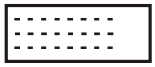
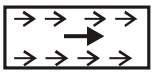
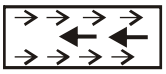
धारा तथा नाव संबंधी प्रश्न
(Questions Based on Stream & Boat)

धारा तथा नाव संबंधी प्रश्नों की प्रकृति चाल, समय, दूरी अध्याय पर आधारित होती है। अंतर यह है कि ट्रेन, रेलगाड़ी, मनुष्य, बस इत्यादि के प्रश्न जहां स्थलीय मार्गों पर चलने से संबंधित होते हैं वहीं नाव, स्टीमर तथा तैराक जलीय मार्गों पर चलते हैं। अत: इन प्रश्नों को हल करते समय जलीय मार्गों की विशेषताओं को भी ध्यान में रखा जाता है। जलीय मार्ग जैसे- नदी, समुद्र या नहर की सर्वप्रथम विशेषता यह होती है कि इसमें तीन प्रकार की गतियां होती हैं-

1. स्थिर जल में गति 

2. धारा की दिशा में गति 

3. धारा की विपरीत दिशा में गति 

अर्थात धारा की अपनी गति होती है जो इसमें तैरने वाले यंत्र की गति पर प्रभाव डालती है। यहां यह भी ध्यान रखना है कि धारा की दिशा में यंत्र के चलने पर जो प्रभाव पड़ेगा, उतना ही धारा की विपरीत दिशा में चलने पर भी पड़ता है लेकिन नकारात्मक स्वरूप में और यह पड़ने वाला प्रभाव ही धारा की गति होती है।

उदाहरण के लिए, यदि शांत जल में किसी नाव की गति 10 किमी. है, तो धारा की दिशा में इसकी गति कुछ बढ़ जाएगी और धारा की विपरीत दिशा में इसकी गति उतनी ही कम हो जाएगी, जितनी धारा की दिशा में बढ़ेगी। नाव की गति पर पड़ने वाला प्रभाव ही धारा की गति होगी। यदि धारा की दिशा में नाव की गति 10 किमी. प्रति घंटा से 2 किमी. प्रति घंटा बढ़कर 12 किमी. प्रति घंटा हो जाती है, तो धारा की विपरीत दिशा में यह गति 10 किमी. प्रति घंटा से 2 किमी. प्रति घंटा घटकर 8 किमी. प्रति घंटा हो जाएगी।

धारा के कारण गति पर पड़ने वाला प्रभाव अर्थात 2 किमी. प्रति घंटा ही धारा की गति होगी।

अत: स्पष्ट है कि यदि किसी तैराक की गति शांत जल में x किमी. प्रति घंटा तथा धारा की गति y किमी. प्रति घंटा है तो–

- धारा की दिशा में तैराक की गति = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा
- धारा की विपरीत दिशा में तैराक की गति = $(x - y)$ किमी. प्रति घंटा
- शांत जल में तैराक की गति अर्थात

$$x = \frac{\text{धारा की दिशा में गति + धारा की विपरीत गति}}{2}$$

$$= \frac{(x+y)+(x-y)}{2}$$

- धारा की गति अर्थात

$$y = \frac{\text{धारा की दिशा में गति – धारा की विपरीत गति}}{2}$$

$$= \frac{(x+y)-(x-y)}{2}$$

☞ **सदैव ध्यान दें**

- **शांत जल (Still Water)**–यदि जल में किसी प्रकार का प्रवाह नहीं है, तो इसे 'शांत जल' कहते हैं।
- **धारा (Stream)**–नदी के बहते हुए जल को 'धारा' कहते हैं।

➲ **'अनुप्रवाह' (Downstream)**– यदि नाव या तैराक धारा के प्रवाह की दिशा में जा रहा हो, तो उसे अनुप्रवाह कहा जाता है।

➲ **प्रतिकूल-प्रवाह (Upstream)**– यदि नाव या तैराक धारा की विपरीत दिशा में जा रहा हो, तो उसे 'प्रतिकूल-प्रवाह' कहते हैं।

➲ यदि शांत जल में नाव की गति x किमी./घंटा है और धारा की गति y किमी./घंटा है तो

अनुप्रवाह में नाव की गति = $(x + y)$ किमी./घंटा
धारा के विपरीत नाव की गति = $(x - y)$ किमी./घंटा

➲ यदि अनुप्रवाह की गति a किमी./घंटा है और धारा के विपरीत गति b किमी./घंटा है तब

शांत जल में नाव की गति = $\frac{1}{2}(a + b)$ किमी./घंटा

धारा की गति = $\frac{1}{2}(a - b)$ किमी./घंटा

☞ **देखें एक उदाहरणार्थ प्रश्न**

प्रश्न : एक व्यक्ति धारा की दिशा में 16 किमी. प्रति घंटा की गति से तथा धारा की विपरीत दिशा में 10 किमी. प्रति घंटा की गति से तैरता है। शांत जल में व्यक्ति की चाल तथा धारा की गति बताइए।

हल : सूत्र विधि

शांत जल में व्यक्ति की चाल = $\frac{1}{2}(10 + 16)$

$= \frac{1}{2} \times 26 = 13$ किमी. प्रति घंटा

धारा की गति = $\frac{1}{2}(16 - 10)$

$= \frac{1}{2} \times 6 = 3$ किमी. प्रति घंटा

⇒ **उत्तर**

परंपरागत विधि

मान शांत जल में व्यक्ति के तैरने की गति = x किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की गति = y किमी. प्रति घंटा

धारा की दिशा में व्यक्ति के तैरने की गति

$x + y = 16$ .....(i)

तथा धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति के तैरने की गति

$x - y = 10$ .....(ii)

समी. (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$2x = 26$

$x = \frac{26}{2} = 13$ किमी./घंटा

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

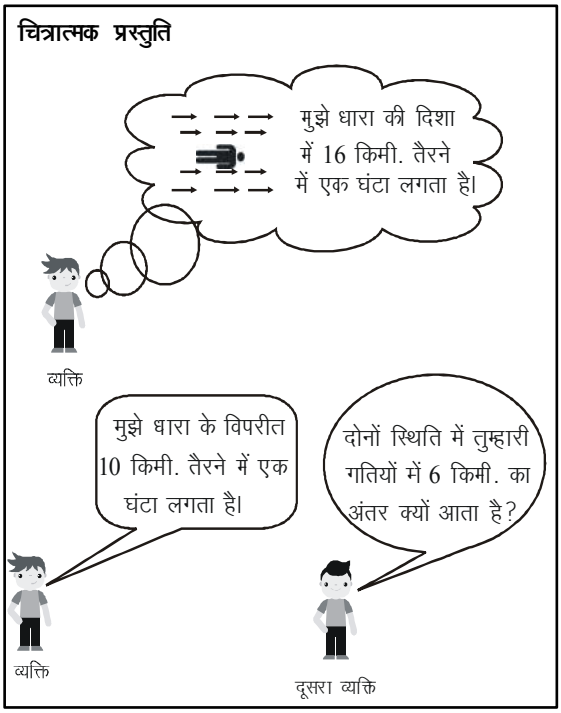
$13 + y = 16$

$y = 16 - 13 = 3$ किमी./घंटा

⇒ **उत्तर**

अतः शांत जल में व्यक्ति की चाल 13 किमी./घंटा तथा धारा की गति 3 किमी./घंटा है।

चित्रात्मक प्रस्तुति





☞ **एक परिवर्तित प्रश्न देखें**

प्रश्न : एक व्यक्ति धारा की दिशा में 30 किमी. तैरता है और धारा की विपरीत दिशा में 18 किमी. तैरता है। प्रत्येक दूरी तय करने में उसे 3 घंटे लगते हैं। धारा की गति बताएं।

हल : परंपरागत विधि

व्यक्ति धारा की दिशा में 3 घंटे में 30 किमी. तैरता है। यानी धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल

$= \frac{30}{3} = 10$ किमी. प्रति घंटा

[चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ सूत्र का प्रयोग किया गया]

तथा धारा की विपरीत दिशा में 3 घंटे में 18 किमी. तैरता है। यानी धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = $\frac{18}{3} = 6$ किमी. प्रति घंटा

[चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ सूत्र का प्रयोग किया गया]

अब सूत्र से धारा की गति

$$= \frac{\left\{\begin{array}{c}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{व्यक्ति की चाल}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{c}\text{धारा की विपरीत दिशा}\\ \text{में व्यक्ति की चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$= \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

☞ **एक और प्रश्न देखें**

प्रश्न : एक व्यक्ति शांत जल में 6 किमी. प्रति घंटा की गति से तैर सकता है। धारा की विपरीत दिशा में तैरने में उसे धारा की दिशा की तुलना में दोगुना समय लगता है। धारा की गति ज्ञात कीजिए।

हल : परंपरागत विधि

माना धारा के विपरीत मनुष्य की चाल = x किमी./घंटा तो धारा की दिशा में मनुष्य की चाल = $2x$ किमी./घंटा

शांत जल में मनुष्य की चाल = $\frac{2x+x}{2}$

$= \frac{3x}{2}$ किमी./घंटा

प्रश्नानुसार

शांत जल में मनुष्य की चाल = 6 किमी./घंटा

अर्थात $\frac{3x}{2} = 6$

$3x = 6 \times 2$

$x = 2 \times 2 = 4$ किमी./घंटा

स्पष्ट है कि धारा के विपरीत मनुष्य की गति = 4 किमी./घंटा

धारा की दिशा में मनुष्य की गति = $4 \times 2 = 8$ किमी./घंटा

अत: धारा की गति =

$$\frac{\left\{\begin{array}{c}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{मनुष्य की गति}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{c}\text{धारा की विपरीत दिशा}\\ \text{में मनुष्य की गति}\end{array}\right\}}{2}$$

$= \frac{8-4}{2} = 2$ किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



लघु विधि

धारा की दिशा में गति + धारा की विपरीत दिशा में गति = 2 × शांत जल में गति

$= 2 \times 6 = 12$ किमी./घंटा

धारा की दिशा में गति : धारा की विपरीत दिशा में गति = 2 : 1

अत: 12 को 2 : 1 में विभाजित करने पर क्रमश: गतियां 8 एवं 4 किमी./घंटा होंगी।

$\therefore$ धारा की गति

$= \frac{\text{धारा की दिशा में गति - धारा की विपरीत दिशा में गति}}{2}$

$= \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$ किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



सूक्ष्म विधि

माना धारा की गति x किमी./घंटा

तो धारा की दिशा में व्यक्ति की गति = $(x + 6)$ किमी./घंटा तथा धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की गति = $(6–x)$ किमी./घंटा

धारा की दिशा में व्यक्ति की गति, धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की गति का दोगुनी है,

अर्थात $(x + 6) = 2(6 – x)$

$x + 6 = 12 – 2x$

$x + 2x = 12 – 6$

$3x = 6$

$x = 2$ किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: धारा की गति 2 किमी./घंटा है।

सिद्धांत-एक व्यक्ति शांत जल में x किमी. प्रति घंटा की गति से तैरता है। यदि y किमी. प्रति घंटा की गति से बह रही धारा में वह किसी स्थान तक आने-जाने में z घंटे समय लेता है तो स्थान की दूरी ज्ञात करने का सूत्र है-

$$\frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$



हल : मान लीजिए दूरी = A किमी.

धारा की दिशा में गति = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा धारा की विपरीत दिशा में गति = $(x – y)$ किमी. प्रति घंटा तब दोनों तरफ जाने में लगा समय =

$$\frac{A}{x-y} + \frac{A}{x+y} = z$$

$$\frac{A(x+y) + A(x-y)}{(x-y)(x+y)} = z$$

$$\frac{2Ax}{x^2 - y^2} = z$$

[$(x – y)\ (x + y) = x^2 – y^2$ सूत्र का प्रयोग किया गया]

$$2Ax = z(x^2 - y^2)$$

$$A = \frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$

☞ **इसी सिद्धांत पर आधारित एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**



प्रश्न : एक नाविक का शांत जल में वेग 7 किमी. प्रति घंटा है। धारा का वेग 3 किमी. प्रति घंटा है। यदि किसी स्थान P से Q तक जाने में तथा वापस लौटने में उसे 7 घंटे लगते हैं, तो P से Q तक की दूरी ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना P से Q की दूरी = x किमी.

धारा की दिशा में नाविक की चाल

= 7 + 3 = 10 किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में नाविक की चाल

= 7 – 3 = 4 किमी. प्रति घंटा

तब लगा कुल समय = $\frac{x}{10}+\frac{x}{4}$ =7 घंटा

$$\frac{2x+5x}{20}=7$$

$$\frac{7x}{20}=7$$

x = 20 किमी. ⇒ **उत्तर**



सूत्र विधि

दोनों स्थानों के बीच दूरी = $\frac{Z(x^2-y^2)}{2x}$

यहां z (आने-जाने का समय) = 7

x (शांत जल में चाल) = 7

y (धारा की चाल) = 3 है

अत: P से Q की दूरी = $\frac{7(7^2-3^2)}{2\times 7}$

$$=\frac{(7+3)(7-3)}{2}$$

$$=\frac{10\times 4}{2}=20 \text{ किमी.} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



औसत समझ पर

धारा की दिशा में नाविक की चाल

= 7 + 3 = 10 किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में नाविक की चाल

= 7 – 3 = 4 किमी. प्रति घंटा

औसत चाल = $\frac{2\times 10\times 4}{10+4}$

$$=\frac{2\times 10\times 4}{14}=\frac{40}{7} \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

कुल दूरी = औसत चाल × समय

$$=\frac{40}{7}\times 7 = 40 \text{ किमी.}$$

∴ एक तरफ की दूरी (PQ) = $\frac{40}{2}$ = 20 किमी.

⇒ **उत्तर**

☞ **एक और प्रश्न देखें**



प्रश्न : एक व्यक्ति शांत जल में 6 किमी. प्रति घंटा की गति से तैर सकता है। जब नदी 1.2 किमी. प्रति घंटे की गति से बह रही हो, तो उसे नदी के एक छोर से दूसरे छोर तक आने-जाने में 1 घंटे लगते हैं। नदी की चौड़ाई कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

धारा की दिशा में गति = 6 + 1.2

= 7.2 किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में गति = 6 – 1.2

= 4.8 किमी. प्रति घंटा

माना नदी की चौड़ाई = x किमी. है।

कुल लगा समय = 1 घंटा

अर्थात $\frac{x}{7.2}+\frac{x}{4.8}=1$

[समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ सूत्र का प्रयोग किया गया है]

$$\frac{4.8\times x+x\times 7.2}{4.8\times 7.2}=1$$

$$12.0\,x=4.8\times 7.2$$

$$x=\frac{4.8\times 7.2}{12}$$

= 2.88 किमी. ⇒ **उत्तर**

अत: नदी की चौड़ाई 2.88 किमी. है।



सूत्र विधि

दूरी (नदी की चौड़ाई) $= \frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$

$= \frac{1(6^2 - 1.2^2)}{2 \times 6}$

$= \frac{36 - 1.44}{2 \times 6}$

$= \frac{36}{12} - \frac{1.44}{12}$

$= 3 - .12 = 2.88$ किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**



औसत समझ पर

धारा की दिशा में गति = 6 + 1.2 = 7.2 किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में गति = 6 – 1.2

= 4.8 किमी. प्रति घंटा

औसत गति $= \frac{2 \times 7.2 \times 2.8}{7.2 + 4.8}$

$= \frac{2 \times 7.2 \times 4.8}{12}$

दूरी (नदी की चौड़ाई) = चाल × समय

(आने-जाने में लगा समय = 1 घंटा)

$= \frac{2 \times 7.2 \times 4.8}{12} \times 1$

= 2.88 किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**

☞ **एक और प्रश्न देखें जिसमें दूरी न पूछकर शांत जल में चाल पूछी गई है।**



प्रश्न : एक मोटरबोट 10 किमी. पानी के बहाव की दिशा में जाने में तथा प्रारंभिक बिंदु तक वापस आने में 55 मिनट का समय लेती है। यदि धारा का वेग 2 किमी. प्रति घंटा हो, तो शांत जल में मोटर बोट की चाल ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना मोटरबोट की शांत जल में चाल = x किमी. प्रति घंटा

धारा की दिशा में चाल = $(x + 2)$ किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में चाल = $(x - 2)$ किमी. प्रति घंटा

पानी के बहाव की दिशा में 10 किमी. जाने में लगा समय

$= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{10}{x+2}$

तथा पानी के बहाव की विपरीत दिशा में 10 किमी. वापस आने में लगा समय $= \frac{10}{x-2}$

प्रश्नानुसार मोटरबोट द्वारा 10 किमी. जाने एवं वापस आने में लगा समय = 55 मिनट या $\frac{55}{60}$ घंटा

अर्थात

$$\frac{10}{x+2} + \frac{10}{x-2} = \frac{55}{60}$$

$$\frac{10x - 20 + 10x + 20}{x^2 - 2^2} = \frac{55}{60}$$

$$\frac{20x}{x^2 \pm 4} = \frac{55}{60}$$

$$55x^2 - 220 = 1200x$$

$$11x^2 - 44 - 240x = 0$$

$$11x^2 - 240x - 44 = 0$$

श्रीधराचार्य सूत्र से

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-240) + \sqrt{(-240)^2 - 4 \times 11 \times (-44)}}{2 \times 11}$$

$$= \frac{240 + \sqrt{57600 + 1936}}{22}$$

$$= \frac{240 + \sqrt{59536}}{22}$$

$$= \frac{240+244}{22} = \frac{284}{22}$$

$x = 22 \Rightarrow$ **उत्तर**

अत: मोटरबोट की शांत जल में चाल 22 किमी./घंटा है।



सूत्र विधि

$$\text{दूरी} = \frac{[\text{आने-जाने में लगा समय} \times \{(\text{शांत जल में चाल})^2 - (\text{धारा की चाल})^2\}]}{2 \times \text{शांत जल में चाल}}$$

या $\frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$

माना शांत जल में मोटरबोट की चाल x किमी./घंटा है।

$$10 = \frac{\frac{55}{60} \times (x^2 - 2^2)}{2 \times x}$$

$$10 = \frac{55(x^2 - 2^2)}{60 \times 2 \times x}$$

$$1200\, x = 55\,(x^2 - 4)$$

$$11x^2 - 240x - 44 = 0$$

$$\therefore (x - 22)(11x + 2) = 0$$

ऋणात्मक मान को छोड़ देने पर

$$x - 22 = 0$$

$x = 22$ किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

☞ **एक और प्रश्न देखें**



प्रश्न : एक नाव 30 किमी., बहाव के विपरीत तथा 44 किमी., बहाव के अनुकूल 10 घंटे में जाती है। यह नाव 40 किमी. बहाव के विपरीत तथा 55 किमी. बहाव के अनुकूल 13 घंटे में जाती है। शांत जल में नाव का वेग तथा नदी की चाल ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना बहाव के अनुकूल नाव की गति = x किमी. प्रति घंटा तथा

बहाव के प्रतिकूल नाव की गति = y किमी. प्रति घंटा

तब

$$\frac{44}{x} + \frac{30}{y} = 10$$

तथा $\frac{55}{x} + \frac{40}{y} = 13$

या $44m + 30n = 10 \ldots\ldots\ldots\ldots$(i)

$55m + 40n = 13 \ldots\ldots\ldots\ldots$(ii)

(जहां $m = \frac{1}{x}$ एवं $n = \frac{1}{y}$)

दोनों समीकरणों (i) एवं (ii) को हल करने पर

$m = \frac{1}{11}$ तथा $n = \frac{1}{5}$

$\therefore x = 11$ तथा $y = 5$

अत: शांत जल में नाव का वेग = $\frac{1}{2}(11+5)$

$= \frac{1}{2} \times 16 = 8$ किमी. प्रति घंटा

तथा नदी की चाल = $\frac{1}{2}(11-5)$

$= \frac{1}{2} \times 6 = 3$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



वस्तुनिष्ठ विधि (गुणा-विधि)

दी गई सूचनाओं को निम्नानुसार व्यवस्थित करने पर

धारा के विपरीत	धारा की दिशा	समय
30	44	10
40	55	13

धारा की विपरीत दिशा में गति

$$= \frac{30 \times 55 - 40 \times 44}{55 \times 10 - 44 \times 13}$$

$$= \frac{11(150-160)}{11(50-52)} = \frac{-10}{-2} = 5 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

धारा की दिशा में गति

$$= \frac{30\times55-44\times40}{30\times13-40\times10}$$

$$= \frac{10(165-176)}{10(39-40)} = \frac{-11}{-1} = 11 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

$\therefore$ शांत जल में नाव की चाल $= \frac{11+5}{2} = \frac{16}{2}$

= 8 किमी. प्रति घंटा

तथा नदी की चाल $= \frac{11-5}{2} = \frac{6}{2}$

= 3 किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

नोट : उपर्युक्त दोनों सूत्रों के हरों में क्या अंतर है? समझें।

- धारा की विपरीत दिशा के संदर्भ में हम धारा की दिशा में गति एवं समय के मानों का प्रयोग करते हैं जबकि धारा की दिशा के संदर्भ में हम धारा की विपरीत दिशा में चाल तथा समय के मानों का प्रयोग करते हैं।
- और दोनों सूत्रों में अंश एक जैसे होते हैं।

सिद्धांत-कोई व्यक्ति धारा की दिशा की ओर स्थान A से B तक x घंटे में पहुंचता है तथा y घंटे में वापस लौट आता है। यदि धारा की गति z किमी. प्रति घंटा हो, तो शांत जल में व्यक्ति की चाल ज्ञात करने का सूत्र है-

$$\frac{z(x+y)}{(y-x)} \text{ किमी./घंटा}$$



हल : मान लीजिए कि शांत जल में व्यक्ति की चाल = u किमी. प्रति घंटा

तब धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = शांत जल में व्यक्ति की चाल – धारा की गति

= (u–z) किमी./घंटा

तथा धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल = शांत जल में व्यक्ति की चाल + धारा की गति

= (u + z) किमी. प्रति घंटा

स्पष्ट है, धारा की विपरीत दिशा एवं धारा की दिशा में तय की गई दूरियां बराबर हैं।

दूरी = चाल × समय

$\therefore x(u+z) = y(u-z)$

$xu + xz = yu - yz$

$xz + yz = yu - xu$

$z(x+y) = u(y-x)$

$$u = \frac{z(x+y)}{(y-x)}$$

☞ **इसी सिद्धांत पर आधारित एक उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**



प्रश्न : एक व्यक्ति धारा की दिशा में कोई दूरी 6 घंटे में तय करता है तथा उसे उतनी ही दूरी वापस लौटने में 9 घंटे लग जाते हैं। यदि धारा की गति 3 किमी. प्रति घंटा हो, तो शांत जल में व्यक्ति की गति क्या है?



हल : परंपरागत विधि

माना शांत जल में व्यक्ति की चाल = x किमी. प्रति घंटा

तब धारा की दिशा में व्यक्ति की चाल = $(x+3)$ किमी./घंटा तथा

धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की चाल = $(x-3)$ किमी./घंटा

धारा की दिशा में 6 घंटे में चली गई दूरी तथा धारा की विपरीत दिशा में 9 घंटे में चली गई दूरी बराबर है।

$\therefore 6(x+3) = 9(x-3)$

$6x + 18 = 9x - 27$

$9x - 6x = 27 + 18$

$3x = 45$

$$x = \frac{45}{3} = 15 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

अत: शांत जल में व्यक्ति की चाल 15 किमी. प्रति घंटा है।

सूत्र विधि

$$\text{व्यक्ति की चाल} = \frac{\text{धारा की गति} \times (\text{दोनों समयों का योग})}{\text{दोनों समयों का अंतर}}$$

$$= \frac{3\times(9+6)}{9-6}$$

$$= \frac{3\times15}{3} = 15 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

उदाहरणार्थ प्रश्न

प्रश्न 1. एक नाविक स्थिर जल में 9 किमी. प्रति घंटा की चाल से नाव चला सकता है। यदि नदी का जल-प्रवाह 4 किमी. प्रति घंटा हो, तो जल-प्रवाह की दिशा में नाविक की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : **सूत्र विधि**

जल-प्रवाह की दिशा में नाविक की चाल

= स्थिर जल में नाविक की चाल + जल-प्रवाह की चाल

= 9 + 4 = 13 किमी. प्रति घंटा

प्रश्न 2. एक नदी की धारा 3 किमी. प्रति घंटा है तथा एक नाविक शांत जल में 6 किमी. प्रति घंटा की चाल से नाव ले जा सकता है। नाविक को धारा के साथ 18 किमी. जाने में कितना समय लगेगा?

हल : सूत्र विधि

धारा की दिशा में नाविक की चाल

= स्थिर जल में नाविक की चाल + धारा की चाल

= 6 + 3 = 9 किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ नाविक को धारा की दिशा में 18 किमी. जाने में लगा समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$$= \frac{18}{9} = 2 \text{ घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

प्रश्न 3. धारा का प्रवाह 3 किमी. प्रति घंटा है तथा एक नाव स्थिर जल में 7 किमी. प्रति घंटा चलती है। धारा के प्रवाह के विपरीत नाव की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : सूत्र विधि

धारा-प्रवाह के विपरीत नाव की चाल = शांत जल में नाव की चाल – धारा-प्रवाह की चाल

= 7 – 3 = 4 किमी. प्रति घंटा

प्रश्न 4. एक नदी 2 किमी. प्रति घंटा की चाल से बह रही है। एक तैराक स्थिर जल में 10 किमी. प्रति घंटा की चाल से तैर सकता है। वह नदी की धारा की विपरीत दिशा में 24 किमी. कितने समय में तैर लेगा?

हल : **सूत्र विधि**

नदी की धारा के विपरीत तैराक की चाल = शांत जल में तैराक की चाल – धारा-प्रवाह

= 10 – 2 = 8 किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ धारा की विपरीत दिशा में 24 किमी. जाने में लगा समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$$= \frac{24}{8} = 3 \text{ घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

प्रश्न 5. एक स्टीमर धारा की विपरीत दिशा में 4 घंटे में 96 किमी. जाती है। यदि धारा की गति 6 किमी. प्रति घंटा है, तो शांत जल में स्टीमर की गति ज्ञात कीजिए।

हल : **सूत्र विधि**

माना शांत जल में स्टीमर की गति x किमी. प्रति घंटा है।

तब धारा के विपरीत स्टीमर की गति = $(x-6)$ किमी. प्रति घंटा

स्टीमर धारा की विपरीत दिशा में 4 घंटे में 96 किमी.

जाती है। यानी धारा के विपरीत स्टीमर की गति = $\frac{96}{4}$

= 24 किमी. प्रति घंटा

स्पष्ट है $x - 6 = 24$

$x = 24 + 6 = 30$ किमी. प्रति घंटा

$\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: शांत जल में स्टीमर की गति 30 किमी. प्रति घंटा है।



प्रश्न 6. एक तैराक की धारा की दिशा में चाल 8 किमी. प्रति घंटा है तथा धारा की विपरीत दिशा में चाल 6 किमी. प्रति घंटा है। शांत जल में तैराक की चाल तथा धारा का वेग ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना शांत जल में तैराक की चाल = x किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल = y किमी. प्रति घंटा

धारा की दिशा में तैराक की चाल

$x + y = 8$ किमी. प्रति घंटा .....(i)

तथा धारा के विपरीत दिशा में तैराक की चाल

$x - y = 6$ किमी. प्रति घंटा .....(ii)

समीकरण (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$2x = 14$

$x = \frac{14}{2} = 7$ किमी. प्रति घंटा

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$7 + y = 8$

$y = 8 - 7 = 1$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: शांत जल में तैराक की चाल 7 किमी. प्रति घंटा तथा धारा का वेग 1 किमी. प्रति घंटा है।



सूत्र विधि

शांत जल में तैराक की चाल

$$= \frac{\left\{\begin{array}{c}\text{तैराक की धारा की}\\ \text{दिशा में चाल}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{तैराक की धारा की}\\ \text{विपरीत दिशा में चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$$= \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

तथा धारा की गति

$$= \frac{\left\{\begin{array}{c}\text{तैराक की धारा की}\\ \text{दिशा में चाल}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{c}\text{तैराक की धारा की}\\ \text{विपरीत दिशा में चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$= \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} = 1$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: शांत जल में तैराक की चाल 7 किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल 1 किमी. प्रति घंटा है।



प्रश्न 7. एक नाविक जल-प्रवाह के साथ 80 किमी. 4 घंटे में जाता है और 5 घंटे में वापस आता है। शांत जल में नाविक की चाल तथा जल-प्रवाह की चाल ज्ञात कीजिए।



हल : सूत्र विधि

जल-प्रवाह के अनुकूल नाविक की चाल

$= \frac{80}{4} = 20$ किमी. प्रति घंटा

तथा जल-प्रवाह के प्रतिकूल नाविक की चाल

$= \frac{80}{5} = 16$ किमी. प्रति घंटा

शांत जल में नाविक की चाल

$$= \frac{\text{अनुकूल चाल} + \text{प्रतिकूल चाल}}{2}$$

$= \frac{20+16}{2} = \frac{36}{2}$

= 18 किमी. प्रति घंटा

और जल-प्रवाह की चाल

$$= \frac{\text{अनुकूल चाल} - \text{प्रतिकूल चाल}}{2}$$

$$= \frac{20-16}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



प्रश्न 8. एक नाविक शांत जल में 9 किमी. प्रति घंटा की रफ्तार से नाव चला सकता है। यदि धारा की गति 3 किमी. प्रति घंटा हो, तो उसे गंतव्य तक पहुंचकर वापस लौटने में 4.5 घंटे लग जाते हैं। गंतव्य कितनी दूर स्थित है?



हल : परंपरागत विधि

माना दूरी x किमी. है।

धारा की दिशा में नाविक की चाल

$= 9 + 3 = 12$ किमी. प्रति घंटा तथा

धारा की विपरीत दिशा में नाविक की चाल

$= 9 - 3 = 6$ किमी. प्रति घंटा

तब लगा कुल समय = 4.5 घंटा

अर्थात $\frac{x}{12} + \frac{x}{6} = 4.5$ घंटा

$$\frac{x+2x}{12} = 4\frac{1}{2}$$

$$\frac{3x}{12} = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{12 \times 9}{3 \times 2} = 18 \text{ किमी.} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



सूत्र विधि

$$\text{दूरी} = \frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$

जहां z = आने-जाने का समय = 4.5 घंटा

x = शांत जल में नाविक की चाल = 9 किमी. प्रति घंटा

y = धारा की चाल = 3 किमी. प्रति घंटा

अत: दूरी $= \frac{4.5 \times (9^2 - 3^2)}{2 \times 9}$

$$= \frac{(9+3)(9-3)}{4}$$

$$= \frac{12 \times 6}{4} = 3 \times 6$$

$= 18$ किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**



औसत समझ पर

धारा की दिशा में नाविक की चाल

$= 9 + 3 = 12$ किमी. प्रति घंटा

धारा की विपरीत दिशा में नाविक की चाल

$= 9 - 3 = 6$ किमी. प्रति घंटा

औसत चाल $= \frac{2 \times 12 \times 6}{12 + 6}$

$$= \frac{2 \times 12 \times 6}{18} = 8 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

$\therefore$ आने-जाने में तय की गई कुल दूरी

= औसत चाल $\times$ समय

$= 8 \times 4.5 = 36$ किमी.

अत: एक तरफ की दूरी अर्थात गंतव्य स्थान से दूरी = $\frac{36}{2} = 18$ किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**



प्रश्न 9. एक नाव नदी की धारा के विरुद्ध 9 किमी. प्रति घंटा और धारा की दिशा में 12 किमी. प्रति घंटा की चाल से चलती है। नाव एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाने और पुन: दूसरे स्थान से पहले स्थान पर वापस आने में 4 घंटा 12 मिनट का समय लेती है। दोनों स्थानों के बीच की दूरी बताइए।

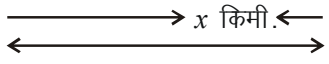


हल : परंपरागत विधि

धारा के विरुद्ध नाव की चाल = 9 किमी. प्रति घंटा

धारा की दिशा में नाव की चाल = 12 किमी. प्रति घंटा

माना एक स्थान से दूसरे स्थान के बीच की दूरी x किमी. है।



पहले स्थान से दूसरे स्थान तक जाने में नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{x}{9}$

[क्योंकि नाव धारा के विरुद्ध एक स्थान से दूसरे स्थान तक 9 किमी. प्रति घंटा की चाल से जाती है] पुनः दूसरे स्थान से पहले स्थान तक वापस आने में नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{x}{12}$ घंटा

[क्योंकि नाव धारा की दिशा में 12 किमी. प्रति घंटा की चाल से वापस आती है]

जाने का समय + आने का समय = 4 घंटा 12 मिनट

$$\frac{x}{9}+\frac{x}{12}=4\frac{12}{60} \text{ घंटा}$$

[12 मिनट को घंटा में बदलने के लिए 60 से भाग दिया गया है]

$$\frac{4x+3x}{36}=4\frac{1}{5}$$

$$\frac{7x}{36}=\frac{21}{5}$$

$$x=\frac{21\times 36}{7\times 5}=\frac{108}{5}=21.6 \text{ किमी.}$$

$\Rightarrow$ **उत्तर**

अतः दोनों स्थानों के बीच की दूरी 21.6 किमी. है।



सूत्र विधि

दोनों स्थानों के बीच की दूरी $= \frac{z(x^2-y^2)}{2x}$

यहां $z =$ आने-जाने में लगा समय

$x =$ शांत जल में नाविक की चाल

$y =$ धारा की चाल

शांत जल में नाविक की चाल (x) =

$$\frac{\text{धारा के अनुकूल नाविक की चाल} + \text{धारा के प्रतिकूल नाविक की चाल}}{2}$$

$$= \frac{12+9}{2}=\frac{21}{2} \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

तथा धारा की चाल (y) =

$$\frac{\text{धारा के अनुकूल नाविक की चाल} - \text{धारा के प्रतिकूल नाविक की चाल}}{2}$$

$$= \frac{12-9}{2}=\frac{3}{2} \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

अतः दोनों स्थानों के बीच दूरी

$$=\frac{\frac{21}{5}\left[\left(\frac{21}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]}{2\times\frac{21}{2}}$$

[z= 4 घंटा 12 मिनट $= 4\frac{12}{60}=4\frac{1}{5}=\frac{21}{5}$]

$$=\frac{\frac{21}{5}\left(\frac{21}{2}+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{21}{2}-\frac{3}{2}\right)}{2\times\frac{21}{2}}$$

[सूत्र $A^2 - B^2 = (A + B) (A–B)$ का प्रयोग किया गया]

$$=\frac{\frac{21}{5}\left[\left(\frac{24}{2}\right)\left(\frac{18}{2}\right)\right]}{21}$$

$$= \frac{12\times 9}{5}=\frac{108}{5}=21.6 \text{ किमी.} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



अंकगणितीय विधि

माना दूरी = 36 किमी.

(9 और 12 के ल.स.प. के बराबर दूरी मानी गयी)

9 किमी./घंटा की गति से जाने में लगा समय

$$= \frac{36}{9} = 4 \text{ घंटा}$$

12 किमी./घंटा की गति से आने में लगा समय

$$= \frac{36}{12} = 3 \text{ घंटा}$$

$\because$ कुल 7 घंटा $(4+3)$ समय लगाने पर दूरी = 36 किमी

$\therefore$ कुल 4 घटा 12 मिनट समय लगने पर दूरी

$$= \frac{4\frac{1}{5}}{7} \times 36 = \frac{21}{5 \times 7} \times 36 = 21.6 \text{ किमी.}$$



प्रश्न 10. एक नाव नदी की धारा के साथ 24 किमी. नीचे जाकर 28 किमी. ऊपर आने में 9 घंटे लेती है। नाव धारा के साथ 36 किमी. जाने में तथा 40 किमी. वापस आने में 13 घंटे लेती है। नाव और नदी की चाल ज्ञात कीजिए।



हल : परंपरागत विधि

माना शांत जल में नाव की चाल x किमी. प्रति घंटा और नदी की चाल y किमी. प्रति घंटा है।

$\therefore$ नदी की धारा के साथ नाव की चाल = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा

और नदी की धारा के विपरीत नाव की चाल = $(x - y)$ किमी. प्रति घंटा

अब धारा के साथ 24 किमी. नीचे जाने में लगा

$$\text{समय} = \frac{24}{x+y} \text{ घंटा}$$

तथा धारा के विपरीत 28 किमी. ऊपर आने में

$$\text{लगा समय} = \frac{28}{x-y} \text{ घंटा}$$

$\therefore$ प्रश्नानुसार

$$\frac{24}{x+y} + \frac{28}{x-y} = 9 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

[क्योंकि नाव 24 किमी. नीचे जाकर 28 किमी. ऊपर आने में 9 घंटे का समय लेती है]

इस प्रकार धारा के साथ 36 किमी. जाने में लगा

$$\text{समय} = \frac{36}{x+y} \text{ घंटा}$$

तथा धारा के विपरीत 40 किमी. वापस आने में

$$\text{लगा समय} = \frac{40}{x-y} \text{ घंटा}$$

$\therefore$ प्रश्नानुसार

$$\frac{36}{x+y} + \frac{40}{x-y} = 13 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

अब समीकरण (i) में 3 से और समीकरण (ii) में 2 से गुणा करने पर

$$\frac{72}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 27 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iii)}$$

$$\frac{72}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 26 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(iv)}$$

समीकरण (iii) में से समी. (iv) को घटाने पर

$$\frac{84-80}{x-y} = (27-26)$$

$$x - y = 4 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(v)}$$

समीकरण (i) में $x - y = 4$ रखने पर

$$\frac{24}{x+y} + \frac{28}{4} = 9$$

$$\frac{24}{x+y} = 9 - 7 = 2$$

$x + y = \frac{24}{2} = 12$ ..... (vi)

समीकरण (v) + समीकरण (vi) से

$2x = 16$

$x = \frac{16}{2} = 8$ किमी. प्रति घंटा

समीकरण (vi) में $x = 8$ रखने पर

$8 + y = 12$

$y = 12 - 8 = 4$ किमी. प्रति घंटा

अत: नाव की चाल = 8 किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल = 4 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



प्रश्न 11. एक व्यक्ति धारा की दिशा में कोई दूरी 4 घंटे में तय करता है तथा उसे उतनी ही दूरी वापस लौटने में 8 घंटे लग जाते हैं। यदि धारा की गति 2 किमी. प्रति घंटा हो, तो शांत जल में व्यक्ति की गति क्या है?



हल : परंपरागत विधि

माना शांत जल में व्यक्ति की गति = x किमी. प्रति घंटा

तब धारा की दिशा में व्यक्ति की गति = $(x + 2)$ किमी./घंटा

तथा धारा की विपरीत दिशा में व्यक्ति की गति = $(x-2)$ किमी./घंटा धारा की दिशा में 4 घंटे में चली गई दूरी तथा धारा की विपरीत दिशा में 8 घंटे में चली गई दूरी बराबर हैं, अर्थात

$4(x+2) = 8(x-2)$

$4x + 8 = 8x - 16$

$8x - 4x = 8 + 16$

$4x = 24$

$x = 6$ किमी./घंटा ⇒ **उत्तर**

अत: शांत जल में व्यक्ति की गति 6 किमी. प्रति घंटा है।



सूत्र विधि

$$\frac{\text{शांत जल में व्यक्ति की गति}}{\text{धारा की गति}} = \frac{\text{दोनों समयों का योग}}{\text{दोनों समयों का अंतर}}$$

[यहां दोनों समय = जाने और वापस आने का समय है]

$$\frac{\text{शांत जल में व्यक्ति की गति}}{2} = \frac{(4+8)}{(8-4)}$$

∴ शांत जल में व्यक्ति की गति = $\frac{2 \times 12}{4} = 6$ किमी./घंटा

⇒ **उत्तर**



प्रश्न 12. एक नाव की शांत जल में चाल 10 किमी. प्रति घंटा है। उसे कुछ दूरी तक जाकर वापस आने में कुल 2 घंटे 45 मिनट लगते हैं। यदि नदी की धारा की चाल 2 किमी. प्रति घंटा है, तो नाव द्वारा तय की गई यात्रा कितनी है?



हल : परंपरागत विधि

नाव की शांत जल में चाल = 10 किमी. प्रति घंटा

नदी की धारा की चाल = 2 किमी. प्रति घंटा

∴ नदी की धारा के विपरीत दिशा में नाव की चाल = 10 – 2

= 8 किमी. प्रति घंटा

और नदी की धारा के दिशा में नाव की चाल

= 10 + 2 = 12 किमी. प्रति घंटा

माना नाव यात्रा के दौरान x किमी. जाकर पुन: वापस आती है।

∴ यात्रा में चली गई कुल दूरी = $2x$ किमी.

अब नदी के अनुकूल यात्रा करने में लगा समय

$$= \frac{x}{\text{नदी की धारा के अनुकूल नाव की चाल}}$$

$= \frac{x}{12}$ घंटा

नदी के प्रतिकूल यात्रा करने में लगा समय

$$= \frac{x}{\text{नदी के प्रतिकूल नाव की चाल}}$$

$= \frac{x}{8}$ घंटा

∴ पूरी यात्रा में अर्थात आने-जाने मे लगा कुल समय =

$\frac{x}{12} + \frac{x}{8}$

$= \frac{2x + 3x}{24} = \frac{5x}{24}$ घंटा

परंतु पूरी यात्रा में लगा समय = 2 घंटा 45 मिनट

$= 2$ घंटा $\frac{45}{60} = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ घंटे

अर्थात $\frac{5x}{24} = \frac{11}{4}$ होगा।

$$\therefore x = \frac{11\times 24}{5\times 4} = \frac{66}{5} \text{ किमी.}$$

$\therefore$ पूरी यात्रा की दूरी $= 2x$

$$= 2\times\frac{66}{5}$$

$$= \frac{132}{5} = 26\frac{2}{5} \text{ किमी.}$$

$\Rightarrow$ **उत्तर**

अभ्यास प्रश्न

1. एक आदमी स्थिर पानी में 4 किमी. /घंटा की दर से तैर सकता है। यदि पानी की चाल 2 किमी./घंटा हो, तो 10 किमी. ऊर्ध्व प्रवाह में तैरने के लिए उसे कितना समय लगेगा?

2. एक नाव की गति, धारा के साथ 12 किमी./घं. तथा धारा के विरुद्ध 8 किमी./घं. है। तद्नुसार उस धारा की गति कितने किमी./घं. है?

3. एक आदमी नौका को 8 घंटे में 40 किमी. ऊर्ध्व प्रवाह चलाता है और 6 घंटे में 36 किमी. अनुप्रवाह। तो धारा की चाल कितनी है ?

4. एक नाव, धारा की विपरीत दिशा में 6 घंटों में 24 किमी. चलती है और धारा की दिशा में 4 घंटों में 20 किमी. चलती है। तद्नुसार स्थिर पानी में नाव की गति तथा उसी पानी में धारा की गति कितनी है?

5. एक व्यक्ति धारा की दिशा में तैरते हुए 15 किमी. एक घंटे में तैर लेता है। यदि धारा की गति 5 किमी. प्रति घंटा हो, तो वही व्यक्ति उतनी दूरी धारा के विरुद्ध तैरते हुए कितने समय में तय कर लेगा?

6. यदि एक नाव 10 घंटों में धारा की दिशा में 100 किमी. चल पाती है और धारा के विरुद्ध 15 घंटों में 75 किमी. चलती है, तो धारा की गति कितनी है?

7. एक नाव 7 घंटे में धारा की विपरीत दिशा में 42 किमी. चलती है तथा 6 घंटे में धारा के अनुकूल 42 किमी. चलती है। शांत जल में नाव की चाल ज्ञात कीजिए।

8. एक व्यक्ति धारा के अनुकूल एक नाव को 4 घंटे में 18 किमी. चलाता है तथा धारा के प्रतिकूल वापस आने में 12 घंटे लेता है, धारा की चाल (किमी. प्रति घंटा में) कितनी है?

9. शांत जल में एक नाव की चाल 10 किमी./घंटा है। यह धारा के प्रतिकूल 6 घंटे में 45 किमी. की दूरी तय करती है। धारा की चाल (किमी./घंटा में) कितनी है?

10. एक नाव को धारा की दिशा में 15.5 किमी./घंटा की चाल से तथा धारा की विपरीत दिशा में 8.5 किमी./घंटा की चाल से चलाया जाता है, तो धारा की चाल (किमी./घंटा में) कितनी है?

11. एक मछुआरा, धारा के विपरीत 2 किमी., 20 मिनट में नाव चला सकता है और 15 मिनट में वापस आ सकता है। तद्नुसार, धारा की गति कितनी है?

12. एक आदमी स्थिर पानी में 10 किमी./घंटा पर नाव चला सकता है। यदि उसे 24 किमी. दूर एक स्थान पर जाने और लौटने में कुल 5 घंटे लगते हैं, तो पानी की धारा की गति कितनी है?

13. एक व्यक्ति स्थिर पानी में $7\frac{1}{2}$ किमी. प्रति घंटे की गति से नौका चला सकता है। उसे पता चलता है कि उसे नदी के विरुद्ध जाने में उसकी धारा के साथ जाने से दोगुना समय लगता है। तद्नुसार, नदी की धारा की गति कितनी है?

14. एक नाव शांत जल में एक घंटे में 6 किमी. जाती है परंतु वह धारा के प्रतिकूल यही दूरी चलने में तीन गुना समय लेती है। धारा की चाल (किमी./घंटा में) कितनी है?

15. एक व्यक्ति 6 किमी./घंटा की गति से स्थिर पानी में नाव चला सकता है। यदि धारा की गति 2 किमी./घंटा हो, तो धारा के विरुद्ध जाने में उसे एक खास दूरी तय धारा के साथ जाने की तुलना में 3 घंटे अधिक लगते हैं। तद्नुसार, वह दूरी कितनी है?

16. एक मोटरबोट एक गति से 8 घंटे में धारा के विपरीत 25 किमी. तथा अनुदिश 39 किमी. जा सकती है। साथ ही उसी गति से वह 11 घंटे में धारा के विपरीत 35 किमी. तथा अनुदिश 52 किमी. जा सकती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

17. किसी मोटरबोट की शांत जल में चाल 45 किमी./घंटा है। यदि धारा के अनुकूल 80 किमी. की दूरी तय करने में मोटरबोट 1 घंटा 20 मिनट का समय लेती हो, तो उतनी ही दूरी धारा की विपरीत दिशा में तय करने में वह कितना समय लेगी?

18. एक नाव धारा के अनुदिश कोई दूरी 8 घंटे में तय करती है तथा धारा के विपरीत 10 घंटे में वापस लौटती है। यदि धारा की गति 1 किमी./घंटा हो, तो नाव द्वारा तय की गई यात्रा की एक ओर की दूरी (किमी. में) ज्ञात कीजिए।

19. किसी व्यक्ति को नाव द्वारा गंतव्य पर धारा के अनुकूल जाने तथा धारा के प्रतिकूल प्रस्थान बिंदु पर लौटने में 5 घंटे लगते हैं। यदि शांत जल में नाव की चाल तथा धारा की चाल क्रमशः 10 किमी./घंटा तथा 4 किमी./घंटा हो, तो प्रस्थान बिंदु से गंतव्य की दूरी कितनी होगी?

20. एक व्यक्ति के द्वारा किसी निश्चित दूरी को तय करने में लगा समय प्रतिकूल प्रवाह में लिए गए समय का 2.25 गुना है। यदि धारा की चाल 7 किमी./घंटा है, तो नाव की चाल ज्ञात करें।

अभ्यास प्रश्नों का हल



हल 1. सूत्र विधि

स्थिर जल में आदमी की चाल = 4 किमी./घंटा

पानी की चाल = 2 किमी./घंटा

ऊर्ध्व प्रवाह (धारा की विपरीत दिशा में) में आदमी की चाल

= 4 – 2 = 2 किमी./घंटा

अतः 10 किमी. ऊर्ध्व तैरने में आदमी द्वारा लिया गया

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$= \frac{10}{2} = 5 \text{ घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



हल 2. सूत्र विधि

$$\text{धारा की गति} = \frac{\text{नाव की धारा के साथ गति} - \text{नाव की धारा के विपरीत गति}}{2}$$

$$= \frac{12-8}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ किमी./घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



हल 3. सूत्र विधि

एक आदमी नौका को 8 घंटे में 40 किमी. ऊर्ध्व प्रवाह चलाता है। इसका अर्थ है कि एक आदमी नौका को धारा की विपरीत दिशा में 8 घंटे में 40 किमी. चलाता है, तो धारा के विपरीत नौका की चाल = $\frac{40}{8}$ = 5 किमी. प्रति घंटा होगी तथा 6 घंटे में 36 किमी. अनुप्रवाह है। यानी धारा की दिशा में नौका की चाल = $\frac{36}{6}$ = 6 किमी./घंटा होगी।

अतः धारा की चाल =

$$\frac{\{\text{धारा की दिशा में नौका की चाल}\} - \{\text{धारा की विपरीत दिशा में नौका की चाल}\}}{2}$$

$$= \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2} \text{ या } 0.5 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

$\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 4. सूत्र विधि

धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

$= \frac{24}{6} = 4$ किमी. प्रति घंटा

धारा की दिशा में नाव की चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

$= \frac{20}{4} = 5$ किमी. प्रति घंटा

शांत जल में नाव की चाल $= \frac{\left\{\begin{matrix}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{धारा की विपरीत दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{matrix}\right\}}{2}$

$= \frac{5+4}{2} = \frac{9}{2}$ या 4.5 किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल $= \frac{\left\{\begin{matrix}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}\text{धारा की विपरीत दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{matrix}\right\}}{2}$

$= \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$ या 0.5 किमी. प्रति घंटा

$\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 5. सूत्र विधि

स्पष्ट है, व्यक्ति, धारा की दिशा में 15 किमी. एक घंटे में तैरता है अर्थात व्यक्ति की धारा की दिशा में चाल = 15 किमी. प्रति घंटा है। यदि धारा की गति 5 किमी. प्रति घंटा है, तो शांत जल में व्यक्ति की तैरने की गति = 15 – 5 = 10 किमी. प्रति घंटा होगी।

यानी धारा के विपरीत व्यक्ति की चाल

= शांत जल में व्यक्ति की चाल – धारा की चाल

= 10 – 5 = 5 किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ धारा की विपरीत दिशा में 15 किमी. जाने में व्यक्ति को लगा समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{धारा के विपरीत चाल}}$

$= \frac{15}{5} \Rightarrow 3$ घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 6. परंपरागत विधि

माना शांत जल में नाव की चाल = x किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल = y किमी. प्रति घंटा है।

धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा तथा धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(x – y)$ किमी. प्रति घंटा प्रश्नानुसार

$x + y = \frac{100}{10} = 10$ किमी. प्रति घंटा .....(i)

[धारा के अनुकूल नाव 10 घंटे में 100 किमी. जाती है। अतः धारा के अनुकूल नाव की चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

$= \frac{100}{10}$]

तथा $x – y = \frac{75}{15} = 5$ किमी. प्रति घंटा .....(ii)

[धारा के प्रतिकूल नाव 15 घंटे में 75 किमी. जाती है। अतः धारा के प्रतिकूल नाव की चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{75}{15} =$ 5 किमी. प्रति घंटा]

समीकरण (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$2x = 15$

$x = \frac{15}{2} = 7.5$ किमी. प्रति घंटा

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$7.5 + y = 10$

$y = 10 – 7.5 = 2.5$ किमी. प्रति घंटा

अतः धारा की चाल 2.5 किमी. प्रति घंटा है।



सूत्र विधि

धारा की दिशा में नाव 10 घंटे में 100 किमी. जाती है।

यानी धारा की दिशा में नाव की चाल = $\frac{100}{10}$

= 10 किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की विपरीत दिशा में नाव 15 घंटे में 75 किमी. जाती है।

यानी धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल

$= \frac{75}{15} = 5$ किमी. प्रति घंटा

अतः धारा की चाल =

$$\frac{\left\{\begin{array}{c}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{c}\text{धारा की विपरीत दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$= \frac{10-5}{2} = \frac{5}{2}$

= 2.5 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



हत 7. सूत्र विधि

नाव 7 घंटे में 42 किमी. धारा की विपरीत दिशा में जाती है।

यानी धारा के विपरीत नाव की चाल = $\frac{42}{7}$

= 6 किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की दिशा में नाव 42 किमी. जाती है 6 घंटे में।

यानी धारा की दिशा में नाव की चाल = $\frac{42}{6}$

= 7 किमी. प्रति घंटा

अतः शांत जल में नाव की चाल =

$$\frac{\left\{\begin{array}{c}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{धारा की विपरीत दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$= \frac{7+6}{2} = \frac{13}{2}$

= 6.5 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



हल 8. परंपरागत विधि

माना नाव की शांत जल में चाल = x किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की चाल = y किमी. प्रति घंटा

धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा

तथा धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(x - y)$ किमी. प्रति घंटा

प्रश्नानुसार

$x + y = \frac{18}{4}$

$x + y = 4.5$ .....(i)

[धारा के अनुकूल नाव 4 घंटे में 18 किमी. जाती है। अतः धारा के अनुकूल नाव की चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{18}{4}$ होगी]

तथा $x - y = \frac{18}{12}$

$x - y = 1.5$ .....(ii)

[धारा के प्रतिकूल नाव 12 घंटे में 18 किमी. जाती है। अतः धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{18}{12}$ होगी]

समीकरण (i) एवं (ii) को जोड़ने पर

$2x = 6.0$

$x = 3$

$x = 3$ समीकरण (i) में रखने पर

$3 + y = 4.5$

$y = 4.5 - 3 = 1.5$ किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**

अतः धारा की अभीष्ट चाल 1.5 किमी. प्रति घंटा है।



सूत्र विधि

धारा के अनुकूल नाव 4 घंटे में 18 किमी. जाती है। यानी धारा के अनुकूल नाव की चाल = $\frac{18}{4} = 4.5$ किमी. प्रति घंटा होगी तथा धारा के प्रतिकूल नाव 12 घंटे में 18 किमी.

जाती है। यानी धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $\frac{18}{12} = 1.5$ किमी. प्रति घंटा होगी।

अत: धारा की चाल =

$$\frac{\text{धारा के अनुकूल नाव की चाल} - \text{धारा के प्रतिकूल नाव की चाल}}{2}$$

$$= \frac{4.5 - 1.5}{2} = \frac{3}{2}$$

= 1.5 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



हल 9. सूत्र विधि

एक नाव धारा के प्रतिकूल 6 घंटे में 45 किमी. की दूरी तय करती है। यानी धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $\frac{45}{6} = 7.5$ किमी. प्रति घंटा

शांत जल में नाव की चाल = 10 किमी. प्रति घंटा

धारा के प्रतिकूल नाव की चाल =

शांत जल में नाव की चाल – धारा की चाल

अत: धारा की चाल = शांत जल में नाव की चाल – धारा के प्रतिकूल नाव की चाल =

10 – 7.5 = 2.5 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



हल 10. सूत्र विधि

धारा की चाल =

$$\frac{\left\{\begin{array}{c}\text{धारा की दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{c}\text{धारा की विपरीत दिशा में}\\ \text{नाव की चाल}\end{array}\right\}}{2}$$

$$= \frac{15.5 - 8.5}{2}$$

$$= \frac{7}{2} = 3.5 \text{ किमी. प्रति घंटा} \quad \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$



हल 11. सूत्र विधि

मछुआरा धारा के विपरीत 20 मिनट अर्थात $\frac{20}{60}$ घंटे में 2 किमी. नाव चलाता है। यानी धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $\frac{2}{\frac{20}{60}} = \frac{2 \times 60}{20} = 6$ किमी. प्रति घंटा है तथा धारा की दिशा में 15 मिनट में वापस आता है अर्थात 15 मिनट या $\frac{15}{60}$ घंटे में 2 किमी. नाव चलाता है।

यानी धारा के अनुकूल नाव की चाल = $\frac{2}{\frac{15}{60}}$

$$= \frac{2 \times 60}{15} = 8 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

अत: धारा की गति =

$$\frac{\text{धारा के प्रतिकूल नाव की चाल} - \text{धारा के अनुकूल नाव की चाल}}{2}$$

$$= \frac{8 - 6}{2} = \frac{2}{2}$$

= 1 किमी. प्रति घंटा ⇒ **उत्तर**



हल 12. परंपरागत विधि

माना धारा की चाल x किमी. प्रति घंटा है।

धारा के अनुकूल नाव की चाल =

स्थिर पानी में नाव की चाल + धारा की चाल

= $(10 + x)$ किमी. प्रति घंटा

धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = स्थिर पानी में नाव की चाल – धारा की चाल

= $(10 - x)$ किमी. प्रति घंटा

आदमी को 24 किमी. धारा के अनुकूल जाने व 24 किमी. धारा के प्रतिकूल वापस आने में लगा समय 5 घंटा है।

अर्थात $\frac{24}{10 + x} + \frac{24}{10 - x} = 5$

$$\frac{240 - 24x + 240 + 24x}{(10 + x)(10 - x)} = 5$$

$$480 = 5\,(10^2 - x^2)$$

$$480 = 500 - 5x^2$$

$$5x^2 = 500 - 480 = 20$$

$$x^2 = \frac{20}{5} = 4$$

$x = 2$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: पानी की धारा की गति 2 किमी. प्रति घंटा है।



हल 13. परंपरागत विधि

माना नदी की धारा की गति x किमी. प्रति घंटा है।

नदी की धारा की दिशा में नाव की चाल =

शांत जल/स्थिर जल में नाव की चाल + धारा की चाल

$$= 7\frac{1}{2} + x$$

$$= \left(\frac{15}{2} + x\right) \text{किमी. प्रति घंटा}$$

तथा धारा के विपरीत नाव की चाल =

शांत जल में नाव की चाल – धारा की चाल

$$= \left(\frac{15}{2} - x\right) \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

प्रश्न से स्पष्ट है कि धारा की विपरीत दिशा में कुछ दूरी चलने पर नाव द्वारा लिया गया समय धारा के दिशा में वही दूरी चलने के समय का दोगुना है

$$\text{अर्थात } 2 \times \left(\frac{15}{2} - x\right) = \left(\frac{15}{2} + x\right)$$

$$15 - 2x = \frac{15}{2} + x$$

$$x + 2x = 15 - \frac{15}{2}$$

$$3x = \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{15}{2 \times 3} = \frac{5}{2}$$

$x = 2.5$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

अत: धारा की गति 2.5 किमी. प्रति घंटा है।



सूत्र विधि

शांत जल में नाव की चाल $= 7\frac{1}{2}$ किमी./घंटा $= \frac{15}{2}$ किमी./घंटा

माना धारा में साथ जाने में t समय लगता है।

प्रश्नानुसार

धारा के विरुद्ध जाने में 2t समय लगेगा

सूत्र- $\frac{\text{नाव की चाल}}{\text{धारा की चाल}} = \frac{\text{समयों का योग}}{\text{समयों का अन्तर}}$

$$\frac{\frac{15}{2}}{\text{धारा की चाल}} = \frac{2t + t}{2t - t}$$

$$\frac{7.5}{\text{धारा की चाल}} = 3$$

धारा की चाल $= \frac{7.5}{3} = 2.5$ किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 14. सूत्र विधि

शांत जल में नाव की चाल = 6 किमी. प्रति घंटा

माना धारा की चाल = x किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(6 - x)$ किमी. प्रति घंटा

तथा धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(6 + x)$ किमी. प्रति घंटा

धारा के प्रतिकूल तय की गई कुल दूरी में लिया गया समय धारा के अनुकूल वही दूरी तय करने में लिए गए समय का तीन गुना है अर्थात

$$3(6 - x) = (6 + x)$$

$$18 - 3x = 6 + x$$

$$x + 3x = 18 - 6$$

$$4x = 12$$

$$x = \frac{12}{4} = 3 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

इस प्रकार, धारा की चाल 3 किमी. प्रति घंटा।



हल 15. परंपरागत विधि

माना दूरी x किमी. है।

धारा के अनुकूल नाव की चाल =

स्थिर पानी में नाव की चाल + धारा की चाल

$= (6 + 2)$ किमी. प्रति घंटा

$= 8$ किमी. प्रति घंटा

तथा धारा के प्रतिकूल नाव की चाल =

स्थिर पानी में नाव की चाल – धारा की चाल

$= 6 - 2 = 4$ किमी. प्रति घंटा

प्रश्न से स्पष्ट है कि धारा के विरुद्ध जाने में एक खास दूरी अर्थात x किमी. तक धारा के साथ जाने की तुलना में 3 घंटे अधिक लगते हैं।

अर्थात

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{8} = 3$$

$$\frac{2x - x}{8} = 3$$

$$2x - x = 8 \times 3$$

$x = 24$ किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 16. परंपरागत विधि

माना मोटर बोट की शांत जल में चाल x किमी. प्रति घंटा तथा धारा की चाल y किमी. प्रति घंटा है।

धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(x + y)$ किमी. प्रति घंटा

धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(x - y)$ किमी. प्रति घंटा

प्रश्न से स्पष्ट है कि धारा के अनुकूल 39 किमी. तथा प्रतिकूल 25 किमी. जाने व आने का समय 8 घंटा है।

अर्थात

$$\frac{39}{(x+y)} + \frac{25}{(x-y)} = 8$$

$$\frac{39(x-y) + 25(x+y)}{(x+y)(x-y)} = 8$$

$$\frac{39x - 39y + 25x + 25y}{(x^2 + y^2)} = 8$$

$$64x - 14y = 8\,(x^2 - y^2) \ldots\ldots (i)$$

समीकरण (i) के दोनों पक्षों में 11 से गुणा करने पर

$$704x - 154y = 88\,(x^2 - y^2) \quad \ldots\ldots (ii)$$

पुनः प्रश्नानुसार स्पष्ट है कि धारा के अनुकूल 52 किमी. तथा प्रतिकूल 35 किमी. जाने व आने का समय 11 घंटा है जबकि चाल पूर्व की ही है।

अर्थात $\frac{52}{(x+y)} + \frac{35}{(x-y)} = 11$

$$\frac{52(x-y) + 35(x+y)}{(x+y)(x-y)} = 11$$

$$\frac{(52x - 52y + 35x + 35y)}{(x^2 - y^2)} = 11$$

$[\because (x + y)(x - y) = x^2 - y^2]$

$$87x - 17y = 11\,(x^2 - y^2)$$

दोनों पक्षों में 8 से गुणा करने पर

$$696x - 136y = 88\,(x^2 - y^2) \quad \ldots\ldots (iii)$$

समीकरण (ii) से (iii) को घटाने पर

$$704x - 154y = 696x - 136y$$

$$704x - 696x = 154y - 136y$$

$$8x = 18y$$

$$x = \frac{18y}{8}$$

x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$64 \times \frac{18y}{8} - 14y = 8\left\{\left(\frac{18y}{8}\right)^2 - y^2\right\}$$

$$144y - 14y = \frac{81y^2}{2} - 8y^2 = \frac{81y^2 - 16y^2}{2}$$

$$130y = \frac{65}{2}y^2$$

$$260y = 65y^2$$

$$y = \frac{260}{65} = 4 \text{ किमी. प्रति घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

अतः धारा की चाल 4 किमी. प्रति घंटा है।



गुणा भाग विधि

धारा के विपरीत धारा की दिशा समय

25 → 39 → 8

35 → 52 → 11

धारा के दिशा में गति $= \frac{39\times 35 - 25\times 52}{39\times 11 - 52\times 8}$

$= \frac{1365-1300}{429-416} = \frac{65}{13}$

= 5 किमी./घंटा

धारा की विपरीत दिशा में गति $= \frac{39\times 35 - 25\times 52}{35\times 8 - 25\times 11}$

$= \frac{1365-1300}{280-275}$

$= \frac{65}{5} = 13$ किमी./घंटा

धारा की गति $= \frac{\text{धारा के अनुकूल गति + धारा के प्रतिकूल गति}}{2}$

$= \frac{13-5}{2} = \frac{8}{2}$

= 4 किमी./घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 17. परंपरागत विधि

माना धारा की चाल x किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ धारा की दिशा में मोटरबोट की गति

$= (x + 45)$ किमी. प्रति घंटा

चूंकि धारा की दिशा में मोटरबोट को 80 किमी. जाने में लगा समय 1 घंटा 20 मिनट या $1\frac{20}{60}$ या $1\frac{1}{3}$ या $\frac{4}{3}$ घंटा लगता है।

अर्थात

दूरी = चाल × समय

$80 = (x+45) \times \frac{4}{3}$

$x + 45 = \frac{80\times 3}{4}$

$x = 60 - 45 = 15$ किमी. प्रति घंटा

अतः धारा की चाल 15 किमी. प्रति घंटा है।

इस प्रकार मोटरबोट की धारा के प्रतिकूल चाल = शांत जल में मोटर की चाल – धारा की चाल

= 45 – 15 = 30 किमी. प्रति घंटा

अतः धारा के प्रतिकूल मोटरबोट को उतनी ही दूरी अर्थात 80 किमी. जाने में लगा समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$= \frac{80}{30} = \frac{8}{3}$ या $2\frac{2}{3}$ घंटा

= 2 घंटा 40 मिनट $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 18. परंपरागत विधि

माना नाव की चाल x किमी. प्रति घंटा है।

दिया है, धारा की चाल 1 किमी. प्रति घंटा है।

$\therefore$ धारा की दिशा में नाव की चाल = $(x + 1)$ किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल = $(x-1)$ किमी. प्रति घंटा

धारा के अनुकूल 8 घंटे में तय की गई दूरी धारा के प्रतिकूल 10 घंटे में तय की गई दूरी के बराबर है अर्थात धारा के अनुकूल चाल × धारा के अनुकूल लिया गया समय = धारा के प्रतिकूल चाल × धारा के प्रतिकूल लिया गया समय

[क्योंकि दूरी = चाल × समय]

$(x+1)\times 8 = (x-1)\times 10$

$8x + 8 = 10x - 10$

$10x - 8x = 10 + 8$

$2x = 18$

$x = \frac{18}{2} = 9$ किमी. प्रति घंटा

शांत जल में नाव की चाल 9 किमी. प्रति घंटा है।

अत: अभीष्ट दूरी = धारा के अनुकूल चाल × धारा के अनूकूल लिया गया समय

$= (x+1)\times 8$

$=(9+1)\times 8 = 10\times 8$

$= 80$ किमी. $\Rightarrow$ **उत्तर**



हल 19. सूत्र विधि

शांत जल में नाव की चाल = 10 किमी. प्रति घंटा

तथा धारा की चाल = 4 किमी. प्रति घंटा

$\therefore$ धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(10+4)$

$=14$ किमी. प्रति घंटा

तथा धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $10-4$

$= 6$ किमी. प्रति घंटा

धारा के अनुकूल एवं प्रतिकूल लगा कुल समय 5 घंटा है।

माना प्रस्थान बिंदु से गंतव्य की दूरी x किमी. है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{x}{14}+\frac{x}{6}=5$$

$$\frac{3x+7x}{42}=5$$

$$10x=42\times 5$$

$$x=\frac{210}{10}=21 \text{ किमी.} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

अत: प्रस्थान बिंदु से गंतव्य की दूरी 21 किमी. है।



हल 20. परंपरागत विधि

माना निश्चित दूरी D किमी. है तथा नाव एवं धारा की चाल क्रमश: x एवं y किमी. प्रति घंटा है।

धारा के अनुकूल D किमी. जाने में लिया गया समय = $\frac{D}{x+y}$

तथा धारा के प्रतिकूल D किमी. आने में लिया गया समय $=\frac{D}{x-y}$

धारा के प्रतिकूल लिया गया समय धारा के अनुकूल लिए गए समय का 2.25 गुना या $\frac{9}{4}$ गुना है

अर्थात

$$\frac{D}{x-y}=\frac{9}{4}\times\frac{D}{x+y}$$

$$\frac{D}{x-y}\times\frac{x+y}{D}=\frac{9}{4}$$

$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{9}{4}$$

$$4x+4y=9x-9y$$

$$9x-4x=9y+4y$$

$$5x=13y$$

$$\frac{x}{y}=\frac{13}{5}$$

(y = 7 क्योंकि प्रश्न में दिया है कि धारा की चाल 7 किमी./घंटा है)

$$\frac{x}{7}=\frac{13}{5}$$

$$x=\frac{13\times 7}{5}=\frac{91}{5}$$

$x = 18.2$ किमी. प्रति घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**



सूत्र विधि

माना प्रतिकूल प्रवाह में निश्चित दूरी तय करने में लगा समय = T

प्रश्नानुसार अनुकूल प्रवाह में निश्चित दूरी तय करने में लगा समय = 2.25 T

$$\text{नाव की चाल} = \frac{\text{धारा की चाल} \times (\text{समयों का योग})}{\text{समयों का अन्तर}}$$

$$=\frac{7\times(T+2.25T)}{2.25T-T}$$

$$=\frac{7\times 3.25T}{1.25T}$$

$$=7\times\frac{13}{5}$$

$$=\frac{91}{5}=18.2 \text{ किमी. प्रति घंटा}$$

परीक्षा प्रश्न

प्रश्न 1. एक व्यक्ति प्रति प्रवाह में नाव से 12 किमी. की दूरी 5 घंटे में तय करता है जिसमें धारा की गति 4 किमी. प्रति घंटा है। वह अनुप्रवाह में नाव से 15 किमी. की दूरी कितने समय में तय करेगा?

(a) 1 घंटा $26\frac{7}{13}$ मिनट

(b) 1 घंटा $25\frac{7}{13}$ मिनट

(c) 1 घंटा $24\frac{7}{13}$ मिनट

(d) 1 घंटा $27\frac{7}{13}$ मिनट

S.S.C. संयुक्त हायर सेकण्डरी (10+2) स्तरीय परीक्षा, 2015

उत्तर—(a)

हल : परंपरागत विधि

माना नाव की चाल $= x$ किमी./घंटा

धारा की चाल $= 4$ किमी./घंटा

$\therefore$ प्रति प्रवाह में नाव की चाल $= x - 4$ किमी./घंटा

प्रश्नानुसार

$$x - 4 = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \quad 5x - 20 = 12$$

$$5x = 20 + 12$$

$$5x = 32$$

$$x = 6.4 \text{ किमी./घंटा}$$

$\therefore$ अनुप्रवाह में नाव की सापेक्षिक चाल $= 6.4 + 4$

$= 10.4$ किमी./घंटा

$\therefore$ 15 किमी. अनुप्रवाह दूरी तय करने में लगा समय $= \frac{15}{10.4}$

$$= \frac{150}{104} \Rightarrow 1\frac{23}{52} \text{ घंटा}$$

$$= 1 \text{ घंटा} + \frac{23}{52} \times 60 \text{ मिनट}$$

$$= 1 \text{ घंटा} 26\frac{7}{13} \text{ मिनट}$$

सूत्र विधि

अनुप्रवाह में गति = प्रतिप्रवाह में गति $+ 2 \times$ धारा की गति

$$= \frac{12}{5} + 8 = \frac{52}{5}$$

अनुप्रवाह में 15 किमी. दूरी तय करने में लगा समय $= \frac{15}{\frac{52}{5}} = \frac{75}{52} = 1\frac{23}{52}$ घंटा $= 1$ घंटा $26\frac{7}{13}$ मिनट

प्रश्न 2. एक नौका स्थिर जल में 13 किमी. प्रति घंटा की गति से चल सकती है। यदि समान दिशा में धारा की गति 4 किमी. प्रति घंटा हो तो नौका विपरीत दिशा में 63 किमी. कितने समय में जाएगी?

(a) 7 घंटे (b)9 घंटे

(c) $3\frac{9}{17}$ घंटे (d)4 घंटे

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2011, 2015

S.S.C. C.P.O. परीक्षा, 2008

उत्तर—(a)

हल : सूत्र विधि

प्रश्नानुसार

स्थिर जल में नौका की चाल $= 13$ किमी./घंटा

धारा की चाल $= 4$ किमी./घंटा

$\therefore$ धारा के विपरीत नौका की चाल $= (13 - 4)$ किमी./घंटा

$= 9$ किमी./घंटा

$\therefore$ 63 किमी. दूरी धारा के विपरीत तय करने में लगा समय

$$= \frac{63}{9} \Rightarrow 7 \text{ घंटे}$$

प्रश्न 3. एक व्यक्ति अधोप्रवाह में 15 किमी. प्रति घंटा की गति से और ऊर्ध्वप्रवाह में 9 किमी. प्रति घंटा की दर से नाव चला सकता है। स्थिर जल में नाव की गति (किमी./घंटा में) कितनी होगी?

(a) 10 (b) 15

(c) 8 (d) 12

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-II) परीक्षा, 2014

उत्तर—(d)

हल : सूत्र विधि

स्थिर जल में नाव की चाल

$$= \frac{\text{अधोप्रवाह में चाल + ऊर्ध्वप्रवाह में चाल}}{2}$$

$$= \frac{15+9}{2} \Rightarrow 12 \text{ किमी./घंटा}$$

प्रश्न 4. एक नौका की स्थिर जल में गति 6 किमी. प्रति घंटा है और धारा की गति 1.5 किमी. प्रति घंटा है। एक व्यक्ति 22.5 किमी. की दूरी पर एक स्थान पर नौका को चला कर ले जाता है और आरंभिक बिंदु पर वापस आता है। उसके द्वारा लिया गया कुल समय है-

(a) 6 घंटे 10 मिनट (b) 4 घंटे 20 मिनट

(c) 8 घंटे (d) 10 घंटे

S.S.C. संयुक्त स्नातक स्तरीय (Tier-I) परीक्षा, 2015

उत्तर—(c)

हल : औसत समझ पर

धारा की दिशा में नौका की चाल = 6 + 1.5

= 7.5 किमी./घंटा

घारा की विपरीत दिशा में नौका की चाल = 6 – 1.5 ⇒ 4.5 किमी./घंटा

औसत चाल = $\frac{2\times 7.5\times 4.5}{7.5+4.5} = \frac{2\times 7.5\times 4.5}{12}$

= 5.625 किमी./घंटा

आने जाने में तय की गयी कुल दूरी = 22.5 + 22.5 = 45

दूरी = औसत चाल × समय

45 = 5.625 × समय

∴ समय = $\frac{45}{5.625}$ = 8 घंटा

सूत्र विधि

नौका की धारा के अनुकूल चाल = 6 + 1.5

= 7.5 किमी./घंटा

धारा के विपरीत चाल = 6 – 1.5

= 4.5

∴ नौका पर बैठे व्यक्ति को धारा के अनुकुल जाते हुए लगा कुल समय = $\frac{22.5}{7.5} \Rightarrow 3$ घंटे

धारा के विपरीत लगा कुल समय = $\frac{22.5}{4.5} = 5$ घंटे

∴ व्यक्ति द्वारा कुल लगा समय = 3 + 5 ⇒ 8 घंटे

प्रश्न 5. एक नाव धारा के साथ तथा धारा के विपरीत समान दूरी तय करते हुए कुल 8 किमी. 3 घंटे में जाती है। यदि धारा की चाल 1 किमी./घंटा है, तो नाव की चाल ज्ञात करें।

(a) 4.5 किमी./घंटा (b) 5.2 किमी./घंटा

(c) 2.5 किमी./घंटा (d) 3 किमी./घंटा

R.R.B. रांची (T.A.) परीक्षा, 2005

उत्तर—(d)

हल : परंपरागत विधि

माना नाव की चाल x किमी./घंटा है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{4}{x+1} + \frac{4}{x-1} = 3$$

$$\frac{4x-4+4x+4}{(x+1)(x-1)} = 3$$

$$\frac{8x}{x^2-1} = \frac{3}{1} \quad \therefore \quad 3x^2 - 3 = 8x$$

$$3x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$3x^2 - 9x + x - 3 = 0$$

$$3x(x-3) + 1(x-3) = 0$$

$\therefore \quad (x-3)(3x+1) = 0$

$\therefore \quad x = 3, \ -\frac{1}{3}$

$\therefore \quad x = 3$ किमी./घंटा

विकल्प विधि

जिस भी प्रश्न के हल हेतु द्विघात समीकरण बनता हो उसे हल करने की सर्वोत्तम विधि विकल्प विधि है। यदि उत्तर विकल्प 3 किमी./घंटा मान कर हल करें

धारा की दिशा में चाल = 3 + 1 = 4 किमी./घंटा

धारा की विपरीत दिशा में चाल = 3 – 1 = 2 किमी./घंटा

4 किमी. जाने में लगा समय = 1 घंटा

4 किमी. आने में लगा समय = 2 घंटा

कुल लगा समय 3 घंटा प्रश्न को संतुष्ट करता है। अत: यही अभीष्ट विकल्प है।

प्रश्न 6. एक नाव धारा के अनुकूल कुल तीन घंटे में 24 किमी. की दूरी तय करती है, किंतु समान दूरी को धारा के प्रतिकूल तय करने में इसे 12 घंटे लगते हैं। नाव की स्थिर जल में गति क्या है?

(a) 6 किमी./घंटा (b) 5.5 किमी./घंटा

(c) 5 किमी./घंटा (d) 7 किमी./घंटा

R.R.B. इलाहाबाद (A.C./C.C./T.C.) परीक्षा, 2006

R.R.C. रांची (ग्रुप-D) परीक्षा, 2013

R.R.B. इलाहाबाद (असि. लोको. पाय.) परीक्षा, 2007

उत्तर—(c)

हल : परंपरागत विधि

माना नाव की चाल x किमी./घंटा तथा धारा की चाल y किमी./घंटा है।

प्रश्न से

$$x + y = \frac{24}{3} \text{ किमी./घंटा}$$

या $x + y = 8$ .....(i)

इसी प्रकार

$$x - y = \frac{24}{12} \text{ किमी./घंटा}$$

$x - y = 2$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$x = 5$ किमी./घंटा

$\therefore$ शांत जल में नाव की चाल = 5 किमी./घंटा

सूत्र विधि

धरा के अनुकूल चाल $= \frac{24}{3} = 8$ किमी./घंटा

धरा के प्रतिकूल चाल $= \frac{24}{12} = 2$ किमी./घंटा

स्थिर जल में गति $= \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$ किमी./घंटा

प्रश्न 7. रितु धारा की दिशा में नाव द्वारा 2 घंटे में 20 किमी. तथा धारा के विपरीत 2 घंटे में 4 किमी. तय करती है। धारा की चाल किमी./घंटा में है–

(a) 2 (b) 4

(c) 6 (d) 8

U.P. Lower(Pre) 2013

उत्तर—(b)

हल : सूत्र विधि

धारा की दिशा में नाव की चाल = 10 किमी./घंटा

धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल = 2 किमी./घंटा

धारा की चाल =

$$\frac{\text{धारा की दिशा में नाव की चाल} - \text{धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल}}{2}$$

$$= \frac{10-2}{2} \Rightarrow 4 \text{ किमी./घंटा}$$

प्रश्न 8. एक व्यक्ति नदी के बहाव की दिशा में 32 किमी. तथा बहाव के विपरीत 14 किमी. की दूरी तय करता है तथा प्रत्येक दूरी के लिए 6 घंटे लगाता है। बहाव की गति किमी. प्रति घंटे में है।

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$

(c) $1\frac{1}{2}$ (d) 2

(e) इनमें से कोई नहीं

Chhattisgarh P.C.S (Pre) 2014

उत्तर—(c)

हल : सूत्र विधि

व्यक्ति के नदी के बहाव की दिशा में तय दूरी = 32 किमी. तथा व्यक्ति के नदी के बहाव के विपरीत दिशा में तय दूरी = 14 किमी. दूरी तय करने में लगा समय = 6 घंटे

व्यक्ति की धारा की दिशा में चाल $= \left(\frac{32}{6}\right)$ किमी./घंटा

$$\left[\because \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right]$$

व्यक्ति की धारा की विपरीत दिश में चाल $= \left(\frac{14}{6}\right)$ किमी./घंटा

[सूत्र-अब धारा का वेग $= \frac{1}{2}$ (धारा की दिशा में चाल – धारा के विपरीत दिशा में चाल)]

अतः धारा का वेग (किमी./घंटा) $= \frac{1}{2}\left(\frac{32}{6}-\frac{14}{6}\right)$ किमी./घंटा

$= \frac{1}{2}\left(\frac{18}{6}\right)$ किमी./घंटा

$= \frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$ किमी./घंटा

अतः विकल्प (c) सही है।

प्रश्न 9. एक नाव, जिसकी शांत जल में गति 6 किमी./घंटा है, 1 किमी. की दूरी नदी के प्रवाह के विरुद्ध 15 मिनट में तय करती है, तो नदी के प्रवाह की गति कितनी है?

(a) 2 किमी. प्रतिघण्टा (b)3 किमी. प्रतिघण्टा

(c) 4 किमी. प्रतिघण्टा (d)उपर्युक्त में से कोई नहीं

U.P. U.D.A./L.D.A. (SPL) (Pre) 2010

उत्तर—(a)

हल : सूत्र विधि

धारा के विपरीत चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}=\frac{1}{\frac{1}{4}} \Rightarrow 4$ किमी./घंटा

शांत जल में नदी की चाल = 6 किमी./घंटा

$\therefore$ नदी के प्रवाह की चाल = 6 – 4

= 2 किमी./घंटा

प्रश्न 10. एक व्यक्ति 5 घंटों में नदी की धारा के बहाव की विपरीत दिशा में 11 किमी. और उतने ही समय में नदी की धारा के बहाव की दिशा में 26 किमी. तैरता है। नदी की धारा का वेग है (प्रति घंटा)-

(a) 1.5 किमी. (b) 2 किमी.

(c) 3 किमी. (d) 3.5 किमी.

U.P.P.C.S. (Pre) 2001

उत्तर—(a)

हल : परंपरागत विधि

माना शांत जल में नाव की चाल = x किमी./घंटा

तथा धारा की चाल = y किमी./घंटा

धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(x+y)$ किमी./घंटा

तथा धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(x-y)$ किमी./घंटा

अब प्रश्न से-

$\frac{11}{(x-y)}=5 \Rightarrow \therefore\ x-y=\frac{11}{5}$ ..... (i)

तथा $x+y=\frac{26}{5}$ .....(ii)

समी. (i) में से समी. (ii) को घटाने पर

$-2y=-\frac{15}{5} \Rightarrow -2y=-3 \Rightarrow y=\frac{3}{2}$

$\therefore$ धारा का वेग = 1.5 किमी./घंटा

सूत्र विधि

बहाव के विपरीत चाल = $\frac{11}{5}$ किमी./घंटा

बहाव की दिशा में चाल = $\frac{26}{5}$ किमी./घंटा

$\therefore$ धारा का वेग = $\left(\frac{26}{5}-\frac{11}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{15}{5}\times\frac{1}{2}$

= 1.5 किमी./घंटा

प्रश्न 11. एक नाव धारा की दिशा में एक घंटे में 10 किमी. चलती है तथा वह धारा के विपरीत 14 किमी. 2 घंटे में चलती है। स्थिर जल में 17 किमी. चलने में उसके द्वारा समय लगेगा :

(a) 1 घंटा (b) $1\frac{1}{2}$ घंटे

(c) $1\frac{3}{4}$ घंटे (d) 2 घंटे

U.P.P.C.S (Mains) 2011

उत्तर—(d)

हल : सूत्र विधि

नाव की चाल

$= \frac{\text{धारा की दिशा में नाव की चाल + धारा की विपरीत दिशा में नाव की चाल}}{2}$

$= \frac{10+14/2}{2} = \frac{10+7}{2}=\frac{17}{2} = 8.5$ किमी./घंटा

$\because$ 8.5 किमी. की दूरी तय करने में नाव 1 घंटे का समय लेती है।

$\therefore$ 17 किमी. की दूरी तय करने में समय लेगी $= \frac{17}{8.5} = 2$ घंटा