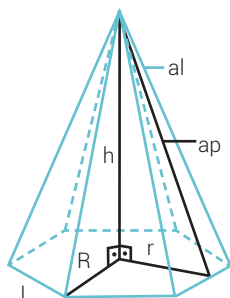


DEFINIÇÃO E ELEMENTOS

Uma pirâmide é um sólido formado por uma face inferior e um vértice comum a todas as faces laterais. As faces laterais de uma pirâmide são triangulares e o número de faces depende do número de lados do polígono da base. As pirâmides são ainda classificadas de acordo com o polígono da base. A distância do vértice ao plano que contém a base é chamada de altura da pirâmide. Uma pirâmide é chamada reta quando possui todas as arestas laterais congruentes, ou ainda, quando a reta que une o vértice da pirâmide ao centro do polígono da base da mesma é perpendicular ao plano que contém a referida base. Se além de reta, sua base for um polígono regular dizemos então que a pirâmide é regular. Na pirâmide regular todas as faces laterais são triângulos isósceles congruentes e as alturas relativas às bases das faces laterais são congruentes e recebem o nome de apótemas. Observe a figura:



r : apótema da base;

ap : apótema da pirâmide; $r^2 + h^2 = (ap)^2$

Para as pirâmides, temos:

$$S_{TOTAL} = S_{LATERAL} + S_{BASE}; \quad V = 1/3 \cdot (S_{BASE}) \cdot H$$

Para o cálculo da área lateral de uma pirâmide, é necessário entender quantas faces laterais (triangulares) existem. Caso a pirâmide seja regular, podemos calcular a área de um destes triângulos e multiplicar pela quantidade de faces laterais existentes, visto que neste tipo de pirâmide as faces laterais são todas iguais.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (FEI) São dados dois planos paralelos distantes de 5 cm. Considere em um dos planos um triângulo ABC de área 30cm^2 e no outro plano um ponto qualquer O. O volume do tetraedro ABCO é:

- 10 cm^3
- 20 cm^3
- 30 cm^3
- 40 cm^3
- 50 cm^3

Resolução: E

O volume da pirâmide será:

$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{30 \cdot 5}{3} = 10 \cdot 5 = 50\text{ cm}^3$$

02. (PUC-CAMPINAS) Uma pirâmide regular de base hexagonal é tal que a altura mede 8cm e a aresta da base mede $2\sqrt{3}\text{ cm}$. O volume dessa pirâmide, em centímetros cúbicos, é:

- $24\sqrt{3}$
- $36\sqrt{3}$
- $48\sqrt{3}$
- $72\sqrt{3}$
- $144\sqrt{3}$

Resolução: C

O volume da pirâmide será:

$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{6 \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 8}{12} = 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 48\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

03. (UNIRIO) Um prisma de altura H e uma pirâmide têm bases com a mesma área. Se o volume do prisma é a metade do volume da pirâmide, a altura da pirâmide é:

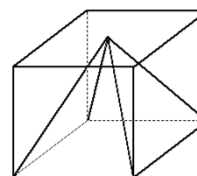
- $H/6$
- $H/3$
- $2H$
- $3H$
- $6H$

Resolução: E

$$V_{PIRÂMIDE} = 2 \cdot V_{PRISMA}$$

$$\frac{A \cdot x}{3} = 2 \cdot A \cdot H \rightarrow x = 2H \cdot 3 \rightarrow x = 6H$$

04. (UNIRIO)



Uma pirâmide está inscrita num cubo, como mostra a figura anterior. Sabendo-se que o volume da pirâmide é de 6 m^3 , então, o volume do cubo, em m^3 , é igual a:

- 9
- 12
- 15
- 18
- 21

Resolução: D

$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{a^2 \cdot a}{3} = 6$$

$$a^2 \cdot a = 6 \cdot 3 \rightarrow a^3 = 18 \rightarrow V_{CUBO} = 18\text{ m}^3$$

05. (UECE) Numa pirâmide quadrangular regular, uma aresta da base mede $2\sqrt{2}$ cm e uma aresta lateral mede $\sqrt{22}$ cm. O volume dessa pirâmide, em cm^3 , é:

- a) $7\sqrt{2}$ c) $9\sqrt{2}$
b) $8\sqrt{2}$ d) $10\sqrt{2}$

Resolução:

Cálculo da metade da diagonal da base, que chamaremos de x:

$$x = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \text{ cm}$$

Teremos um triângulo retângulo em que a hipotenusa será a aresta lateral da pirâmide e os catetos serão metade da diagonal da base (x) e a altura da pirâmide, que chamaremos de H. Aplicando o Teorema de Pitágoras, teremos:

$$(\sqrt{22})^2 = 2^2 + H^2 \rightarrow 22 = 4 + H^2 \rightarrow H^2 = 18 \rightarrow H = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

O volume da pirâmide será:

$$V_{\text{PIRÂMIDE}} = \frac{(2\sqrt{2})^2 \cdot 3\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

06. (CESGRANRIO) Uma pirâmide quadrangular regular tem todas as arestas iguais a x. O volume dessa pirâmide é:

- a) $(x^3 \sqrt{2})/3$ c) $(x^3 \sqrt{3})/2$
b) $(x^3 \sqrt{2})/6$ d) $(x^3 \sqrt{3})/6$

Resolução: B

A metade da diagonal desta base medirá $\frac{x\sqrt{2}}{2}$. Teremos um triângulo retângulo em que a hipotenusa será a aresta lateral

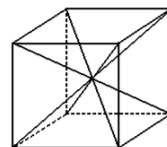
(x) e os catetos serão metade da diagonal da base e a altura da pirâmide. Aplicando o Teorema de Pitágoras, teremos:

$$x^2 = \frac{x^2}{2} + H^2 \rightarrow H^2 = \frac{x^2}{2} \rightarrow H = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

O volume da pirâmide será:

$$V_{\text{PIRÂMIDE}} = \frac{x^2 \cdot \frac{x\sqrt{2}}{2}}{3} = \frac{x^3 \sqrt{2}}{6}$$

07. (UFPE) Na figura abaixo o cubo de aresta medindo 6 está dividido em pirâmides congruentes de bases quadradas e com vértices no centro do cubo.



Qual o volume de cada pirâmide?

- a) 36 b) 48 c) 54 d) 64 e) 72

Resolução: A

O volume da pirâmide será:

$$V_{\text{PIRÂMIDE}} = \frac{6^2 \cdot 3}{3} = 6^2 = 36 \text{ u.v.}$$

08. (CESGRANRIO) Uma folha de papel colorido, com a forma de um quadrado de 20 cm de lado, será usada para cobrir todas as faces e a base de uma pirâmide quadrangular regular com altura de 12 cm e apótema da base medindo 5 cm. Após se ter concluído essa tarefa, e levando-se em conta que não houve desperdício de papel, a fração percentual que sobrar dessa folha de papel corresponde a:

- a) 20% d) 12%
b) 16% e) 10%
c) 15%

Resolução: E

Teremos um triângulo retângulo em que a hipotenusa será o apótema da pirâmide (denominaremos por x) e os catetos serão o apótema da base (5 m) e altura da pirâmide (12 m). Este triângulo é pitagórico e, por sete motivo, $x = 13$ m.

A área total da pirâmide será:

$$A_{\text{TOTAL}} = 10^2 + 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2} = 100 + 260 = 360 \text{ cm}^2$$

A área da folha será de:

$$A_{\text{FOLHA}} = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

A área restante será de:

$$A_{\text{REMANESCENTE}} = 400 - 360 = 40 \text{ cm}^2$$

A porcentagem da área restante será:

$$\text{Porcentagem} = \frac{40 \text{ cm}^2}{400 \text{ cm}^2} = 0,1 = 10\%$$

