamos construir uma tabela que servirá de base para desenharmos alguns pontos que serão a nossa referência para representarmos as funções no plano cartesiano, observe as tabelas a seguir.

Tabela 2: Valores para a função g(x)

x	$g(x) = 2^x$	y	Par (x,y)	Ponto
-2	$y = 2^{-2} \Rightarrow y = (1/2)^2 \Rightarrow y = 1/4$	1/4	(-2; 1/4)	A
-1	$y = 2^{-1} \Rightarrow y = (1/2)^1 \Rightarrow y = 1/2$	1/2	(-1; 1/2)	B
0	$y = 2^0 \Rightarrow y = 1$	1	(0,1)	C
1	$y = 2^1 \Rightarrow y = 2^1 \Rightarrow y = 2$	2	(1,2)	D
2	$y = 2^2 \Rightarrow y = 2^2 \Rightarrow y = 4$	4	(2,4)	E

Fonte: (SOARES, 2024)

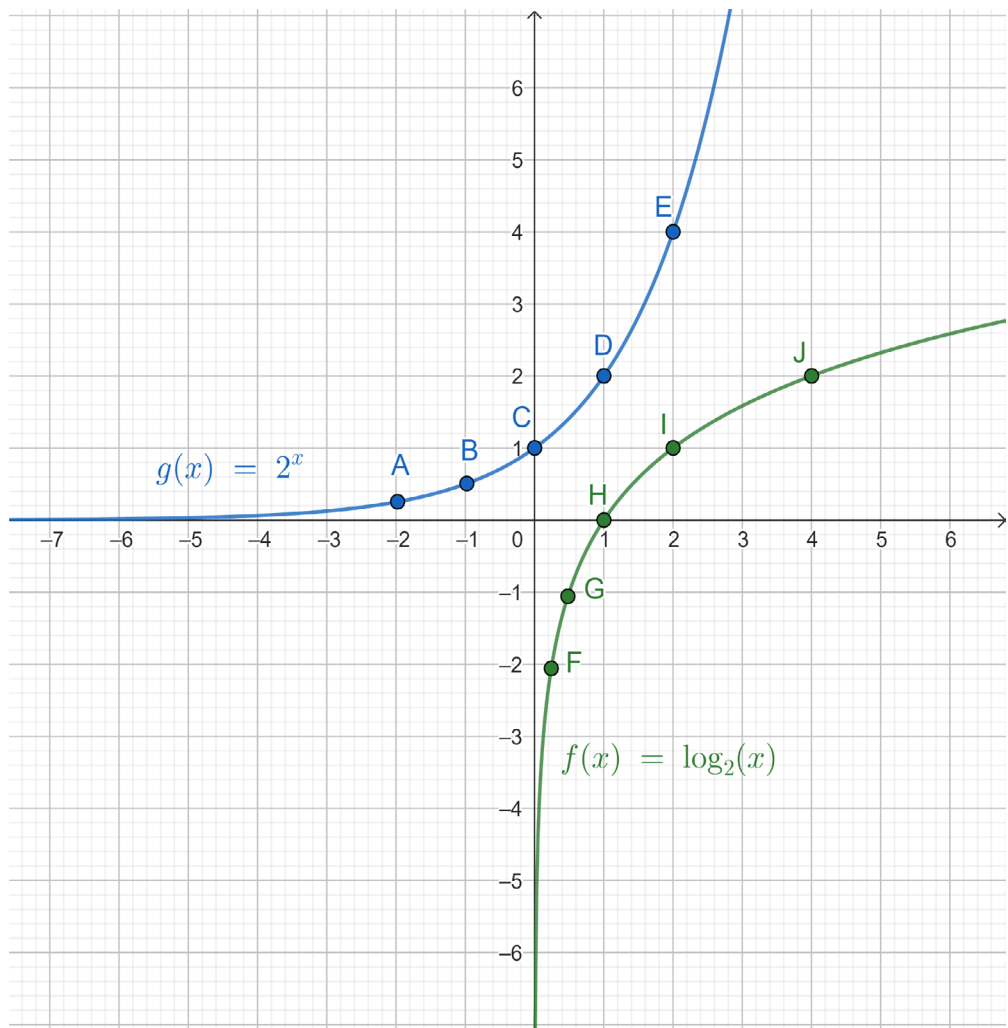
Tabela 3: Valores para a função f(x)

x	$f(x) = \log_2 x$	y	Par (x,y)	Ponto
1/4	$y = \log_2 (1/4) \Rightarrow 2^y = 1/4 \Rightarrow 2^{-2} = 1/4 \Rightarrow y = -2$	-2	(1/4; -2)	F
1/2	$y = \log_2 (1/2) \Rightarrow 2^y = 1/2 \Rightarrow 2^{-1} = 1/2 \Rightarrow y = -1$	-1	(1/2, -1)	G
1	$y = \log_2 1 \Rightarrow 2^y = 1 \Rightarrow 2^0 = 1 \Rightarrow y = 0$	0	(1,0)	H
2	$y = \log_2 2 \Rightarrow 2^y = 2 \Rightarrow 2^1 = 2 \Rightarrow y = 1$	1	(2,1)	I
4	$y = \log_2 4 \Rightarrow 2^y = 4 \Rightarrow 2^2 = 4 \Rightarrow y = 2$	2	(4,2)	J

Fonte: (SOARES, 2024)

Para desenharmos os gráficos no plano cartesiano, sem o auxílio de um programa computacional, devemos primeiramente plotar (inserir) todos os pontos obtidos nas tabelas acima e depois ligamos estes pontos, formando então parte do gráfico. Utilizando recursos computacionais basta digitarmos a função no campo correspondente e o programa já desenha o gráfico.

Imagem 7: Gráficos e pontos das funções $g(x)$ e $f(x)$



Fonte: SOARES, feito no Geogebra, 2024.

Observe os gráficos, note que as coordenadas dos gráficos $g(x)$ e $f(x)$ possuem seus valores de “x” e “y” invertidos (exemplo, pontos A e F), isso mostra que as funções são inversas. Outra característica importante, é que se fizermos a reflexão uma das duas funções em relação ao eixo da função identidade $h(x) = x$, as funções ficarão sobrepostas.

Agora que você já sabe tudo sobre as funções exponenciais e logarítmicas, é hora de praticar!

Leia e responda a atividade a seguir.

Dada as funções $g(x) = 3^x$ e $f(x) = \log_3 x$, respondam o que se pedem.

A) Complete os valores da tabela de $g(x) = 3^x$ e $f(x) = \log_3 x$ realizando os cálculos necessários e seguindo o exemplo a seguir.

Tabela 4: Valores para a função $g(x)$

x	$g(x) = 3^x$	y	Par (x,y)
-2	$y = 3^{-2} \Rightarrow y = (1/3)^2 \Rightarrow y = 1/9$	1/9	(-2; 1/9)
-1			
0			
1			
2			

Fonte: (SOARES, 2024)

Tabela 5: Valores para a função $f(x)$

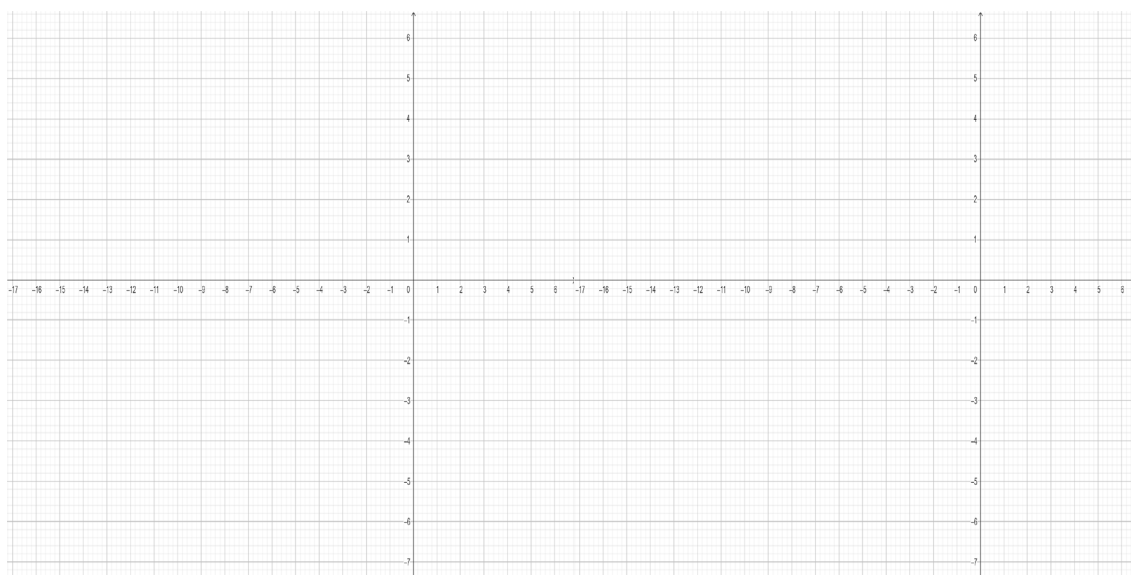
x	$f(x) = \log_3 x$	y	Par (x,y)
1/9	$y = \log_3 (1/9) \Rightarrow 3^y = 1/9 \Rightarrow 3^{-2} = 1/9 \Rightarrow y = -2$	-2	(1/9; -2)
1/2			
1			
3			
9			

Fonte: SOARES, 2024.

A) Desenhe os gráficos de ambas funções (somente se a aula não for no laboratório de informática).

OBSERVAÇÃO: Caso a aula seja no laboratório de informática, digite as funções $g(x) = 3^x$ e $f(x) = \log_3 x$, que os gráficos serão gerados automaticamente. Coloque também os pontos obtidos nas tabelas feitas no item anterior.

Imagem 8: Planos cartesianos para desenho dos gráficos de $g(x)$ e $f(x)$



Fonte: Geogebra, 2024.

- O formato das funções são parecidos?
- Qual é a principal diferença entre as funções?
- O que podemos perceber nas coordenadas (x, y) quando comparamos as tabelas e os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$?
- Na função $f(x)$, a função apresenta valores negativos para as coordenadas de "x" ?
- Quando os valores de "y" vão ficando negativos, o que acontece com o gráfico da função de $f(x)$?
- Na função $g(x)$, a função apresenta valores negativos para as coordenadas de "y"?
- Quando os valores de "x" vão ficando negativos, o que acontece com o gráfico da função de $g(x)$?

Após realizarem esta proposta de trabalho em grupo, faça uma breve discussão com os estudantes sobre os resultados obtidos, ouvindo todos os grupos, sem demonstrar quem está certo ou errado. Em seguida, corrobore para que possam comparar os resultados dos grupos, discutindo entre eles, os motivos que podem ter levado a diferença nos resultados e apresente a solução para as questões propostas, esclarecendo possíveis dúvidas.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro da realização das atividades, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante realizar uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

Para saber mais sobre as aplicações das funções Logarítmicas e Exponenciais peça aos estudantes para assistirem o vídeo a seguir.

SAIBA MAIS

Onde usamos Logaritmos? Aplicações de Funções Logarítmicas e Exponenciais.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=-QwHP-i3_gBs.



5ª AULA – TEMA: Funções exponenciais na prática.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: projetor multimídia, folhas impressas, cadernos, laboratório de informática ou sala de aula, calculadoras.

Professor(a), nesta aula vamos trabalhar com o descritor D29 (Resolver problema que envolva função exponencial.) da matriz de referência do SAEB, nelas trabalharemos as funções exponenciais e seu gráfico.

ATENÇÃO: É importante que a realização das atividades sejam feitas no laboratório de informática, caso não seja possível, os estudantes podem realizar as atividades utilizando a malha quadriculada da própria atividade.

Divida a turma em duplas, leia com eles a proposta de trabalho, esclareça possíveis dúvidas e inicie as atividades.

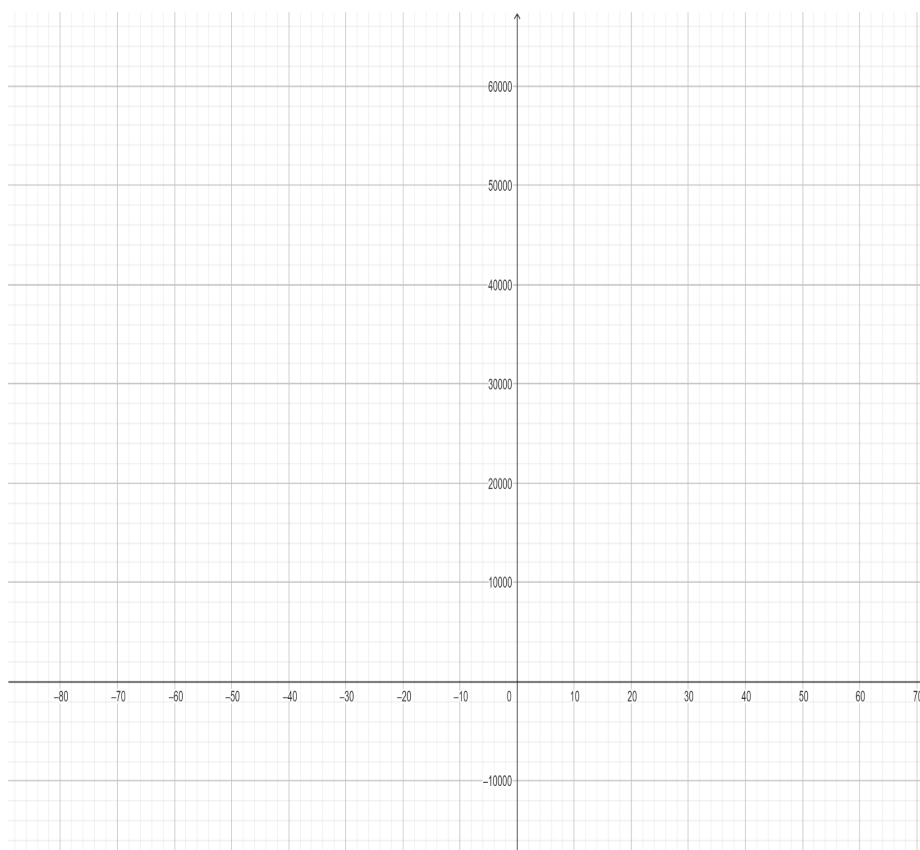
Leiam e respondam a questão a seguir.

Uma aplicação financeira (a) com rendimentos mensais é representada pela função $a(t) = 5000 \cdot 1,05^t$, com o tempo (t) em meses, variando de $[0, +\infty[$, de acordo com essa função, responda.

- Qual foi o capital (C) inicial aplicado? Justifique utilizando a fórmula de juros compostos. (lembre-se que a fórmula para o juros composto é $M = C \cdot (1 + i)^t$)
- Sobre o item anterior, o que representa o ponto do capital inicial (C) no gráfico da sua função?

- C) Qual é a taxa mensal (i) de rendimento? Justifique utilizando a fórmula de juros compostos.
- D) Essa função é crescente ou decrescente? Justifique.
- E) Qual montante (M ou $a(t)$) será obtido nessa aplicação financeira após 2 anos (24 meses)? E após 19 meses?
- F) Qual será o rendimento mensal médio obtido após 12 meses?
- G) Após quantos meses o montante aplicado atingiria o dobro do seu montante inicial?
- H) Após quantos meses o montante aplicado atingiria o triplo do seu montante inicial?
- I) Após quantos meses o montante aplicado atingiria o valor de R\$ 7.850,00?
- J) Desenhe o gráfico da função na malha quadriculada abaixo ou utilizando o software de desenho Geogebra ou outro.

Figura 9: Plano cartesiano para o esboço do gráfico



Fonte: SOARES, feito no Geogebra, 2024.

OBSERVAÇÃO: As atividades abaixo são para a realização exclusivas em laboratório de informática.

- 1) Utilizando a mesma função, altere o montante inicial para R\$ 2.000; R\$ 10.000; e outros valores. Compare as representações em cada um dos casos e observe o que está se alterando no gráfico.
- 2) Utilizando a mesma função, altere a taxa mensal de rendimento para 2%, 9% e outros valores. Compare as representações em cada um dos casos e observe o que está se alterando no gráfico.

(Dados: $\log 1,05 = 0,021189299$; $\log 2 = 0,301029995$; $\log 1,57 = 0,195899652$; $\log 3 = 0,477121254$)

Após realizar esta proposta de trabalho em grupo, faça uma breve discussão com os estudantes sobre os resultados obtidos, ouvindo todos os grupos, sem demonstrar quem está certo ou errado. Em seguida, corrobore para que possam comparar os resultados dos grupos, discutindo entre eles, os motivos que podem ter levado a diferença nos resultados e apresente a solução para as questões propostas, esclarecendo possíveis dúvidas.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro da realização das atividades, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

6ª AULA – TEMA: Comparando funções.

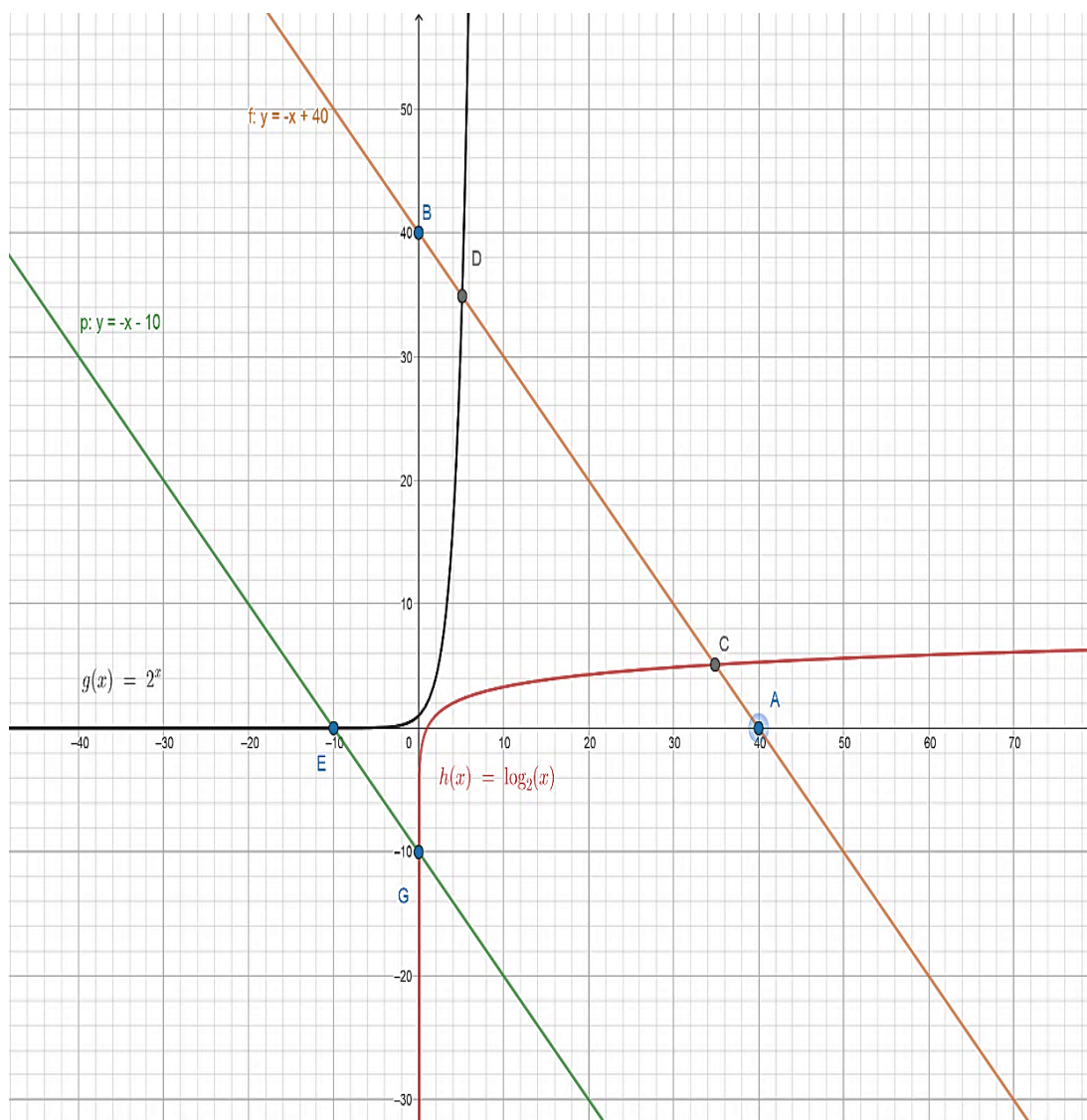
MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: projetor multimídia, folhas impressas, cadernos, laboratório de informática ou sala de aula, calculadoras.

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com os descritores D27 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.) e D28 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.) da matriz de referência do SAEB, nelas trabalharemos as funções exponenciais e logarítmicas e a construção de seus respectivos gráficos comparando-os e comprovando porque são funções inversas. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de aprendizagem colaborativa (acesse mais informações sobre esta metodologias na 3 e 4 aulas da primeira sequência didática), para isso, organize os estudantes em grupos de 3 a 4 estudantes, onde eles deverão ler o texto, compreender e discutir em grupo e depois realizar as atividades propostas ao final, como sugestão, utilize a primeira aula para uma explicação inicial e para lerem, entenderem e discutirem em grupo, e outra para resolverem as questões, realizar as correções e um debate final entre os grupos sobre o conteúdo, as atividades, suas experiências, dificuldades, facilidades e dúvidas.

Proposta de atividade

Um projetista pretende fazer uma taça utilizando a junção de algumas funções. A imagem abaixo apresenta o esboço desta taça que foi formada pela junção de 4 funções distintas. Os limites desta taça estão definidos pelas funções f , p , g e h e entre os pontos C, D, E e G. Análise este desenho, faça o que se pede.

Imagem 10: Desenho da taça com as funções



Fonte: SOARES, 2023.

- Identifique e descreva as 4 funções f , p , g e h que compõem o desenho da taça.
- Quais são os tipos de funções encontradas neste desenho? Descreva-as.
- Existe alguma semelhança entre as funções g e h ? Quais? Explique-as.
- Existe alguma semelhança entre as funções f e p ? Quais? Explique-as.
- Existe alguma semelhança entre as coordenadas dos pontos C e D ? Quais? Explique-as.
- Existe alguma semelhança entre as coordenadas dos pontos E e G ? Quais? Explique-as.
- Existem 3 tipos de transformações isométricas dentro da geometria a translação a rotação e a reflexão que podem ser aplicadas em figuras geométricas dentro do plano cartesiano, pesquise sobre estas 3 transformações e depois responda a pergunta seguinte.
- É possível que uma ou mais funções desta taça possa também ser obtida através de uma das três transformações isométricas? Quais? Cite-as mostrando qual ou quais

transformações podem ser aplicadas em cada uma delas para obter a outra.

- I) O eixo de simetria é aquele que divide a figura ao meio, de forma que uma parte é a reflexão da outra, pensando neste conceito, qual é o eixo de simetria desta taça? Qual é a função que representa este eixo?
- J) Quais conclusões o grupo pode obter em relação ao desenho da taça. Liste pelo menos 3.

Após realizarem esta proposta de trabalho em grupo, faça uma breve discussão com os estudantes sobre os resultados obtidos, ouvindo todos os grupos, sem demonstrar quem está certo ou errado. Em seguida, corrobore para que possam comparar os resultados dos grupos, discutindo entre eles, os motivos que podem ter levado a diferença nos resultados e apresente a solução para as questões propostas, esclarecendo possíveis dúvidas.

Posteriormente é possível que seja feita uma aula no laboratório de informática para que os estudantes tentem refazer esta taça utilizando as funções matemáticas e ainda outras figuras. Quando buscamos instigar o interesse do estudante ele poderá se tornar mais eficiente e produtivo.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro da realização das atividades, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

7ª AULA – TEMA: Praticando Funções Exponenciais e logarítmicas.

MATERIAIS E RECURSOS NECESSÁRIOS: projetor multimídia, folhas impressas, cadernos, calculadoras.

Professor(a), nessa aula vamos trabalhar com os descritores D27 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.), D28 (Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.) e D29 (Resolver problema que envolva função exponencial.) da matriz de referência do SAEB, nelas trabalharemos as funções exponenciais e logarítmicas e a resolução de problemas que envolvam estas funções. Vamos trabalhar com grupos de trabalho utilizando a metodologia de aprendizagem colaborativa (acesse mais informações sobre esta metodologias na 3 e 4 aulas da primeira sequência didática), para isso, organize os estudantes em grupos de até no máximo 4 estudantes, onde eles deverão ler, compreender, discutir em grupo e depois resolver as atividades propostas.

Atividades propostas

1- Leia os textos a seguir.

Texto1: Aplicações Matemáticas na Geologia: A Escala Richter

A escala Richter foi desenvolvida por Charles Richter e Beno Gutenberg, no intuito de medir a magnitude de um terremoto provocado pelo movimento das placas tectônicas.

As ondas produzidas pela liberação de energia do movimento das placas podem causar desastres de grandes proporções. Os estudos de Charles e Beno resultaram em uma escala logarítmica denominada Richter, que possui pontuação de 0 a 9 graus. (Observação: esta escala pode ultrapassar o valor de 9, porém o terremoto de maior intensidade já registrado foi o do Chile com 9,5 graus)

Para calcular a energia liberada por um terremoto, usamos a seguinte fórmula:

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log_{10} \left(\frac{E}{E_0} \right)$$

Onde:

I: intensidade do tremor ou Magnitude

E: energia liberada em kWh

E₀: 7 x 10⁻³ kWh.

Fonte: Brasil escola (adaptado), 2023

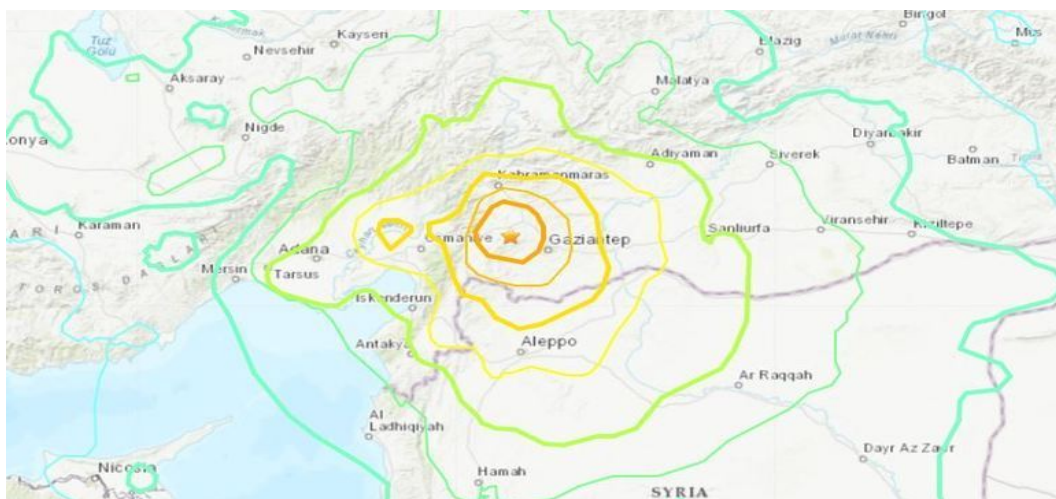
Texto 2: Terremoto na Turquia

Forte terremoto de magnitude 7,8 atinge o sudeste da Turquia

Os tremores foram registrados a 17,9 km de profundidade em Gaziantep, perto da fronteira com a Síria. Um terremoto de magnitude 7,8 na escala Richter atingiu o território da Turquia, na noite deste domingo (05/02/2023). Os tremores foram registrados a 17,9 km de profundidade, em Gaziantep, no sudeste do país, perto da fronteira com a Síria. Os abalos foram sentidos na capital, Ankara, e em outras cidades. Os aparelhos registraram um sismo inicial e, logo em seguida, mais dois terremotos na mesma região.

Fonte: R7, 2023.

Imagem 11: Tremores foram registrados em Gaziantep, no sudeste da Turquia



Fonte: R7, 2023.

Após lerem ambos os textos responda às questões a seguir:

A) Vocês entenderam como funciona a escala Richter? Discutam entre si e cheguem a uma conclusão.

B) O que a escala Richter tem a ver com logaritmos?

C) Qual fórmula é utilizada para medir a energia liberada por um terremoto.

D) Qual foi a magnitude do terremoto na Turquia? O que significa este número?

E) Calcule a quantidade de energia liberada pelo terremoto na Turquia?

F) No dia 20 de fevereiro de 2023 outro terremoto de magnitude 6,4 atingiu o sul da Turquia na província de Hatay, gerando um número de mortes e feridos muitíssimo menor que o terremoto do dia 05 de fevereiro, que teve uma magnitude de 7,8, apesar da pequena diferença numérica entre as magnitudes, as consequências entre eles foram muito diferentes? Por quê? Faça o cálculo da quantidade de energia liberada neste segundo tremor e compare com o primeiro? Porque houve esta diferença já que a diferença numérica de magnitude não foi tão grande?

2 - (ENEM - 2019) Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidade de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + \log (A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de $2000 \mu m$ e frequência de $0,2 Hz$.

Disponível em: <http://cejarj.cejarij.edu.br>. Acesso em: 1 fev 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para $\log 2$.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

A) pequeno.

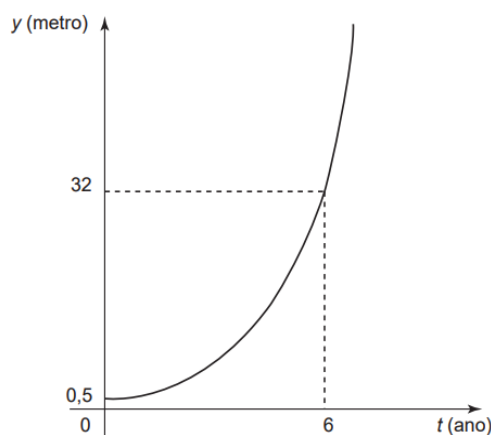
B) ligeiro.

C) moderado.

D) grande.

E) extremo.

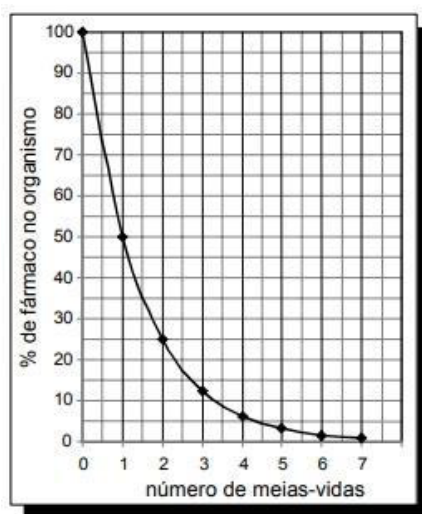
3 - (ENEM - 2016 – 2º Aplicação) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y .



Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio. O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

- A) 3.
- B) 4.
- C) 6.
- D) $\log_2 7$.
- E) $\log_2 15$.

4 - (ENEM - 2007) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.



O gráfico acima representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.

A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 h 30 min será aproximadamente de

- A) 10%.
- B) 15%.
- C) 25%.
- D) 35%.
- E) 50%

5 - (Cesgranrio) Quando a orelha humana é submetida continuamente a ruídos de nível sonoro superior a 85 dB, sofre lesões irreversíveis. Por isso, o Ministério do Trabalho estabelece o tempo máximo diário que um trabalhador pode ficar exposto a sons muito intensos. Esses dados são apresentados a seguir:

- Nível sonoro (dB); 85; tempo máximo de exposição (h); 8
- Nível sonoro (dB); 90; tempo máximo de exposição (h); 4
- Nível sonoro (dB); 95; tempo máximo de exposição (h); 2
- Nível sonoro (dB); 100; tempo máximo de exposição (h); 1

Observa-se, portanto, que a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o tempo máximo de exposição cai para a metade. Sabe-se ainda que, ao assistir a um *show de rock*, espectadores próximos às caixas de som estão expostos a um nível sonoro de 110 dB. O nível de intensidade sonora (N) é expresso em decibéis (dB) por:

$$N = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

- I = intensidade sonora fornecida pela caixa de som.
- I_0 = intensidade padrão, correspondente ao limiar da audição (para o qual $N = 0$).

Para o nível de intensidade $N = 120 \text{ dB}$, a intensidade sonora fornecida pela caixa de som deverá ser de:

- A) $10^{14} I_0$
- B) $10^{12} I_0$
- C) $1200 I_0$
- D) $120 I_0$
- E) $12 I_0$

Após realizarem estas propostas de atividade em grupo, faça uma discussão entre os grupos sobre os resultados obtidos, ouça os mesmos e de forma mediadora, tente chegar em um consenso e uma conclusão. Em seguida, comparem os resultados dos grupos, discuta com os estudantes os motivos que podem ter levado a diferença nos resultados e apresente a solução para as questões propostas. Esclareça possíveis dúvidas, caso haja, sobre os resultados das questões.

Avalie a participação individual e dos grupos dentro da realização das atividades, avalie também o desenvolvimento das habilidades socioemocionais como empatia, tomada de decisão, resiliência e criatividade, também é importante se fazer uma autoavaliação para que os estudantes consigam avaliar onde podem melhorar.

FINALIZAÇÃO

Professor, espera-se que ao final desta sequência didática, os estudantes saibam realizar atividades e solucionar problemas que envolvam as características, construção e análise de gráficos e tabelas de funções exponenciais e logarítmicas. Peça aos estudantes que façam as sequências de atividades contidas no caderno do estudante para se aperfeiçoarem sobre o tema. Pode-se ainda pedi-los que produzam um pequeno texto ou resumo de tudo que aprenderam sobre os temas abordados e onde podemos aplicar estes conhecimentos, considere também a possibilidade de realizar uma roda de conversa onde os estudantes poderão debater sobre o assunto e suas aprendizagens.

AVALIAÇÃO

Avalie a participação e empenho dos estudantes durante a realização das atividades em grupo, observe o entendimento dos estudantes em relação aos conceitos e as atividades propostas.

Avalie a proficiência dos estudantes, ao final da sequência didática, se eles foram capazes de compreender as características, construção e análise das equações e representações gráficas e apresentarem soluções de forma clara e assertiva.

Trabalhe também com o feedback coletivo e individual de modo a buscar uma redução das fragilidades encontradas pelos estudantes.

A autoavaliação dos estudantes também colabora para uma autocrítica sobre suas participações nas atividades propostas.

REFERÊNCIAS

- APRENDIZAGEM Colaborativa: saiba como aplicá-la com seus alunos. **Faz, educação & tecnologia**, [s. l.], 23 ago. 2023. Disponível em: <https://fazeducacao.com.br/aprendizagem-colaborativa/#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20aprendizagem%20colaborativa,si%20e%20com%20o%20conte%C3%BAdo>. Acesso em: 19 fev. 2025.
- BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA; Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática: Conjuntos e funções**: Ensino Médio – 1.ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP). SAEB 2001: novas perspectivas. Brasília, DF: INEP, 2002. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/saeb/2001/Miolo_Novas_Perspectivas2001.pdf. Acesso em: 30 maio 2025.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. 1ª edição - São Paulo - Editora Ática, 2005.
- FORTE terremoto de magnitude 7,8 atinge o sudeste da Turquia; Portal R7, [s. l.], 05 fev. 2023. Disponível em: https://noticias.r7.com/internacional/forte-terremoto-de-magnitude-78-atinge-o-sudeste-da-turquia-06022023?lista_especial=Terremoto-Turquia-e-S%C3%ADria. Acesso em: 24 fev. 2023.
- GIOVANNI, J.R.; Bonjorno, J.R.; Jr Giovanni, J.R. **Matemática Fundamental: 1o Grau - Volume Único** - São Paulo: FTD, 1994.
- GOUVEIA, Rosimar. Função Logarítmica (o que é, propriedades e exercícios). **Toda Matéria**, [s. l.], 2025. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/funcao-logaritmica/>. Acesso em: 29 mai. 2025.
- GEOGEBRA. Planos cartesianos para desenho dos gráficos de $g(x)$ e $f(x)$, [s. l.], 2025. Disponível em: <https://www.geogebra.org/calculator>. Acesso em: 29 mai. 2025.
- HORROR indescritível: os ataques nucleares a Hiroshima e Nagasaki. **Agência France-Presse**, [s. l.], 04 ago. 2020. Disponível em: https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/mundo/2020/08/04/interna_mundo,878275/horror-indescritivel-os-ataques-nucleares-a-hiroshima-e-nagasaki.shtml. Acesso em: 24 fev. 2023.
- LOGARITMO. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: **Wikimedia Foundation**, 2024. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Logaritmo&oldid=68920343>. Acesso em: 30 maio 2025.
- MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais: Ensino Médio**. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2023. Disponível em: <https://acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Curr%C3%ADculo%20Refer%C3%Aancia%20do%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf>. Acesso em: 30 maio 2025.
- MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagem**. 2º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. 3º bimestre. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1SMYj76XN8GGQI53bcdOa sSGtYWasH3JM/view>. Acesso em: 09 abr. 2024.
- MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Material de Apoio Pedagógico para**

Aprendizagem. 3º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. 3º bimestre. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1So0Mr-SGLNxxTQqdf6TeB4S73N_VVNYx/view. Acesso em: 09 abr. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagem.** 1º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. 4º bimestre. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1_SI4AX4rIQCRTIE5NuMZsMkbGC3LTq3I/view. Acesso em: 09 abr. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagem.** 2º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. 4º bimestre. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1a6FT9DIWLQ8xwr20SdE14RjrPZmNhBR5/view>. Acesso em: 09 abr. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagem.** 3º ano. Ensino Médio - Matemática e suas tecnologias. 4º bimestre. Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2023. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1_y85Q9m_HjQEYU6Ofw0enE_jIbDG7I_0/view. Acesso em: 09 abr. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria do Estado de Educação. **Plano de Curso: 3º Ano - Ensino Médio.** Escola de Formação e Desenvolvimento Profissional de Educadores de Minas Gerais, [s. l.], 2025. Disponível em: file:///C:/Users/Admim/Downloads/EM_3ANO_MATEM%C3%81TICA_PLANO_DE_CURSO_2025.pdf. Acesso em: 06 fev. 2025.

ONDE usamos Logaritmos? Aplicações de Funções Logarítmicas e Exponenciais, [s. l. : s. n.], 17 fev. 2022. 1 vídeo (8 min). Publicado pelo canal Reducática. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=QwHP-i3_gBs. Acesso em: 19 abr. 2024.

O QUE são Funções Exponenciais e Logarítmicas?, [s. l. : s. n.], 17 fev. 2022. 1 vídeo (5 min). Publicado pelo canal Reducática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Gg-xMSMI4VY>. Acesso em: 19 mar. 2024.

O QUE são Logaritmos?, [s. l. : s. n.], 17 fev. 2022. 1 vídeo (6 min). Publicado pelo canal Reducática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=wG1INM8PlpE>. Acesso em: 19 abr. 2024.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. Aplicações Matemáticas na Geologia: A Escala Richter. **Brasil escola**, [s. l.], 2025. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/aplicacoes-matematicas-na-geologia-escala-richter.htm>. Acesso em: 24 de fev. de 2023 (adaptado).

SOARES, Douglas Ferreira. **Desenho da taça com as funções**, Belo Horizonte, 2023. (feito com Geogebra)

SOARES, Douglas Ferreira. **Gráfico da função crescente $f(x)$ e decrescente $g(x)$** . Belo Horizonte, 2025. (feito com Geogebra)

SOARES, Douglas Ferreira. **Gráfico da função crescente $t(x)$ e decrescente $u(x)$** . Belo Horizonte, 2025. (feito com Geogebra)

SOARES, Douglas Ferreira. **Gráficos e pontos das funções $g(x)$ e $f(x)$** . Belo Horizonte, 2025. (feito com Geogebra)

SOARES, Douglas Ferreira. **Plano cartesiano para o esboço do gráfico**. Belo Horizonte, 2025. (feito com Geogebra)

SOARES, Douglas Ferreira. **Quadro de questões**, Belo Horizonte, 2024.

SOARES, Douglas Ferreira. **Tabela de pontos**, Belo Horizonte, 2023.

SOARES, Douglas Ferreira. **Valores para a função $f(x)$** , Belo Horizonte, 2023.

SOARES, Douglas Ferreira. **Valores para a função $g(x)$** , Belo Horizonte, 2023.

SOUZA, Joamir Roberto de; **Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações**. Volume 2. Ensino Médio – 1º ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

SOUZA, Joamir Roberto de.; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **#Contato Matemática**, 1º Ano. Ensino Médio – 1º ed. – São Paulo: Editora FTD, 2016.

WASHINGTON, Alexandre Duarte. **Resumo de Logaritmação**. Belo Horizonte, 2023.

WASHINGTON, Alexandre Duarte. **Resumo de Potenciação e suas propriedades (Adaptada)**. Belo Horizonte, 2023.

Avaliando juntos: Cadernos MAPA na sala de aula

Sua opinião faz a diferença!

Convidamos você, professor(a) e especialista da rede estadual de Minas Gerais, a compartilhar sua experiência com os Cadernos MAPA 2025.

Acesse o formulário de avaliação clicando no link abaixo ou utilize o QR Code e contribua com sua percepção:

Clique aqui:

https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdOOQPiyZ56X-GaHHiRdrd8gSLPz-AXOoq8OuBRWGoNCoP_KQ/viewform



Agradecemos por sua parceria!