

POLÍGONO:

É uma sequência cíclica de segmentos de reta, que representarão os lados do polígono. Se um polígono possui uma quantidade de lados igual a n , terá n vértices, n ângulos internos e n ângulos externos. Desta forma, o heptágono é denominado dessa forma por apresentar 7 lados, 7 vértices, e ângulos internos e 7 ângulos externos.

DIFERENÇA ENTRE POLÍGONO CONVEXO E POLÍGONO CÔNCAVO:

A diferença entre esses dois polígonos se dá nas aberturas que eles possuem ou não. Como o nome pode sugerir, a ideia de polígono côncavo pode ser relacionada a um polígono que apresenta uma cavidade. No caso do polígono convexo, esta cavidade não acontecerá. Em outras palavras, um polígono côncavo possui ao menos um ângulo interno maior do que 180° , enquanto em um polígono convexo todos os ângulos internos são menores do que 180° .



Figura 1

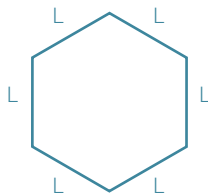


Figura 2

Na figura, o polígono 1 é convexo e o polígono 2 é côncavo.

POLÍGONO REGULAR:

Um polígono regular é aquele que apresenta regularidade das medidas não somente dos seus lados, mas também nas medidas de seus ângulos internos. Assim, neste tipo de polígono, todos os lados serão congruentes, tal como todos os seus ângulos internos. Lembre-se de que quando todos os ângulos internos têm a mesma medida, o mesmo acontecerá entre os ângulos externos.



Na figura acima temos um exemplo de um polígono regular, que terá seus 5 lados com o mesmo comprimento, assim como seus 5 ângulos internos terão a mesma medida.

GÊNERO DE UM POLÍGONO:

É a denominação que o polígono recebe, de acordo com o seu número de lados. Observe a tabela abaixo:

Número de Lados	Gênero
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO:

Considere um polígono que possui n lados (e consequentemente n vértices). Assim, de cada um dos seus vértices partirão $(n - 3)$ diagonais, visto que não teremos conexão que formará entre este vértice e seus vizinhos e com ele mesmo. Como temos n vértices ao todo no polígono, teríamos um total de $n \cdot (n - 3)$ diagonais. Este cálculo está equivocado, visto que estamos contabilizando a diagonal AC e a diagonal CA do polígono, que na verdade são a mesma diagonal. Como estamos contando duas vezes cada diagonal, dividimos o cálculo anterior por 2, para que alcancemos o número correto de diagonais do polígono. Assim:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Observação: Em um polígono regular, é possível contabilizar o número de diagonais que passam pelo centro. Inicialmente, pensamos que as diagonais que passam pelo centro de um polígono regular são diametralmente opostas. Assim, para que tenhamos diagonais passando pelo centro de um polígono regular, é estritamente necessário que o número de lados do polígono seja par, visto que quando este número é ímpar, não teremos diagonais passando pelo centro. Como as diagonais que passam pelo centro são diametralmente opostas, a sua quantidade será a metade do número de lados. Assim:

$$dC = \begin{cases} 0, \text{se } n \text{ é ímpar} \\ \frac{n}{2}, \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO CONVEXO:

Para calcular a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados, devemos multiplicar 180° pela expressão $(n - 2)$, visto que em um polígono com n lados, traçando diagonais, criaremos $(n - 2)$ triângulos. Assim:

$$S_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

Observação: Em um polígono regular, todos os ângulos internos são congruentes e, por este motivo, podemos calcular a medida de cada um dos ângulos internos. Este cálculo é feito dividindo a soma dos ângulos internos pelo número de ângulos internos desse polígono, que é n . Assim:

$$A_i = \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n}$$

SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS DE UM POLÍGONO CONVEXO:

Em um polígono convexo, cada ângulo externo é uma fatia de um giro feito para que o ciclo termine e seja esboçado o polígono por completo. Em suma, a soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo coincide com o ângulo de uma volta inteira, ou seja, 360° . Assim:

$$S_e = 360^\circ$$

Observação: Em um polígono regular, como todos os ângulos internos são congruentes, todos os ângulos externos também são congruentes entre si. Dessa forma, é possível encontrar a medida de cada ângulo externo, a partir da divisão da soma dos ângulos externos (360°) pelo número de ângulos externos desse polígono, que é n . Assim:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (MACKENZIE) Os ângulos externos de um polígono regular medem 20° . Então, o número de diagonais desse polígono é:

- a) 90 b) 104 c) 119 d) 135 e) 152

Resolução: D

Teremos a seguinte igualdade:

$$A_e = \frac{360^\circ}{n} = 20^\circ \rightarrow 20n = 360 \rightarrow n = 18$$

Assim, o número de diagonais deste polígono será:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = \frac{18 \cdot (18 - 3)}{2} = \frac{18 \cdot (15)}{2} = 9 \cdot 15 = 135 \text{ diagonais}$$

02. (UFES) Um polígono regular possui, a partir de cada um de seus vértices, tantas diagonais quantas são as diagonais de um hexágono. Cada ângulo interno desse polígono mede, em graus:

- a) 140 b) 150 c) 155 d) 160 e) 170

Resolução: B

Número de diagonais de um hexágono:

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = \frac{6 \cdot (6 - 3)}{2} = \frac{6 \cdot (3)}{2} = 3 \cdot 3 = 9 \text{ diagonais}$$

Se de cada vértice temos 9 diagonais, temos que o número de lados deste polígono será:

$$n - 3 = 9 \rightarrow n = 12$$

Assim, a medida do ângulo interno deste polígono será de:

$$A_i = \frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n} = \frac{180^\circ \cdot (12 - 2)}{12} = \frac{180^\circ \cdot (10)}{12} = 15^\circ \cdot 10 = 150^\circ$$

03. (ESAF) Um polígono regular possui 48 diagonais que não passam pelo seu centro. A partir desta informação, pode se concluir que o número de lados desse polígono é igual a:

- a) 12 b) 36 c) 24 d) 48 e) 22

Resolução: A

As diagonais que não passam pelo centro deste polígono podem ser expressas como a diferença entre o número total de diagonais do polígono e o número de diagonais que passam pelo seu centro. Assim, teremos a seguinte igualdade:

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} - \frac{n}{2} = 48 \rightarrow n^2 - 3n - n = 96 \rightarrow n^2 - 4n - 96 = 0$$

As raízes desta equação são -8 e 12. Como o número de lados de um polígono deve ser positivo, teremos: $n = 12$

ANOTAÇÕES