

FUNÇÃO POLINOMIAL

Temos que uma função polinomial $p(x)$ é uma função com conjunto domínio e contradomínio complexos e com somas finitas das potências inteiras e não negativas da variável x . Observe:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Na expressão acima, n deve ser um número inteiro não-negativo e os coeficientes reais e os possíveis valores de x complexos.

Os valores de $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ são chamados de coeficientes da função polinomial e a_0 é conhecido como coeficiente livre desta função polinomial.

GRAU DE UM POLINÔMIO

Definimos por grau de um polinômio $p(x)$ pelo maior valor de expoente que temos nesta expressão para x , desde que seu coeficiente seja diferente de zero. Observe os exemplos abaixo:

Determine os graus dos polinômios abaixo.

$$P(x) = 3x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 6 \rightarrow \text{grau: } 5$$

$$Q(x) = x^3 - 7x^4 + 2x \rightarrow \text{Grau: } 4$$

POLINÔMIO NULO

É o polinômio que tem todos os coeficientes iguais a zero. Consequentemente tem grau zero.

VALOR NUMÉRICO

Quando buscamos o valor numérico de um polinômio $P(x)$ para determinado valor de x , devemos encontrar a imagem que estará associada ao domínio x dado. Observe o exemplo abaixo:

Encontre o valor numérico da função polinomial abaixo quando $x = 2$.

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 3x^2 + 10x - 8$$

Desta forma, devemos calcular o valor de $P(2)$:

$$P(2) = 2(2)^5 - 3(2)^4 + 7(2)^3 - 3(2)^2 + 10(2) - 8$$

$$P(2) = 2(32) - 3(16) + 7(8) - 3(4) + 10(2) - 8$$

$$P(2) = 64 - 48 + 56 - 12 + 20 - 8 = 72$$

IGUALDADE DE POLINÔMIOS

Dois polinômios serão idênticos quando possuírem o mesmo grau e uma correspondência entre os coeficientes de mesmo grau. Veja o exemplo abaixo:

Se m e n são constantes reais, determine o valor da soma $m + n$ de modo que os polinômios abaixo sejam idênticos:

$$P(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 9x + 6$$

$$Q(x) = mx^3 + 5x^4 + 2x^2 + nx + 6$$

Para que estes polinômios sejam idênticos, devemos ter:

Os mesmos coeficientes nos monômios de grau 3 $\rightarrow m = -3$

Os mesmos coeficientes nos monômios de grau 1 $\rightarrow n = -9$

Assim:

$$m + n = (-3) + (-9) = -12$$

RAIZ DE UM POLINÔMIO

Denominamos por raiz de um polinômio qualquer valor que acarrete valor numérico igual a zero. Assim, se o valor de $P(2)$ é zero, temos que 2 é uma raiz do polinômio em questão, por exemplo. Um polinômio de grau " n " terá n raízes, sendo que as raízes reais podem ser observadas graficamente nos pontos de encontro entre a reta/curva que representa a função polinomial e o eixo x .

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Neste capítulo trabalharemos com a soma e a subtração de polinômios. Para desenvolvê-las, devemos trabalhar isoladamente com os monômios de mesmo grau, desenvolvendo a soma ou a subtração propostas. Observe o exemplo abaixo:

Sejam $P(x) = 4x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 9x + 7$ e $Q(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 8x + 5$. Determine os valores de:

a) $P(x) + Q(x)$:

Teremos:

$$(4x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 9x + 7) + (3x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 8x + 5)$$

$$(4 + 3)x^4 + (-6 + 6)x^3 + (4 - 2)x^2 + (-9 + 8)x + (7 + 5)$$

$$= 7x^4 + 2x^2 - x + 12$$

b) $P(x) - Q(x)$:

Teremos:

$$(4x^4 - 6x^3 + 4x^2 - 9x + 7) - (3x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 8x + 5)$$

$$(4 - 3)x^4 + (-6 - 6)x^3 + (4 + 2)x^2 + (-9 - 8)x + (7 - 5)$$

$$= x^4 - 12x^3 + 6x^2 - 17x + 2$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (GUALIMP) Dado o polinômio $P(x) = 4x^3 - 3x^2 - x^4$, pode-se dizer que $P(x)$ é um polinômio do:

- a) 2° grau
- b) 3° grau
- c) 4° grau
- d) 9° grau

Resolução: C

Sabemos que o grau de um polinômio é o maior expoente que encontramos para a sua variável. No caso deste polinômio, temos que este valor é 4.

Logo: 4° grau

02. (FUNDATEC) Considere os seguintes polinômios $p(x) = 3x^3 + 2x - 1$ e $q(x) = 2x^2 - 4x + 2$. Assinale a afirmação correta sobre eles.

- a) $q(1) > p(1)$
- b) $p(0) > q(0)$
- c) $p(1) > q(0)$
- d) $p(2) < q(2)$
- e) $p(0) = q(0)$

Resolução: C

Teremos os seguintes valores:

$$p(0) = 3(0)^3 + 2(0) - 1 = 0 + 0 - 1 = -1$$

$$p(1) = 3(1)^3 + 2(1) - 1 = 3 + 2 - 1 = 4$$

$$p(2) = 3(2)^3 + 2(2) - 1 = 24 + 4 - 1 = 27$$

$$q(0) = 2(0)^2 - 4(0) + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$$

$$q(1) = 2(1)^2 - 4(1) + 2 = 2 - 4 + 2 = 0$$

$$q(2) = 2(2)^2 - 4(2) + 2 = 8 - 8 + 2 = 2$$

Assim, comparando, teremos:

$$p(0) < q(0)$$

$$p(1) > q(1)$$

$$p(2) > q(2)$$

A única opção correta é: $p(1) > q(0)$

03. (UNESC) Dado o polinômio $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - Kx + 12$, qual deve ser o valor de K para que o polinômio tenha o 2 como uma das raízes:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8

Resolução: D

Para que 2 seja uma raiz deste polinômio, devemos ter $P(2) = 0$. Assim:

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - k \cdot 2 + 12 = 0$$

$$16 - 12 - 2k + 12 = 0$$

$$-2k = -16$$

$$2k = 16$$

$$K = 8$$

04. (CESPE) Considerando-se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função polinomial dada por $f(x) = mx^3 + 8x^2 + 20mx + 1$, cujo gráfico contenha o ponto $P(2, -15)$, então o valor de m é igual a:

- a) 2
- b) -2
- c) -1
- d) 0
- e) 1

Resolução: C

Temos que $f(2) = -15$. Assim:

$$f(2) = m \cdot 2^3 + 8 \cdot 2^2 + 20m \cdot 2 + 1 = -15$$

$$8m + 32 + 40m + 1 = -15$$

$$48m = -48$$

$$m = -1$$

05. (CESPE) Se -2 é raiz do polinômio $p(x) = 2x^3 - a^3x - 38$, então o valor de a é igual a:

- a) -36
- b) -19
- c) 2
- d) 38
- e) 3

Resolução: E

Como -2 é raiz do polinômio, temos que $P(-2) = 0$. Assim:

$$P(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - a^3 \cdot (-2) - 38 = 0$$

$$-16 + 2a^3 - 38 = 0$$

$$2a^3 = 54$$

$$a^3 = 27 \rightarrow a = 3$$

06. (IDECAN) Considere a seguinte equação polinomial: $P(x) + Q(x) = S(x)$. Se $S(x) = -6x^2 + 6x - 4$ e $Q(x) = 2x^2 - 6x + 8$, qual alternativa apresenta $P(x)$?

- a) $P(x) = -4x^2 + 4$
- b) $P(x) = -8x^2 - 12x + 12$
- c) $P(x) = -8x^2 + 12x - 12$
- d) $P(x) = -4x^2 - 12x + 12$

Resolução: C

Teremos a seguinte dinâmica:

$$P(x) + Q(x) = S(x)$$

$$P(x) = S(x) - Q(x)$$

$$P(x) = (-6x^2 + 6x - 4) - (2x^2 - 6x + 8)$$

$$P(x) = (-6 - 2)x^2 + (6 + 6)x + (-4 - 8)$$

$$P(x) = -8x^2 + 12x - 12$$

ANOTAÇÕES