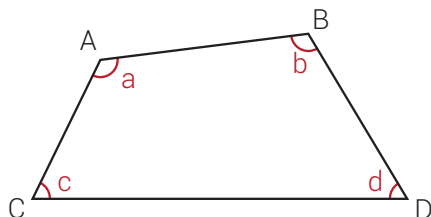


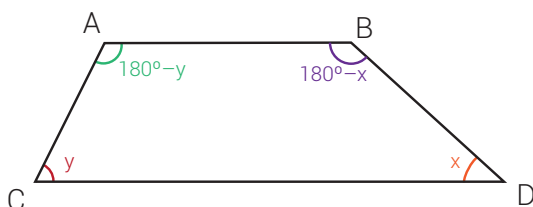
QUADRILÁTERO

Este é o nome que podemos dar a todos os polígonos que possuem quatro lados. Além de ter esta quantidade de lados, ele terá 4 vértices, 4 ângulos internos e 4 ângulos externos.



TRAPÉZIO

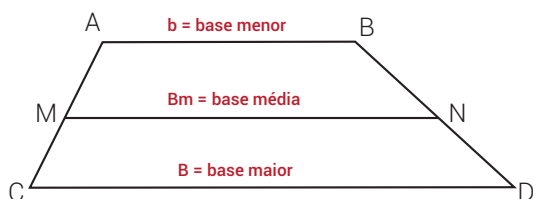
Este é o nome que utilizamos para qualquer quadrilátero que possua pelo menos 1 par de lados opostos paralelos. A estes lados paralelos daremos o nome de bases (base maior e base menor) e a distância entre estas bases denominamos por altura do trapézio.



É muito importante ressaltar que em um trapézio teremos os ângulos suplementares, quando formados em um mesmo lado não paralelo. Em outras palavras, podemos ver na figura que os ângulos alocados sobre o lado BC somam 180° , tal como os ângulos formados no lado oposto, no caso BD.

PROEXPLICA

Base Média: É um segmento esboçado em qualquer trapézio e é paralelo às bases do mesmo. Suas extremidades são os pontos médios dos dois lados opostos não-paralelos. Sua medida é dada por meio da média aritmética dos comprimentos das bases do trapézio. Observe a figura:

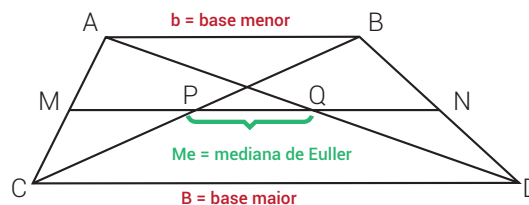


O segmento MN do trapézio acima é a base média desse polígono, já que os pontos M e N são os pontos médios dos lados não-paralelos AC e BD. Sua medida pode ser encontrada pela fórmula a seguir:

$$B_m = \frac{B+b}{2}$$

PROEXPLICA

Mediana de Euler: É um segmento alocado sobre a base média de qualquer trapézio. Suas extremidades são os pontos de encontro entre as diagonais do trapézio e a base média do mesmo, no caso da figura abaixo, o segmento de reta PQ. Observe a figura:

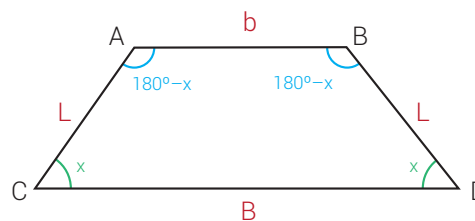


O segmento de reta PQ da figura acima é a mediana de Euler e seu comprimento pode ser calculado a partir da fórmula abaixo, demonstrada a partir da teoria de base média de um triângulo, que nos traz a ideia de que a Mediana de Euler tem comprimento igual à metade da diferença entre as bases.

$$M_e = \frac{B-b}{2}$$

PROEXPLICA

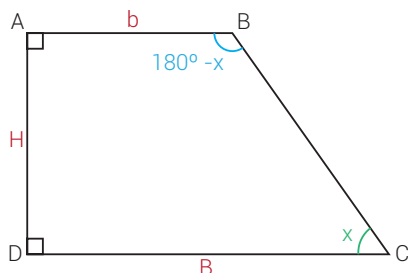
Trapézio Isósceles: É o trapézio em que os dois lados não-paralelos são congruentes, ou seja, possuem o mesmo comprimento. Dessa forma, os ângulos da base também serão congruentes. Observe a figura abaixo:



O trapézio da figura acima pode ser classificado como isósceles, visto que seus lados não paralelos AC e BD tem o mesmo comprimento. Note que os ângulos internos da base maior também são congruentes, o que faz com que os ângulos internos da base menor também sejam. Além disso, vale ressaltar que quando projetamos a base menor sobre a base maior, produzimos segmentos congruentes que completam a base maior. Em outras palavras, se projetamos uma base menor de 8 cm sobre uma base maior de 14 cm, os 6 cm sobressalentes são divididos em dois segmentos de 3 cm, que estarão nos dois lados dessa projeção. Muitas questões de Vestibular já abordaram tal polígono e uma saída muito interessante para tais questões é fazer a projeção da base menor sobre a base maior, para que sejam formados dois triângulos retângulos internos ao trapézio e possamos utilizar as propriedades inerentes ao mesmo.

PROEXPLICA

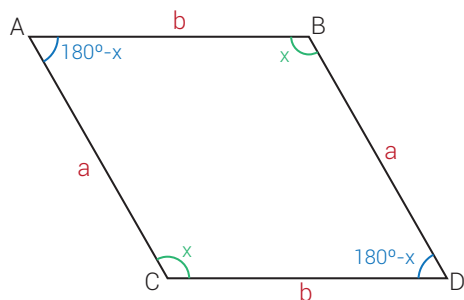
Trapézio Retângulo: É todo trapézio que possui dois ângulos retos, ou seja, dois ângulos de 90° . Assim, a medida da sua altura será um dos lados não-paralelos do trapézio (lado esse que é perpendicular às duas bases). Observe a figura abaixo:



No trapézio acima, perceba que o lado AD é perpendicular às bases AB e CD. Por conta disto, temos um trapézio retângulo. O lado AD é a altura desses trapézios, já que acaba por ser a distância entre as bases. Além disso, ao se projetar a base menor sobre a base maior, teremos um segmento sobressalente que terá comprimento igual à diferença entre as bases. Nesta projeção, teremos o surgimento de um triângulo retângulo muito interessante para se determinar segmentos de retas desconhecidos na figura.

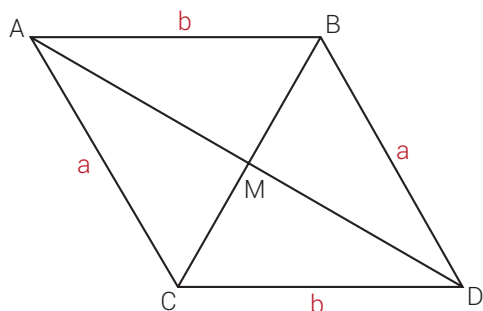
PARALELOGRAMO

Este é o nome que utilizamos para qualquer quadrilátero que apresente dois pares de lados opostos paralelos. Este duplo paralelismo acarreta também lados opostos congruentes. Teremos duas bases de mesmo comprimento e a altura do paralelogramo será a distância entre estas bases. Observe a figura:



Note que no paralelogramo da figura acima os lados opostos além de serem paralelos são congruentes. Além disso, vale frisar que os ângulos opostos também são congruentes, assim como os ângulos consecutivos são suplementares.

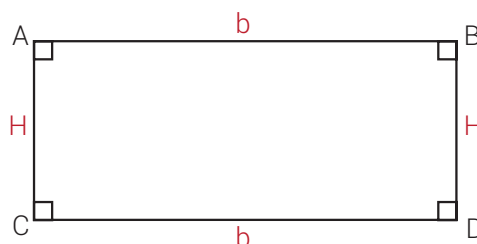
Obs: Em qualquer paralelogramo as diagonais se interceptam no ponto médio das mesmas. Observe a figura:



Na figura acima, as diagonais AD e BC do trapézio interceptaram-se no ponto M, que será o ponto médio das duas diagonais. Assim, teremos a congruência entre os segmentos AM e DM, o que também ocorrerá entre os segmentos BM e CM.

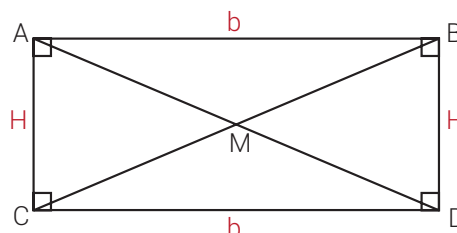
RETÂNGULO

É o nome que utilizamos para qualquer paralelogramo equiângulo, ou seja, que possui todos os ângulos internos com a mesma medida. Como a soma dos ângulos de qualquer quadrilátero convexo é 360° , a medida de cada um dos ângulos internos desse quadrilátero será de 90° , isto é, teremos 4 ângulos retos nesse paralelogramo. Observe a figura:



No paralelogramo da figura acima, todos os ângulos internos são iguais a 90° , o que nos permite classificá-lo como retângulo. As diagonais também se interceptarão no ponto médio, visto que todo retângulo é um paralelogramo. Porém, teremos uma característica complementar importante nesse caso.

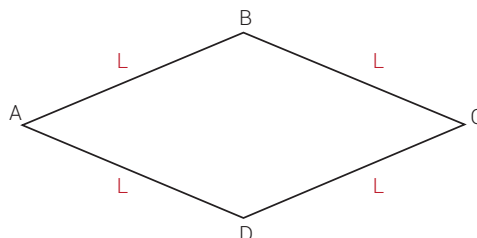
Obs: Em qualquer retângulo, as diagonais são congruentes, ou seja, tem o mesmo comprimento. Observe a figura:



No retângulo acima, as diagonais AD e BC têm o mesmo comprimento.

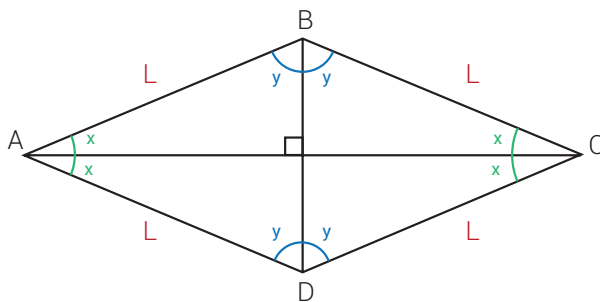
LOSANGO

É o nome que utilizamos para qualquer paralelogramo com todos os lados congruentes. Por este motivo é chamado de equilátero. Observe a figura:



No paralelogramo acima, todos os lados (AB, BC, CD e DA) tem o mesmo comprimento e é por este motivo que poderemos classificá-lo como losango.

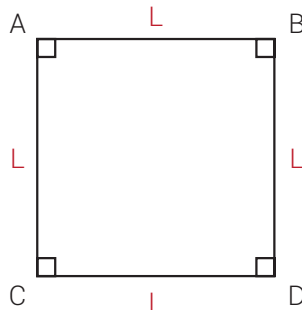
Obs: As diagonais de um losango são bissetrizes dos ângulos internos (fracionam cada ângulo interno do losango em dois ângulos de mesma medida) e perpendiculares entre si (no ponto em que se interceptam, formam um ângulo de 90°). Observe a figura abaixo:



Na figura acima, as diagonais AC e BD são perpendiculares, pois interceptam-se formando um ângulo de 90° . Além disso, ambas são bissetrizes dos seus ângulos internos, pois dividem-nos em dois ângulos congruentes.

QUADRADO

É o nome que utilizamos para todo quadrilátero regular, visto que possui todos os lados congruentes, bem como seus ângulos internos. É um quadrilátero, trapézio, paralelogramo, retângulo e losango ao mesmo tempo, possuindo as características complementares de todos eles. Observe a figura abaixo:

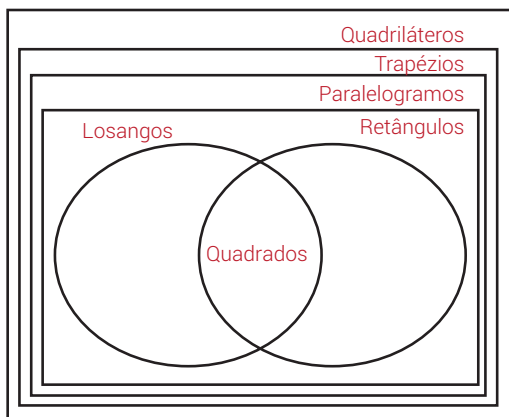


O quadrado apresenta lados opostos paralelos e também diagonais com mesmo comprimento que se interceptam no ponto médio e que são bissetrizes de seus ângulos internos. É importante frisar que a medida da diagonal d de um quadrado de lado igual a L é dada pela fórmula abaixo:

$$d = L\sqrt{2}$$

DIAGRAMA DOS QUADRILÁTEROS

Temos abaixo uma representação que utiliza conjuntos e identifica as denominações dos quadriláteros. Observe com atenção:



EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (PUC-SP) Considere as afirmações:

- I. Todo retângulo é um paralelogramo.
- II. Todo quadrado é um retângulo.
- III. Todo losango é um quadrado.

Associe a cada uma delas a letra V, se for verdadeira e F, se for falsa. Na ordem apresentada, temos:

- a) F,F,F c) V,F,F e) V,V,F
b) F,F,V d) V,V,V

Resolução: E

Julgando cada uma das afirmativas:

- I – Correta, visto que em todos os retângulos temos dois pares de lados opostos paralelos e congruentes.
II – Correta, visto que todo quadrado apresenta quatro ângulos retos.
III – Incorreta, visto que nem todo losango apresenta os 4 ângulos retos, o que acaba por não garantir sua inteira regularidade.

Desta forma, teremos: V, V, F

02. As medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo são expressas por $2x + 10^\circ$, $3x - 5^\circ$, $4x - 45^\circ$ e $2x - 40^\circ$. Determine a medida do menor ângulo deste quadrilátero.

Resolução:

Como sabemos, a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero convexo é igual a 360° . Assim:

$$2x + 10^\circ + 3x - 5^\circ + 4x - 45^\circ + 2x - 40^\circ = 360^\circ$$

$$11x - 80^\circ = 360^\circ$$

$$11x = 440^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

As medidas de cada um dos ângulos deste quadrilátero serão de:

$$2x + 10^\circ = 2.(40^\circ) + 10^\circ = 80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$$

$$3x - 5^\circ = 3.(40^\circ) - 5^\circ = 120^\circ - 5^\circ = 115^\circ$$

$$4x - 45^\circ = 4.(40^\circ) - 45^\circ = 160^\circ - 45^\circ = 115^\circ$$

$$2x - 40^\circ = 2.(40^\circ) - 40^\circ = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

Assim, o menor ângulo deste quadrilátero convexo mede: 40°

03. As medidas das diagonais de um losango medem 16 cm e 30 cm. Determine a medida do perímetro deste losango.

Resolução:

Sabemos que as diagonais de um losango são perpendiculares e como o losango é um paralelogramo, suas diagonais se interceptam no ponto médio. Assim, são criados 4 triângulos retângulos a partir das diagonais deste losango, sendo que seus catetos medem 8 cm e 15 cm. A medida da hipotenusa de cada um destes triângulos retângulos é o lado do losango. Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras, teremos:

$$L^2 = 8^2 + 15^2 \Rightarrow L^2 = 64 + 225 \Rightarrow L^2 = 289 \Rightarrow L = 17 \text{ cm}$$

Como a questão nos pede o perímetro do losango, teremos:

$$2p_{\text{LOSANGO}} = 17 + 17 + 17 + 17 = 4.(17) = 68 \text{ cm}$$