PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

Considere um número real **n**, e três números reais **a, b** e **c**, tais que $0 < a \neq 1, b > 0$ e $c > 0$.

Dessa forma, temos:

LOGARITMO DO PRODUTO

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

Demonstração:

Considere três números reais w, j e k, tais que $\log_a(b \cdot c) = w$, $\log_a b = j$ e $\log_a c = k$.

Pela definição de logaritmo temos:

I. $\log_a b = j \leftrightarrow a^j = b$

II. $\log_a c = k \leftrightarrow a^k = c$

III. $\log_a(b \cdot c) = w \leftrightarrow a^w = b \cdot c$

Substituindo (II) e (III) em (I), temos

$$a^w = b \cdot c = a^j \cdot a^k = a^{j+k} \Rightarrow a^w = a^{j+k} \Rightarrow w = j + k$$

Logo, $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

Exemplo:

$$\log_5 6 = \log_5 2 \cdot 3 = \log_5 2 + \log_5 3$$

LOGARITMO DO QUOCIENTE

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

Demonstração:

A demonstração da 2ª propriedade é inteiramente análoga à feita na 1ª propriedade. Tente fazer!

Exemplo:

$$\log_5 6 = \log_5\left(\frac{12}{2}\right) = \log_5 12 - \log_5 2$$

LOGARITMO DA POTÊNCIA

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

Demonstração:

Considere dois números reais w e j, tais que $\log_a b^n = w$ e $\log_a b = j$.

Pela definição de logaritmo temos:

I. $\log_a b^n = w \leftrightarrow a^w = b^n$

II. $\log_a b = j \leftrightarrow a^j = b$

Elevando os membros da equação (II) a n, temos:

$$a^j = b \Rightarrow (a^j)^n = (b)^n \Rightarrow a^{jn} = b^n$$

Mas, na equação (I), temos que $b^n = a^w$, substituindo temos:

$$a^{jn} = a^w \Rightarrow jn = w$$

Logo, $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

Exemplo:

$$\log_2 3^5 = 5 \cdot \log_2 3$$

PROEXPLICA

- Se $0 < a \neq 1, b > 0$ e $n \in \mathbb{N}^*$, então

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \log_a b^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

A demonstração dessa observação é análoga à feita na 3ª propriedade.

Tente fazer!

- Para relembrar, como já visto no módulo anterior, também temos que:

Se $0 < a \neq 1, b > 0$ e $n \in \mathbb{R}^*$, então:

$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

- Se $b, c \in \mathbb{R}^*$, $0 < c \neq 1$, $b > 0$, então:

$$c^{\log_c b} = b$$

A demonstração dessa observação é análoga à feita na 3ª propriedade.

Tente fazer!

Exemplo:

$$5^{\log_5 7} = 7$$

APLICAÇÕES DAS PROPRIEDADES

Sabendo que o log 2 = 0,3 e log 3 = 0,47, determine os logaritmos abaixo:

Exemplo1:

$$\log 6 = \log 2 \cdot 3 = \log 2 + \log 3 = 0{,}3 + 0{,}47 = 0{,}77$$

Exemplo2:

$$\log 1{,}5 = \log\frac{15}{10} = \log\frac{3}{2} = \log 3 - \log 2 = 0{,}47 - 0{,}3 = 0{,}17$$

Exemplo3:

$$\log_2 1024 = \log_2 2^{10} = 10 \cdot \log_2 2 = 10 \cdot 1 = 10$$

Exemplo4:

$$\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2} \cdot \log_5 5 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Exemplo5:

$$3^{\log_3 7} = 3^{\log_3 7} = 7$$

Exemplo6:

$\log 108 =$

Fatorando o 108, achamos que $108 = 2^2 \cdot 3^3$

$\log 108 = \log 2^2 \cdot \log 3^3 = \log 2^2 + \log 3^3 = 2 \cdot \log 2 + 3 \cdot \log 3 =$
$2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}47 = 2{,}01$

Exemplo7:

$$8^{\log_2 5} = 8^{\log_2 5} = \left(2^3\right)^{\log_2 5} = 2^{3 \cdot \log_2 5} = 2^{\log_2 5^3} = 5^3 = 125$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Se $\log x + \log x^2 + \log x^3 + \log x^4 = -20$ o valor de x é:

a) 10 b) 0,1 c) 100 d) 0,01 e) 1

Resolução:

$$\log x + 2 \cdot \log x + 3 \cdot \log x + 4 \cdot \log x = -20$$

$$10 \log x = -20 \rightarrow \log x = -2$$

$$10^{-2} = x \rightarrow x = 0{,}01$$

02. Para quaisquer reais positivos A e B, o resultado da expressão $\log_A B^3 . \log_B A^2$ é

a) 10 b) 6 c) 8 d) a.b e) 12

Resolução:

$$\log_A B^3 \cdot \log_B A^2 = 3 \cdot \log_A B \cdot 2 \cdot \log_B A = 3 \cdot \frac{1}{\log_B A} \cdot 2 \cdot \log_B A = 3 \cdot 2 = 6$$

PROEXPLICA

O logaritmo decimal de 5 pode ser escrito de outra maneira:

$$\log 5 = \log\frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

Assim, como o valor de log2 é um número irracional, é necessária uma aproximação e virá no enunciado para você.

PROEXPLICA

Apesar de utilizado em grande escala na Física, a terceira Lei de Kepler, assim como outras leis matemáticas, envolvem, sobretudo, proporcionalidades entre grandezas. No entanto, em alguns casos, transformá-las utilizando logaritmos pode ser útil para facilitar a extração de informações importantes. Portanto, deve-se estar atento à aplicação do logaritmo e suas propriedades em equações como a apresentada na questão a seguir.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um dos grandes legados de Kepler para ciência foi a sua terceira lei: "o quadrado do período de revolução de cada planeta é proporcional ao cubo do raio médio da respectiva órbita". Isto é, sendo **T** o período de revolução do planeta e **r** a medida do raio médio de sua órbita, esta lei nos permite escrever que: $T^2 = K \cdot r^3$, onde a constante de proporcionalidade K é positiva.

Considerando x = log (T) e y = log (r), pode-se afirmar que:

a) $y = \frac{2x - K}{2x}$

b) $y = \frac{2x}{3\log K}$

c) $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{K}}$

d) $y = \frac{2x}{3K}$

e) $y = \frac{2x - \log k}{3}$

Resolução: E

No enunciado, foi dada a seguinte informação: $T^2 = K \cdot r^3$

Agora, aplicando em ambos os lados da igualdade teremos:

$$\log T^2 = \log\left(K \cdot r^3\right)$$

Pela propriedade do produto teremos:

$$\log T^2 = \log k + \log r^3$$

Pela propriedade da potência:

$$2 \log T = \log K + 3 \log r$$

Substituindo os dados do enunciado:

$$2x = \log k + 3\ y$$

Portanto $y = \frac{2x - \log k}{3}$

EXERCÍCIOS PROTREINO

01. Calcule o valor de log500.

02. Determine o valor do $\log_2 8^5$.

03. Aplicando as propriedades estudadas, simplifique ao máximo os itens abaixo:

a) $\log_{\sqrt{5}}(2\cdot 5)$

b) $\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{16}\right)^9$

c) $\log\left(\frac{1}{10}\right)^{19}$

04. Determine os valores de A abaixo em cada item:

a) $A = \log 30 + \log 7 - \log 21$

b) $A = \log_2 100 - \log_2 25$

05. Dado $\log 2 \cong 0{,}3$, obter o valor aproximado de:

a) log5

b) log20

c) $\log\sqrt{5}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ENEM PPL) Nas informações veiculadas nos órgão de comunicação quando da ocorrência de um terremoto, faz-se referência à magnitude (M), que se refere a quantos graus o fenômeno atingiu na escala Richter. Essa medida quantifica a energia liberada no epicentro do terremoto, e em seu cálculo utilizam-se como parâmetros as medidas da amplitude sísmica (A), em micrômetro, e da frequência (f), em hertz. Esses parâmetros são medidos por aparelhos especiais chamados sismógrafos, e relacionam-se segundo a função M = log (AXf)+ 3,3. Pela magnitude do terremoto na escala Richter, pode-se estimar seus efeitos de acordo com o quadro, onde não estão considerados terremotos de magnitudes superiores a 7,9

Magnitude (grau)	Efeitos do terremoto segundo a escala Richter
$M \leq 3{,}5$	Registrado (pelos aparelhos), mas não perceptível pelas pessoas.
$3{,}5 < M \leq 5{,}4$	Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
$5{,}4 < M \leq 6{,}0$	Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
$6{,}0 < M \leq 6{,}9$	Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
$6{,}9 < M \leq 7{,}9$	Destrutivo, retiraram os edifícios de suas fundações, causam fendas no solo e danificam as tubulações contidas no subsolo.

Um terremoto teve sua amplitude e frequências medidas e obteve-se A = 1.000 micrômetros e f = 0,2 hertz.

Use -0,7 como aproximação para log (0,2).

Disponível em: www.mundoeducacao.com.br. Acesso em: 11 jul. 2012 (adaptado).

Considerando o quadro apresentado, e analisando o resultado da expressão que fornece a magnitude desse terremoto, conclui-se que ele foi

a) registrado, mas não percebido pelas pessoas.
b) percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
c) destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
d) destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
e) destrutivo, com consequências nas fundações dos edifícios, fendas no solo e tubulações no subsolo.

02. (MACKENZIE) Para quaisquer reais positivos A e B (SABENDO QUE $A \neq 1$, $B \neq 1$), o resultado da expressão $\log_A B^3 \cdot \log_B A^2$ é:

a) 10
b) 6
c) 8
d) A · B
e) 12

03. (ENEM) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R$400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5.000 \times 1{,}013^n \times 0{,}013}{(1{,}013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para log 1,013; 2,602 como aproximação para log 400; 2,525 como aproximação para log 335.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

a) 12. b) 14. c) 15. d) 16. e) 17.

04. (Fuvest) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão

$$S = \frac{1}{2\cdot\log_2 2016} + \frac{1}{5\cdot\log_3 2016} + \frac{1}{10\cdot\log_7 2016}$$

O valor de S é

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{7}$
e) $\frac{1}{10}$

05. (Fuvest) Seja $x > 0$ tal que a sequência $a_1 = \log_2 x$, $a_2 = \log_4(4x)$, $a_3 = \log_8(8x)$ forme, nessa ordem, uma progressão aritmética. Então, $a_1 + a_2 + a_3$ é igual a

a) $\frac{13}{2}$

b) $\frac{15}{2}$

c) $\frac{17}{2}$

d) $\frac{19}{2}$

e) $\frac{21}{2}$

06. (FUVEST) Tendo em vista as aproximações $\log_{10} 2 \cong 0{,}30$, $\log_{10} 3 \cong 0{,}48$, então o maior número inteiro n, satisfazendo $10^n \leq 12^{418}$, é igual a

a) 424
b) 437
c) 443
d) 451
e) 460

07. (FUVEST) A magnitude de um terremoto na escala Richter é proporcional ao logaritmo, na base 10, da energia liberada pelo abalo sísmico. Analogamente, o pH de uma solução aquosa é dado pelo logaritmo, na base 10, do inverso da concentração de íons H^+.

Considere as seguintes afirmações:

I. O uso do logaritmo nas escalas mencionadas justifica-se pelas variações exponenciais das grandezas envolvidas.

II. A concentração de íons H^+ de uma solução ácida com pH 4 é 10 mil vezes maior que a de uma solução alcalina com pH 8.

III. Um abalo sísmico de magnitude 6 na escala Richter libera duas vezes mais energia que outro, de magnitude 3.

Está correto o que se afirma somente em

a) I. b) II. c) III. d) I e II. e) I e III.

08. (FUVEST) Se x é um número real, $x > 2$ e $\log_2(x - 2) - \log_4 x = 1$, então o valor de x é:

a) $4 - 2\sqrt{3}$

b) $4 - \sqrt{3}$

c) $2 + 2\sqrt{3}$

d) $4 + 2\sqrt{3}$

e) $2 + 4\sqrt{3}$

09. (MACKENZIE) Se a e b, $a < b$, são soluções da equação $x^{\log_5 x} = \frac{x^4}{125}$, então o valor de $\frac{1}{2}(b - a)$ é

a) 125 b) 120 c) 60 d) 3 e) 1

10. (MACKENZIE) A equação do 2º grau $x^2 + x \cdot \log t + 0{,}5 \cdot \log t = 0$ tem duas raízes reais distintas, se

a) $t > 0$
b) $t > 1$
c) $t = 0$ ou $t = 2$
d) $0 < t < 2$
e) $0 < t < 1$ ou $t > 100$

11. (ENEM) Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_S) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_S) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leq M_S \leq 3{,}9$
Ligeiro	$4{,}0 \leq M_S \leq 4{,}9$
Moderado	$5{,}0 \leq M_S \leq 5{,}9$
Grande	$6{,}0 \leq M_S \leq 9{,}9$
Extremo	$M_S \geq 10{,}0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_S = 3{,}30 + \log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2.000 μm e frequência de 0,2 Hz.

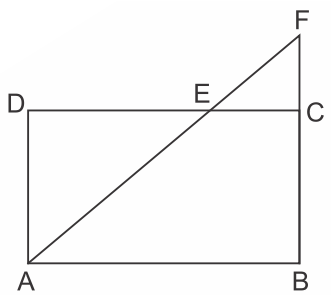
Disponível em: http://cejarj.cecierj.edu.br. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para log2.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

a) Pequeno.
b) Ligeiro.
c) Moderado.
d) Grande.
e) Extremo.

12. (PUCMG) O quadrilátero de vértices A, B, C e D é um retângulo; também são retângulos os triângulos ADE e ECF. Além disso, as medidas $CE = \log_2 k$, $AD = \log_2 8k$ e $AB = \log_2 512$ K formam, nessa ordem, uma progressão geométrica.



Com base nessas informações, é correto afirmar que a medida da área do triângulo CEF é igual a:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

13. (PUCPR) Suponha que a vazão de água de um caminhão de bombeiros se dá pela expressão $V(t) = V_0 \cdot 2^{-t}$, em que V_0 é o volume inicial de água contido no caminhão e t é o tempo de escoamento em horas. Qual é, aproximadamente, utilizando uma casa decimal, o tempo de escoamento necessário para que o volume de água escoado seja 10% do volume inicial contido no caminhão? (utilize: $\log 2 \cong 0{,}3$.)

a) 3h e 30 min.
b) 3h e 12 min.
c) 3h e 18 min.
d) 2h e 15 min.
e) 2h e 12 min.

14. (PUCPR) Sabendo que log20 = 1,3 e log5 = 0,7 , é correto afirmar que $\log_5 20$ corresponde a:

a) Exatamente 2.
b) Exatamente 0,6.
c) Maior ou igual a 0,5 e menor que 0,6.
d) Um valor entre 1,8 e 1,9.
e) Nenhuma das alternativas anteriores.

15. (PUCSP) Um número N é obtido triplicando-se a base e o expoente de 2^y, em que $y \in \mathbb{R}$. Se N é igual ao produto de 2^y por x^y, qual é o valor de log x? (Use: log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48)

a) 2,04
b) 2,08
c) 2,12
d) 2,26
e) 2,28

16. (UERJ) Uma calculadora tem duas teclas especiais, A e B. Quando a tecla A é digitada, o número que está no visor é substituído pelo logaritmo decimal desse número. Quando a tecla B é digitada, o número do visor é multiplicado por 5.

Considere que uma pessoa digitou as teclas BAB, nesta ordem, e obteve no visor o número 10.

Nesse caso, o visor da calculadora mostrava inicialmente o seguinte número:

a) 20
b) 30
c) 40
d) 50

17. (UERJ) Admita que a ordem de grandeza de uma medida x é uma potência de base 10, com expoente n inteiro, para $10^{n-\frac{1}{2}} \leq x < 10^{n+\frac{1}{2}}$.

Considere que um terremoto tenha liberado uma energia E, em joules, cujo valor numérico é tal que $\log_{10} E = 15{,}3$.

A ordem de grandeza de E, em joules, equivale a:

a) 10^{14} c) 10^{16}
b) 10^{15} d) 10^{17}

18. (Uerj) Para melhor estudar o Sol, os astrônomos utilizam filtros de luz em seus instrumentos de observação.

Admita um filtro que deixe passar $\frac{4}{5}$ da intensidade da luz que nele incide. Para reduzir essa intensidade a menos de 10% da original, foi necessário utilizar *n* filtros.

Considerando log 2 = 0,301, o menor valor de *n* é igual a:

a) 9 c) 11
b) 10 d) 12

19. (UECE) Se x é o logaritmo de 16 na base 2, então, o logaritmo (na base 2) de $x^2 - 5x + 5$ é igual a

a) 2. c) -1.
b) 1. d) 0.

20. (UERJ) Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação $I = I_0 \cdot 0{,}8^{\frac{h}{40}}$ na qual I é a intensidade da luz em uma profundidade h, em centímetros, e I_0 é a intensidade na superfície.

Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície. A profundidade do ponto P, em metros, considerando log2 = 0,3, equivale a:

a) 0,64 c) 2,0
b) 1,8 d) 3,2

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. (UNIFESP) Em um jogo disputado em várias rodadas consecutivas, um jogador ganhou metade do dinheiro que tinha a cada rodada ímpar e perdeu metade do dinheiro que tinha a cada rodada par.

a) Sabendo que o jogador saiu do jogo ao término da 4ª rodada com R$ 202,50, calcule com quanto dinheiro ele entrou na 1ª rodada do jogo.
b) Suponha que o jogador tenha entrado na 1ª rodada do jogo com R$1.000,00, terminando, portanto, essa rodada com R$ 1,500,00, e que tenha saído do jogo ao término da 20ª rodada. Utilizando $\log 2 \cong 0{,}301$, $\log 3 \cong 0{,}477$ e os dados da tabela, calcule com quanto dinheiro, aproximadamente, ele saiu do jogo.

x	Valor aproximado de 10^x
1,5	32
1,55	35
1,6	40
1,65	45
1,7	50
1,75	56
1,8	63
1,85	71

02. (FGVRJ) Em uma experiência de Física, para cada valor da variável contínua X, obteve-se, no laboratório, um resultado y. A tabela a seguir mostra os resultados de cinco medidas realizadas para valores inteiros de x:

x	Y
1	2,97
2	9,05
3	26,8
4	81,6
5	241

Os resultados sugeriram que, para os valores de x do intervalo [1,5], uma função adequada para modelar essa experiência é exponencial, ou seja, da forma $y = a^x$. De fato, para certo valor inteiro de a, os valores encontrados na experiência e os valores dados por essa função diferem muito pouco.

Usando essa função, determine, aproximadamente, para que valor de x encontra-se y = 100.

Utilize o que for necessário:

Log 2 = 0,301

Log 3 = 0,477

Log 5 = 0,699

03. (UNESP) O cálculo aproximado da área da superfície externa de uma pessoa pode ser necessário para a determinação da dosagem de algumas medicações. A área A (em cm²) da superfície externa de uma criança pode ser estimada por meio do seu "peso" P (em kg) e da sua altura H (em cm) com a seguinte fórmula, que envolve logaritmos na base 10:

$$\log A = 0{,}425\log P + 0{,}725\log H + 1{,}84$$

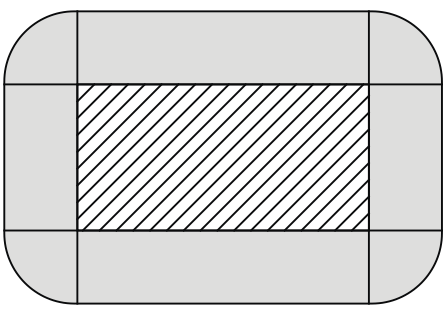
(Delafield Du Bois e Eugene Du Bois. *A formula to estimate the approximate surface area if height and weight be known*, 1916. Adaptado.)

Rafael, uma criança com 1m de altura e 16 kg de "peso", precisa tomar uma medicação cuja dose adequada é de 1 mg para cada 100 cm² de área externa corporal. Determine a dose adequada dessa medicação para Rafael.

Adote nos seus cálculos log2 = 0,30 e a tabela a seguir.

X	10x
3,3	1995
3,4	2512
3,5	3162
3,6	3981
3,7	5012
3,8	6310
3,9	7943

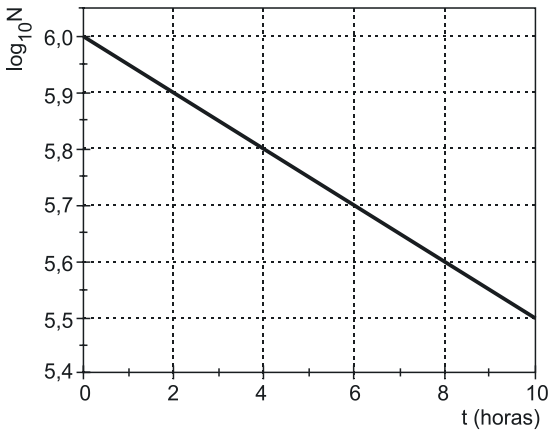
04. (UNICAMP) A superfície de um reservatório de água para abastecimento público tem 320.000 m² de área, formato retangular e um dos seus lados mede o dobro do outro. Essa superfície é representada pela região hachurada na ilustração abaixo. De acordo com o Código Florestal, é necessário manter ao redor do reservatório uma faixa de terra livre, denominada Área de Proteção Permanente (APP), como ilustra a figura abaixo. Essa faixa deve ter largura constante e igual a 100 m, medidos a partir da borda do reservatório.



a) Calcule a área da faixa de terra denominada APP nesse caso.

b) Suponha que a água do reservatório diminui de acordo com a expressão $V(t)=V_0\ 2^{-t}$, em que V_0 é o volume inicial e t é o tempo decorrido em meses. Qual é o tempo necessário para que o volume se reduza a 10% do volume inicial? Utilize, se necessário, $\log_{10} 2 \approx 0{,}30$.

05. (FUVEST) O número N de átomos de um isótopo radioativo existente em uma amostra diminui com o tempo t, de acordo com a expressão $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$, sendo N_0 o número de átomos deste isótopo em t = 0 e λ a constante de decaimento. Abaixo, está apresentado o gráfico do $\log_{10} N$ em função de t, obtido em um estudo experimental do radiofármaco Tecnécio 99 metaestável (^{99m}Tc), muito utilizado em diagnósticos do coração.



A partir do gráfico, determine

a) o valor de $\log_{10} N_0$;

b) o número N_0 de átomos radioativos de ^{99m}Tc ;

c) a meia-vida ($T_{1/2}$) do ^{99m}Tc.

Note e adote: A meia-vida ($T_{1/2}$) de um isótopo radioativo é o intervalo de tempo em que o número de átomos desse isótopo existente em uma amostra cai para a metade; $\log_{10} 2 = 0{,}3$; $\log_{10} 5 = 0{,}7$.

GABARITO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. C	05. B	09. C	13. C	17. B
02. B	06. D	10. E	14. D	18. C
03. D	07. D	11. C	15. A	19. D
04. E	08. D	12. C	16. A	20. C

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01.

a) $v_0 = R\$\ 360{,}00$.

b) $v_{20} \cong R\$\ 56{,}00$.

02.

$x \approx 4{,}2$

03. 63,1 mg.

04.

a) $A = 10.000(24+\pi)\,m^2$

b) $t \simeq 3\frac{1}{3}$ meses $\rightarrow$ aproximadamente 3 meses e 10 dias.

05.

a) No gráfico, $\log_{10} N_0 = 6$.

b) $N_0 = 10^6 = 1\ 000\ 000$.

c) $\log N(t) = 5{,}7 \Rightarrow t = 6$ horas