MEKANIKA FLUIDA

1

Ir. M. Oriarto, BSE.
Ir. W.A. Pratiktoro, M.Sc.

Teknologi Kelautan
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya

ISTAKAAN
VA TIMUR

BPFE
YOGYAKARTA

532
ORI
m

MEKANIKA FLUIDA
I

Ir. M. Orianto, BSE.
Ir. W.A. Pratikto, M.Sc.

Teknologi Kelautan
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya

BPFE
YOGYAKARTA

Kutipan Pasal 44:
Sanksi Pelanggaran Undang-undang Hak Cipta 1987

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak mengumumkan atau memperbanyak suatu ciptaan atau memberi izin untuk itu, dipidana dengan pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 100.000.000,00 (seratus juta rupiah).
2. Barangsiapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 50.000.000,00 (lima puluh juta rupiah).

M I L I K
PERPUSTAKAAN DAERAH
JAWA TIMUR
Nomor : 95.234/PD/P/1995
Tanggal : 24/5 1995

MEKANIKA FLUIDA I

Edisi Pertama
Cetakan Pertama, Oktober 1989

Oleh:
Ir. M. Orianto, BSE
Ir. W.A. Pratikto, M.Sc.

© Hak cipta ada pada penulis. Tidak boleh direproduksi sebagian atau seluruhnya dalam bentuk apapun tanpa ijin tertulis dari penulis.

Dicetak & Diterbitkan
BPFE-YOGYAKARTA
Yogyakarta
Anggota IKAPI

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1994 / 1995

KATA PENGANTAR

Guna memenuhi kebutuhan akan adanya diktat Mekanika Fluida I (semester III) di Jurusan Teknik Permesinan Kapal, Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Surabaya, maka disusunlah tulisan ini, yang terutama dimaksudkan sebagai pegangan utama bagi para mahasiswa di jurusan tersebut.

Tulisan ini merupakan kumpulan materi yang diambil dari berbagai literatur Mekanika Fluida.

Berhubung masih dipakainya Unit Inggris di USA dan Unit SI di berbagai negara, maka diktat ini menggunakan kedua unit tersebut.

Akhirnya dimohon adanya kritik yang konstruktif di dalam penyempurnaan diktat ini.

Surabaya, 1984

Penyusun,

Ir. M. Orianto, BSE.
Ir. W.A. Pratikto, M.Sc.

DAFTAR ISI

Halaman

KATA PENGANTAR iii
DAFTAR ISI v
Bab I. PENDAHULUAN 1
Bab II. SIFAT-SIFAT FLUIDA 3
Bab III. STATIKA FLUIDA 9
Bab IV. KINEMATIKA FLUIDA 27
Bab V. KONSEP ALIRAN FLUIDA DAN PERSAMAAN-PERSAMAAN DASAR 35
Bab VI. ALIRAN FLUIDA DI DALAM PIPA 73
Bab VII. GAYA-GAYA PADA BENDA TENGGELAM 101
Bab VIII. KESAMAAN DAN ANALISA DIMENSI 159
DAFTAR PUSTAKA 183

Bab I

PENDAHULUAN

Mekanika fluida merupakan salah satu cabang tertua dari ilmu fisika dan merupakan pondasi bagi pengetahuan dan aspek lain ilmu terapan dan keteknikan yang memperhatikan gerakan dan keseimbangan fluida. Ilmu ini merupakan suatu subyek yang mendasari hampir semua bidang keteknikan seperti: mechanical engineering, civil engineering, aerospace, naval architecture, marine engineering, serta bidang-bidang lain seperti: astrophysics, biology, biomedicine, plasma physics. Sejak abad ke-19, yakni ketika studi tentang hidrolika sebagai pengetahuan dikaitkan dengan bidang civil engineering dan naval architecture, scope dari mekanika fluida bertambah luas. Perkembangan bidang aeronatical, chemical, mechanical engineering, serta penyelidikan ruang angkasa pada beberapa puluh tahun terakhir ini memberikan rangsangan kuat terhadap bidang mekanika fluida sehingga menjadikannya sebagai salah satu cabang ilmu yang terpenting dalam engineering science.

Meskipun demikian dramatis perkembangan mekanika fluida dalam bidang-bidang teknologi tinggi, kita masih dapat memperhatikan pengalaman hidup sehari-hari sebagai aplikasi daripada mekanika fluida. Sebagai contoh, terbangnya burung-burung di udara dan gerakan ikan di air dikontrol oleh hukum-hukum mekanika fluida. Perancangan kapal terbang dan kapal laut untuk transportasi udara dan laut didasarkan pada teori mekanika fluida. Bahkan fenomena alam seperti hurricanes dan tornadoes mungkin suatu hari bisa

dijelaskan dengan prinsip-prinsip mekanika fluida. Kita hidup di dalam lingkungan udara dan air sedemikian erat, sehingga hampir seluruh apa pun yang kita kerjakan pasti berhubungan dengan pengetahuan mekanika fluida.

Studi mengenai seluruh aspek tingkah laku fluida dapat dibagi menjadi tiga katagori — statika, kinematika, dan dinamika. Pada kasus pertama, elemen fluida berada pada keadaan relatif terhadap lainnya sehingga bebas dari tegangan geser. Distribusi-distribusi tekanan statis dalam suatu fluida dan pada benda-benda yang tenggelam di dalam suatu fluida dapat ditentukan dari analisa statika.

Kinematika fluida berhubungan dengan study mengenai translasi, rotasi, dan rate deformasi dari suatu partikel fluida. Analisa ini berguna dalam menentukan metode yang menggambarkan gerakan suatu partikel dan dalam menganalisa bentuk aliran. Selanjutnya, perlu untuk mengadakan analisa dinamis bagi suatu gerakan fluida untuk menentukan efek-efek fluida tersebut beserta lingkungannya terhadap gerakan.

Analisa dinamis meliputi pertimbangan terhadap gaya-gaya yang bekerja pada partikel-partikel fluida yang bergerak. Karena adanya gerakan relatif daripada partikel-partikel, maka gaya-gaya geser menjadi penting dalam analisa tersebut.

Bab II

SIFAT-SIFAT FLUIDA

Karakteristik-karakteristik tertentu daripada suatu fluida tidak tergantung kepada gerakan fluida. Karakteristik-karakteristik ini disebut sifat-sifat dasar dari fluida. Sebelum kita membicarakan sifat-sifat fluida tersebut, sebaiknya kita menentukan dahulu beberapa standar unit yang kita pakai.

Masa	slug
Gaya	lbf
Panjang	feet
Waktu	second

Catatan:

1 slug = 14,594 kg
1 lbm = 0,4536 kg

(a). *Tekanan* (p)

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

di mana, ΔF = pertambahan/penurunan/perubahan gaya normal yang bekerja pada luasan A yang dikelilingi oleh partikel fluida.

(b). *Density* (ρ), *specific weight* (γ), dan *specific volume* (V_{sp}) atau υ

Density — menunjukkan masa fluida yang dikandung dalam suatu unit volume.

Density mempunyai unit: slugs/ft^3.
Density pada suatu titik digambarkan sebagai:

$$\rho = \lim_{\Delta vol \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta vol}$$

di mana Δm adalah pertambahan masa fluida di sekitar titik dan Δvol adalah pertambahan volume pada posisi yang sama.

Specific weight — dapat dihitung dari density:

$$\gamma = \rho g$$

di mana g adalah percepatan grafitasi. γ mempunyai unit lbf/ft^3.

Specific volume — adalah volume yang ditempati oleh suatu masa fluida.

$$v = \frac{1}{\rho}$$

Unitnya: ft^3/slug.

(c). *Spesific gravity* (s)

Adalah perbandingan antara specific weight suatu fluida pada kondisi sebenarnya dengan specific weight air murni pada kondisi standar (14,7 psi, 68°F).

(d). *Viskositas*

Viskositas suatu fluida adalah suatu sifat yang sangat penting dalam penganalisaan tingkah laku fluida dan gerakan fluida dekat batas padat. Viskositas merupakan hasil dari gaya-gaya antara molekul yang timbul pada saat lapisan-lapisan fluida berusaha menggeser satu dengan lainnya. Shearing stress (tegangan

geser) antara lapisan-lapisan fluida nonturbulen yang bergerak pada saluran lurus dapat ditentukan, untuk fluida Newtonian, sebagai:

$$\tau xy \; \alpha \; \partial u/\partial y$$

di mana

τxy = shearing stress pada permukaan.

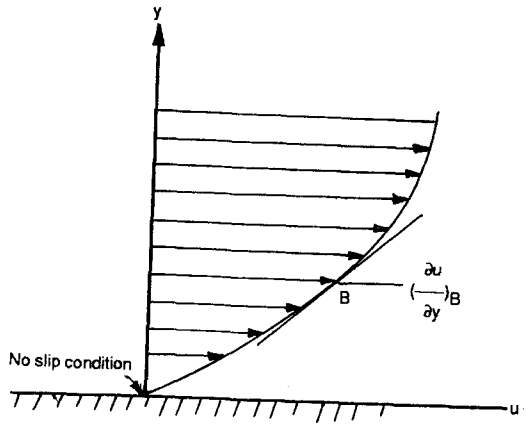
Berdasarkan pengalaman empiris,

$$\tau xy = \mu \, \partial u/\partial y$$

di mana

μ = konstante proporsionil yang disebut koefisien viskositas atau viskositas dinamis.

Efek daripada viskositas terhadap gerakan fluida diilustrasikan pada gambar di bawah ini.



Gambar 2.1.

Viskositas kinematis — adalah merupakan perbandingan antara koefisien viskositas (viskositas dinamis) dengan density.

$\upsilon = \mu/\rho$

Unit υ adalah ft^2/sec. Pada tekanan tetap, υ sebagai fungsi utama dari temperatur.

(e). *Sifat-sifat lain*

Beberapa sifat lain, di antaranya adalah: thermal condictivity, specific heat, surface tension, bulk modulus of elasticity, dan lain-lain.

MACAM REGIME DALAM MEKANIKA FLUIDA

Macam-macam jenis aliran dalam mekanika fluida dibedakan oleh sifat-sifat fluida yang membuat situasi karakteristik phisik. Faktor-faktor pengontrol dinyatakan dalam bentuk besaran tertentu seperti: kecepatan benda dalam fluida, density fluida, viskositas fluida, dan lain-lain.

Macam-macam fluida secara umum dapat diklasifikasikan sebagai:

(a). *Fluida Ideal*

Cabang dari fluida dynamic ini sering disebut sebagai classical hydrodynamics. Fluida ini dianggap tidak berviskositas (viskositasnya nol) dan incompressible (densitynya konstan), sehingga gaya tangensial antara lapisan yang berdekatan tidak ada. Teori matematik yang luas telah dikembangkan untuk ideal fluida. Meskipun teori fluida tidak berhasil menjelaskan fenomena dari fluida yang sesungguhnya, tetapi teori ini memberikan hasil yang cukup baik dalam perhitungan lift, induced drag, dan wave motion.

(b). *Viscous incompressible fluids*

Teori viscous incompressible fluids, yang mana density fluida dianggap konstan, mempunyai kegunaan yang luas seperti pada aliran suatu cairan (khususnya air) dan aliran udara bertekanan rendah. Hal tersebut menjelaskan fenomena dari gaya viskositas, pemisahan aliran, dan aliran pusar. Cabang dari mekanika fluida ini dapat dibagi menjadi dua klas:

1. *Slightly Viscous Fluid.* FLuida ini hanya menghasilkan gaya geser yang kecil dalam gerakannya, kecuali pada kecepatan tinggi. Aliran dari fluida ini mempunyai dua jenis aliran, yaitu: laminer dan turbulen. Keadaan dari aliran viscous ditandai oleh parameter tak berdimensi — angka Reynolds ($R_e = u\,L/\upsilon$).
   Aliran dari slightly viscous ditandai oleh harga R_e yang besar, di mana harga R_e lebih kecil untuk aliran laminer dan membesar untuk turbulen. Contoh cairan yang termasuk katagori ini: light oil, air, dan aliran udara pada kecepatan rendah.

2. *Very Viscous Fluid.* Aliran dari fluida ini ditandai oleh adanya gaya viscous yang sangat besar dan gaya intersia yang kecil. Penelusuran pada bidang ini menjurus ke pemakaian pada teori pelumasan, visco elasticity dan plascity. Contoh dari fluida ini adalah heavy oil, dan aspal.

(c). Macam fluida lainnya seperti gas dynamic, magneto fluid mechanics, multi component mixtures, newtonian fluids, dapat dipelajari di buku-buku teks yang lebih advance.

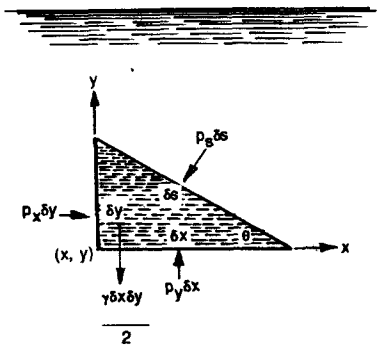
Bab III

STATIKA FLUIDA

Bila seluruh partikel dari fluida dalam keadaan tidak bergerak relatif terhadap suatu sistem koordinat, maka fluida tersebut dinamakan dalam keadaan statis (diam). Sebaliknya, ada beberapa kasus di mana elemen-elemen fluida mungkin dalam keadaan diam terhadap satu dan lainnya atau terhadap pembatasnya, tetapi bergerak terhadap suatu sistem koordinat. Di sini pun masih berlaku hukum hidrostatis. Suatu fluida dalam keadaan diam ataupun keadaan keseimbangan relatif, elemen-elemennya tidak menyebabkan gaya geser. Di bawah ini akan dibahas mengenai tekanan pada suatu titik, variasi tekanan pada fluida statis, tekanan absolut dan pengukurannya, gaya-gaya pada bidang datar dan bidang lengkung.

TEKANAN PADA SUATU TITIK

Tekanan rata-rata adalah pembagian dari gaya normal terhadap luasannya. Sedangkan tekanan pada suatu titik merupakan suatu limit dari perbandingan gaya normal terhadap luasannya, di mana luasan tersebut mendekati nol. Pada suatu titik pada fluida yang diam, tekanan pada seluruh arah adalah sama.



Gambar 3.1. Free-body diagram of wedge-shaped particle.

Karena fluida dalam keadaan statis, maka gaya geser tidak ada, yang bekerja hanyalah gaya normal dan grafitasi. Sehingga persamaan geraknya pada arah x dan y adalah,

$$\bar{Z}F_x = p_x\delta y - p_s\delta s \sin\theta = \frac{\delta x\delta y}{2}\rho a_x = 0 \quad \text{..... (p.1)}$$

$$\bar{Z}F_y = p_y\delta x - p_s\delta s \cos\theta - \gamma\frac{\delta x\delta y}{2} = \frac{\delta x\delta y}{2}\rho a_y = 0 \quad \text{..... (p.2)}$$

di mana p_x, p_y, p_s adalah tekanan rata-rata pada setiap sisi permukaan; γ adalah berat spesifik fluida, ρ adalah density fluida, dan a_x, a_y adalah percepatannya.

Bila θ adalah tetap, maka,

$\delta s \sin\theta = \delta y$ dan $\delta s \cos\theta = \delta x$

sehingga,

$$p_x\delta y - p_s\delta y = 0 \quad \text{..... (p.3)}$$

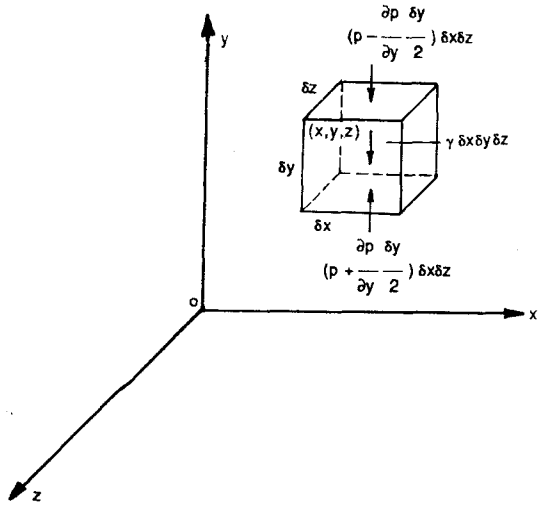
$$p_y\delta x - p_s\delta x - \left(\gamma\frac{\delta x\delta y}{2}\right) = 0 \quad \text{..... (p.4)}$$

Karena order suku terakhir persamaan kedua sangat kecil, maka dapat diabaikan, sehingga kesimpulannya.

$$p_s = p_x = p_y \quad \text{..... (p.5)}$$

VARIASI TEKANAN PADA FLUIDA STATIS

Gaya-gaya yang bekerja pada suatu elemen fluida yang diam, terdiri dari gaya-gaya permukaan dan body force. Dalam hal ini body force-nya adalah - γ δx δy δz pada arah negatip y.



Gambar 3.2. Rectangular parallelepiped element of fluid at rest

Dengan tekanan p pada pusatnya, maka tekanan pada alas adalah

$$(p - \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\delta y}{2})\,\delta x\,\delta z$$

dan pada sisi atasnya,

$$(p + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\delta y}{2})\,\delta x\,\delta z$$

di mana $\delta y/2$ adalah jarak dari pusat ke pusat permukaan di mana tekanan tersebut bekerja.

Penjumlahan gaya-gaya yang bekerja pada arah y, memberikan

$$\delta F_y = -\frac{\partial p}{\partial y}\,\delta x\,\delta y\,\delta z - \gamma\,\delta x\,\delta y\,\delta z \quad \text{..... (p.6)}$$

Pada arah sumbu x dan z,

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x}\,\delta x\,\delta y\,\delta z \quad \text{..... (p.7)}$$

$$\delta F_z = -\frac{\partial p}{\partial z}\,\delta x\,\delta y\,\delta z \quad \text{..... (p.8)}$$

Elemen vektor gaya δF adalah

$$\delta F = \bar{i}\,\delta F_x + \bar{j}\,\delta F_y + \bar{k}\,\delta F_z =$$
$$-(\bar{i}\,\partial p/\partial x + \bar{j}\,\partial p/\partial y + \bar{k}\,\partial p/\partial z)(\delta x\,\delta y\,\delta z) - \bar{j}\gamma\,\delta x\,\delta y\,\delta z$$

Jika elemen tersebut diperkecil sampai ke ukuran nol, dan kemudian membagi persamaan di atas dengan $\delta x\,\delta y\,\delta z = \delta\upsilon$, ekspresinya menjadi

$$\frac{\delta \bar{F}}{\delta \upsilon} = -(\bar{i}\frac{\partial}{x} + \bar{j}\frac{\partial}{y} + \bar{k}\frac{\partial}{z})\,p - \bar{j}\gamma, \lim \delta\upsilon \to 0 \text{ ..... (p.9)}$$

Ini adalah resultan gaya per unit volume pada suatu titik, yang harus disamakan dengan nol untuk suatu fluida dalam keadaan diam. Kuantitas dalam kurung adalah "gradient", disebut ∇ (del).

$$\nabla = \bar{i}\frac{\partial}{x} + \bar{j}\frac{\partial}{y} + \bar{k}\frac{\partial}{z} \quad \text{..... (p.10)}$$

dan negatip gradient dari p, $-\nabla p$, adalah medan vektor $\bar{f}$ dari gaya tekan permukaan per unit volume,

$$\bar{f} = -\nabla p \quad \text{..... (p.11)}$$

Maka hukum statika fluida dari variasi tekanan,

$$\bar{f} - \bar{j}\gamma = 0 \quad \text{..... (p.12)}$$

Untuk suatu fluida inviscid yang sedang bergerak, atau suatu fluida yang bergerak sedemikian tegangan geser di mana-mana adalah nol, maka hukum kedua Newton mempunyai bentuk

$$\bar{f} - \bar{j}\gamma = \rho\,\bar{a} \quad \text{..... (p.13)}$$

di mana $\bar{a}$ adalah percepatan elemen fluida. $(\bar{f} - \bar{j}\gamma)$ adalah resultan gaya fluida ketika grafitasi adalah satu-satunya body force yang bekerja.

Dalam bentuk komponen, persamaan (p.12) menjadi

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = -\gamma \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \text{..... (p.14)}$$

Karena p adalah hanya fungsi dari y,

$$dp = -\gamma\, dy \quad \text{..... (p.15)}$$

Persamaan diferensial ini menghubungkan perubahan tekanan terhadap berat spesifik dengan perubahan dari elevasi, dan berlaku untuk baik fluida compressible maupun incompressible.

Untuk fluida yang bisa dipertimbangkan sebagai homogeneous dan incompressible, γ adalah konstan, dan persamaan (p.15) jika diintegralkan akan menjadi

$$p = -\gamma y + c$$

di mana c adalah konstan integrasi. Hukum Hydrostatik dari variasi tekanan sering ditulis dalam bentuk:

$$p = \gamma h \quad \text{..... (p.16)}$$

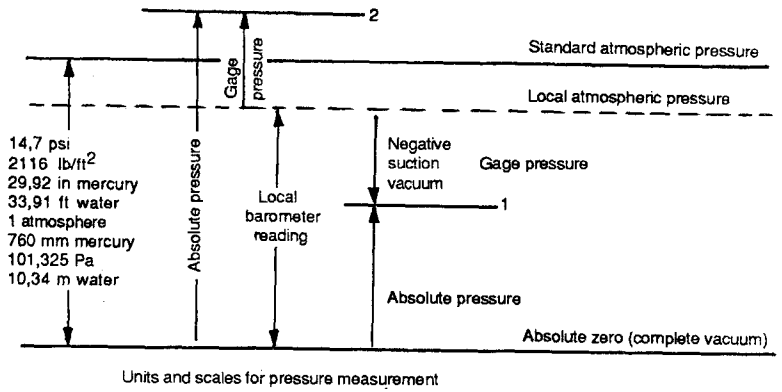
di mana h diukur vertikal ke bawah (h = - y) dari suatu permukaan fluida — bebas dan p adalah pertambahan tekanan dari tekanan pada permukaan bebas.

TEKANAN ABSOLUT DAN PENGUKURANNYA

Jika tekanan diukur pada absolut nol maka disebut tekanan absolut, tetapi bila diukur dari tekanan atmosfir maka tekanan disebut tekanan gage.

$$p_{abs} = p_{atm} + p_{gage} \quad \text{..... (p.17)}$$

Tekanan atmosfir standar adalah tekanan rata-rata pada permukaan laut, atau tekanan dari 76 cm Hg atau 29,92 in. Hg.



Units and scales for pressure measurement

Gambar 3.3. Units and scales for pressure measurement.

GAYA-GAYA PADA PERMUKAAN BENDA YANG TENGGELAM

(A). Gaya-gaya pada permukaan bidang datar

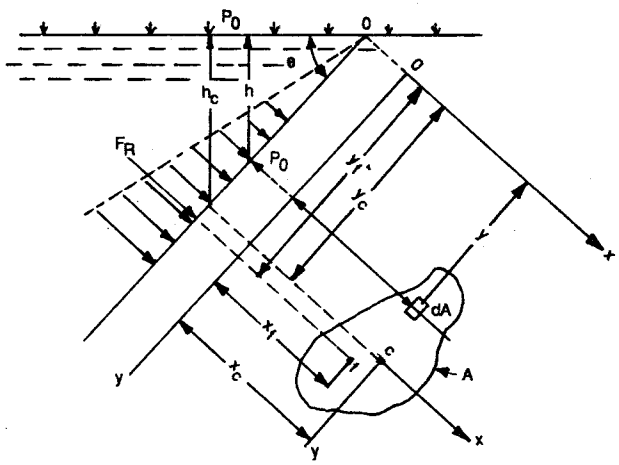
Bila suatu benda tenggelam dalam suatu fluida, gaya normal bekerja sebagai akibat dari tekanan hydrostatis yang bekerja pada permukaan benda. Yang perlu kita perhatikan adalah penentuan besarnya gaya dan letak garis kerjanya. Lihat gambar di bawah.

Misal p adalah tekanan gage yang bekerja pada elemen luas dA. Besarnya gaya F_R yang bekerja pada luasan A adalah

$$F_R = \iint p\, dA \quad \text{..... (p.18)}$$

$$F_R = \gamma \iint h\, dA = \gamma \sin\theta \iint y\, dA \quad \text{..... (p.19)}$$

di mana h adalah jarak garis tegak dari elemen luas dA ke permukaan bebas.



Gambar 3.4.

Menurut prinsip mekanika, ordinat pusat c dari suatu permukaan bidang datar adalah

$$y_c = \frac{1}{A} \iint y \, dA \quad \text{..... (p.20)}$$

Jadi, kombinasi dari persamaan (p.19) dan (p.20) memberikan

$$F_R = (\gamma \sin\theta)\, y_c A = (\gamma h_c) A = p_c A \quad \text{..... (p.21)}$$

di mana h_c adalah jarak vertikal dari pusat c di bawah permukaan bebas, dan p_c adalah tekanan rata-rata yang bekerja pada pusat.

Titik f adalah titik pusat tekanan. Dengan menggunakan momen, kita bisa memperoleh hubungan

$$y_f F_R = \int y \, dF = \iint y \, p \, dA = \gamma \sin\theta \iint y^2 \, dA \quad \text{.... (p.22)}$$

... Perpustakaan Perpustakan
Jawa Timur
T A. 1994 / 1995

maka $$y_f = \frac{\iint y^2 \, dA}{\iint y \, dA} \quad \text{..... (p.23)}$$

Dengan cara sama bisa kita peroleh jarak melintang,

$$x_f F_R = \int x \, dF = \iint x \, p \, dA = \gamma \sin\theta \iint xy \, dA \quad \text{.... (p.24)}$$

maka $$x_f = \frac{\iint xy \, dA}{\iint y \, dA} \quad \text{..... (p.25)}$$

Momen inertia:

$$I_{xx} = \iint y^2 \, dA = I_{x'x'} + A y_c^2 \quad \text{..... (p.26)}$$

$$I_{xy} = \iint xy \, dA = I_{x'y'} + A x_c y_c \quad \text{..... (p.27)}$$

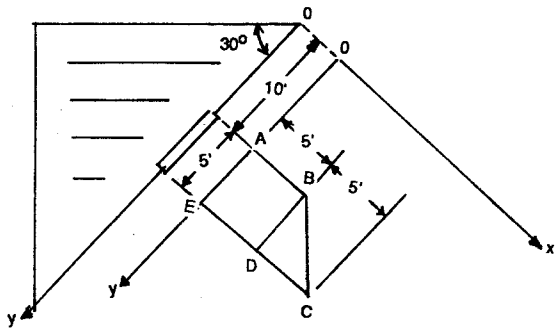
Pusat titik tekan:

$$y_f = \frac{I_{x'x'}}{A y_c} + y_c \quad \text{..... (p.28)}$$

$$x_f = \frac{I_{x'y'}}{A y_c} + x_c \quad \text{..... (p.29)}$$

Contoh:

Tentukan besar gaya-gaya yang bekerja pada permukaan yang berbentuk trapesium dan tentukan pula lokasi dari titik di mana gaya bekerja. $\gamma = 62{,}4$ lbf/ft^3



Gambar 3.5.

Solusi:

$$y_C = \frac{1}{A} \iint y \; dA$$

$$= \frac{1}{37,5} \int_{10}^{15} y \left(\int_0^5 dx + \int_5^{y-5} dx \right) dy$$

$$= \frac{1}{37,5} \int_{10}^{15} \left(x \Big|_0^5 + x \Big|_5^{y-5} \right) y \, dy$$

$$= \frac{1}{37,5} \int_{10}^{15} (y - 5)\, y \, dy =$$

$$= \frac{1}{37,5} \left[\frac{1}{3} y^3 - \frac{5}{2} y^2 \right]_{10}^{15}$$

y_c = (1/37,5)(479,17) = 12,78 ft

F_R = $\gamma \sin\theta \; y_c \; A$ = (62,4)(0,5)(12,78)(37,5)

= 14952,6 lbf

Koordinat gaya:

$$x_f = \frac{\iint xy \; dA}{\iint y \; dA} \qquad y_f = \frac{\iint y^2 \; dA}{\iint y \; dA}$$

$$\iint y^2 \; dA = \int_{10}^{15} y^2 \left[\int_0^5 dx + \int_5^{4-5} dx \right] dy$$

$$= \int_{10}^{15} (y - 5)\, y^2 \, dy = \left[1/4 \; y^4 - 5/3 \; y^3 \right]_{10}^{5}$$

$$= 6198 \text{ ft}^4.$$

$$xy \; dA = \int_{10}^{15} \left[\int_0^5 x \, dx + \int_5^{4-5} x \, dx \right] y \, dy$$

$$= \int_{10}^{15} \left(\frac{x^2}{2} \Big|_0^5 + \frac{x^2}{2} \Big|_5^{4-5} \right) y \, dy$$

$$= \int_{10}^{15} \frac{1}{2} (y - 5)^2 \, y \, dy$$

$$= \left[\frac{1}{8} y^4 - \frac{5}{3} y^3 + \frac{25}{4} y^2 \right]_{10}^{15}$$

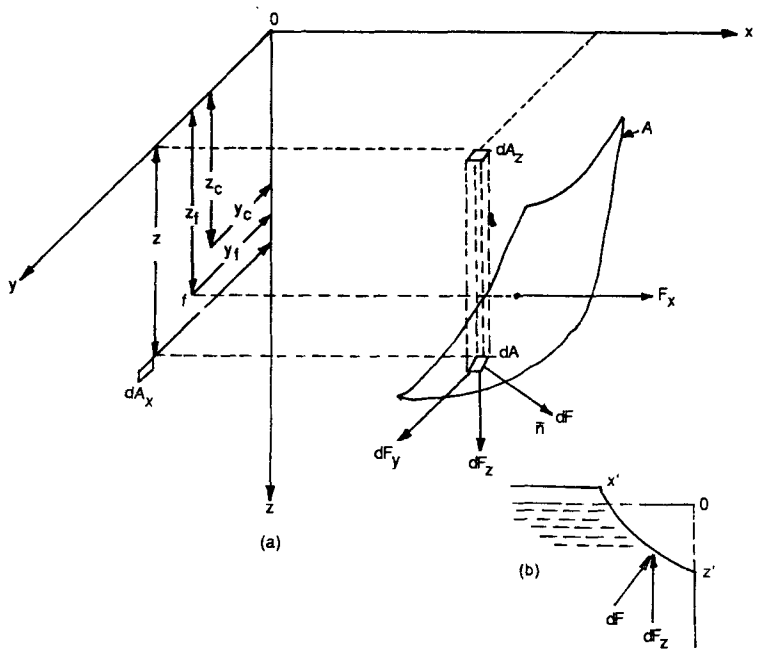
$$= 1901 \text{ ft}^4$$

jadi,

y_f = 6198/479,17 = 12,93 ft dari sumbu x

x_f = 1901/479,17 = 3,967 ft dari AE.

(B). **Gaya-gaya pada permukaan bidang lengkung**



Gambar 3.6.

Pada jarak z dari permukaan bebas, suatu elemen dA dengan normal $\bar{n}$ menerima suatu gaya $d\bar{F}$ yang arahnya normal terhadap dA.

Elemen gaya $d\bar{F} = p\, d\bar{A} = \gamma z \bar{n}\, dA$

Komponen elemen gaya

$dF_x = \bar{i}.d\bar{F} = l\gamma z\, dA$ ..... (p.30 a)

$dF_y = \bar{j}.d\bar{F} = m\gamma z\, dA$ ..... (p.30 b)

$dF_z = \bar{k}.d\bar{F} = n\gamma z\, dA$ ..... (p.30 c)

di mana l, m, n adalah arah cosinus dari $\bar{n}$.

Komponen-komponen dari elemen permukaan yang diproyeksikan pada yz, xz, dan xy adalah:

$dA_x = (\bar{n}.\bar{i})\, dA = l\, dA$ ..... (p.31 a)

$dA_y = (\bar{n}.\bar{j})\, dA = m\, dA$ ..... (p.31 b)

$dA_z = (\bar{n}.\bar{k})\, dA = n\, dA$ ..... (p.31 c)

Dengan mensubstitusikan persamaan (p.31) ke (p.30), didapat

$dF_x = \gamma z\, dA_x$ ..... (p.32 a)

$dF_y = \gamma z\, dA_y$ ..... (p.32 b)

$dF_z = \gamma z\, dA_z$ ..... (p.32 c)

Dengan mengintegralkan persamaan (p.32), gaya total pada tiap arah dapat diperoleh:

$F_x = \gamma \iint z\, dA_x$ ..... (p.33 a)

$F_y = \gamma \iint z\, dA_y$ ..... (p.33 b)

$F_z = \gamma \iint z\, dA_z$ ..... (p.33 c)

Sedangkan

$z_c A_x = \iint z\, dA_x$ ..... (p.34)

di mana z_c = jarak dari pusat A_x dari sumbu -y.

Maka $F_x = \gamma z_c A_x$ ..... (p.35)

Jika z_f dan y_f adalah koordinat dari titik kerja F_x pada bidang y-z, maka dengan memakai momen didapat

$$z_f F_x = \int z \, dF_x \quad \text{..... (p.36 a)}$$

dan

$$y_f F_x = \int y \, dF_x \quad \text{..... (p.36 b)}$$

Jadi, z_f dan y_f didapat

$$z_f = \frac{1}{A_x z_c} \iint z^2 \, dA_x = \frac{I_{yy}}{A_x z_c} \text{ ..... (p.37)}$$

$$z_f = \frac{1}{A_x z_c} \iint yz \, dA_x = \frac{I_{yz}}{A_x z_c} \text{ ..... (p.38)}$$

di mana, I_{yy} adalah momen inertia luasan A_x terhadap sumbu y dan I_{yz} adalah produk inertia terhadap sumbu-sumbu y dan z.

Dengan cara yang sama didapat

$$F_y = \gamma z_c A_y \quad \text{..... (p.39)}$$

di mana A_y = luasan proyeksi A ke bidang x-z.

Sedang $z_e F_y = \int z \, dF_y$ ..... (p.40 a)

dan $x_e F_y = \int x \, dF_y$ ..... (p.40 b)

sehingga

$$z_e = \frac{\int z \, dF_y}{F_y} = \frac{1}{A_y z_c} \iint z^2 \, d A_y = \frac{I_{xx}}{A_y z_c} \text{ .... (p.41 a)}$$

$$x_c = \frac{\iint xz \, dA_y}{A_y z_c} = \frac{I_{xz}}{A_y z_c} \text{ ..... (p.41 b)}$$

Dari (p.33), komponen vertikal gaya pada permukaan dA adalah

$$dF_z = \gamma z \, dA_z$$

Ini equivalen dengan berat prisma cairan yang terletak pada elemen dA.

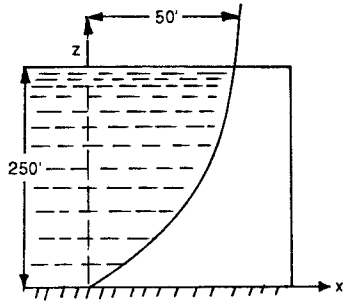
Karena itu, total komponen gaya vertikal pada luasan A:

$$F_z = \gamma \iint z \, dA_z = \gamma \, Vol \text{ ..... (p.42)}$$

di mana Vol = volume benda dari cairan antara bidang permukaan bebas dengan permukaan lengkung yang tenggelam.

Persamaan (p.42) equivalen terhadap berat benda dari cairan yang berada pada luasan A. Garis kerja dari Fz berada arah vertikal yang melalui center gravity dari volume Vol.

Contoh:



Gambar 3.7.

Gambar di atas menunjukkan suatu dam dengan penampang parabolis dengan lebar 10 ft. Tentukan besar, arah, dan lokasi gaya resultan tekanan air yang bekerja pada dam.

Solusi:

Persamaan parabola $10z = x^2$

Komponen gaya horisontal

$$F_x = \gamma \iint (250 - z)\, dy\, dz$$
$$= 19500000 \text{ lbf}$$

Komponen gaya vertikal

$$F_z = \gamma \int_0^{50} \int_0^{10} (250 - z)\, dx\, dy$$
$$= 5200000 \text{ lbf}$$

Gaya resultan $= \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 20\,181\,500$ lbf

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{19\,500\,000}{5\,200\,000}\right) = 75^{\circ}4'$$

Lokasi gaya resultan

$$z_f F_x = \int z\, dF_x = \gamma \int_0^{50} \int_0^{10} (250 - z)z\, dy\, dz$$
$$= 10\ (62{,}4)\ (250\, z^2/2 - z^3/3)$$

sehingga

z_f = 83,3 ft dari sumbu x

dan

$$x_f F_z = \int x\, dF_z = \gamma \int_0^{50} \int_0^{10} (250 - x^2/10)\, x\, dy\, dx$$

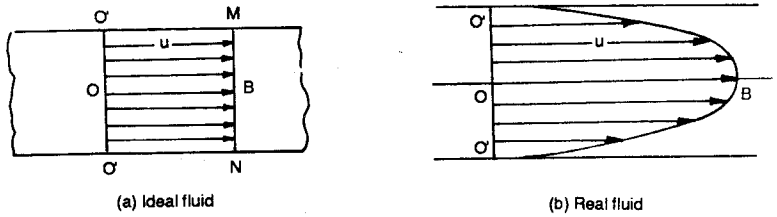
sehingga

x_f = 18,75 ft dari sumbu z.

Bab IV

KINEMATIKA FLUIDA

Dalam membicarakan aliran fluida, penting untuk mengenal suatu aliran yang disebut aliran fluida ideal. Ini merupakan kondisi yang tidak mungkin terjadi, tetapi pada banyak masalah engineering, asumsi terhadap fluida ideal akan sangat bermanfaat. Bila membicarakan fluida nyata (real fluid), haruslah diperhatikan adanya pengaruh viskositas dalam permasalahan tersebut. Pada fluida ideal yang mengalir dalam saluran lurus, maka seluruh partikel akan bergerak paralel dengan kecepatan sama, sebaliknya pada real fluid, kecepatan pada daerah dekat dinding akan sama dengan nol (lihat gambar).

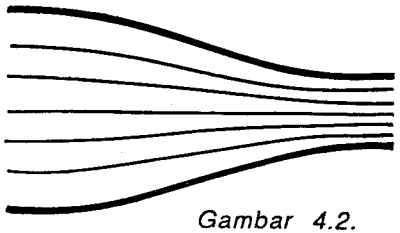


Gambar 4.1. Typical velocity profiles (a) Ideal fluid, (b) Real fluid.

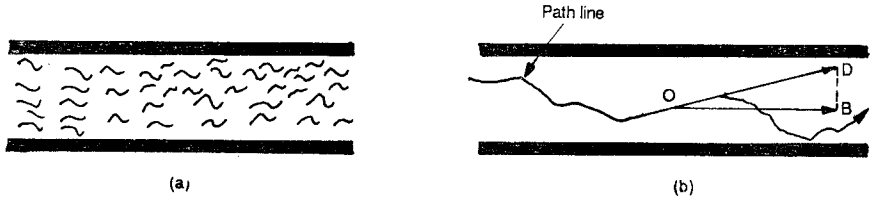
Aliran dari suatu fluida bisa dibedakan untuk incompressible fluid dan compressible fluid. Dalam bagian ini pembicaraan terbatas pada incompressible fluid. Selanjutnya, hal-hal yang akan dibahas di bawah ini adalah laminer dan turbulen, steady flow dan uniform flow, path lines, stream lines dan streak lines, dan lain-lain.

ALIRAN LAMINER DAN TURBULEN

Dalam bagian ini, kita hanya akan membicarakan kecepatan dan distribusinya; di sini kita tidak membicarakan gaya-gaya yang bekerja. Dua macam aliran: laminer dan turbulen, pertama kali diperlihatkan oleh Osborn Reynold pada tahun 1883. Dia menyemprotkan zat pewarna yang mempunyai density sama ke dalam air yang mengalir dari tangki. Suatu katup pengatur memungkinkan kecepatan aliran diubah-ubah. Ketika suatu kecepatan di dalam tabung memperlihatkan bahwa partikel-partikel zat warna dalam garis-garis lurus, hal ini menunjukkan bahwa partikel air mengalir dalam keadaan sejajar dan lurus. Tetapi begitu kecepatan dinaikkan maka bentuk aliran menjadi berubah. Pertama dalam bentuk bergelombang, kemudian pada daerah dekat entrace mereka putus menjadi sejumlah vortices. Gambar berikut menunjukkan aliran laminer dan turbulen.



Gambar 4.2.



Gambar 4.3. Turbulent flow.

Untuk suatu kasus normal dari suatu aliran yang mengalir dalam pipa lurus yang diameternya uniform dan kekasarannya normal maka aliran tetap dalam kondisi laminer pada angka Reynold di bawah 2000. Lebih dari nilai tersebut aliran akan menjadi turbulen. Adapun besarnya angka Reynold adalah:

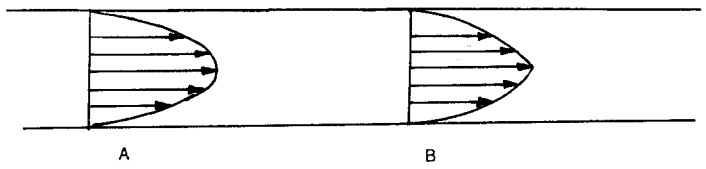
$$R_e = \frac{DV}{\upsilon}$$

di mana,

D = diameter pipa
V = kecepatan aliran dalam pipa
υ = viskositas kinemeatis dari fluida.

ALIRAN STEADY DAN UNIFORM

Suatu aliran dikatakan steady bila semua kondisi pada sebarang titik pada suatu arus akan tetap konstan terhadap waktu, tetapi kondisi-kondisi ini berbeda antara titik yang satu dengan titik yang lain. Aliran uniform adalah suatu aliran yang mana kecepatan dan arahnya sama pada setiap titik dalam fluida tersebut.



Gambar 4.4.

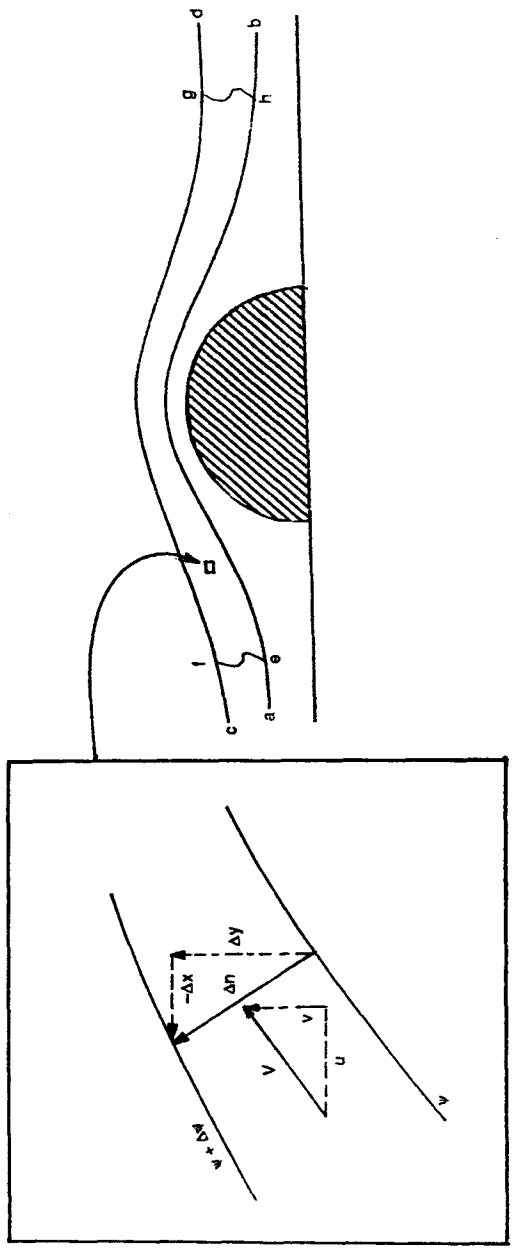
Profil penampang kecepatan A sama dengan B pada aliran steady uniform. Aliran yang benar steady hanya bisa didapatkan pada aliran laminer. Dalam aliran turbulen terdapat fluktuasi tekanan dan kece-

patan yang terus-menerus pada setiap titik. Tetapi bila fluktuasi-fluktuasi tersebut sama pada dua sisi yang mempunyai suatu harga rata-rata yang konstan, maka aliran tersebut dinamakan aliran steady atau lebih persisnya dinamakan aliran Mean Steady Flow.

Macam-macam aliran lainnya: steady uniform, yakni suatu aliran cairan dengan pemindahan konstan melewati suatu pipa yang berdiameter tetap. Steady nonuniform, yakni suatu aliran dengan pemindahan konstan melewati pipa yang berbentuk konis. Untuk aliran dengan pemindahan yang berubah, melewati pipa yang berdiameter tetap, disebut aliran unsteady uniform. Sedangkan untuk aliran yang pemindahannya berubah dan melewati pipa yang berbentuk konis maka alirannya disebut unsteady nonuniform.

STREAM LINES, PATH LINES DAN STREAK LINES

Stream line adalah suatu space curve yang mana tangent pada setiap titiknya sesuai dengan arah kecepatannya.



Gambar 4.5. Streamlines and velocity components.

Secara matematis pernyataan tersebut bisa dinyatakan:

$$\bar{q} \times \bar{dr} = 0$$

$$\bar{q} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k}$$

$$\bar{dr} = dx\,\bar{i} + dy\,\bar{j} + dz\,\bar{k}$$

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ u & v & w \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} = 0$$

$$\bar{i} : \quad v\,dz - w\,dy = 0$$

$$\bar{j} : \quad w\,dx - u\,dz = 0$$

$$\bar{k} : \quad u\,dy - v\,dx = 0$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

Path line adalah suatu trayektori dari suatu partikel fluida sebagai fungsi waktu. Persamaan 'path line' diperoleh dengan menyelesaikan persamaan diferensial:

$$\frac{dx}{dt} = u$$

$$\frac{dy}{dt} = v$$

$$\frac{dz}{dt} = w$$

Streak line adalah merupakan locus dari titik-titik pada suatu waktu tertentu t_1, yang menghubungkan lokasi sementara dari seluruh partikel yang telah melewati suatu titik tetap tertentu dalam suatu aliran fluida.

Bab V

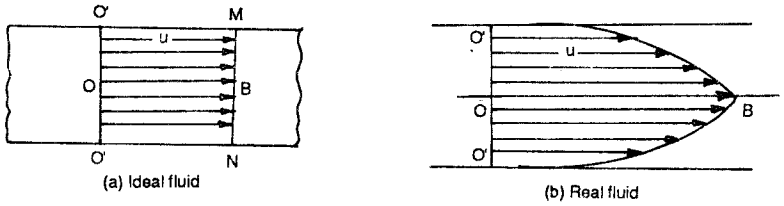
KONSEP ALIRAN FLUIDA DAN PERSAMAAN-PERSAMAAN DASAR

Statika fluida yang diuraikan sebelum ini merupakan suatu pengetahuan yang hampir eksak dan satu-satunya kuantitas yang harus ditentukan dengan percobaan adalah berat spesifik (atau density). Tetapi kodrat daripada aliran suatu fluida nyata (riil) sangat rumit. Dikarenakan hukum-hukum dasar yang menguraikan gerakan lengkap suatu fluida tidak mudah untuk ditangani dan dirumuskan secara matematis, maka dibutuhkan adanya percobaan-percobaan. Dengan suatu analisa berdasarkan mekanika, termodinamika, dan percobaan-percobaan sistematis, maka konstuksi-konstruksi bangunan hidro yang besar dan mesin-mesin fluida yang efisien bisa dibuat.

Dalam uraian ini konsep-konsep yang dibutuhkan analisa gerakan fluida diperkenalkan. Persamaan-persamaan dasar yang membuat kita mampu meramalkan tingkah laku fluida akan kita peroleh, yaitu antara lain: persamaan kontinyuitas, persamaan gerakan/enersi, dan persamaan momentum.

KARAKTERISTIK-KARAKTERISTIK ALIRAN DAN DEFINISI-DEFINISI

Dalam mempelajari aliran fluida sering kali kita menggunakan suatu asumsi *fluida ideal*. Fluida seperti itu diasumsikan tidak mempunyai kekentalan. Meskipun hal ini merupakan situasi ideal yang tidak pernah ada, beberapa persoalan-persoalan teknik bisa didekati dengan menggunakan asumsi bahwa suatu fluida ideal. Jika memperhatikan suatu *fluida nyata*, maka pengaruh-pengaruh kekentalan harus diperhitungkan ke dalam permasalahan. Pada fluida nyata timbul tegangan geser antara partikel-partikel fluida ketika partikel-partikel tersebut bergerak pada kecepatan-kecepatan yang berbeda. Pada fluida ideal yang mengalir melalui suatu tabung lurus, semua partikel bergerak pada garis-garis sejajar dengan kecepatan sama (Gambar 5.1.a). Pada aliran fluida nyata, kecepatan terdekat dengan dinding akan nol, dan akan bertambah besar pada jarak pendek dari dinding sehingga menghasilkan profil kecepatan seperti Gambar 5.1.b.



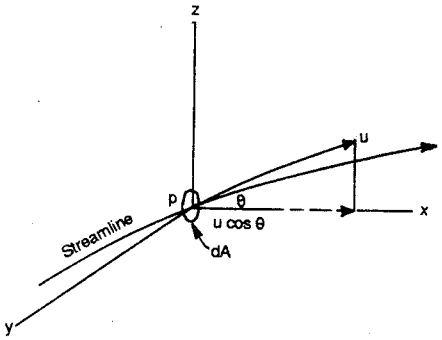
Gambar 5.1. Profil kecepatan (a) Fluida ideal, (b) Fluida riil.

Aliran bisa diklasifikasikan sebagai fluida incompressible atau compressible. Dikarenakan bahwa cairan adalah relatif incompressible, maka cairan biasanya diperlakukan sebagai seluruhnya incompressible. Pada kondisi-kondisi khusus di mana variasi tekanan kecil, aliran gas bisa dipertimbangkan sebagai incompressible, meskipun secara umum pengaruh compressible gas harus dipertimbangkan.

Aliran bisa juga diklasifikasikan sebagai aliran tetap (steady) atau tak tetap (unsteady) sebagai fungsi waktu. Klasifikasi lain adalah laminer atau turbulen, rotational atau irrotational, supercritical atau subcritical.

RATE ALIRAN (DEBIT) DAN KECEPATAN RATA-RATA

Kuantitas aliran fluida per unit waktu yang mengalir menembus penampang sebarang dinamakan rate aliran (debit). Itu bisa diekspresikan sebagai debit volume dengan unit-unit Inggris seperti Cubicfeet per detik (cfs), galon per menit (gpm), juga galon per hari, atau sebagai debit berat dalam unit pon per detik, atau debit masa dalam unit slug per detik. Dalam unit S.I., hal ini bisa diekspresikan dalam kubik meter per detik (untuk volume), kilo newton per detik (untuk berat), dan kilogram per detik (untuk masa). Dalam kasus fluida incompressible, debit volume sering digunakan, sedangkan untuk aliran compressible lebih digunakan debit berat atau masa.



Gambar 5.2.

Pada Gambar 5.2, suatu streamline dalam aliran tetap terletak pada bidang xz. Elemen luasan dA terletak pada bidang yz. Kecepatan rata-rata pada titik P adalah u. Debit volume yang melalui elemen luasan dA adalah

$$dQ = u \,.\, dA = (u \cos \theta)\, dA \quad \ldots\ldots (1)$$

$$= u\,(\cos \theta\, dA)$$

$$= u\, dA' \quad \ldots\ldots (2)$$

di mana dA' adalah proyeksi dA pada bidang yang normal terhadap arah u. Hal ini menunjukkan bahwa debit volume adalah sama dengan besar kecepatan dikalikan dengan luas aliran pada sudut kanan terhadap arah kecepatan. Debit masa dan berat dihitung mengalikan debit volume dengan density dan berat spesifik.

Pada suatu fluida nyata, kecepatan u akan bervariasi menembus penampang dengan cara sama pada Gambar 5.2, dan karena itu debit bisa diekspresikan sebagai:

$$Q = \int_A u\,dA = A\,V \quad \text{..... (3)}$$

$$G = \gamma \int_A u\,dA = \gamma A\,V \quad \text{..... (4)}$$

$$M = \rho \int_A u\,dA = \rho A\,V \quad \text{..... (5)}$$

di mana u adalah kecepatan rata-rata temporer melalui suatu luasan dA, sedangkan V adalah kecepatan rata-rata melalui seluruh luas penampang A (sebagai catatan: luasan A ditentukan oleh permukaan pada sudut-sudut tegak lurus terhadap vektor-vektor kecepatan). Q adalah debit volume. G adalah debit berat (pon per detik atau kN/dtk), dan M adalah debit masa (slug/dtk atau kg/dtk). Jikalau u diketahui sebagai fungsi dari A, maka u bisa diintegralkan. Jika hanya harga rata-rata V diketahui untuk luasan-luasan terbatas yang berbeda ke dalam mana total luasan bisa dibagi, maka

$$Q = A_a V_a + A_b V_b + \ldots\ldots + A_n V_n = A\,V. \quad \text{..... (6)}$$

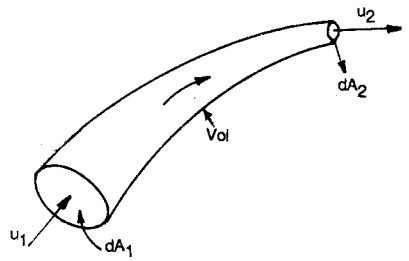
Ekspresi serupa bisa ditulis untuk G dan M. Jika debit telah ditentukan secara langsung dengan suatu cara (diukur), maka kecepatan rata-rata bisa didapat dengan:

$$V = Q/A = G/\gamma A = M/\rho A \quad \text{..... (7)}$$

PERSAMAAN KONTINYUITAS

Gambar 5.3 memperlihatkan suatu tabung yang pendek, yang bisa diasumsikan untuk maksud-maksud praktek, sebagai suatu kumpulan streamline-streamline. Dikarenakan tabung aliran dibatasi pada semua sisi-sisinya oleh streamline-streamline dan dikarenakan tidak ada kecepatan yang normal terhadap suatu streamline, maka tiada fluida yang dapat meninggalkan atau memasuki tabung aliran terkecuali pada ujung-ujungnya. Volume diam/tak bergerak di antara kedua penampang tetap dari tabung aliran dinamakan sebagai volume atur (control volume) dan besarnya akan didefinisikan sebagai volume. Jika masa fluida yang terisi di dalam volume atur dari volume (disingkat vol) pada waktu t adalah $masa_t$, maka fluida yang terisi di dalam vol pada waktu (t + dt) akan merupakan:

$$masa_{(t+dt)} = masa_t + (\rho_1 u_1 dA_1)\,dt - (\rho_2 u_2 dA_2)\,dt$$



Gambar 5.3. Length of stream tube as control volume.

Tetapi, masa yang terisi pada (t + dt) juga bisa diekspresikan sebagai:

$$masa_{(t+dt)} = masa_t + \frac{\partial \rho}{\partial t}\,dt\,(vol), \text{ di mana } \frac{\partial \rho}{\partial t} \text{ adalah rate}$$

waktu dari perubahan density rata-rata dari fluida di dalam vol. Dengan menyamakan kedua ekspresi untuk $masa_{(t+dt)}$, menghasilkan:

$$(\rho_1 u_1 dA_1)dt - (\rho_2 u_2 dA_2) dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \text{ (vol)}$$

sehingga

$$\rho_1 \int_{A_1} u_1 dA_1 - \rho_2 \int_{A_2} u_2 dA_2 = \int_{vol} \frac{\partial \rho}{\partial t} d \text{ (vol)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Persamaan (8) adalah persamaan umum kontinyuitas untuk aliran yang melalui region dengan batas-batas tetap. Persamaan tersebut bisa diubah ke suatu bentuk persamaan yang lebih terpakai, yaitu untuk:

Aliran tetap (steady), $\partial\rho/\partial t = 0$, dan

$$\rho_1 \int_{A_1} u_1 dA = \rho_2 \int_{A_2} u_2 dA$$

atau

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

$$\gamma_1 A_1 V_1 = \gamma_2 A_2 V_2 = G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Jika fluida adalah incompressible, ρ = konstan, dan

$$\int_{A_1} u_1 dA = \int_{A_2} u_2 dA$$

atau

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

yang merupakan persamaan kontinyuitas untuk fluida incompressible, aliran tetap dan tak tetap, di dalam batas-batas yang tetap.

Untuk aliran tak tetap suatu cairan yang melalui kanal, prinsip terpeliharanya masa menyatakan bahwa debit melalui penampang 1 dikurangi debit melalui penampang 2 adalah sama dengan laju waktu

dari perubahan volume yang tersimpan di antara penampang-penampang tersebut. Jadi, $Q_1 - Q_2 = dR/dt$ di mana R adalah volume cairan yang terisi/tersimpan dalam kanal antara penampang-penampang tersebut.

ENERSI PADA ALIRAN TETAP

Enersi Kinetis pada fluida yang mengalir

Suatu masa m ketika bergerak pada suatu kecepatan V mempunyai enersi kinetis, $KE = {}^1/_2\, m\, V^2$. Jadi jika suatu fluida mengalir dengan semua partikel bergerak pada kecepatan sama, enersi kinetisnya juga ${}^1/_2\, m\, V^2$. Setelah itu, bisa ditulis:

$$\text{KE/berat} = \frac{{}^1/_2\, mV^2}{(\gamma)(vol)} = \frac{{}^1/_2\, \{\rho\ (vol)\}V^2}{(\gamma)(vol)} = \frac{V^2}{2g} \quad \ldots\ldots (12)$$

Dalam unit Inggris $V^2/2g$ diekspresikan dalam $\frac{\text{ft - lb}}{\text{lb}}$ atau feet, dan dalam unit SI sebagai N - m/N atau m.

Pada aliran fluida nyata, kecepatan-kecepatan partikel yang berbeda biasanya tidak sama. Maka perlu untuk mengintegralkan semua bagian aliran guna memperoleh harga kinetis yang sebenarnya. Tetapi, cara yang praktis adalah mengekspresikan harga enersi kinetis sebenarnya sebagai fungsi dari kecepatan rata-rata V dan suatu faktor k.

Maka, $\frac{KE_{sebenarnya}}{\text{berat}} = k\, V^2/\, 2g \quad \ldots\ldots (13)$

Pada kasus di mana komponen-komponen aksial kecepatan bervariasi menembus penampang seperti gambar 5.1.b, maka apabila u adalah komponen kecepatan aksial lokal pada suatu titik, maka aliran masa yang melalui suatu luasan dA adalah $\rho\, dQ = \rho\, u\, dA$. Jadi aliran sebenarnya enersi kinetis per unit waktu yang menembus luasan dA

adalah (ρ udA) x (1/2 u^2) = (γ/2g) u^3 dA. Debit berat yang melalui dA adalah $\gamma Q = \gamma$ u dA. Jadi untuk seluruh penampang,

$$\frac{KE_{sebenarnya} / \text{waktu}}{\text{berat / waktu}} = \frac{KE_{sebenarnya}}{\text{berat}}$$

$$= \frac{\gamma/2g \int u^3\, dA}{\gamma \int u\, dA} = \frac{\int u^3\, dA}{2g \int u\, dA} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

Dari persamaan-persamaan (13) dan (14) didapat

$$k = \frac{1}{V^2} = \frac{\int u^3\, dA}{\int u\, dA} = \frac{1}{A V^3} \int u^3\, dA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Jika lebih besar variasi kecepatan yang menembus penampang, maka harga k akan lebih besar. Untuk aliran laminer di dalam pipa bulat, k = 2; untuk aliran turbulen di dalam pipa bulat k = 1,01 sampai dengan 1,15, tetapi biasanya antara 1,03 dan 1,06. Karena harga-harga yang pasti dari k jarang diketahui, biasanya diasumsikan bahwa enersi kinetis: $V^2/2g$ (feet atau m).

ENERSI POTENSIAL

Suatu enersi potensial partikel fluida tergantung pada ketinggiannya di atas sebarang bidang datum. Kita biasanya hanya tertarik pada perbedaan-perbedaan ketinggian, dan karena itu lokasi bidang datum ditentukan di lokasi yang paling praktis. Suatu partikel fluida dengan berat W yang terletak sejarak z di atas datum mempunyai suatu enersi potensial Wz. Jadi, enersi potensial per unit berat adalah z (feet atau m).

ENERSI DALAM (INTERNAL ENERGY)

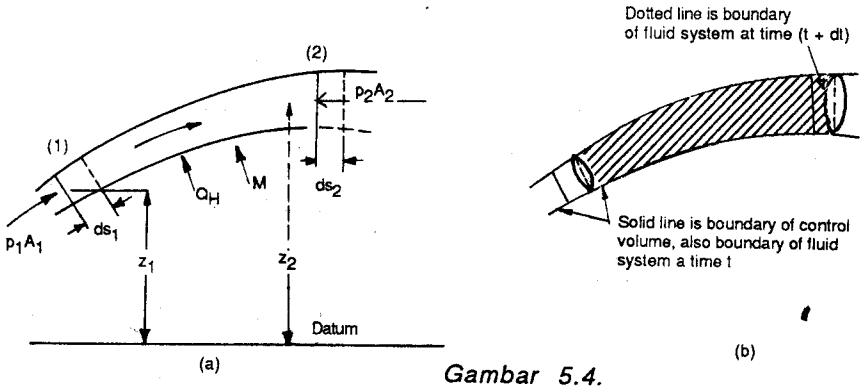
Karena enersi dalam adalah enersi panas, maka kita bisa menemukan uraian yang lebih komplit dalam buku-buku teks termodinamika. Enersi dalam adalah enersi yang disebabkan oleh gerakan-gerakan molekul dan gaya-gaya tarik di antara mereka. Enersi dalam merupakan fungsi dari suhu. Enersi dalam bisa diekspresikan dalam bentuk enersi per unit masa i atau dalam bentuk enersi per unit berat I. Jadi i = gI.

Karena kita biasanya hanya tertarik pada perbedaan-perbedaannya, enersi dalam nol bisa ternyatakan pada sebarang suhu. Jadi untuk suatu masa unit, $\Delta i = C_V T$, di mana C_V adalah panas spesifik pada volume konstan yang unit-unitnya adalah ft-lb/(slug)(R) atau N-m/(kg)(K). Maka Δi berunit ft-lb/slug atau N-m/kg. Enersi dalam I per unit berat diekspresikan dalam ft-lb/lb atau feet dan N-m/m atau m.

PERSAMAAN UMUM ALIRAN MANTAP/STEADY

Hukum pertama termodinamika menyatakan bahwa untuk aliran mantap kerja luar yang dilakukan terhadap sebarang sistem ditambah enersi termal/panas yang ditransfer ke dalam atau ke luar sistem tersebut adalah sama dengan perubahan enersi sistem tersebut. Jadi untuk aliran mantap, kerja + panas = Δ enersi, yang setiapnya mempunyai unit sama.

Sekarang kita gunakan hukum pertama termodinamika pada suatu sistem fluida yang terisi pada saat t di dalam volume atur antara penampang 1 dan 2 dari tabung aliran Gambar 5.4. Volume atur diam pada posisinya dan tidak bergerak ataupun berubah bentuknya (Gambar 5.4.b). Sistem fluida tersebut berisi fluida yang tersimpan antara penampang 1 dan 2 pada saat t. Sistem fluida ini bergerak ke sebuah posisi baru selama interval waktu dt seperti ditunjukkan oleh Gambar 5.4.



Gambar 5.4.

Selama interval waktu pendek tersebut diasumsikan bahwa fluida bergerak sepanjang jarak pendek ds_1 pada penampang 1 dan ds_2 pada penampang 2. Karena uraian ini membatasi hanya untuk fluida tetap maka $\gamma_1 A_1\, ds_1 = \gamma_2 A_2\, ds_2$. Selama bergerak sepanjang jarak pendek tersebut, kerja dilakukan terhadap sistem fluida oleh gaya-gaya tekan p_1A_1 dan p_2A_2. Kerja ini disebut *kerja aliran* dan bisa diekspresikan sebagai: Kerja aliran = $p_1A_1\, ds_1 - p_2A_2\, ds_2$. Tanda negatip pada term kedua menunjukkan bahwa gaya dan displasemen mempunyai arah yang berlawanan.

Jika ada suatu mesin (pompa) antara penampang 1 dan 2, maka selain ada kerja aliran, akan ada juga *kerja poros.* Dalam interval waktu pendek dt, bisa ditulis

$$\text{Kerja poros} = \frac{\text{berat}}{\text{waktu}} \times \frac{\text{enersi}}{\text{berat}} \times \text{waktu}$$

$$= (\gamma_1 A_1 \frac{ds_1}{dt})\, h_M\, dt$$

$$= (\gamma_1 A_1 ds_1)\, h_M ,$$

di mana h_M adalah enersi yang dilakukan terhadap aliran oleh mesin per unit berat. Harus diperhatikan bahwa tegangan-tegangan geser pada batas sistem fluida melakukan kerja terhadap fluida yang ada di dalam sistem tersebut. Gaya-gaya geser ini bukan terjadi di luar sistem dan kerja yang dilakukannya diubah ke panas yang akan menambah suhu fluida di dalam sistem tersebut.

Panas yang ditransfer dari suatu sumber luar ke dalam sistem fluida pada interval waktu dt adalah:

Panas = $(\gamma_1 A_1 ds_1/dt)\, Q_H\, dt = (\gamma_1 A_1 ds_1)\, Q_H$, di mana Q_H adalah enersi yang ditransfer ke dalam aliran oleh sumber panas luar per unit berat aliran yang mengalir. Jika aliran panas keluar dari fluida, harga Q_H adalah negatip.

Pada penggunaan konsep volume atur, dipertimbangkan bahwa suatu sistem fluida ditentukan oleh masa fluida yang terisi di dalam volume atur pada saat t. Pada saat (t + dt), masa fluida yang sama telah bergerak ke suatu posisi yang baru seperti ditunjukkan gambar. Pada waktu tersebut, enersi E_2 dari sistem fluida (luasan diarsir pada Gambar 5.4.b) sama dengan enersi E_1 yang dimiliki masa fluida ketika masa fluida tersebut dalam keadaan yang sama dengan volume atur pada waktu t, ditambah enersi $\Delta E_{out(keluar)}$ yang mengalir ke luar dari volume atur selama interval waktu dt, dikurangi enersi $\Delta E_{in(masuk)}$ yang mengalir ke dalam volume atur selama interval waktu dt. Jadi,

$$E_2 = E_1 + \Delta E_{out} - \Delta E_{in}$$

Maka perubahan dalam enersi, ΔE, dari sistem fluida yang ditinjau selama interval waktu dt adalah $\Delta E = E_2 - E_1 = \Delta E_{out} - \Delta E_{in}$.

Selama interval waktu dt, berat fluida yang masuk melalui penampang 1 adalah $\gamma_1 A_1 ds_1$, dan untuk suatu aliran tetap maka berat yang sama harus meninggalkan penampang 2 selama interval waktu yang sama. Jadi enersi ΔE_{in} yang memasuki penampang 1 selama interval waktu dt: $\gamma_1 A_1 ds_1 (z_1 + k \frac{V_1^2}{2g} + I_1)$, sedangkan ΔE_{out} eks-

presinya sama dengan ekspresi untuk ΔE_{in}.

$$\Delta\text{Enersi} = \Delta E = \gamma_2 A_2 ds_2 (z_2 + k_2 V_2^2/2g + I_2) - \gamma_1 A_1 ds_1 (z_1 + k_1 V_1^2/2g + I_1)$$

Dengan memakai hukum pertama termodinamika (kerja + panas = Δ enersi), dan menghilangkan $\gamma_1 A_1 ds_1 = \gamma_2 A_2 ds_2$ untuk aliran tetap, didapat,

$$p_1/\gamma_1 - p_2/\gamma_2 + h_M + Q_H = (z_2 + k_2 V_2^2/2g + I_2) - (z_1 + k_1 V_1^2/2g + I_1), \quad \text{atau}$$

$$(z_1 + p_1/\gamma_1 + k_1 V_1^2/2g + I_1) + h_M + Q_H = (z_2 + p_2/\gamma_2 + k_2 V_2^2/2g + I_2) \quad \ldots\ldots (16)$$

Persamaan ini terpakai untuk aliran tetap, cairan, gas, dan uap, fluida ideal atau nyata dengan geseran. Term-term p/γ merupakan enersi yang dipunyai fluida per unit berat fluida dalam arti tekanan pada mana fluida berada. Pada keadaan-keadaan tertentu yang cocok, enersi tekanan bisa diubah bentuknya ke bentuk-bentuk enersi yang lain, yaitu kinetis, potensial, dan enersi dalam. Sebaliknya enersi-enersi lain tersebut bisa diubah bentuknya ke enersi tekanan.

Persamaan umum (16) dan persamaan kontinyuitas adalah dua persamaan penting dalam memecahkan masalah-masalah mekanika fluida.

Pada banyak kasus persamaan (16) bisa disederhanakan seperti pada kasus saluran/selubung yang terbungkus rapat atau jika suhu fluida dan suhu sekitarnya sama, maka Q_H bisa menjadi nol. Sebaliknya Q_H bisa sangat besar, seperti pada kasus aliran air yang melalui sebuah tabung ketel.

PERSAMAAN ENERSI UNTUK ALIRAN TETAP FLUIDA INCOMPRESSIBLE

Untuk cairan, dan bahkan untuk gas dan uap ketika perubahan dalam tekanan sangat kecil, fluida bisa dipertimbangkan sebagai incompressible – untuk maksud-maksud praktek, dan karena itu bisa diambil $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. Pada aliran turbulen harga k sedikit lebih besar dari satu, dan untuk itu diasumsikan bahwa k = 1. Jikalau aliran-aliran adalah laminer $V^2/2g$ biasanya sangat kecil dibandingkan dengan term-term yang lain di dalam persamaan (16), jadi kesalahannya akan lebih kecil jika k dipakai sama dengan satu daripada dua (harga k sebenarnya). Maka untuk fluida incompressible, persamaan (16) menjadi,

$$(p_1/\gamma + z_1 + V_1^2/2g) + h_M + Q_H = (p_2/\gamma + z_2 + V_2^2/2g)(I_2 - I_1)$$

Geseran fluida menghasilkan eddy-eddy dan turbulen dan bentuk enersi kinetis akhirnya diubah bentuknya menjadi enersi panas. Jika tidak ada perpindahan panas, pengaruh geseran menghasilkan pertambahan suhu sehingga I_2 menjadi lebih besar daripada I_1.

Jika ada suatu kehilangan panas Q_H pada suatu debit tertentu untuk menjaga suhu konstan sehingga $I_2 = I_1$, maka pada situasi ini kehilangan enersi aktual dari sistem sama dengan enersi mekanis yang diubah menjadi enersi termal oleh gesekan.

Suatu perubahan pada enersi dalam dari fluida akan disertai oleh suatu perubahan suhu dan adalah sama dengan panas luar yang ditambahkan ke atau diambil dari fluida ditambah panas yang ditimbulkan oleh geseran fluida.
Jadi,

$$\frac{\Delta\text{enersi dalam}}{\text{unit masa}} = \Delta i = i_2 - i_1 = c\,(T_2 - T_1)$$

$$\frac{\Delta\text{enersi dalam}}{\text{unit berat}} = \Delta I = \Delta i/g = I_2 - I_1$$

$$= c/g\,(T_2 - T_1)$$

$$= Q_H + h_L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

di mana c adalah panas spesifik fluida incompressible dan h_L adalah kehilangan enersi geseran fluida per unit berat. Maka h_L bisa di-ekspresikan sebagai:

$$h_L = (I_2 - I_1) - Q_H$$

$$= c/g\,(T_2 - T_1) - Q_H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Jika kehilangan panas (Q_H negatip) lebih besar daripada h_L, maka T_2 akan lebih kecil daripada T_1. Jika terjadi penghisapan panas (Q_H positip), T_2 akan lebih besar daripada harga yang dihasilkan dari geseran saja. Suatu harga h_L yang besar menghasilkan kenaikan suhu yang hanya kecil jika tidak ada perpindahan panas atau dengan kata lain suatu perpindahan panas yang sangat kecil dibutuhkan untuk menjaga aliran isotermal.

Jika tidak ada mesin antara penampang 1 dan 2, dan apabila tidak ada panas yang diperoleh atau hilang, maka dengan mensubstitusikan persamaan (18) ke dalam persamaan (16), persamaan enersi untuk fluida incompressible menjadi:

$$p_1/\gamma + z_1 + V_1^2/2g = p_2/\gamma + z_2 + V_2^2/2g + h_L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

di mana h_L (kehilangan head) mewakili kehilangan enersi per unit berat fluida.

Pada suatu keadaan di mana h_L sangat kecil atau nol, maka persamaan di atas menjadi:

$$p/\gamma + z + V^2/2g = \text{konstan} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

yang biasa dikenal sebagai dalil Bernoulli.

Contoh: Suatu cairan dengan gravitasi spesifik 1,26 mengalir dalam sebuah pipa pada debit 25 cfs (700 1/s). Pada suatu titik di mana diameter pipa 24 in (60 cm), tekanan 45 psi (300 kN/m^2). Hitung tekanan pada sebuah titik kedua di mana diameter pipa 12 in (30 cm), jika titik kedua berada 3 feet (1 m) lebih rendah dari titik pertama. Asumsikan kehilangan head = nol.

Jawab:

Unit Inggris:

$V1 = 25/\Pi = 7{,}95$ fps, $V_2 = 25/(\Pi/4) = 31{,}80$ fps.

Dari persamaan (20) didapat:

$$0 + \frac{45(144)}{1{,}26 \times 62{,}40} + \frac{(7{,}45)^2}{64{,}40} = -3 + \frac{p_2(144)}{1{,}26 \times 62{,}40} + \frac{(31{,}80)^2}{64{,}40}$$

Jadi $p_2 = 38{,}10$ psi.

Unit S.I. :

$$\gamma_{air} = (62{,}40)(157{,}10) = 9800 \text{ N/m}^3 = 9{,}8 \text{ kN/m}^3$$

$$V_1 = \frac{0{,}70 \text{ m}^3/\text{sec}}{\Pi\,(0{,}3)^2 \text{ m}^2} = 2{,}48 \text{ m/sec}$$

$$V_2 = 4\,V_1 = 9{,}92 \text{ m/sec}$$

$$0 + \frac{300}{1{,}26 \times 9{,}80} + \frac{(2{,}48)^2}{2 \times 9{,}81} = -1{,}0 + \frac{p_2}{1{,}26 \times 9{,}80} + \frac{(9{,}92)^2}{2 \times 9{,}81}$$

$p_2 = 254$ kN/m^2.

HEAD

Pada persamaan (19) setiap term mempunyai dimensi panjang. Jadi p/γ, disebut head tekanan, mewakili enersi per unit berat yang tersimpan dalam fluida oleh karena tekanan pada mana fluida berada. Z disebut head ketinggian yang mewakili enersi potensial per pon fluida; dan $V^2/2g$, disebut head kecepatan, mewakili enersi kinetis per pon fluida. Jumlah dari tiga term ini dinamakan HEAD TOTAL H, di mana:

$$H = p/\gamma + z + V^2/2g \quad \text{.....} \quad (21)$$

Setiap term pada persamaan tersebut, meskipun biasanya diekspresikan dalam feet (atau meter), mewakili ponfeet enersi per pon fluida yang mengalir (atau Newton meter enersi per newton fluida mengalir).

Untuk suatu fluida incompressible tanpa gesekan dan tanpa mesin antara titik 1 dan 2, maka $H_1 = H_2$, tetapi untuk suatu fluida nyata

$$H_1 = H_2 + h_L \quad \text{.....} \quad (22)$$

Pada fluida nyata jika tidak ada input head enersi h_M oleh sebuah mesin antara penampang 1 dan 2, maka head total harus berkurang pada arah sesuai aliran.

TENAGA/POWER PADA ALIRAN FLUIDA

Tenaga (power) adalah head enersi yang dikalikan dengan debit berat. Jadi,

$$\text{Power} = \text{Tenaga} = \frac{\text{enersi}}{\text{berat}} = \frac{\text{enersi}}{\text{berat}} \times \frac{\text{berat}}{\text{waktu}}$$

$$= H \times \dot{G}$$

$$= H \gamma Q \quad \text{.....} \quad (23)$$

Dalam unit Inggris,

$$\text{Tenaga kuda} = \gamma Q H /_{550} \quad \text{.....} \quad (24)$$

Dalam unit metrik,

$$\text{Kilowatt} = \gamma Q H /_{1000} \quad \text{.....} \quad (25)$$

di mana γ = berat unit fluida, lb/ft^3 atau N/m^3

Q = debit volume, ft^3/sec atau m^3/sec

H = head enersi, ft atau meter.

Catatan: 1 hp = 550 ft - lb/sec
= 0,746 kilowatt

Dari mekanika, tenaga yang timbul jika suatu gaya F beraksi pada suatu benda berputar, atau jika suatu torsi T beraksi pada suatu benda berputar, adalah

$$\text{Tenaga} = F u = T \omega$$

di mana u = kecepatan linear dalam feet per second, atau meter per second dan ω adalah kecepatan sudut dalam radian per detik. Gaya F mewakili komponen gaya dalam arah u.

Contoh:

Suatu cairan dengan gravitasi spesifik 1,26 dipompa dalam suatu sistem pipa dari A ke B. Pada A diameter pipa 24 in dan tekanan 45 psi. Pada B diameter pipa 12 in dan tekanan 50 psi. Titik B 3 ft di bawah A. Dapatkan debit jika pompa melepaskan tenaga sebesar 22 hp ke fluida. Kehilangan head (head loss) bisa diabaikan.

$$HP = 22 = \frac{(1{,}26 \times 62{,}4)\, Q\, hp}{550}$$

atau $hp = 154\, Q$

$$0 + \frac{45\,(144)}{1{,}26 \times 62{,}4} + \frac{(Q/\Pi)^2}{64{,}4} + 154/Q = -3 + \frac{50\,(144)}{1{,}26 \times 62{,}4} + \frac{(Q/0{,}25\Pi)^2}{64{,}4}$$

Dengan trial and error didapat Q = 14,50 cfs.

Contoh:

Suatu sistem pipa dengan sebuah pompa menuju ke sebuah nozel seperti terlihat pada gambar 5.5. Dapatkan debit ketika pompa memberikan suatu head sebesar 80 ft. Asumsikan bahwa kehilangan head pada pipa berdiameter 6 in bisa diekspresikan oleh $h_L = 5\,V_6^2/2g$, sedangkan kehilangan head pada pipa berdiameter 4 in, $h_L = 12V_4^2/2g$.

Dari kontinyuitas didapat

$$V_6 = (3/6)^2\,V_3 = 0{,}25\,V_3 \text{ dan } V_4 = (3/4)^2\,V3 = 0{,}563\,V_3$$

di mana V_3 adalah kecepatan jet. Dengan menulis persamaan enersi dari permukaan reservoir ke jet, dapat

$$(z_1 + p_1/\gamma + V_1^2/2g) - h_L + h_p - h_L = z_3 + p_3/\gamma + V_3^2/2g$$

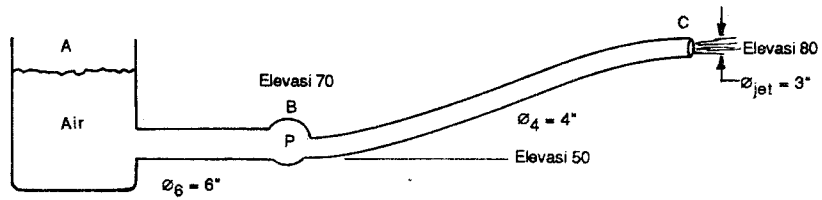
$$0 + 0 + 0 - \frac{5V_0^2}{2g} + 80 - \frac{12V_4^2}{2g} = 10 + 0 + V_3^2/2g$$

Dengan mengekspresikan semua kecepatan dalam V_3,

$$\frac{-5\,(0{,}25\,V_3)^2}{2g} + 80 - \frac{12\,(0{,}563\,V_3)^2}{2g} = 10 + V_3^2/2g$$

$V_3 = 29{,}70$ fps

$$Q = A_3 V_3 = \frac{\Pi}{4}(3/12)^2\,29{,}7 = 1{,}45 \text{ cfs.}$$



Gambar 5.5.

Head loss pada pipa penghisap :

$$h_L = 5\frac{V_6^2}{2g} = \frac{5\,(0{,}25\,V_3)^2}{2g} = \frac{0{,}312\,V_3^2}{2g}$$

$= 4{,}20$ ft.

Head loss pada pipa pengeluaran:

$$h_L = 12\frac{V_4^2}{2g} = \frac{12\,(0{,}563\,V_3)^2}{2g}$$

$= 52{,}1$ ft.

KONSEP KE-III ... MOMENTUM DAN GAYA-GAYA DALAM ALIRAN FLUIDA

Konsep ini penting dalam problem aliran fluida di mana terlibat penentuan gaya-gaya. Gaya-gaya timbul jika kecepatan suatu aliran fluida berubah baik arah maupun besarnya. Dengan hukum aksi-reaksi suatu gaya yang sama besar dan berlawanan arah diberikan oleh fluida terhadap benda yang menimbulkan perubahan.

PENGEMBANGAN PRINSIP IMPLUS-MOMENTUM

Prinsip implus-momentum akan diperoleh dari hukum ke-2 Newton. Aliran bisa berupa compressible atau incompressible, nyata (ada gesekan) atau ideal, tetap atau tak tetap. Pada uraian yang lalu didapati bahwa kehilangan enersi harus diperhitungkan untuk fluida nyata. Masalah ini tidak diperhitungkan dalam analisa momentum.

Hukum ke-2 Newton bisa diekspresikan sebagai

$$\Sigma F = d(mV)/dt \quad \text{.....} \quad (26)$$

Jadi, jumlah gaya-gaya luar pada suatu benda sama dengan rate perubahan momentum benda tersebut. $\bar{F}$ dan $\bar{V}$ mewakili vektor-vektor dan karena itu perubahan momentum mempunyai arah sama dengan arah gaya. Persamaan (26) dapat juga diekspresikan sebagai $\Sigma(\bar{F})\,dt = d(m\bar{V})$, yaitu implus sama dengan perubahan momentum, dan karena itu digunakan istilah prinsip implus-momentum.

Selanjutnya persamaan (26) dipergunakan pada suatu benda yang ditentukan oleh masa fluida yang terisi pada saat di dalam volume atur pada Gambar 5.6.(a). Masa fluida ini disebut sistem fluida. Volume atur tersebut diam pada posisinya, tidak bergerak dan tidak berubah bentuk maupun ukurannya. Pada saat $(t + \Delta t)$ masa fluida tersebut (yaitu sistem fluida) telah bergerak ke suatu posisi baru yang ditunjukkan oleh luasan diarsir pada Gambar 5.6.(b).

Beberapa istilah dan pengertiannya:

$(mV)_t$ = momentum pada saat t dari sistem fluida (bersatu dengan volume atur pada saat t).

$(mV)_{t+\Delta t}$ = momentum pada saat $(t + \Delta t)$ dari sistem fluida (bersatu dengan luasan diarsir pada gambar 5.6.(b) pada saat $t + \Delta t$).

$(m'V')_t$ = momentum masa fluida yang terisi di dalam volume atur pada saat t.

$(m'V')_{t+\Delta t}$ = momentum masa fluida yang terisi di dalam volume atur pada saat $(t + \Delta t)$.

$\Delta(mV)_{out}$ = momentum masa fluida yang meninggalkan volume atur selama interval waktu Δt.

$\Delta(mV)_{in}$ = momentum masa fluida yang masuk volume atur selama interval waktu Δt.

Pada saat t momentum sistem fluida sama dengan momentum masa fluida yang terisi di dalam volume atur pada saat t karena masa fluida yang sama terlibat pada kedua kasus tersebut.

Jadi,

$$(mV)_t = (m'V')_t$$

Pada saat $(t + \Delta t)$ momentum sistem fluida sama dengan momentum masa fluida di dalam volume atur pada saat $(t + \Delta t)$ ditambah momentum masa fluida yang telah mengalir keluar dari volume atur selama interval waktu Δt dikurangi momentum masa fluida yang telah mengalir masuk ke dalam volume atur selama interval waktu Δt.

Jadi,

$$(mV)_{t+\Delta t} = (m'V')_{t+\Delta t} + \Delta(mV)_{out} - \Delta(mV)_{in}$$

Perubahan momentum sistem fluida adalah

$$\Delta(mV) = (mV)_{t+\Delta t} - (mV)_t \quad \text{.....} \quad (27)$$

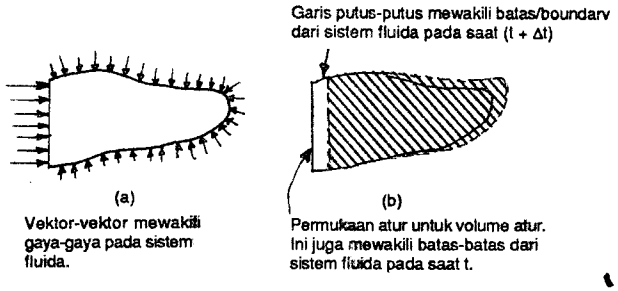
Dengan mengekspresikan kedua persamaan sebelumnya ke dalam persamaan (27), didapat:

$$\Delta(mV) = (m'V')_{t+\Delta t} - (m'V')_t + \Delta(mV)_{out} - \Delta(mV)_{in}$$

Dengan menggunakan persamaan (26), membaginya dengan Δt, mengaturnya kembali, dan memperhatikan bahwa limit $\Delta(mV)/\Delta t = d(mV)/dt$ pada saat $\Delta t \to 0$, didapat:

$$\Sigma\bar{F} = \lim_{t \to 0} \Delta(m\bar{V})/\Delta t = d(m\bar{V})/dt$$

$$= \frac{\{d(m\bar{V})_{out} - d(m\bar{V})_{in}\}}{dt} + \frac{(m'\bar{V}')_{t+\Delta t} - (m'\bar{V}')_t}{dt} \quad \text{... (28)}$$



Gambar 5.6. Volume atur untuk kasus umum
(a) Masa fluida yang mendapatkan gaya-gaya
(b) Lokasi sistem fluida pada saat t dan (t + Δt)

Persamaan di atas menyatakan bahwa gaya yang bekerja pada masa fluida sama dengan rate perubahan momentum masa fluida yang adalah sama dengan jumlah dua term pada sebelah kanan persamaan tersebut. Term pertama pada sebelah kanan persamaan mewakili rate bersih aliran keluar momentum yang menembus permukaan-permukaan atur, sedangkan term kedua mewakili rate akumulasi momentum di dalam volume atur. Persamaan (28) dapat digunakan untuk aliran compressible atau incompressible, nyata atau ideal, dan tetap atau tak tetap.

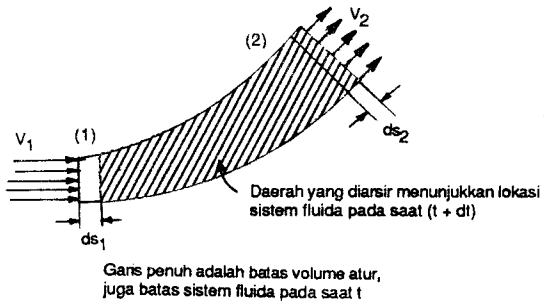
Pada kasus aliran tetap, term terakhir dari persamaan (28) sama dengan nol dan persamaannya:

$$\Sigma \bar{F} = \frac{d(m\bar{V})_{out} - d(m\bar{V})_{in}\}}{dt} = \frac{d(m\bar{V})_{out}}{dt} - \frac{d(m\bar{V})_{in}}{dt} \quad \ldots\ldots (29)$$

Jadi untuk aliran tetap, gaya pada masa fluida sama dengan rate bersih aliran momentum keluar yang menembus permukaan atur.

Karena persamaan (26) sampai (29) adalah persamaan-persamaan vektor maka persamaan-persamaan tersebut dapat juga diekspresikan sebagai persamaan-persamaan skalar dalam bentuk gaya-gaya dan kecepatan-kecepatan dalam arah-arah x, y, dan z.

Penting untuk memilih suatu volume atur sedemikian sehingga permukaan atur adalah normal terhadap kecepatan di mana permukaan atur tersebut memotong aliran. Sekarang ditinjau situasi seperti pada Gambar 5.7, di mana suatu kecepatan konstan menembus permukaan atur. Pada gambar tersebut terlihat sistem fluida yang ditinjau terisi antara penampang 1 dan 2 pada saat t.



Gambar 5.7. Volume atur untuk aliran mantap (steady flow) dengan permukaan atur memotong suatu arus kecepatan konstan pada sudut-sudut tegak lurus.

Sistem fluida ini bergerak ke suatu posisi baru selama interval waktu dt, seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 5.7. Selama interval pendek ini (dt) diasumsikan fluida bergerak sepanjang jarak pendek ds_1 pada penampang 1 dan ds_2 pada penampang 2. Juga ini dibatasi hanya untuk aliran tetap sehingga persamaan (29) terpakai. Momentum yang menembus permukaan atur pada penampang 1 selama interval dt adalah $(\rho_1 A_1 ds_1) V_1$ sedangkan yang menembus permukaan 2 adalah $(\rho_2 A_2 ds_2) V_2$. Dengan mensubstitusikan ekspresi-ekspresi ini ke dalam persamaan (29) dan memperhatikan bahwa karena permukaan atur memotong kecepatan pada sudut tegak lurus sehingga V = ds/dt dan Q = AV, didapatkan untuk aliran tetap sepanjang suatu tabung aliran

$$\Sigma \bar{F} = \rho_2 Q_2 \bar{V}_2 - \rho_1 Q_1 \bar{V}_1 \quad \text{..... (30)}$$

Dari kontinyuitas, untuk aliran tetap, $\rho Q = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$.

Jadi kita dapat menulis

$$\Sigma \bar{F} = \rho Q (\bar{V}_2 - \bar{V}_1) = \rho Q(A\bar{V}) \quad \text{..... (31)}$$

di mana arah $\Sigma\bar{F}$ akan sama dengan arah $\Delta\bar{V}$. $\Sigma\bar{F}$ mewakili jumlah vektor seluruh gaya yang bekerja pada masa fluida termasuk: gaya gravitasi, gaya geser (shear), dan gaya tekan termasuk gaya-gaya yang diberikan fluida sekitar masa fluida yang ditinjau dan juga gaya-gaya tekan yang diberikan oleh batas-batas/dinding padat dalam kontaknya dengan masa fluida.

Karena persamaan (31) adalah vektor maka dapat diekspresikan oleh skalar sebagai berikut:

$$\Sigma F_x = \rho_2 Q_2 V_{2x} - \rho_1 Q_1 V_{1x} = \rho Q (\Delta V_x) \quad \text{..... (32)}$$

$$\Sigma F_y = \rho_2 Q_2 V_{2y} - \rho_1 Q_1 V_{1y} = \rho Q (\Delta V_y) \quad \text{..... (33)}$$

$$\Sigma F_z = \rho_2 Q_2 V_{2z} - \rho_1 Q_1 V_{1z} = \rho Q (\Delta V_z) \quad \text{..... (34)}$$

Jika aliran dalam suatu tabung aliran tunggal memecah ke beberapa tabung- tabung aliran, kuantitas ρQV dari setiap tabung aliran bisa dihitung secara terpisah dan kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan (30) sampai (34).

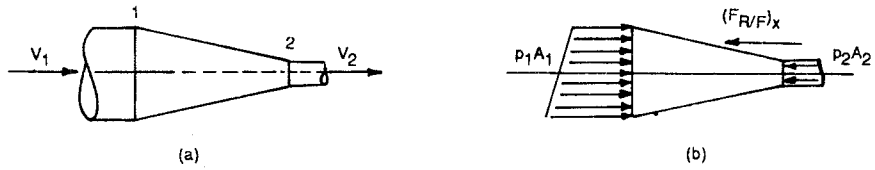
Kegunaan yang penting dari prinsip impuls-momentum adalah bahwa kita tidak perlu memperhatikan detail mengenai apa yang terjadi di dalam aliran, tetapi kita hanya perlu memperhatikan kondisi-kondisi pada penampang-penampang ujung volume atur yang ditinjau.

GAYA PADA TABUNG TEKANAN

Ditinjau kasus aliran horisontal ke kanan melalui sebuah reducer (pengurang) pada Gambar 5.8. Suatu diagram benda-bebas

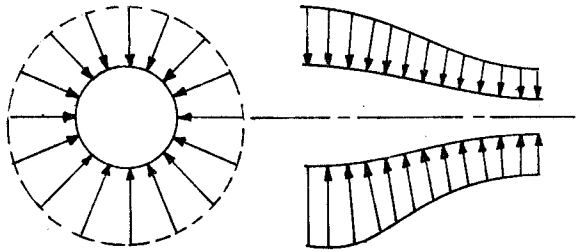
(free-body diagram) dari gaya-gaya yang bekerja pada masa fluida yang terisi di dalam reducer terlihat pada Gambar 5.8.b. Selanjutnya dipakai persamaan (32) pada masa fluida ini untuk menyelidiki gaya-gaya yang bekerja pada arah x. Gaya-gaya p_1A_1 dan p_2A_2 mewakili gaya-gaya tekan yang dikerjakan oleh fluida yang berlokasi sekitar hulu dan hilir masa fluida yang ditinjau. Gaya $(F_{R/F})_x$ mewakili gaya yang dikerjakan oleh reducer terhadap fluida pada arah x.

Dengan mengesampingkan gaya-gaya geser pada dinding reducer, gaya $(F_{R/F})_x$ adalah pengaruh total gaya-gaya tekan normal yang dikerjakan pada fluida oleh dinding reducer.



Gambar 5.8.

Intensitas tekanan pada dinding akan berkurang di mana diameter berkurang dikarenakan pertambahan pada head kecepatan. Suatu diagram tekanan seperti itu terlihat pada Gambar 5.9.



Gambar 5.9. Distribusi tekanan pada suatu pengurang (reducer)

Dengan menggunakan persamaan (32) dan mengasumsikan fluida ideal dengan $(F_{R/F})_x$ pada arah seperti Gambar 5.8, didapat

$$\Sigma F_x = p_1A_1 - p_2A_2 - (F_{R/F})_x$$
$$= \rho Q (V_2 - V_1) \quad \text{..... (35)}$$

Pada persamaan (35) tiap term bisa dievaluasi secara bebas dari data aliran kecuali $(F_{R/F})_x$ yang merupakan kuantitas yang harus diperoleh. Dengan menulis kembali persamaan (35) didapat

$$(F_{R/F})_x = p_1A_1 - p_2A_2 - \rho Q (V_2 - V_1) \quad \text{..... (36)}$$

Persamaan (36) memberikan harga gaya total yang dikerjakan reducer terhadap fluida pada arah x. Gaya ini beraksi ke arah kiri seperti diasumsikan pada Gambar 5.8. dan seperti yang dipergunakan pada persamaan (35). Gaya dari fluida pada reducer adalah sama dan berlawanan dengan gaya dari reducer pada fluida. Jika gesekan dipertimbangkan dengan aliran ke kanan, $(F_{R/F})_x$ agak lebih besar daripada yang diberikan persamaan (36). Jika aliran ke kiri, suatu analisa yang sama dipakai dengan memperhatikan tanda-tanda plus dan minus.

Pertimbangan terhadap berat fluida antara penampang 1 dan 2 pada Gambar 5.8. menghasilkan kesimpulan bahwa tekanan-tekanan adalah lebih besar bagian dasar daripada bagian atas pipa. Ini adalah kondisi-kondisi pada ujung-ujung volume atur yang kita tinjau. Apa yang terjadi di dalam aliran antara penampang 1 dan 2 tidak penting selama kita berurusan hanya dengan penentuan gaya-gaya. Gambar 5.9. memberikan suatu pandangan skematis distribusi tekanan dalam reducer. Pengaruh total seluruh tekanan-tekanan ini equivalen pada arah x untuk $(F_{R/F})_x$ dan pada arah y untuk berat fluida antara penampang 1 dan 2.

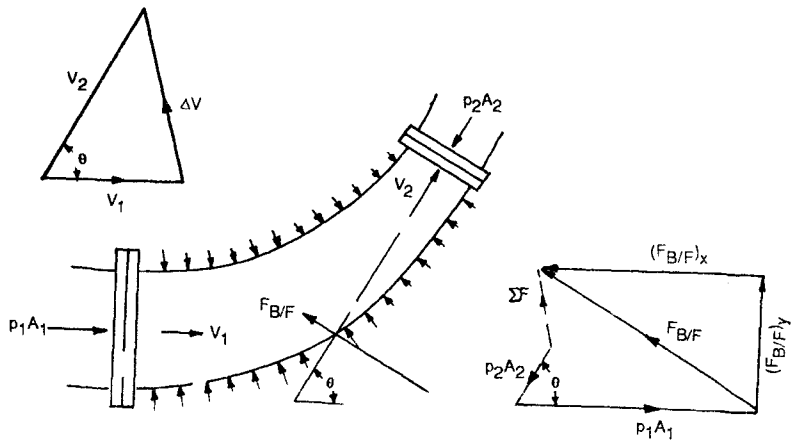
Jika fluida mengalami suatu perubahan pada arah dan kecepatan, seperti lekukan pipa pengurang pada Gambar 5.10, prosedurnya sama dengan sebelumnya kecuali bahwa lebih praktis untuk menggunakan komponen-komponen gaya.

Dengan menggunakan asumsi bahwa aliran terletak pada bidang horisontal sehingga berat dapat diabaikan, kemudian menggunakan persamaan (32) dengan menjumlahkan gaya-gaya yang bekerja pada fluida pada arah x, dan menyamakannya dengan perubahan pada momentum fluida pada arah x, memberikan

$$(F_{B/F})_x = p_1A_1 - p_2A_2 \cos\theta - \rho Q (V_2 \cos\theta - V_1) \quad \text{..... (37)}$$

Sedangkan pada arah y,

$$(F_{B/F})_y = p_2A_2 \sin\theta + \rho Q (V_2 \sin\theta) \quad \text{..... (38)}$$



Gambar 5.10. Gaya-gaya pada suatu lekukan pengurang.

Pada suatu kasus, jika harga-harga numerik yang ditentukan oleh persamaan ini positip, maka arah-arah yang diasumsikan adalah benar. Suatu harga negatip menunjukkan bahwa komponen tersebut pada arah berlawanan terhadap arah yang diasumsikan.

Perhatikan bahwa $\bar{F} = \rho Q\bar{V}$ adalah resultan seluruh gaya-gaya yang beraksi pada fluida, termasuk gaya-gaya tekan pada kedua ujungnya, sedangkan $F_{B/F}$ adalah gaya yang dikerjakan oleh lekukan/bend terhadap fluida.

Harga $F_{B/F} = \sqrt{(F_{B/F})^2_x + (F_{B/F})^2_y}$, dan dapat dilihat pada Gambar 5.10. (sebelah kanan) — diagram gaya. Gaya total yang dikerjakan oleh fluida pada bend adalah sama dan berlawanan dengan $F_{B/F}$. Dapat disimpulkan bahwa gaya seperti itu akan cenderung untuk menggerakkan bagian pipa yang ditinjau. Jadi di mana perubahan-perubahan kecepatan atau kelurusan terjadi seperti itu, biasanya suatu pipa besar akan harus ditancapkan dengan melekatkannya pada suatu konstruksi beton guna memberikan tahanan yang diperlukannya.

Jika aliran pada bidang vertikal, berat fluida antara penampang 1 dan 2 harus dipertimbangkan dan dimasukkan dalam perhitungan pada persamaan (38). Pengaruh tegangan-tegangan geser yang disebabkan geseran fluida dapat dimasukkan ke dalam perhitungan, tetapi pengaruh-pengaruh ini seringkali sangat kecil.

Contoh:

Tentukan besar dan arah gaya yang diberikan oleh cairan (γ = 9,81 kN/m^3) pada nozel dobel ini. Kedua jet nozel mempunyai kecepatan 12 m/detik. Sumbu-sumbu pipa dan kedua nozel terletak pada bidang horisontal. Abaikan gesekan.

Penyelesaian:

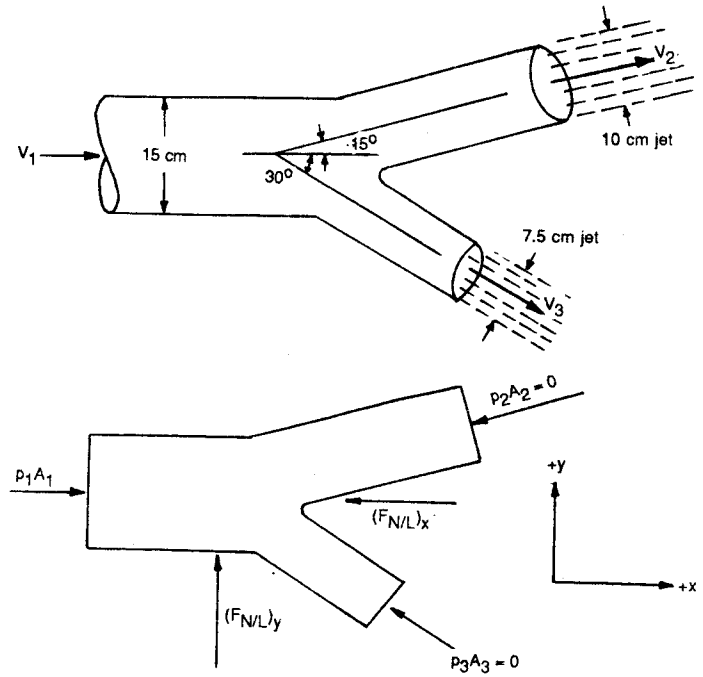
Dari kontinyuitas :

$$A_1V_1 = A_2V_2 + A_3V_3$$

$$15^2V_1 = 10^2(12) + 7{,}5^2(12);\ V_1 = 8{,}33 \text{ m/detik}$$

$$Q_1 = \frac{\Pi}{4}(0{,}15)^2\ 8{,}33 = 0{,}147 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

$$Q_2 = 0{,}094 \text{ m}^3\text{/dtk},\quad Q_3 = 0{,}053 \text{ m}^3\text{/dtk}.$$



Gambar 5.11. Free-body diagram of fluid

Persamaan enersi :

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{8{,}33^2}{2(9{,}81)} = 0 + \frac{12^2}{2(9{,}81)}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 3{,}8 \text{ m},\quad p_1 = 37{,}2 \text{ kN/m}^2;\quad p_1A_1 = 0{,}656 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = p_1A_1 - (F_{N/L})_x = (\rho Q_2V_{2x} + \rho Q_3V_{3x}) - \rho Q_1V_{1x}$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{9{,}81\ kN/m^3}{9{,}81\ m/s^2} = 1{,}0\ \frac{kN\text{-}s^2}{m^4} = 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

$V_{2x} = V_2 \text{ Cos } 15^\circ = 12(0{,}976) = 11{,}7$ m/s
$V_{3x} = V_3 \text{ Cos } 30^\circ = 12(0{,}866) = 10{,}4$ m/s,
$V_{1x} = V_1 = 8{,}33$ m/s

$$0{,}656 - (F_{N/L})_x = 10^3(0{,}094)(11{,}7) + 10^3(0{,}053)(10{,}4) - 10^3(0{,}147)8{,}33 = 0{,}425 \text{ kN}$$

$$(F_{N/L})_x = 0{,}656 - 0{,}425 = 0{,}241 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = (F_{N/L})_y = (\rho Q_2 V_{2y} + \rho Q_3 V_{3y}) - \rho Q_1 V_1$$

$V_{2y} = V_2 \text{ Sin } 15^\circ = 12\ (0{,}258) = 3{,}1$ m/s

$V_{3y} = -V_3 \text{ Sin } 30^\circ = -12(0{,}50) = -6{,}0$ m/s, $V_{1y} = 0$

$$(F_{N/L})_y = 10^3(0{,}094)(3{,}1) + 10^3(0{,}053)(-6{,}0) - 10^3(1{,}47)(0)$$
$$= 0{,}292 - 0{,}318 = -0{,}026 \text{ kN}.$$

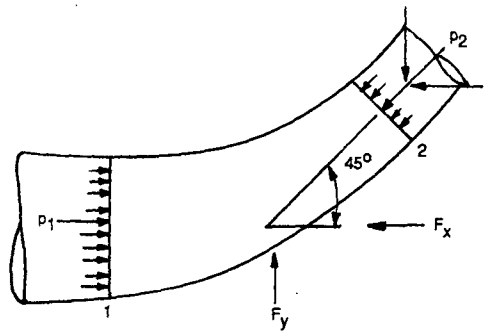
Tanda minus menunjukkan bahwa arah yang diasumsikan dari $(F_{N/L})_y$ adalah salah. Karena itu $(F_{N/L})_y$ beraksi dalam arah y negatif. Sama dan berlawanan terhadap $F_{N/L}$ adalah $F_{L/N}$

$(F_{L/N})_x$ = 0,241 kN (arah positif x)
$(F_{L/N})_y$ = 0,026 kN (arah positif y).

Contoh:

Suatu lekukan pengurang bersudut 45°, diameter hulu 24", diameter hilir 12", mengalirkan air pada rate 15,7 cfs dengan suatu

tekanan 21,0 psi. Dengan mengabaikan loss di lekukan, hitunglah gaya yang diberikan oleh air terhadap lekukan pengurangan.



Gambar 5.12.

Penyelesaian:

$V_1 = 15{,}7/A_1 = 5{,}00$ ft/dtk.
$V_2 = 20{,}0$ ft/dtk.

Persamaan Bernoulli antara penampang 1 dan 2, menghasilkan

$$\frac{(21{,}0 \times 144)}{62{,}4} + 25/2g + 0) - h_L(=0) = (p_2/\gamma + 400/2g + 0)$$

sehingga $p_2/\gamma = 42{,}7$ ft dan $p_2 = 18{,}5$ psi.

$P_1 = p_1A_1 = 21{,}0 \times 1/4 \times \Pi \times (24)^2 = 9500$ lb.
$P_2 = p_2A_2 = 18{,}5 \times 1/4 \times \Pi \times (12)^2 = 2090$ lb.
$P_{2x} = P_{2y} = 2090 \times 0{,}707 = 1478$ lb.

Pada arah x,

$$(F_{B/F})_x = P_1 - P_{2x} - \rho Q(V_2 \text{ Cos } 45^\circ - V_1)$$
$$= (9500\text{-}1478)\text{-}(62{,}4 \times 15{,}7/32{,}2)(20{,}0 \times 0{,}707\text{-}5{,}00)$$
$$= 7740 \text{ lb, kiri}$$

Pada arah y,

$(F_{B/F})_y = P_{2y} - \rho Q V_2 \text{ Sin } 45^\circ$

$= 1478 + (62{,}4 \times 15{,}7/32{,}2)(20 \times 0{,}707 - 0)$

$= 1910 \text{ lb.}$

Jadi gaya oleh air terhadap lekukan,

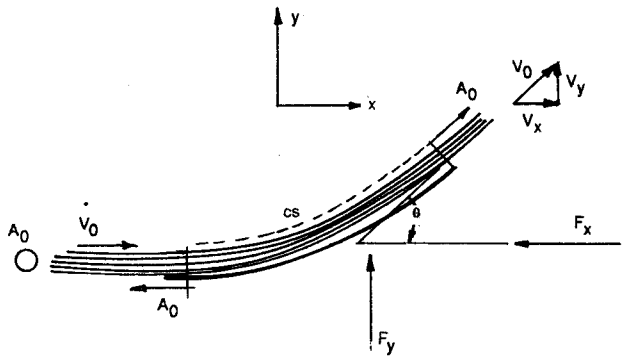
$F_{F/B} = \sqrt{(7740)^2 + (1910)^2}$

$= 7980 \text{ lb,}$

ke kanan dan ke bawah, pada sudut $\theta_x = \tan^{-1} 1910/7740 = 13^\circ 52'$.

GAYA PADA VANE/DAUN DIAM

Teori mesin-mesin turbo didasarkan pada hubungan antara jet-jet dan vane-vane/daun-daun. Sebagai suatu aplikasi dari prinsip-prinsip momentum dipelajarilah mekanika transfer kerja dan enersi dari jet-jet fluida ke vane-vane yang tak bergerak/diam. Ketika suatu jet-bebas mengenai suatu vane halus yang melengkung (lihat Gambar 5.13), jet tersebut dibengkokkan, momentumnya berubah, dan suatu gaya dikerjakan terhadap vane tersebut. Jet tersebut diasumsikan mengalir ke vane dengan arah tangensial, tanpa shock. Dalam kasus ini diasumsikan tahanan gesekan antara jet dan vane diabaikan. Kecepatan diasumsikan uniform di seluruh vane dari hulu ke hilir. Karena jet tersebut terbuka ke udara, maka tekanan adalah sama pada setiap ujung vane. Jikalau perubahan ketinggian yang kecil antara ujungnya diabaikan, persamaan Bernoulli menunjukkan bahwa besar kecepatan tak berubah untuk vane-vane diam.



Gambar 5.13. Jet-bebas menabrak daun diam dan halus

Contoh: Dapatkan gaya yang dikerjakan pada suatu vane diam ketika suatu jet mengeluarkan air 60 l/dtk pada 50 m/dtk dibengkokkan melalui sudut 135°.

$-(F_{B/W})_x = \rho V_0 \text{ Cos } \theta V_0 A_0 + \rho V_0 (- V_0 A_0)$;

$(F_{B/W})_y = \rho V_0 \text{ Sin } \theta V_0 A_0$

Jadi,

$(F_{B/W})_x = - 1000 \text{ kg/m}^3 (0{,}06 \text{ m}^3\text{/s})(50 \text{ Cos } 135^\circ - 50 \text{ m/s})$

$= 5{,}121 \text{ kN}$

$(F_{B/W})_y = 1000 \text{ kg/m3 } (0{,}06 \text{ m}^3\text{/s})(50 \text{ Sin } 135^\circ) = 2{,}121 \text{ kN}$

Jadi komponen gaya oleh air terhadap vane/blade/daun adalah sama dan berlawanan dengan kedua gaya tersebut.

GAYA PADA VANE/DAUN YANG BERGERAK

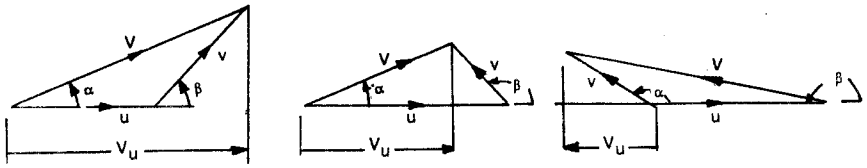
Pada uraian berikut kita akan banyak berurusan dengan kecepatan-kecepatan absolut dan relatif fluida. Kecepatan absolut $\overline{V}$ suatu benda (Gambar 5.14) adalah kecepatan relatifnya terhadap bumi. Kecepatan relatif v suatu benda adalah kecepatan relatifnya terhadap

suatu benda kedua, yang bergerak relatif terhadap bumi. Kecepatan absolut $\bar{V}$ benda pertama adalah jumlah vektor kecepatan relatif $\bar{v}$ terhadap benda kedua dan kecepatan absolut u benda kedua. Hubungan antara ketiganya adalah:

$$\bar{V} = \bar{u} + \bar{v} \quad \text{..... (39)}$$

Dengan menetapkan α dan β sebagai sudut-sudut yang dibuat kecepatan-kecepatan absolut dan relatif suatu fluida masing-masing terhadap kecepatan linear u dari suatu benda padat, terlihat pada Gambar 5.14 bahwa apa pun bentuk segitiga vektor kecepatan, maka

$$V \sin \alpha = v \sin \beta$$
$$V \cos \alpha = u + v \cos \beta$$



Gambar 5.14. Hubungan kecepatan relatif dan absolut

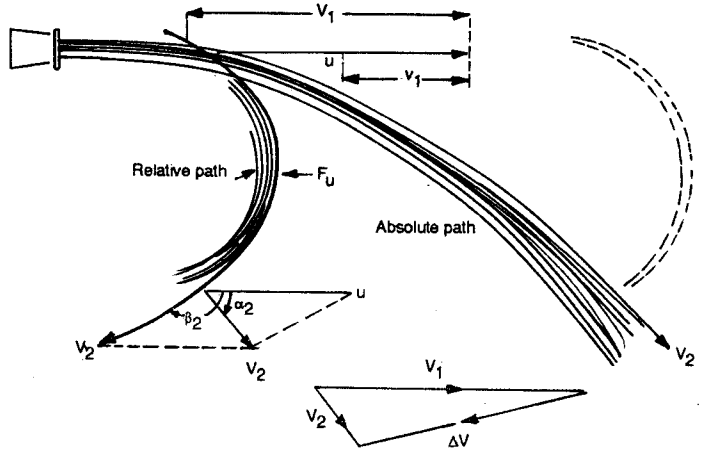
Gaya yang diberikan suatu aliran terhadap suatu obyek bergerak, tunggal, dapat ditentukan dengan persamaan (31) jika aliran adalah tetap dan benda mempunyai gerakan translasi sepanjang garis aksi aliran.

Dua perbedaan utama antara aksi terhadap obyek diam dan bergerak adalah bahwa pertama: perlu untuk mempertimbangkan kecepatan-kecepatan absolut dan relatif pada obyek bergerak sehingga mungkin menyebabkan penentuan $\Delta\bar{V}$ lebih sulit. Yang kedua adalah mengenai jumlah fluida yang mengenai obyek bergerak, tunggal, dalam sebarang interval waktu. Jika luas penampang suatu aliran adalah A_1 dan kecepatannya V_1, maka debit berat fluida yang keluar

dari nozel adalah $G = \gamma Q = \gamma A_1 V_1$. Tetapi jumlah fluida yang mengenai benda per unit waktu akan lebih kecil daripada G jika benda tunggal tersebut bergerak menjauhi nozel. Sebagai suatu kasus ekstrem, umpama obyek tersebut bergerak dengan arah sama dengan jet dan dengan kecepatan sama atau lebih besar dari kecepatan jet, maka jelas bahwa tidak ada fluida yang mengenai benda tersebut. Jika benda bergerak dengan kecepatan kurang dari kecepatan jet jumlah fluida yang mengenai benda tersebut per unit waktu akan proporsional dengan perbedaan antara kedua kecepatan yaitu $v_1 = V_1 - u$. Jika G' merupakan berat fluida per detik yang mengenai suatu obyek tunggal yang bergerak dengan kecepatan u dengan arah sama dengan V_1, maka

$$G' = \gamma Q' = \gamma A_1 (V_1 - u) = \gamma A_1 v_1 \quad \text{..... (40)}$$

Pada Gambar 5.15. terlihat perbedaan antara G dan G'. Fluida keluar dari nozel dengan rate $G = \gamma A_1 V_1$ per unit waktu. Tetapi pada unit waktu tersebut daun telah bergerak menjauhi nozel sejarak u, dan volume fluida antara keduanya akan bertambah dengan $A_1 u$.



Gambar 5.15. Jet beraksi pada suatu daun yang bergerak translasi

Maka komponen gaya dari daun terhadap fluida:

$$F_u = \frac{G'}{g}\Delta V_u = \frac{\gamma A_1 v_1}{g}\Delta V_u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

di mana arahnya ke kiri. Subskrip u mewakili komponen pada arah sama dengan u.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\Delta V_u = \Delta v_u$.

Dari gambar: $V_{2u} = V_2 \text{Cos } \alpha_2$ dan $V_{1u} = V_1 \text{Cos } \alpha_1 = V_1$.

Maka

$$\Delta V_u = V_{2u} - V_{1u} = V_2 \text{Cos } \alpha_2 - V_1$$

Sedangkan $V_1 = u + v_1$, sehingga $\Delta V_u = V_2 \text{Cos } \alpha_2 - v_1 - u$.

Tetapi $v_{2u} = v_2 \text{Cos } \beta_2$ dan $v_{1u} = v_1 \text{Cos } \beta_1 = v_1$.

Jadi $\Delta v_u = v_{2u} - v_{1u} = v_2 \text{Cos } \beta_2 - v_1$.

Padahal $v_2 \text{Cos } \beta_2 = V_2 \text{Cos } \alpha_2 - u$, sehingga $\Delta v_u = V_2 \text{Cos } \alpha_2 - u - v_1$

Jadi $\Delta V_u = \Delta v_u$. Maka dari persamaan (41), didapat

$$F_u = \frac{G'}{g}\Delta v_u = \frac{\gamma A_1 v_1}{g}\Delta v_u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Gambar 5.15 menunjukkan bahwa saat suatu partikel fluida mengenai daun bergerak, posisinya yang terlihat sebagai garis kontinyu telah mencapai titik aliran keluar dari daun, di mana daun akan telah mencapai posisi terlihat sebagai garis putus-putus. Jadi ada dua macam jejak fluida, yang pertama relatif terhadap daun bergerak, yang terlihat oleh kita bergerak bersama-sama dengan daun, dan lainnya relatif terhadap bumi, diistilahkan jejak absolut, yang terlihat oleh kita diam terhadap bumi.

Dari Gambar 5.15 terlihat bahwa arah kecepatan relatif di aliran keluar dari daun ditentukan oleh bentuk daun, sedangkan kecepatan

relatif di pemasukan (persis sebelum fluida mengenai daun) ditentukan hubungan antara V_1 dan u saja. Setelah fluida mengenai daun kecepatan relatifnya merupakan tangen terhadap permukaan daun. Untuk mengurangi kehilangan energi yang berlebihan, kedua arah ini harus sesuai. Jika tidak, maka akan ada perubahan mendadak pada kecepatan dan arah aliran di titik ini.

Jika jet diarahkan pada suatu seri daun seperti pada roda Pelton, maka aliran efektif yang mengenai tiap seri mangkok yang berdekatan adalah $Q = A_1V_1$ karena meskipun aliran tidak mengenai mangkok yang pertama tetapi akan mengenai mangkok kedua dan seterusnya. Jadi komponen u dari gaya yang diberikan oleh fluida pada suatu seri daun diekspresikan sebagai:

$$F_u = \frac{G'}{g}\Delta V_u = \frac{\gamma A_1 V_1}{g}\Delta V_u = \frac{\gamma A_1 V_1}{g}\Delta v_u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Contoh:

Suatu jet air berdiameter 2 in dengan kecepatan 100 fps dikenakan pada suatu daun tunggal bergerak dalam arah yang sama dengan kecepatan 60 fps. Jika $\beta_2 = 150^\circ$ dan kehilangan-kehilangan karena gesekan sedemikian sehingga $v_2 = 0{,}9\ v_1$, hitunglah gaya yang diberikan oleh air pada daun.

Diagram-diagram vektor kecepatan pada pemasukan dan pengeluaran untuk daun terlihat pada gambar di bawah.

$$V_2 \text{Sin } \alpha_2 = v_2 \text{Sin } \beta_2 = (0{,}9 \times 40) \times 0{,}5 = 18 \text{ fps.}$$

$$V_2 \text{Cos } \alpha_2 = u + v_2 \text{Cos } \beta_2 = 60 + 36\ (-0{,}866) = 28{,}8 \text{ fps.}$$

Dari kedua persamaan di atas didapat $V_2 = 34$ fps, $\alpha_2 = 32^\circ$.

Maka $-F_x = \rho Q' (V_2 \text{Cos } \alpha_2 - V_1) = 1{,}94\ (0{,}0218)$

$(100 - 60)\ (28{,}8 - 100) = -120{,}3$ lb.

atau $F_x = 120{,}3$ lb.

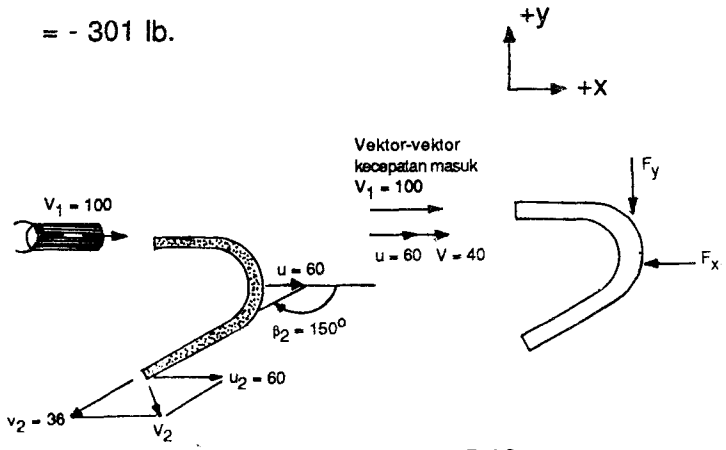
Gaya dari daun terhadap fluida adalah ke kiri sesuai dengan asumsi.

Gaya dari fluida terhadap daun adalah 120,3 lb ke kanan.

$$-F_y = \rho Q' (V_2 \text{ Sin } \alpha_2 - 0) = 1{,}94\ (0{,}0218)(40)(-18)$$
$$= -30{,}3 \text{ lb.}$$

sehingga F_y = 30,3 lb sesuai asumsi, sedangkan gaya dari air ke daun adalah sama dan berlawanan dengannya yaitu 30,3 lb ke atas.

$$-F_x = \rho Q (V_2 \text{ Cos } \alpha_2 - V_1) = 1{,}94\ (0{,}0218)(100)(28{,}8 - 100)$$
$$= -301 \text{ lb.}$$



Gambar 5.16.

Bab VI

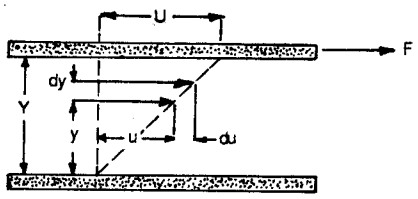
ALIRAN FLUIDA DI DALAM PIPA

Prinsip enersi digunakan untuk memecahkan masalah-masalah aliran pipa pada bermacam-macam cabang keinsinyuran praktis. Aliran suatu fluida nyata (real fluida) lebih rumit daripada aliran suatu fluida ideal. Gaya-gaya gesek antara partikel-partikel fluida dan dinding-dinding batas dan antara partikel-partikel itu sendiri timbul karena adanya kekentalan (viscosity) fluida nyata. Persamaan-persamaan diferensial parsiil yang mengevaluasi aliran tidak mempunyai pemecahan umum. Oleh karena itu harus digunakan metode eksperimen dan semiempiris guna memecahkan masalah-masalah aliran.

Pada fluida nyata ada dua macam aliran mantap/steady yaitu aliran laminer dan aliran turbulen, di mana masing-masing diatur hukum-hukum yang berbeda.

ALIRAN LAMINER DALAM PIPA BULAT

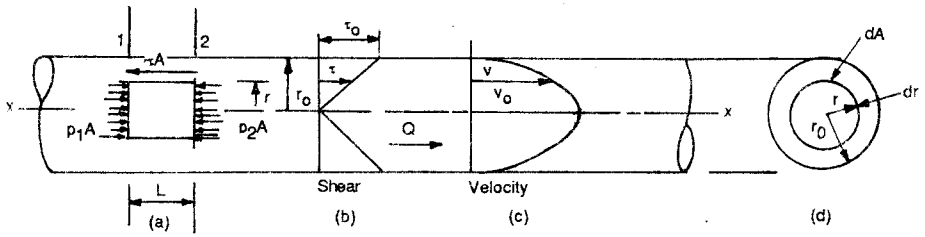
Pada fasal pendahuluan dari diktat ini telah disebutkan bahwa $\tau = \mu\ du/dy$, di mana u adalah harga kecepatan pada suatu jarak y dari dinding.



Gambar 6.1.

Karena $y = r_o - r$, dapat dinyatakan juga bahwa $\tau = -\mu\, du/dr$, di mana tanda minus menunjukkan bahwa u berkurang sewaktu r bertambah. Jika gesekan bervariasi dari nol di pusat pipa ke suatu harga maksimum di dinding, maka profil kecepatan harus mempunyai slop nol di pusat pipa dan suatu gradien kecepatan lebih miring pada saat mendekati dinding.

Selanjutnya, marilah kita telusuri kodrat distribusi tegangan geser τ pada suatu penampang dari suatu pipa bulat horisontal dalam kondisi aliran mantap/steady.



Gambar 6.2.

Pada Gambar 6.2 dapat dilihat bahwa karena aliran adalah mantap, maka tiap partikel akan bergerak ke kanan tanpa percepatan. Jadi penjumlahan gaya-gaya pada arah x harus sama dengan nol.

$$p_1(\Pi r^2) - p_2(\Pi r^2) - \tau\,(2\Pi rL) = 0 \text{ atau } \tau = \frac{(p_1 - p_2)\, r}{2L} \quad \ldots\ldots\ldots (44)$$

Ketika $r = 0$, τ adalah nol; dan ketiga $r = r_o$, tegangan τ_o pada dinding adalah maksimum. Variasi tersebut adalah linier seperti ditunjukkan oleh gambar di atas. Persamaan (44) berlaku untuk aliran laminer maupun turbulen.

Karena $(p_1 - p_2)/\gamma$ mewakili drop enersi, atau head loss (kehilangan head) h_L, dengan mengalikan persamaan (44) dengan γ/γ didapat

$$\tau = \frac{\gamma r}{2L}\left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right) \text{ atau } \tau = \frac{\gamma h_L}{2L} r \quad \ldots\ldots\ldots (45)$$

Sedangkan ekspresi untuk tegangan geser pada dinding pipa dapat diketengahkan sebagai berikut.
Dari uraian di atas didapat:

$$h_L = \frac{2\tau_o L}{\gamma r_o} = \frac{4\tau_o L}{\gamma D}$$

Dari formula Darcy-Weisbach didapat

$$h_L = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

Dengan menyamakan kedua persamaan h_L tersebut, didapat:

$$\tau_o = f\frac{\gamma}{g}\frac{V^2}{8} = f\,\rho\, V^2/8$$

$$= (f/4)\,\gamma\frac{V^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (46)$$

Sekarang marilah kita cari hubungan antara kecepatan di suatu titik pada penampang dan kecepatan di pusat pipa. Sebelumnya telah dinyatakan bahwa $\tau = -\mu\, du/dr$.

Dengan menyamakan ini dengan harga τ dari persamaan (44), didapat

$$-\mu\, du/dr = \frac{(p_1 - p_2)_r}{2L}$$

Karena $(p_1 - p_2)/L$ bukan fungsi r,

$$-\int_{u_{max}}^{u} du = \frac{p_1 - p_2}{2\mu L}\int_0^r r\,dr \quad \text{dan} \quad -(u-u_{max}) = \frac{(p_1 - p_2)\, r^2}{4\mu L}$$

$$\text{atau } u = u_{max} - \frac{(p_1 - p_2)\, r^2}{4\mu L} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

Tetapi $(p_1 - p_2)/\gamma = h_L$; jadi

$$u = u_{max} - \frac{\gamma\, h_L r^2}{4\mu L} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

Karena kecepatan di dinding adalah nol, ketika $r = r_o$, $u = 0$, maka harga kecepatan ceterline V_c adalah

$$V_c = u_{max} = \frac{(p_1 - p_2)\, r_o^2}{4\mu L} = \frac{h_L \gamma}{4\mu L} r_o^2 = \frac{h_L \gamma}{16\mu L} D^2 \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

Selanjutnya akan kita cari ekspresi kehilangan head pada suatu pipa untuk aliran laminer, tetap incompressible.
Dari Gambar 6.2(c) dan Gambar 6.2(d), dapat diekspresikan

$$V_{rata\text{-}rata} = V = \frac{Q}{A} = \frac{\int u\, dA}{\int dA} = \frac{\int_o^{r_o} u\,(2\Pi\, r\, dr)}{\Pi\, r_o^2}$$

$$= \frac{2\Pi\,(p_1 - p_2)}{\Pi\, r_o^2\,(4\mu L)} \int_o^{r_o} (r_o^2 - r^2)\, r\, dr$$

atau

$$V = \frac{(p_1 - p_2)\, r_o^2}{8\mu L} = v_{rata\text{-}rata} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

Jadi, untuk aliran laminer kecepatan rata-rata $V = V_{rata\text{-}rata}$ adalah setengah kecepatan maksimum V_c dari persamaan (49) (lihat Gambar 6.2). Dengan merubah persamaan (50), kita dapat

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_L = \frac{8\mu L V}{\gamma r_o^2} = \frac{32\mu L V}{\gamma D^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

$$\left(= 32\frac{\upsilon L}{gD^2} V\right)$$

yang adalah Hukum Hagen - Poiseuille untuk aliran laminer pada tabung.

ANGKA REYNOLDS

Angka Reynolds mewakili ratio gaya-gaya inersia terhadap gaya-gaya viscous/kekentalan.

Untuk pipa-pipa bulat,

$$\text{Angka Reynolds } R_e = \frac{V D \rho}{\mu} \text{ atau } \frac{VD}{\upsilon} = \frac{V(2 r_o)}{\upsilon} \quad \ldots\ldots (52)$$

di mana

V = kecepatan rata-rata
D = diameter pipa; r_o = jari-jari pipa
υ = viskositas kinematis ft^2/sec
ρ = kerapatan/density, $slugs/ft^3$ atau lb sec^2/ft^4.
μ = viskositas absolut, lb sec/ft^2.

Selanjutnya, kita cari hubungan antara friction factor/faktor gesekan f dengan angka Reynolds. Faktor gesekan f dapat dicari secara matematis untuk aliran laminer; tetapi tidak ada hubungan matematis yang seperti itu untuk aliran turbulen. Sebagai tambahan, para ilmuwan juga menemukan bahwa ada pengaruh kekasaran relatif pipa (ratio ukuran ketidaksempurnaan permukaan ε dengan diameter dalam pipa) terhadap harga f.

Untuk aliran laminer, persamaan (51) dapat disusun kembali:

$$h_L = \frac{32 \upsilon L}{g D^2} V = 64 \left(\frac{\upsilon}{VD}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{V^2}{2g}\right) = \frac{64}{R_e} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \ldots\ldots (53)$$

Maka untuk aliran laminer dalam pila untuk semua fluida, harga f:

$$f = 64/R_e \quad \ldots\ldots (54)$$

sedangkan harga R_e maksimum dalam praktek; untuk laminer adalah 2000.

ALIRAN TURBULEN

Selanjutnya akan kita telusuri beberapa karakteristik aliran turbulen. Pada aliran turbulen partikel-partikel fluida bergerak secara random ke seluruh arah. Karena itu sulit untuk menjejaki gerakan suatu partikel dalam aliran turbulen. Tegangan geser aliran turbulen dapat diekspresikan sebagai:

$$\tau = (\mu + \eta) \; du/dy, \quad \eta = \text{viskositas eddy}$$

Sedangkan tegangan geser pada dinding mempunyai ekspresi sama dengan aliran laminer:

$$\tau_o = \frac{f \rho V^2}{8}$$

Distribusi kecepatan (profil kecepatan) untuk aliran turbulen dalam pipa diekspresikan,

$$u = u_{max} - 5{,}75 \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \log \frac{r_o}{r_o - r} \quad \ldots\ldots (55)$$

Blasius mendapatkan ekspresi dari hasil eksperimen:

$$u/u_{max} = \left(\frac{y}{r_o}\right)^{1/n} \quad \ldots\ldots (56)$$

di mana

n = 7, untuk pipa halus, R_e antara 3.000 - 100.000

n = 8, untuk pipa halus, R_e antara 100.000 - 400.000.

Korelasinya dengan kecepatan rata-rata V = $V_{rata\text{-}rata}$ dapat diekspresikan:

$$V = u_{max} \frac{3}{2} \times 2{,}5 \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = u_{max} - 1{,}33\, V\sqrt{f} \quad \ldots\ldots (57)$$

atau

$$V/u_{max} = \frac{1}{1 + 1{,}33\sqrt{f}} \quad \ldots\ldots (58)$$

Faktor gesekan untuk turbulen dalam pipa didapatkan dari eksperimen-eksperimen antara lain adalah:

1. Blasius

$$f = 0{,}316 / R_e^{0{,}25}, \text{ untuk } R_e = 3.000 - 100.000 \ldots (59)$$

2. Von Karman

$$1/\sqrt{f} = 2 \log (R_e\sqrt{f}) - 0{,}8 \quad \ldots\ldots (60)$$

untuk R_e = sampai dengan 3×10^6

Note: keduanya untuk 'pipa halus'.

3. Untuk 'pipa kasar':
Von Karman

$$1/\sqrt{f} = 2 \log D/\varepsilon + 1{,}74 \quad \ldots\ldots (61)$$

di mana f tidak tergantung pada R_e.

4. Untuk 'pipa antara kasar dan halus atau aliran transisi' Colebrook mendapatkan:

$$1/\sqrt{f} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}\right) \quad \ldots\ldots (62)$$

Beberapa diagram yang memberikan hubungan antara f, R_e dan kekasaran relatif ε/D dapat dilihat di halaman berikut.

Contoh:

Head loss pada pipa panjang 200 ft dan diameter 6 in adalah 25 ft-lb/lb ketika oli (specific gravity 0,9 dan viskositas 0,0008 lb-s/ft^2) mengalir dengan debit 20 cfs. Tentukan kecepatan di pusat pipa, tegangan geser pada dinding pipa, dan kecepatan pada 2 in dari pusat pipa.

Solusi:

$$V = \frac{Q}{A} = 2/0{,}196 = 10{,}2 \text{ fps.}$$

$$R_e = DV/\upsilon = \frac{0{,}5\ (10{,}2)(0{,}9 \times 1{,}94)}{0{,}0008} = 11.100$$

sehingga merupakan aliran turbulen. Maka

$$f = \frac{h_L D (2g)}{L V^2} \quad \frac{25 \times 0{,}5 \times 64{,}4}{200\ (10{,}2)^2} = 0{,}039$$

$$u_{max} = V (1 + 1{,}33\sqrt{f}) = 12{,}9 \text{ fps}$$

$$\tau_o = \frac{f \rho V^2}{8} = \frac{0{,}039\ (0{,}9 \times 1{,}94)(10{,}2)^2}{8} = 0{,}89 \text{ lb/ft}^2$$

$$u_{(2\ in)} = 12{,}9 - 5{,}75\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}\ \log 3/1$$

$$= 10{,}94 \text{ fps.}$$

Tabel 6.1. Harga-harga kekasaran absolut ε untuk pipa baru (Values of absolute roughness ε for new pipes)

	Feet	Milli-meters
Drawn tubing brass, lead, glass, centrifugally spun cement, bituminous Kring transite	0.000005	0.0015
Commercial steel or wrought iron	0.00015	0.046
Welded-steel pipe	0.00013	0.046
Asphalt-dipped cast iron	0.0004	0.12
Galvanized iron	0.0005	0.15
Cast iron, average	0.00085	0.25
Wood stave	0.0006 to 0.003	0.18 to 0.9
Concrete	0.001 to 0.01	0.3 to 3.
Riveted steel	0.003 to 0.03	0.9 to 9.

Note: $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{\varepsilon \text{ in feet}}{D \text{ in feet}} = \frac{\varepsilon \text{ in mm}}{D \text{ in mm}} = 10^{-1} \times \frac{\varepsilon \text{ in mm}}{D \text{ in cm}}$

Contoh:

Titik-titik A dan B dihubungkan oleh suatu pipa baru panjang 4000 ft dan diameter 6" I.D. steel pipe. Titik B terletak 50,5 ft lebih tinggi daripada A dan tekanan-tekanan di A 123 psi dan di B 48,6 psi. Berapa banyak medium fuel oil pada 70°F akan mengalir dari A, B? (Dari diagram A-1, ε = 0,0002 ft).

Perhitungan R_e belum bisa dilakukan secara langsung. Maka ditulis persamaan Bernoulli dari A ke B, datum A,

$$\left(\frac{123 \times 144}{0{,}084 \times 62{,}4} + \frac{V_A^2}{2g} + 0\right) - f\left(\frac{4000}{1/2}\right)\frac{V^2}{2g} = \left(\frac{48{,}6 \times 144}{0{,}084 \times 62{,}4} + \frac{V_B^2}{2g} + 50{,}5\right)$$

dan $V_A = V_B = V$, sehingga $\frac{V^2}{2g} = \frac{151{,}00}{8000\ f}$

Karena $R_e = \frac{VD}{\upsilon}$

dengan mensubstitusikan V dari harga di atas didapat:

$$R_e = \frac{D}{\upsilon}\sqrt{\frac{2g(151{,}00)}{8000\ f}} \quad \text{atau} \quad R_e\sqrt{f} = \frac{D}{\upsilon}\sqrt{\frac{2g(151{,}00)}{8000}}$$

Dalam menganalisa problem untuk mendapatkan debit Q, kita menggunakan bentuk ekspresi:

$$R_e\sqrt{f} = \frac{D}{\upsilon}\sqrt{\frac{2g\,(D)(h_L)}{L}}$$

yaitu ekspresi yang digunakan dalam diagram A-2. Karena itu, maka $h_L = 151{,}00$ dan $L/D = 8000$.

Jadi,

$$R_e\sqrt{f} = \frac{0{,}500}{4{,}12 \times 10^{-5}}\sqrt{\frac{64{,}4 \times 151{,}00}{8000}} = 13.400$$

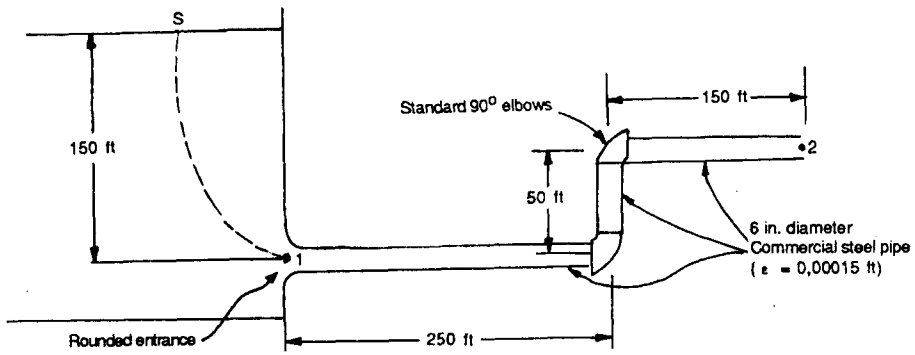
Dari diagram A-2 didapat bahwa aliran adalah turbulen, sedangkan f = 0,02 untuk ε/D = 0,0002/0,5 = 0,0004. Dari hasil persamaan Bernoulli di atas didapat:

$$V^2/2g = \frac{151{,}00}{8000 \times 0{,}020} = 0{,}944, \quad V = 7{,}79 \text{ ft/sec, dan}$$

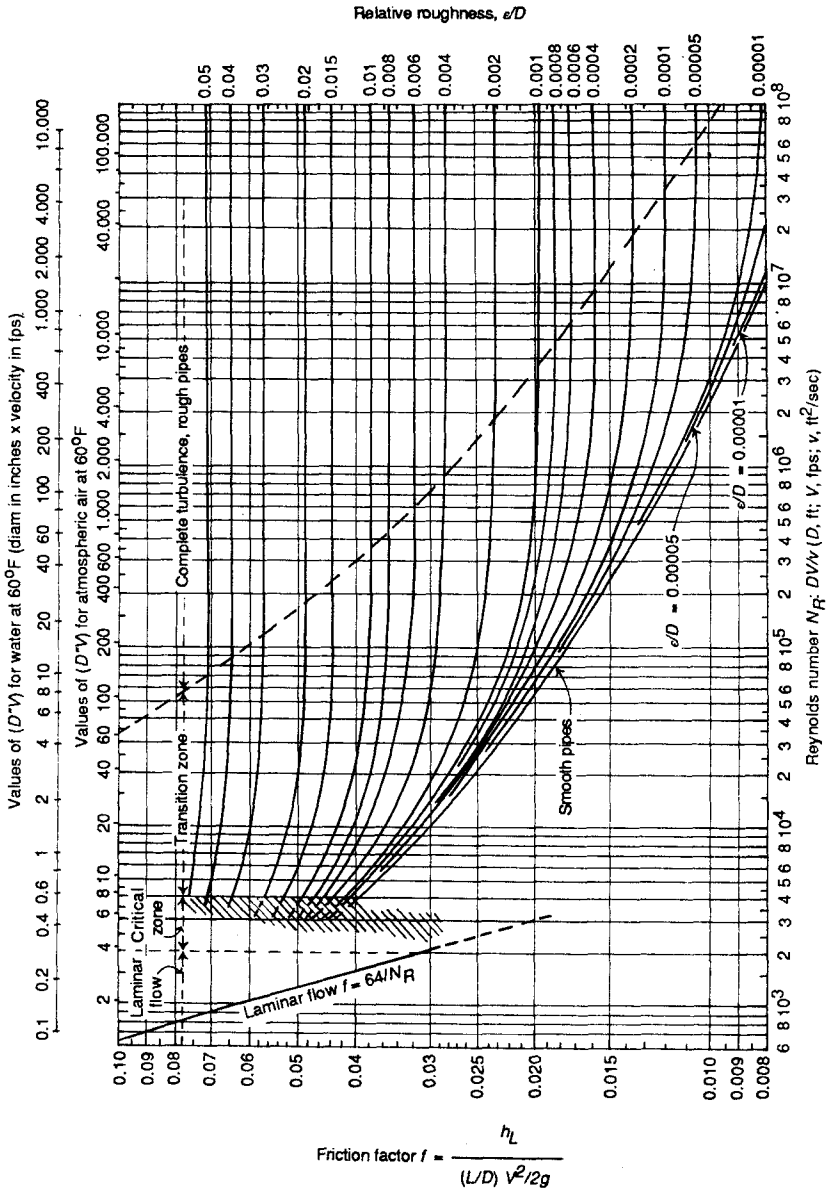
$$Q = AV = 1{,}53 \text{ cfs.}$$

Sebagai catatan, kita juga bisa mengecek perhitungan di atas dengan menghitung R_e dan mendapatkan f dari diagram A-1.

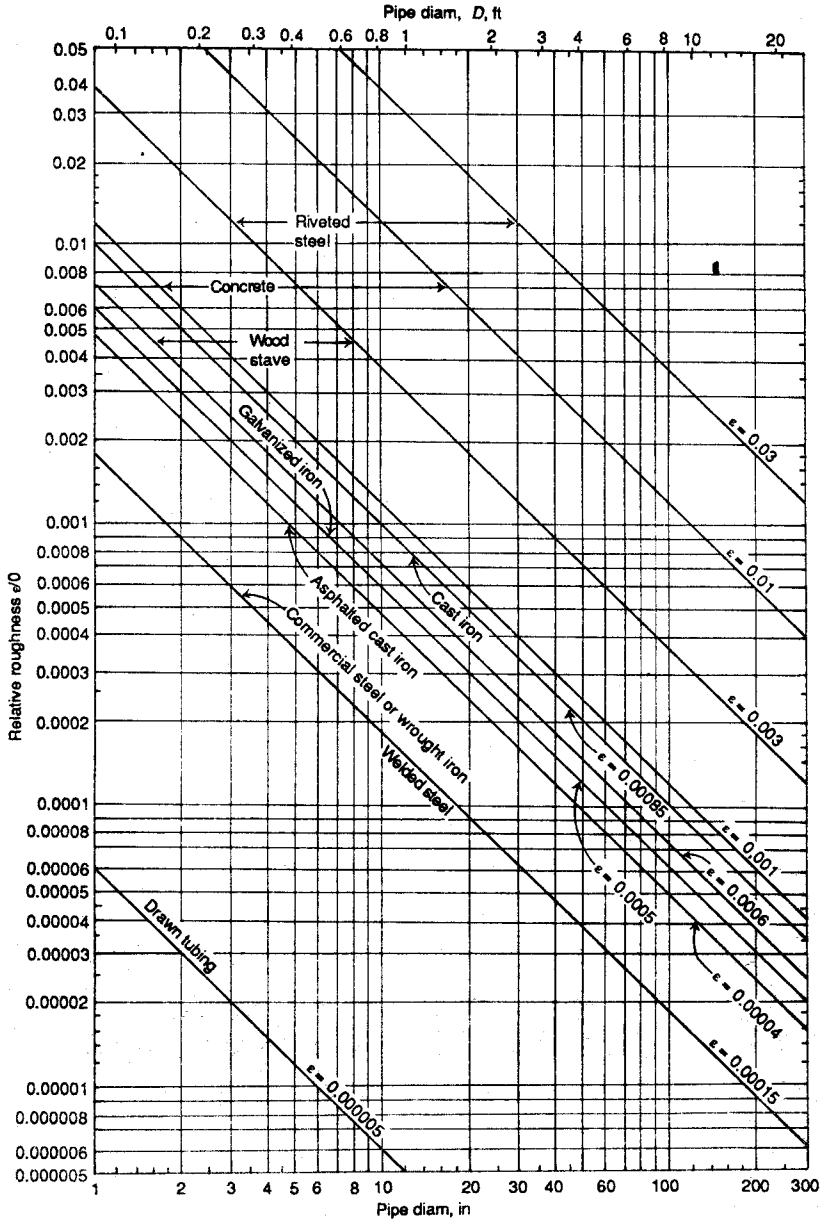
KEHILANGAN MINOR



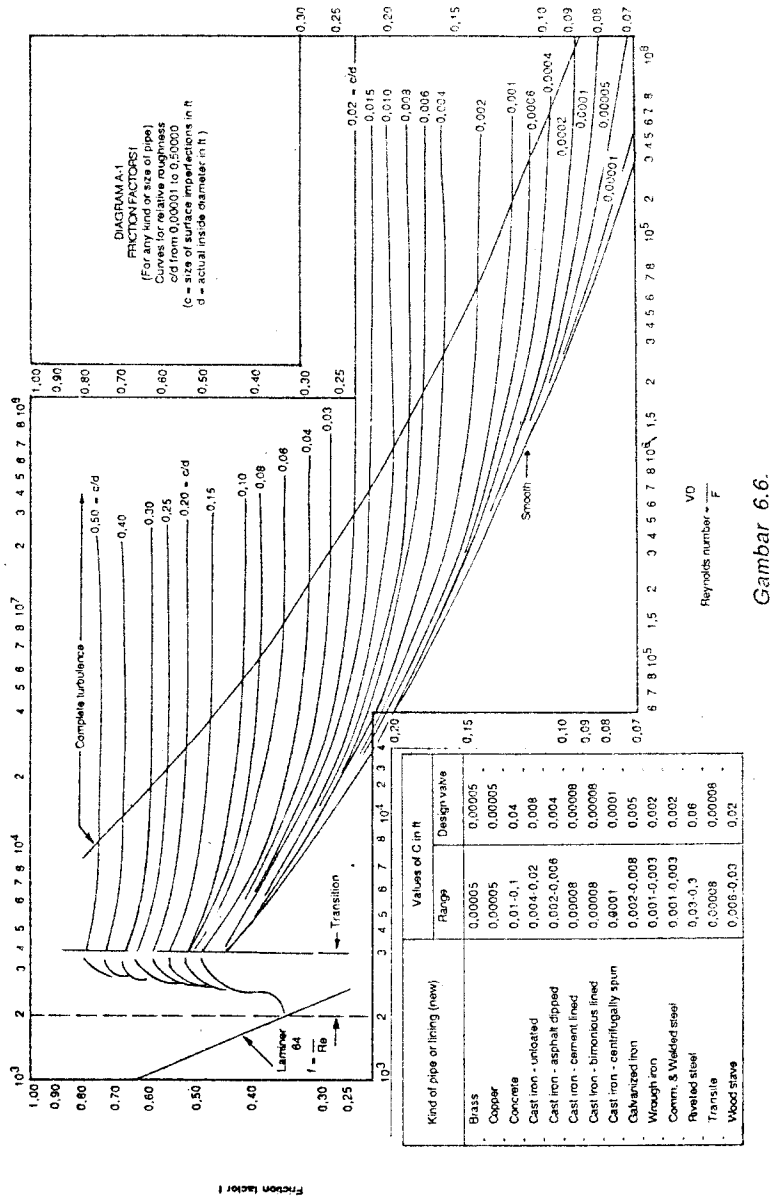
Gambar 6.3.



Gambar 6.4.

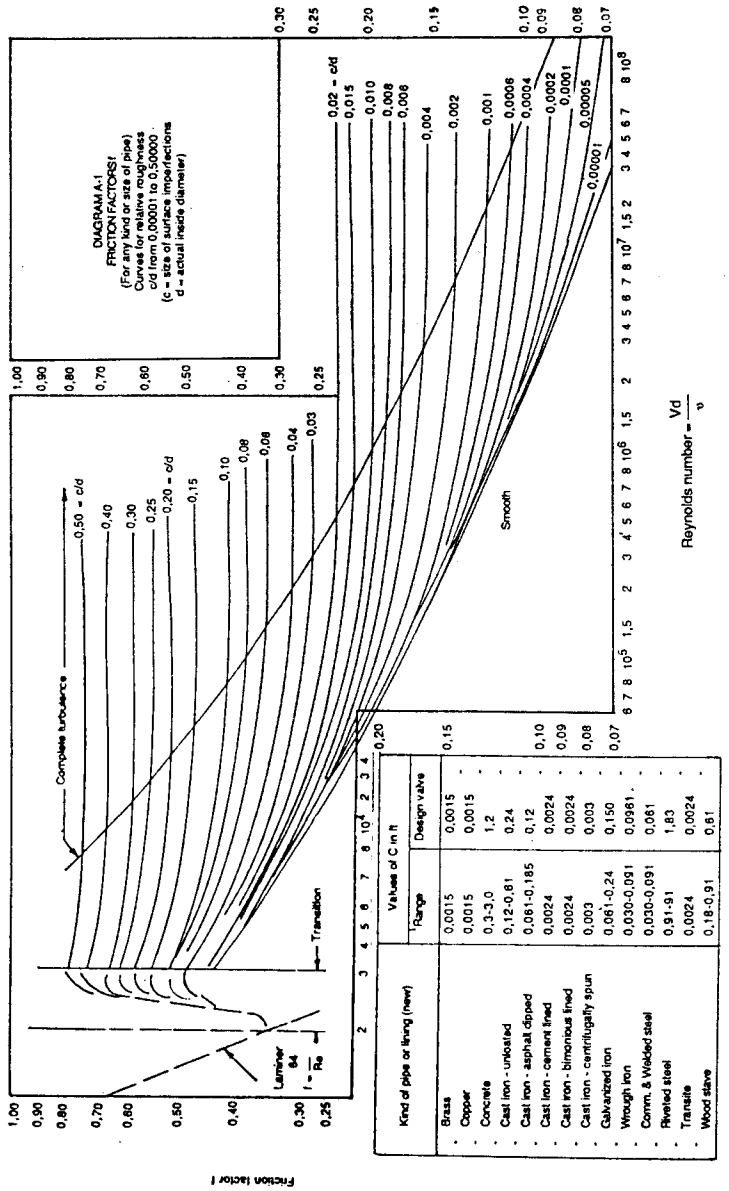


Gambar 6.5. Faktor-faktor kekasaran (ε diekspresikan dalam feet) untuk pipa-pipa komersial



Kind of pipe or lining (new)	Values of C in ft	
	Range	Design value
Brass	0,00005	0,00005
Copper	0,00005	0,00005
Concrete	0,01-0,1	0,04
Cast iron - unlined	0,004-0,02	0,008
Cast iron - asphalt dipped	0,002-0,008	0,004
Cast iron - cement lined	0,00008	0,00008
Cast iron - bituminous lined	0,00008	0,00008
Cast iron - centrifugally spun	0,0001	0,0001
Galvanized iron	0,002-0,008	0,005
Wrough iron	0,001-0,003	0,002
Comm. & Welded steel	0,001-0,003	0,002
Riveted steel	0,03-0,3	0,06
Transite	0,00008	0,00008
Wood stave	0,006-0,03	0,02

Gambar 6.6.



Kind of pipe or lining (new)	Values of C in ft		
	Range	Design value
Brass	0,0015	0,0015
Copper	0,0015	0,0015
Concrete	0,3-3,0	1,2
Cast iron - unlosted	0,12-0,81	0,24
Cast iron - asphalt dipped	0,061-0,185	0,12
Cast iron - cement lined	0,0024	0,0024
Cast iron - bimonious lined	0,0024	0,0024
Cast iron - centrifugally spun	0,003	0,003
Galvanized iron	0,061-0,24	0,150
Wrough iron	0,030-0,091	0,0981
Comm. & Welded steel	0,030-0,091	0,061
Riveted steel	0,91-91	1,83
Transite	0,0024	0,0024
Wood stave	0,18-0,91	0,61

Gambar 6.7.

KEHILANGAN-KEHILANGAN MINOR

Kehilangan-kehilangan yang terjadi dalam sistem pipa dikarenakan oleh bends (tekukan-tekukan), elbows (siku-siku), joints (sambungan-sambungan), valves (klep-klep) dan lain-lain disebut *kehilangan-kehilangan minor.* Pada pipa sangat panjang, kehilangan-kehilangan ini biasanya tidak penting; tetapi pada banyak situasi di mana panjang pipa sangat pendek, mereka menjadi lebih penting daripada dikarenakan gesekan yang diuraikan sebelum ini. Hampir pada semua kasus kehilangan-kehilangan minor ditentukan dengan eksperimen.

HEAD LOSS KARENA PENGEMBANGAN TIBA-TIBA (Sudden Expansion)

Losses (kehilangan-kehilangan) karena sudden expansion dalam sistem pipa dapat dikalkulasi dengan persamaan enersi dan momentum. Untuk aliran turbulen, tetap, incompressible yang melalui volume atur antara penampang 1 dan 2 dari sudden expansion pada Gambar 6.8.(a) dan (b), gaya geser pada dinding-dinding antara kedua penampang bisa diabaikan. Dengan mengasumsikan kecepatan uniform di seluruh penampang-penampang aliran, persamaan momentum menghasilkan:

$$p_1A_2 - p_2A_2 = \rho V_2(V_2A_2) + \rho V_1(-V_1A_1)$$

Persamaan enersi antara penampang 1 dan 2, dengan head loss h_e adalah:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_e$$

Dengan term $(p_1 - p_2)/\gamma$ pada tiap persamaan tersebut didapat:

$$\frac{V_1^2 - V_2V_1}{2g} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + h_e$$

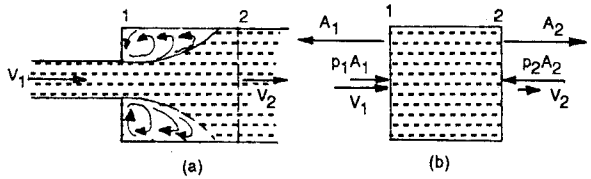
Karena $V_1A_1 = V_2A_2$, maka

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left(1 - \frac{A_1}{A_1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

yang menunjukkan bahwa dalam aliran turbulen, losses adalah proporsional terhadap kecepatan kuadrat.
Dapat juga persamaan di atas diekspresikan:

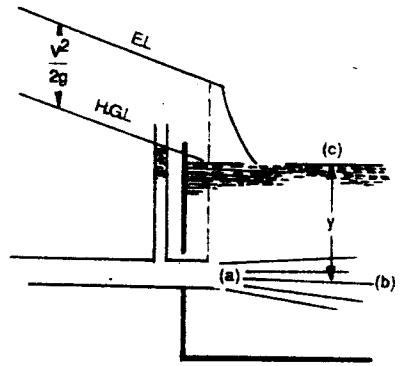
$$h_e = K\frac{V_1^2}{2g} = \{1 - (D_1/D_2)^2\}^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

di mana $K = \{1 - (D_1/D_2)^2\}^2$ ..... (65)



Gambar 6.8. Pengembangan tiba-tiba pada suatu pipa

HEAD LOSS PADA DISCHARGE



Gambar 6.9. Kehilangan pada keluaran (discharge loss)

Jika fluida dengan kecepatan V dikeluarkan dari suatu pipa ke dalam suatu reservoir yang sedemikian besar sehingga kecepatan di dalamnya dapat diabaikan, maka enersi kinetis seluruhnya dari aliran akan dilepaskan. Maka discharge loss adalah

$$h_d = \frac{V^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

ini bisa dibuktikan dengan menulis suatu persamaan enersi antara (a) dan (c) pada Gambar 6.9. Dengan mengambil datum pada (a) dan mengetahui bahwa head tekanan fluida di (a) adalah y, yaitu kedalamannya di bawah permukaan, maka

$$H_a = y + 0 + V^2/2g \text{ dan } H_c = 0 + y + 0 \text{ jadi}$$
$$h_d = H_a - H_c = V^2/2g$$

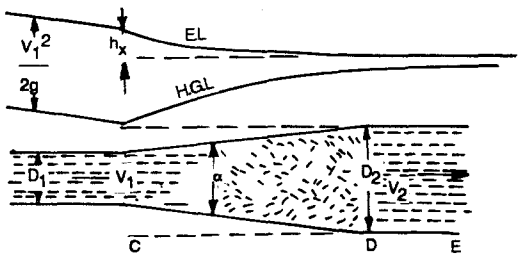
Koefisien discharge loss adalah 1,0 pada semua kondisi. Jadi satu-satunya jalan/cara untuk mengurangi discharge loss adalah dengan mengurangi harga kecepatan V dengan menggunakan tabung divergen/ pemencar. Ini adalah alasan kenapa dipakai tabung semacam itu pada suatu turbin reaksi.

Ekspresi ini juga bisa didapat dengan menggunakan persamaan (64), di mana $D_1/D_2 = 0$, sehingga

$h_e = h_d = V_1^2/2g$, di mana total enersi kinetis diubah menjadi enersi termal.

HEAD LOSS KARENA PENGEMBANGAN/PEMBESARAN BERANGSUR (Gradual/Conical Expan.)

Untuk memperkecil loss yang menyertai suatu pengurangan di dalam kecepatan, suatu diffuser seperti terlihat pada Gambar 6.10 dapat digunakan dan diffuser itu sendiri bisa merupakan suatu bentuk kurve menyebar atau bisa juga merupakan suatu kone (cone). Pada Gambar 6.10, kehilangan head akan merupakan fungsi dari: sudut divergen dan ratio dari kedua penampang (luasan), sedangkan panjang diffuser merupakan fungsi dari kedua variabel tersebut.



Gambar 6.10. Kehilangan pada pembesaran berangsur

Dalam aliran yang melalui diffuser total loss dapat dipertimbangkan sebagai terdiri atas dua faktor. Salah satu adalah friction loss (kehilangan karena gesekan) dalam pipa, yang bisa diekspresikan sebagai

$$h_L = \int \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} dL$$

Untuk mengintegralkan harga tersebut, penting untuk mengekspresikan variabel-variabel f.D, dan V sebagai fungsi dari L. Untuk uraian

Untuk mengintegralkan harga tersebut, penting untuk mengekspresikan variabel-variabel f.D, dan V sebagai fungsi dari L. Untuk uraian di sini, cukup hanya dengan memperhatikan bahwa friction loss bertambah sebagai fungsi dari panjang cone. Jadi, untuk harga-harga D_1 dan D_2 tertentu, makin besar sudut cone, makin kecil panjangnya dan makin kurang gesekan pipa, seperti yang ditunjukkan oleh kurve F pada Gambar 6.11.(a).

Meskipun demikian, di dalam aliran yang melalui diffuser, akan ada suatu tambahan loss turbulen ditimbulkan oleh arus-arus yang menghasilkan suatu gerakan vortex melebihi yang biasanya ada. Loss turbulen tambahan akan berubah sesuai derajat divergen, seperti ditunjukkan oleh kurve T pada Gambar 6.11.(a) dan apabila rate dari divergen cukup besar, akan terjadi suatu pemisahan (separation) pada dinding dan eddy-eddy akan mengalir balik sepanjang dinding-dinding.

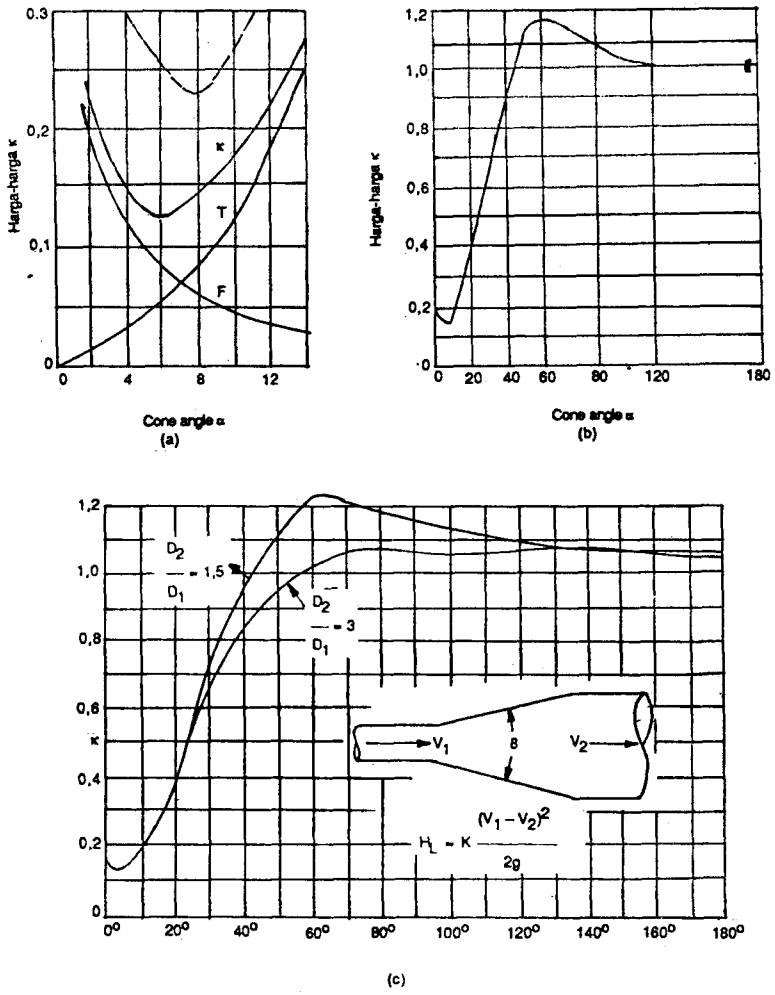
Loss total dalam kone divergen akan merupakan jumlah kedua macam loss tersebut, dapat dilihat pada Gambar 6.11.(a) dengan kurve K. Terlihat bahwa harga K adalah minimum pada 6° untuk suatu kasus tertentu pada suatu permukaan halus. Jika suatu permukaan lebih kasar, harga friction F akan bertambah, yang pada gilirannya menambah harga K seperti ditunjukkan oleh kurve putus-putus dan juga menggeser sudut loss minimum ke 8°. Jadi sudut terbaik (loss minimum) divergen akan naik sesuai dengan kekasaran permukaan.

Telah diketahui bahwa loss karena pembesaran tiba-tiba diekspresikan sebagai $(V_1 - V_2)^2/2g$. Head loss dikarenakan oleh pembesaran berangsur diekspresikan sebagai:

$$h_{bb} = K \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad \text{..... (67)}$$

di mana harga K sebagai fungsi dari sudut kone terlihat pada Gambar 6.11.(c) atau pada Gambar 6.11.(a) dan Gambar 6.11.(b) untuk suatu range yang lebar dari sudut kone. Bila kita perhatikan maka pada sudut sekitar 40°, loss adalah sama dengan loss pada suatu pembesaran tiba-tiba (yang mempunyai sudut kone 180°), sedangkan

antara kedua sudut tersebut loss lebih besar dari loss pada pembesaran tiba-tiba, sedangkan loss untuk kone akan menjadi maksimum pada sudut kone sekitar 60°. Ini disebabkan karena arus penyebab menjadi lebih buruk pada range ini.



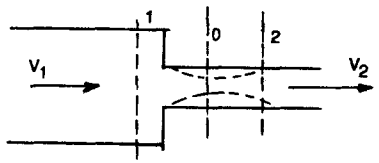
Gambar 6.11. Koefisien kehilangan untuk ekspansi-ekspansi konikal

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1994 / 1995

HEAD LOSS KARENA PENYEMPITAN/PENGECILAN TIBA-TIBA (Sudden Contraction)

Head loss h_c karena suatu kontraksi tiba-tiba dalam penampang pipa digambarkan pada gambar di bawah dianalisa dengan cara sama dengan ekspansi tiba-tiba. Proses perubahan head tekanan ke head kecepatan sangat efisien. Jadi head loss dari penampang 1 ke vena contracta adalah kecil dibandingkan dengan loss dari penampang 0 ke penampang 2, di mana head kecepatan dirubah kembali menjadi head tekanan. Dengan menggunakan persamaan (63) ke ekspansi di masalah ini, head loss dapat diekspresikan sebagai:

$$h_c = \frac{(V_0 - V_2)^2}{2g}$$



Gambar 6.12.

Selanjutnya, dengan persamaan kontinyuitas $V_0 C_c A_2 = V_2 A_2$, di mana C_c adalah koefisien kontraksi (yaitu luasan jet pada penampang 0 dibagi luasan pada penampang 2), sehingga head loss :

$$h_c = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{..... (68)}$$

Koefisien kontraksi C_c dari air yang didapatkan oleh Weisback dapat dilihat pada tabel di bawah.

A_2/A_1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
C_c	0,626	0,632	0,643	0,659	0,681	0,712	0,755	0,813	0,892	1,00

Head loss karena kontraksi dapat juga diekspresikan sebagai:

$$h_c = K_c \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{..... (69)}$$

di mana K_c (sebagai fungsi dari ratio D_1/D_2) dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 6.2.

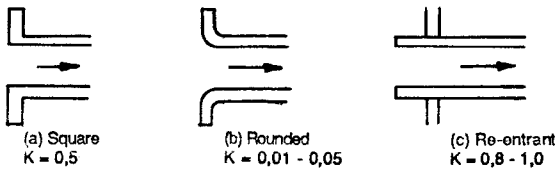
D_2/D_1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
k_c	0,50	0,45	0,42	0,39	0,36	0,33	0,28	0,22	0,15	0.06	0,00

HEAD LOSS PADA ENTRANCE

Head loss pada entrance ke suatu sistem pipa dari suatu reservoir biasanya diambil

$$h_{en} = K_{en} \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{..... (70)}$$

di mana harga K_{en} dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 6.13. Koefisien kehilangan head K, untuk bermacam-macam masukan (entrance) pipa.

LOSS PADA PERLENGKAPAN-PERLENGKAPAN PIPA

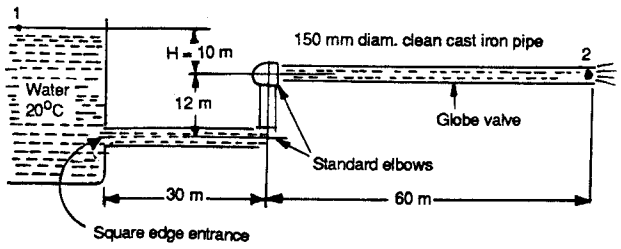
Head loss pada perlengkapan pipa dapat diekspresikan sebagai $KV^2/2g$, di mana V adalah kecepatan dalam pipa ukuran nominal dari perlengkapan. Harga-harga K diberikan pada tabel berikut.

Tabel 6.3. Values of loss factors for pipe fitting*

Fitting	k	L/D
Globe valve, wide open	10,00	350
Angle valve, wide open	5,00	175
Close return bend	2,20	75
T, through side outlet	1,80	67
Short-radius elbow	0,90	32
Medium-radius elbow	0,75	27
Long-radius elbow	0,60	20
45° elbow	0,42	15
Gate valve, wide open	0,19	7

*Adapted from Flow of Fluids through valves, Fittings, and Pipe, Crane Co, Tech.

Contoh:



Gambar 6.14.

Dapatkan discharge melalui sistem pipa pada gambar di atas ini untuk H = 10 m, dan tentukan head loss H untuk Q = 60 l/s.

Persamaan enersi digunakan antara titik 1 dan 2, termasuk semua losses dapat ditulis:

$$H_1 + 0 + 0 = V_2^2/2g + 0 + 0 + 0{,}5xV_2^2/2g + fx(102/0{,}15)V_2^2/2g + 2x0{,}9V_2^2/2g + 10V_2^2/2g$$

di mana koefisien entrance loss = 0,5, tiap elbow = 0,9 dan globe valve = 10. Jadi,

$$H_1 = (V_2^2/2g)(13{,}3 + 680f)$$

jika f = 0,022, maka

$$10 = (V_2^2/2g)(13{,}3 + 680x0{,}022)$$

atau V_2 = 2,63 m/s. Dari Appendix didapat,

$\upsilon = 1{,}01x10^{-6}\ m^2/s$, $\varepsilon/D = 0{,}0017$, $R_e = (2{,}63\ m/s)x(0{,}15\ m)\ x\ (1{,}01x10^{-6}\ m^2/s) = 391.000$. Dari Gambar 6.14, f = 0,023.

Dengan mengulangi prosedur yang sama didapat:

V_2 = 2,60 m/s, R_e = 380.000, dan f = 0,023.

Discharge adalah:

$$Q = V_2A_2 = (2{,}60\ m/s)(\Pi/4)(0{,}15\ m)^2 = 45{,}9\ l/s.$$

Untuk jawaban pada pertanyaan kedua, dengan Q yang diketahui,

$$V_2 = Q/A = \frac{0{,}06\ m^3/s}{(\Pi/4)(0{,}15m)^2} = 3{,}40\ m/s$$

R_e = 505.000 ; f = 0,023

Maka:

$$H_1 = \frac{(3{,}4\ m/s)^2}{2\ (9{,}806\ m/s)^2}\ (13{,}3 + 680\ x\ 0{,}023) = 17{,}06\ m.$$

Bab VII

GAYA-GAYA PADA BENDA TENGGELAM

Suatu benda yang tenggelam seluruhnya dalam suatu fluida homogen akan menderita gaya-gaya yang timbul dari gerakan relatif antara benda dan fluida. Gaya-gaya ini disebut drag jika paralel terhadap gerakan dan disebut lift jika berada pada sudut-sudut tegak lurus. Mekanika fluida tidak membedakan antara apakah suatu benda bergerak pada kecepatan konstan melalui suatu fluida diam atau suatu fluida bergerak pada kecepatan konstan melewati suatu benda diam. Jadi adalah mungkin untuk mengetes model-model kapal terbang dalam terowongan angin (wind tunnel) atau model-model torpedo dalam terowongan air (water tunnel) dan meramalkan sifat-sifat prototypenya ketika bergerak melalui fluida diam.

Gaya-gaya drag pada suatu benda tenggelam mempunyai dua komponen: drag tekanan F_p dan drag gesekan/permukaan F_f. Drag tekanan adalah sama dengan jumlah komponen-komponen pada arah gerakan semua gaya-gaya tekan yang bekerja pada permukaan benda. Drag tekanan dapat diekspresikan sebagai komponen dinamis dari tekanan stagnasi yang bekerja pada luasan proyeksi A dari benda yang normal terhadap aliran kali - suatu koefisien C_p yang tergantung pada bentuk geometris benda dan biasanya ditentukan oleh eksperimen. Jadi,

$$F_p = C_p \rho \frac{V^2}{2} A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Drag gesekan adalah sama dengan jumlah komponen-komponen dari tegangan geser sepanjang dinding benda pada arah gerakan. Jadi,

$$F_f = C_f \, \rho \, \frac{V^2}{2} BL \qquad (72)$$

di mana C_f = koefisien drag-gesekan, tergantung pada viskositas
L = panjang permukaan yang paralel terhadap aliran
B = lebar transversal

Untuk suatu benda seperti suatu plat dengan kedua sisinya tenggelam dalam fluida, persamaan (72) memberikan drag hanya untuk satu sisi.

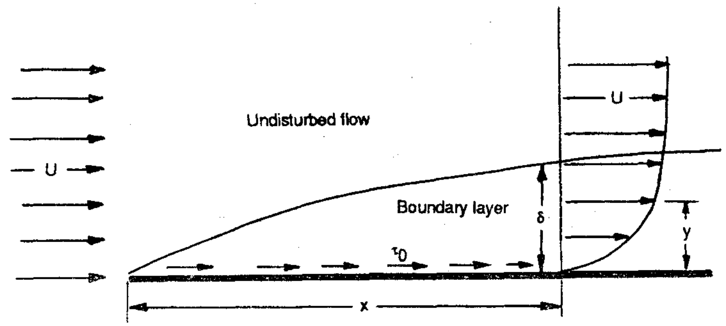
KONSEP BOUNDARY LAYER

Salah satu kemajuan terpenting dalam ilmu mekanika fluida disumbangkan oleh Prandtl pada tahun 1904. Ia mengajukan konsep yang menyatakan bahwa gerakan fluida di sekitar benda dapat dibagi menjadi dua bagian: suatu bagian tipis yang dekat dengan benda di mana efek-efek gesekan adalah penting, dan suatu bagian di luarnya di mana gesekan bisa diabaikan. Konsep ini memberikan suatu hubungan penting antara aliran fluida — ideal dan aliran fluida — riil/nyata. Dari hipotesa ini dapat dipertimbangkan bahwa aliran di luar boundary layer adalah ideal atau potensial.

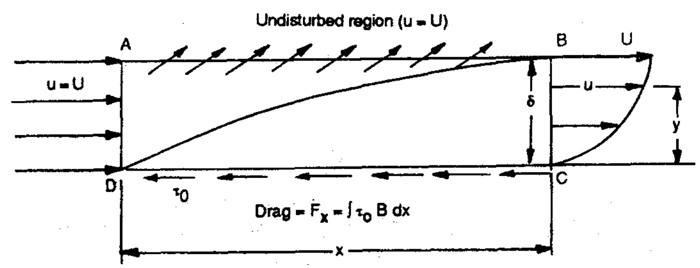
Pada uraian ini, kita hanya akan membahas terutama mengenai bagian di mana gesekan adalah penting (boundary layer). Perbedaan terpenting antara kasus boundary layer pada benda-benda adalah bahwa pada pipa, boundary layer — boundary layer dari dinding yang berhadapan bersatu setelah suatu jarak tertentu dari ujung mulainya aliran dan karenanya aliran menjadi seluruhnya berupa boundary layer. Sedangkan pada kapal-kapal terbang, kapal-kapal laut, mobil, kereta api, dan seterusnya, boundary layer yang terjadi tetap kecil dibandingkan dengan dimensi-dimensi di luar boundary layer.

PERSAMAAN MOMENTUM UNTUK BOUNDARY LAYER

Dengan mengikuti metode Von Karman prinsip momentum bisa digunakan untuk suatu boundary layer sepanjang satu sisi plat halus untuk aliran tetap fluida incompressible (Gambar 7.1). Selanjutnya pada Gambar 7.2 dapat dilihat suatu volume atur (control volume) yang melebar sejarak δ dari plat, dimana δ adalah tebal boundary layer pada jarak x dari ujung kiri.



Gambar 7.1. Pertumbuhan boundary layer sepanjang plat halus



Gambar 7.2. Volume atur untuk aliran pada satu sisi suatu plat datar

Kita menggunakan δ untuk menunjukkan tebal boundary layer yang biasanya didefinisikan sebagai tebal dari boundary terhadap titik di mana kecepatan u = 0,99 U; meskipun dalam analisa di sini kita mengasumsikan bahwa u = U pada ujung boundary layer. Di sepanjang permukaan atur AB kecepatan yang tidak terganggu U terjadi.

Gaya-gaya tekan sekitar pinggir volume atur akan saling meniadakan karena tekanan bidang aliran yang tidak terganggu terjadi pada AB dan AD, dan jarak BC (= δ) demikian kecil sehingga akan mempunyai suatu pengaruh kecil pada variasi-variasi tekanan.

Dengan menggunakan persamaan (32), didapat:

$$-F_x = -\text{drag} = [\text{momentum yang keluar melalui BC} + \text{momentum yang keluar melalui AB}] - \text{momentum yang masuk melalui AD} \quad \ldots (73)$$

Karena $Q_{BC} < Q_{AD}$, maka tentunya ada aliran yang keluar menembus permukaan atur AB sehingga $Q_{AB} = Q_{AD} - Q_{BC}$.

Jika lebar plat dinotasikan sebagai B, dan dengan mengabaikan pengaruh-pengaruh ujung, aliran dan momentum yang menembus permukaan atur dapat diekspresikan sebagai:

Control surface	Flow	Momentum
DA	$UB\delta$	$\rho(UB\delta)U$
BC	$B\int_0^\delta u dy$	$\rho B\int_0^\delta U^2 dy$
AB	$UB\delta - B\int_0^\delta u dy$	$\rho(UB\delta - B\int_0^\delta u dy)U$

Dengan mensubstitusikan harga-harga momentum ini ke dalam persamaan (73), didapat:

$$F_x = \rho B \int_0^\delta u\,(U - u)\,dy \quad \ldots (74)$$

di mana F_x adalah drag gesekan total plat pada fluida dari ujung depan ke titik berjarak x dan berarah ke kiri seperti tersebut pada Gambar 7.2. Sedangkan drag fluida terhadap plat adalah sama dan berlawanan dengannya.

Distribusi kecepatan diasumsikan mempunyai bentuk yang sama pada setiap harga x, sehingga

$$u/U = f(y/\delta) = f(\eta) \text{ di mana } \eta = y/\delta$$

Dengan mensubstitusikan u dalam persamaan (74) dan merubah variabel y ke bilangan tanpa dimensi η, atau $dy = \delta d\eta$, sedangkan batas integral menjadi 0 ke 1, didapat:

$$F_x = \rho B U^2 \delta \int_0^1 f(\eta)\,\{1 - f(\eta)\}\,d\eta \quad \ldots (74)$$

atau

$$F_x = \rho B U^2 \delta\alpha \quad \ldots (75)$$

di mana α adalah harga integralnya dan adalah fungsi dari distribusi, kecepatan dalam boundary layer.

Selanjutnya dapat ditentukan tegangan geser setempat/lokal τ_o pada jarak x dari ujung depan. Dari definisi tahanan permukaan, $dF_x = \tau_o B\,dx$, atau

$$\tau_o = \frac{1}{B}\frac{d}{dx}(\rho B U^2 \delta\alpha)$$

dan semua ekspresi untuk F_x adalah konstan kecuali δ, maka

$$\tau_o = \rho U^2 \alpha \frac{d\delta}{dx} \quad \ldots (76)$$

di mana ekspresi ini berlaku untuk aliran boundary layer laminer maupun turbulen.

ALIRAN BOUNDARY LAYER LAMINER INCOMPRESSIBLE PADA PLAT DATAR HALUS

Tegangan geser pada dinding plat dapat dianalisa dengan gradien kecepatan dan definisi dari kekentalan,

$$\tau_o = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0} = \frac{\mu}{\delta}\left(\frac{du}{d\eta}\right)_{\eta=0} = \frac{\mu U}{\delta}\left[\frac{df(\eta)}{d\eta}\right]_{\eta=0}$$

atau

$$\tau_o = \left(\frac{\mu U \beta}{\delta}\right) \qquad \text{..... (77)}$$

di mana ß adalah fungsi tanpa dimensi dari kurve distribusi kecepatan, yaitu ekspresi dalam kurung.

Dengan menyamakan persamaan (76) dengan persamaan (77), didapat suatu persamaan diferensial,

$$\delta \, d\delta = \frac{\mu \beta}{\rho U \alpha} dx$$

Sehingga solusinya:

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{\mu \beta}{\rho U \alpha} x + c$$

di mana C = 0 karena $\delta = 0$ pada $x = 0$.
Jadi

$$\delta = \sqrt{\frac{2 \mu \beta x}{\rho U \alpha}} = \sqrt{\frac{2\beta}{\alpha}} \frac{x}{\sqrt{R_{e_x}}} \qquad \text{..... (78)}$$

di mana $R_{e_x} = x U\rho/\mu$ yang disebut Angka Reynolds lokal/setempat.

Dari ekspresi persamaan (78) dapat dilihat bahwa tebal boundary layer laminer akan bertambah dengan makin jauhnya dari ujung depan dan karenanya tegangan geser (pada persamaan 77) akan berkurang pada saat layer/lapisan bertumbuh sepanjang plat.

Untuk mengevaluasi persamaan (78) kita harus tahu bentuk profil kecepatan di dalam boundary layer. Profil kecepatan tersebut dapat diwakili oleh sebuah parabola seperti terlihat pada Gambar 7.3. Jadi,

$$u/U = f(\eta) = 2\eta - \eta^2 \qquad \text{..... (79)}$$

Profil kecepatan lain pada Gambar 7.3 didapat oleh Blasius dari persamaan-persamaan dasar aliran berviskositas, dan telah dicek dengan eksperimen. Kurve tersebut didasarkan pada tebal δ ditentukan di mana u = 0,99 U.

Selanjutnya dapat ditentukan bahwa untuk distribusi parabolis didapat harga-harga numerik untuk $\alpha = 0{,}133$ dan $\beta = 2{,}00$. Sedangkan kurve Blasius memberikan $\alpha = 0{,}155$ dan $\beta = 1{,}63$. Dengan memasukkan harga-harga Blasius ke dalam persamaan (79) didapat

$$\frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}63}{0{,}135}} = \frac{1}{\sqrt{R_{e_x}}} = \frac{4{,}91}{\sqrt{R_{e_x}}} \qquad \text{..... (80)}$$

Dengan memasukkan harga δ ke dalam persamaan (77) didapat:

$$\tau_o = 0{,}332 \frac{\mu U}{x} \sqrt{R_{e_x}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (81)$$

Sedangkan dari ekspresi: $\tau_o = c_f \rho U^2/2$, dan menyamakannya dengan persamaan di atas, didapat koefisien gesekan lokal:

$$c_f = \frac{0{,}323\, \mu\, U \sqrt{R_{e_x}}}{\rho \times U^2/2} = \frac{0{,}664}{\sqrt{R_{e_x}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (82)$$

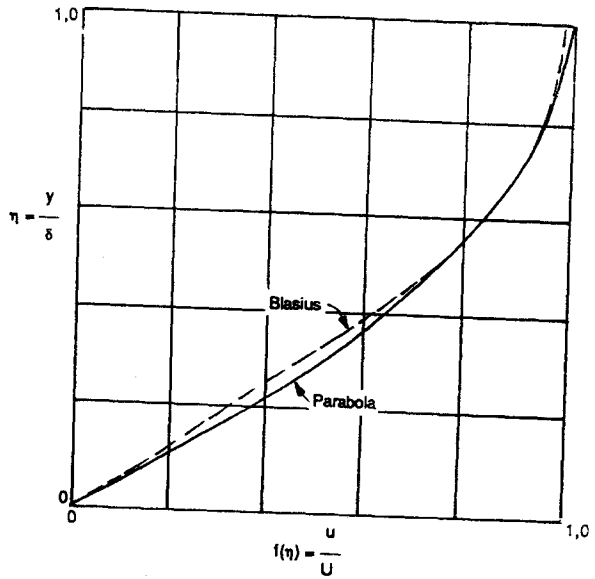
Jika boundary layer tetap laminer sepanjang jarak L (panjang pelat), maka drag gesekan total di satu sisi plat didapat dari integrasi persamaan (81)

$$F_f = B \int_0^L \tau_o dx = 0{,}332\, B \sqrt{\rho \mu U^3} \int_0^L x^{-1/2} dx = 0{,}664\, B \sqrt{LU^3 \rho \mu} \ldots \quad (83)$$

Dengan menyamakan persamaan (83) dengan persamaan (72), dan menggantikan U dengan V, didapat untuk suatu boundary layer laminer:

$$C_f = 1{,}328 \sqrt{\frac{\mu}{\rho L U}} = \frac{1{,}328}{\sqrt{R_e}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (84)$$

Boundary layer laminer akan tetap laminer, jika harga R_{e_x} berada di bawah sekitar 500.000.



Gambar 7.3. Distribusi kecepatan dari boundary layer laminer pada plat datar

Contoh:

Dapatkan drag gesekan pada satu sisi suatu plat datar halus panjang 18 in dan lebar 6 in terletak pada suatu aliran minyak kasar (crude oil), s = 0,925 pada 60°F yang mengalir dengan kecepatan 2 fps.

Jawab:

$$R_e = \frac{LU}{\upsilon}, \text{ di mana } \upsilon = 0{,}001 \text{ ft}^2/\text{s}$$

$$= \frac{1{,}5 \times 2}{0{,}001} = 3.000,$$

yang berarti pada daerah laminer.

Dari persamaan (84) didapat:

$$C_f = 1{,}328/\sqrt{R_e} = 1{,}328/\sqrt{3000}$$
$$= 0{,}0242$$

Dari persamaan (72) didapat:

$$F_f = 0{,}0242 \times 0{,}925 \times 1{,}94 \frac{2^2}{2} \times \frac{6 \times 18}{144}$$
$$= 0{,}065 \text{ lb.}$$

Dari persamaan (80) didapat:

$$\delta/1{,}5 = 4{,}91/\sqrt{3000} = 0{,}0898$$
$$\delta = 0{,}0898 \times 1{,}5 = 0{,}1348 \text{ ft} = 1{,}62 \text{ in.}$$

Dari persamaan (81) didapat:

$$\tau_o = 0{,}332 \times \frac{(0{,}001 \times 0{,}925 \times 1{,}94)\ 2}{1{,}5} \sqrt{3000}$$
$$= 0{,}0434 \text{ lb/ft}^2.$$

ALIRAN BOUNDARY LAYER TURBULEN INCOMPRESSIBLE PADA PLAT DATAR HALUS

Persamaan momentum bisa digunakan untuk menentukan tebal boundary layer dan tegangan geser sepanjang suatu plat halus dengan cara sama dengan pada boundary layer laminer. Suatu pendekatan yang sederhana adalah dengan menggunakan hukum Prandtl: "satu per tujuh", yaitu

$$u/u_{maks} = (y/r_o)^{1/7}$$

di mana y adalah jarak dari dinding pipa dan r_o adalah jari-jari pipa.

Dengan mempergunakan hukum tersebut pada plat datar didapatkan:

$$F = u/U = (y/\delta)^{1/7} = \eta^{1/7}$$

dan

$$\tau_o = 0{,}0228\ \rho\ U^2\ (\upsilon/U\delta)^{1/4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (85)$$

di mana τ_o adalah tegangan geser pada dinding plat halus dengan boundary layer turbulen.

Persamaan (85) didapat dengan menggunakan persamaan untuk pipa yaitu:

$\tau_o = \rho\ f\ V^2/8$, $f = 0{,}316/R_e^{1/4}$ [persamaan (59)],

$R_e = \dfrac{V(2r_o)}{\upsilon}$ [persamaan (52)], dan $V = u_m/1{,}235$.

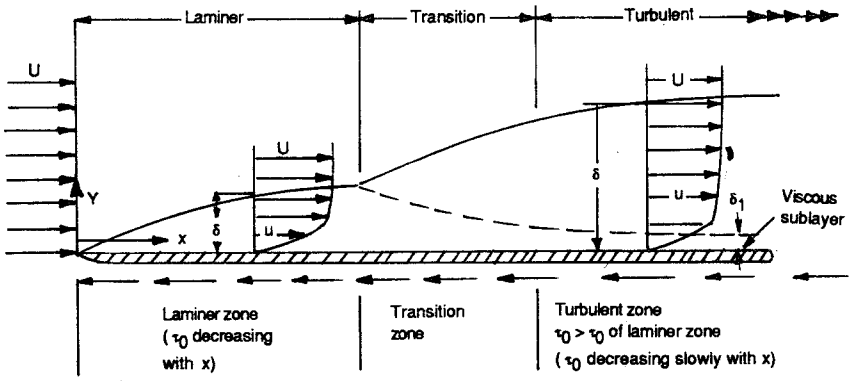
Sedangkan $r_o \sim \delta$, $u_m \sim U$.

Dengan mensubstitusikan persamaan (59) dan $V = u_m/1{,}235$ ke dalam persamaan $\tau_o = \rho\ f\ V^2/8$, didapat:

$$\tau_o = \frac{0{,}316}{(DV/\upsilon)^{1/4}} \frac{\rho V^2}{8} = \frac{0{,}316}{[(2\delta/\upsilon)(u/1{,}235)]^{1/4}} \frac{\rho}{8} \left(\frac{U}{1{,}235}\right)^2$$

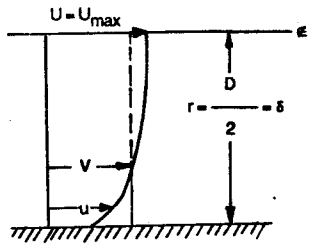
$$= 0{,}0228\ \rho U^2 \left(\frac{\upsilon}{U\delta}\right)^{1/4}$$

Gambar 7.4 di bawah ini menunjukkan perbedaan antara boundary layer laminer dan turbulen, di mana distribusi kecepatan dalam boundary layer turbulen menunjukkan gradien yang lebih curam di dekat dinding dan lebih datar pada layer di atasnya, karena itu maka tegangan geser dinding adalah lebih besar dalam boundary layer turbulen daripada dalam boundary layer laminer pada Angka Reynolds yang sama.



Gambar 7.4. Boundary layer laminer dan turbulen sepanjang plat datar halus

Gambar 7.5 di bawah memperlihatkan analogi antara boundary layer turbulen dalam pipa dengan boundary layer pada plat datar, di mana kita asumsikan bahwa boundary layer turbulen pipa meliputi seluruh daerah antara dindingnya dan center line-nya. Jadi jari-jari pipa akan menjadi ketebalan dari boundary layer.



Gambar 7.5. Aliran di suatu pipa sebagai suatu boundary layer turbulen

Selanjutnya metode yang kita gunakan untuk menghitung boundary layer laminer akan kita gunakan di sini.

Dari persamaan (76), didapat:

$$\tau_o = \rho U^2 \alpha \, d\delta/dx$$

$$= \rho U^2 \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 (1 - \eta^{1/7}) \eta^{1/7} \, d\eta = \frac{7}{72} \rho U^2 \frac{d\delta}{dx} \quad \ldots\ldots (86)$$

Dengan menyamakan persamaan (86) dengan persamaan (85), maka didapat persamaan diferensial untuk tebal boundary layer turbulen:

$$\delta^{1/4} \, d\delta = 0{,}234 \left(\frac{\upsilon}{U}\right)^{1/4} dx$$

Dengan pengintegrasian dan mengasumsikan bahwa boundary layer adalah turbulen di seluruh panjang plat sehingga kondisi awal $x = 0$, $\delta = 0$ dapat digunakan, maka didapat:

$$\delta^{5/4} = 0{,}292 \left(\frac{\upsilon}{U}\right)^{1/4} x$$

Sehingga

$$\delta = 0{,}37 \left(\frac{\upsilon}{U}\right)^{1/5} x^{4/5} = \frac{0{,}37\, x}{(U x / \upsilon)^{1/5}}$$

$$= \frac{0{,}37\, x}{R_{e_x}{}^{1/5}} \quad \ldots\ldots (87)$$

Terlihat dari persamaan (87) bahwa tebal boundary layer turbulen tumbuh sebagai $x^{4/5}$, sedangkan untuk boundary layer laminer tebalnya bervariasi sebagai $x^{1/2}$, berarti tebal lebih cepat tumbuh pada boundary layer turbulen.

Selanjutnya untuk memperoleh drag pada suatu plat datar halus, kita eliminer δ dari persamaan (85) dan persamaan (87), sehingga didapat:

$$\tau_o = 0{,}029\ \rho\ U^2\ \left(\frac{\upsilon}{Ux}\right)^{1/5} \quad \text{..... (88)}$$

$$= 0{,}058\ \frac{\rho\ U^2}{2}\ \left(\frac{\upsilon}{Ux}\right)^{1/5} \quad \text{..... (89)}$$

Sehingga

$$c_f = \text{koefisien gesekan lokal} = \frac{0{,}058}{Re_x{}^{1/5}} \quad \text{..... (90)}$$

Dengan harga c_f ini, maka drag gesekan total pada satu sisi plat menjadi:

$$\text{Drag} = F_f = B \int_0^L \tau_o\, dx = 0{,}072 \frac{U^2}{2} \rho LB\ (\upsilon/U\ L)^{1/5}$$

$$= \frac{0{,}072\ \rho\ U^2\ LB}{2\ Re_x{}^{1/5}} \quad \text{..... (91)}$$

Dalam ekspresi koefisien drag gesekan :

$$C_f = 0{,}072\ Re^{-1/5} \quad \text{..... (92)}$$

di mana R_e merupakan Angka Reynolds berdasarkan panjang plat. Eksperimen menunjukkan bahwa drag gesekan adalah sedikit lebih besar daripada persamaan (92), jadi:

$$C_f = 0{,}074\ Re^{-1/5}, \text{ untuk } 5 \times 10^5 < R_e < 10^7 \quad \text{..... (93)}$$

Untuk Angka Reynolds di atas 10^7, Schlichting mengajukan formula yang lebih cocok dengan hasil-hasil eksperimen,

$$C_f = \frac{0{,}455}{(\log R_e)^{2{,}58}}, \text{ untuk } R_e > 10^7 \quad \text{..... (94)}$$

Contoh:

Suatu plat datar dengan lebar 3 m dan panjang 30 m ditarik melalui air tenang pada 20°C dengan kecepatan 6 m/s. Tentukan drag gesekan pada satu sisi plat dan drag-gesekan pada jarak 3 m dari ujung depan plat.

Jawab:

$$R_e = \frac{VL}{\upsilon} = \frac{6 \times 30}{1{,}007 \times 10^{-6}} = 1{,}787 \times 10^8$$

dari persamaan (94),

$$C_f = \frac{0{,}455}{\{\log (1{,}787 \times 10^8)\}^{2{,}58}} = 0{,}00196$$

Jadi, drag gesekan pada satu sisi plat = $C_f\ BL\rho\ U^2/2$

$= 0{,}00196\ (3\ m)\ (30\ m)\ (998{,}2\ kg/m^3)\ (6\ m/s)^2/2 = 3169\ N$

Pada 3 m dari ujung depan plat, $R_e = 1{,}787 \times 10^7$, sehingga F_f, drag gesekannya

$$= \frac{0{,}455\ (3\ m)(3m)(998{,}2\ kg/m^3)(6\ m/s)^2\ /2}{\{\log (1{,}787 \times 10^7)\}^{2{,}58}}$$

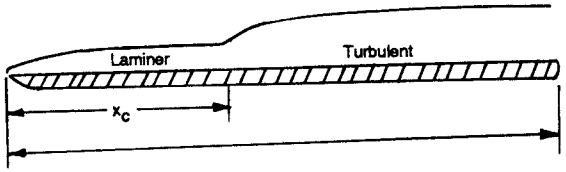
$= 443\ N.$

DRAG GESEKAN PADA DAERAH TRANSISI

Jika suatu plat mempunyai panjang sedemikian sehingga terdapat suatu transisi dari boundary layer laminer ke turbulen pada permukaan plat, maka drag gesekannya dapat dihitung sebagai berikut:

Pada Gambar 7.6 terdapat x_c, yaitu jarak dari ujung depan plat ke titik tempat terjadinya/mulainya turbulen di mana biasanya terjadi pada $R_{e_x} = 5 \times 10^5$. Selanjutnya, drag dari bagian turbulen bisa didekati sebagai drag tertentu yang terjadi sepanjang total plat, dikurangi dengan drag dari suatu lapisan turbulen yang khayal yang terjadi mulai dari ujung depan plat ke x_c. Jadi

$$F_{turb} \approx F_{turb\ total} - F_{turb\ ke\ x_c}$$



Gambar 7.6. Boundary layer sepanjang suatu plat datar halus dengan panjang terbatas

Jadi drag total, dengan asumsi bahwa plat demikian panjang sehingga $R_e > 10^7$, adalah drag boundary layer laminer sampai ke x_c ditambah F_{turb} (dari persamaan di atas). Dengan menggunakan persamaan (72), (84), (94), dan (93), didapat:

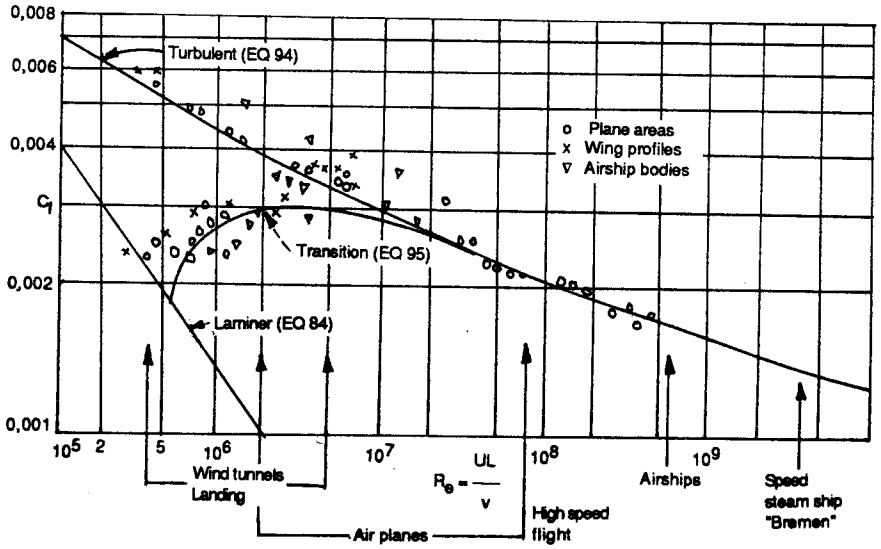
$$F_f = \rho \frac{U^2}{2} B \left[\frac{1{,}328\ x_c}{\sqrt{R_{e_c}}} + \frac{0{,}455\ L}{(\log R_e)^{2{,}58}} - \frac{0{,}074}{R_{e_c}^{1/5}} x_c \right]$$

di mana R_{e_c} tergantung pada panjang x_c (ke titik transisi), sedang R_e tergantung panjang total plat L. Selanjutnya dengan memperhatikan bahwa $R_{e_c}/R_e = x_c/L$ atau $x_c = (R_{e_c}/R_e)L$, didapat:

$$F_f = \rho \frac{U^2}{2} BL \left[1{,}328 \sqrt{\frac{R_{e_c}}{R_e}} + \frac{0{,}455\ L}{(\log R_e)^{2{,}58}} - \frac{0{,}074\ R_{e_c}^{4/5}}{R_e} \right]$$

di mana untuk $R_{e_c} = 5 \times 10^5$, $C_f = \dfrac{0{,}455}{(\log R_e)^{2{,}58}} - \dfrac{1700}{R_e}$ ..... (95)

Gambar 7.7 menunjukkan kurve dari persamaan (84), (94), dan (95), bersama dengan hasil eksperimennya dan daerah pemakaiannya.



Gambar 7.7. Koefisien-koefisien drag untuk suatu plat datar halus

PENGARUH KEKASARAN PERMUKAAN PADA BOUNDARY LAYER

Sebelumnya telah kita pelajari boundary layer laminer dan turbulen pada permukaan benda tenggelam dengan tanpa kekasaran.

Lapisan laminer dapat dipaksa untuk menjadi turbulen dengan memberikan kekasaran pada suatu daerah lokal tertentu. Tinggi *kekasaran kritis* dapat didekati dengan

$$k_c = \frac{15\upsilon}{\sqrt{\tau_o/\rho}} = 26\,\frac{\upsilon}{U}\,R_{e_x}{}^{1/4} \quad \ldots\ldots \quad (96)$$

di mana τ_o ditentukan dengan persamaan (81).

Dari persamaan di atas terlihat bahwa tinggi kekasaran kritis k_c tergantung pada jarak dari ujung depan.

Contoh:

Suatu kapal selam yang diasumsikan mendekati bentuk silinder di mana diameter 10 ft dan panjang 50 ft, bergerak di bawah air laut pada 40°F dengan kecepatan 3 knot. Dapatkan drag gesekannya.

$$R_e = \frac{5{,}06 \text{ fps} \times 50 \text{ ft}}{0{,}000018 \text{ ft}^2/\text{s}} = 1{,}406 \times 10^7$$

Dari persamaan (95) atau Gambar 7.7 didapat:

$$C_f = 0{,}00272$$

$$\text{Jadi } F_f = 0{,}0072 \times (64/32{,}2) \times (5{,}06)^2/2 \times \Pi \times 10 \times 50 =$$
$$= 109 \text{ lb.}$$

Dapatkan harga kekasaran kritis pada suatu titik berjarak 1 ft dari ujung depan kapal selam.

Pada x = 1 ft,

$$R_{e_x} = \frac{5{,}06 \times 1}{0{,}000018} = 281{,}000$$

Dari persamaan (96) didapat:

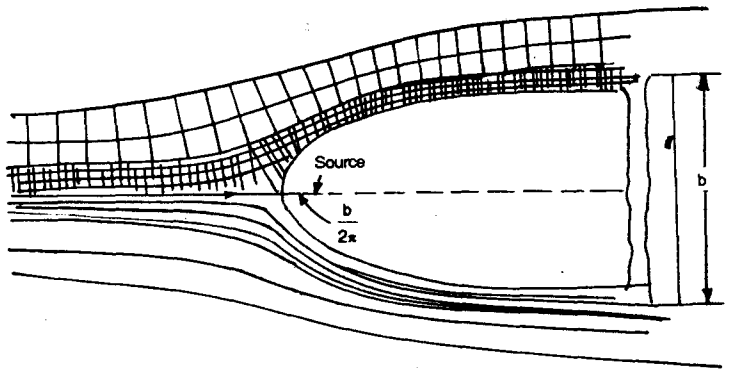
$$k_c = \frac{26 \times 0{,}000018}{5{,}06}\,(281.000)^{1/4} = 0{,}00214 \text{ ft}$$

PEMISAHAN BOUNDARY LAYER, DAN DRAG TEKANAN

Gerakan suatu stratum tipis yang berada seluruhnya dalam boundary layer (BL), ditentukan oleh 3 gaya:

1. Tarikkan ke depan dari fluida luar yang bergerak bebas, dilakukan melalui boundary layer laminer oleh gaya geser kekentalan dan melalui boundary layer turbulen oleh transfer momentum.
2. Efek hambatan kekentalan dari lapisan padat yang harus menahan stratum fluida di dekatnya pada keadaan diam.
3. Gradien tekanan sepanjang lapisan. Stratum dipercepat oleh suatu gradien tekanan yang tekanannya turun sesuai arah aliran dan dihambat oleh gradien adverse.

Pembahasan tahanan fluida sebelum ini dibatasi pada drag boundary layer sepanjang suatu plat datar halus terletak pada fluida tak terbatas, atau dikatakan: tanpa adanya gradien tekanan. Oleh adanya gradien tekanan favourable, boundary layer ditahan di tempatnya. Hal ini terjadi pada suatu aliran yang dipercepat di sekitar benda bagian depan atau, bagian muka aliran dari suatu silinder, bola atau lain benda, seperti terlihat pada Gambar 7.8.

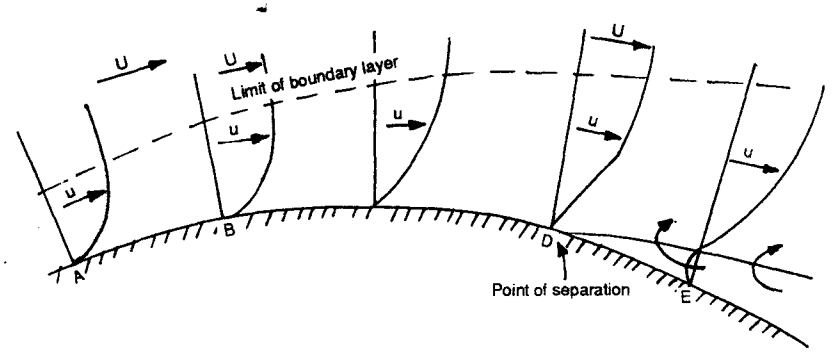


Gambar 7.8. Aliran dua dimensi suatu fluida tanpa gesekan sedang melewati suatu benda padat yang permukaannya tegak lurus terhadap bidang kertas ini

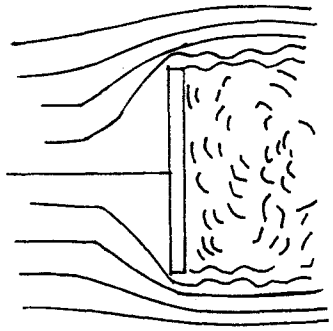
Jika suatu partikel memasuki boundary layer di dekat titik stagnasi depan dengan suatu kecepatan rendah dan tekanan tinggi, kecepatannya akan bertambah pada saat mengalir ke dalam daerah bertekanan lebih rendah sepanjang sisi benda. Tetapi akan timbul suatu hambatan dari geseran dinding (gaya nomor 2) sehingga enersi total yang berguna akan terkurangi oleh konversi ke enersi termal.

Apa yang terjadi kemudian bisa dijelaskan dengan Gambar 7.9. Umpama A mewakili titik pada daerah aliran yang dipercepat dengan suatu distribusi kecepatan normal di dalam boundary layer (laminer atau turbulen), sedangkan B adalah titik di mana kecepatan di luar boundary layer mencapai maksimum. Setelah itu, titik-titik C, D dan E adalah titik-titik aliran belakang (hilir) di mana kecepatan di luar boundary layer berkurang, menghasilkan pertambahan tekanan menurut teori fluida ideal. Jadi, kecepatan lapisan yang dekat dengan dinding berkurang pada titik C dan akhirnya akan berhenti di titik D. Pertambahan tekanan tersebut akan menimbulkan hambatan lanjutan; tetapi hal ini tidak mungkin, sehingga boundary layer secara aktuil terpisahkan dari dinding. Pada E terjadi aliran balik di dekat dinding dengan arah pada tekanan yang turun (pada kasus ini: upstream/hulu) dan memberikan feeding fluida ke dalam boundary layer yang telah meninggalkan dinding di D.

Ke arah hilir (down stream) dari titik pemisahan, aliran dikarakteristikkan oleh eddies turbulen yang tidak beraturan, terbentuk pada saat boundary layer yang terpisah menjadi berpusar pada aliran kembali. Kondisi ini umumnya berlanjut untuk suatu jarak tertentu ke hilir sampai eddies tersebut lelah oleh gesekan kekentalan. Seluruh daerah yang terganggu tersebut disebut wake turbulen daripada benda (Gambar 7.10).



Gambar 7.9. Pertumbuhan dan pemisahan boundary layer dikarenakan bertambahnya gradien tekanan. Perhatikan bahwa U mencapai maksimum di B kemudian mengecil.

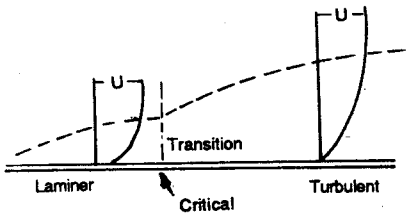


Gambar 7.10. Wake turbulen di belakang suatu plat datar yang dipasang tegak lurus terhadap aliran

Dikarenakan eddies tersebut tidak dapat merubah enersi kinetis rotasi mereka ke suatu pertambahan tekanan, seperti yang didiktekan oleh teori fluida ideal, maka tekanan di dalam wake tersebut tetap sama/hampir sama dengan tekanan di titik perpisahan. Karena tekanan ini selalu lebih kecil daripada tekanan pada titik stagnasi depan, timbul suatu perbedaan tekanan bersih (net pressure difference) yang cenderung untuk menggerakkan benda bersama-sama fluida, dan gaya ini disebut: Drag Tekanan.

Meskipun boundary layer laminer dan turbulen berkelakuan sama di titik perpisahan, lokasi titik perpisahan pada permukaan lengkung tersebut akan sangat berada antara kedua kasus tersebut. Pada lapisan laminer, sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Pada lapisan laminer, transfer momentum dari strata luar yang bergerak cepat melalui proses gesekan — kekentalan ke strata dalam adalah pelan dan tidak efektif. Akibatnya, boundary layer laminer adalah lemah dan tidak bisa lama melekat pada dinding melawan gradien tekanan adverse.

Di lain pihak, transisi ke boundary layer turbulen membawa serta suatu campuran kacau dari strata luar (yang bergerak lebih cepat) ke dalam strata dalam (yang bergerak lebih pelan), dan begitu sebaliknya. Kecepatan rata-rata yang dekat dengan boundary/batas sangat bertambah seperti terlihat pada Gambar 7.11.



Gambar 7.11. Boundary layer growth (the vertical scale is greatly enlarged)

Enersi tambahan ini memampukan boundary layer untuk bertahan lebih baik terhadap gradien tekanan adverse, dengan akibat bahwa dengan suatu boundary layer turbulen, titik perpisahan bergerak ke

hilir (down stream) ke suatu daerah yang bertekanan lebih tinggi. Suatu contoh dari peristiwa ini terlihat pada Gambar 7.12.



Gambar 7.12. Perpindahan titik perpisahan pada suatu bola bowling pada suatu kecepatan sekitar 25 fps di air. (a) Bola halus – boundary layer, (b) Bola dengan butir-butir pasir yang dipasang pada hidungnya – boundary layer turbulen. Angka Reynold kedua situasi tersebut sama

DRAG BENDA-BENDA TIGA DIMENSI

Total drag suatu benda merupakan jumlah drag geseran dan drag tekanan.

$$F_D = F_f + F_p \quad \text{..... (97)}$$

Pada benda yang sangat streamline seperti wing kapal terbang atau badan kapal selam, drag geseran merupakan bagian terbesar dan bisa diestimasikan dengan metode-metode mengenai boundary layer. Biasanya jika tahanan wake menjadi penting kita hanya tertarik pada tahanan total.

$$F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \quad \text{..... (98)}$$

Pada kasus daun angkat/lifting vane (sayap kapal terbang) luasan A didefinisikan sebagai produk dari span dan chord rata-rata (Gambar 7.17 dan Gambar 7.26).

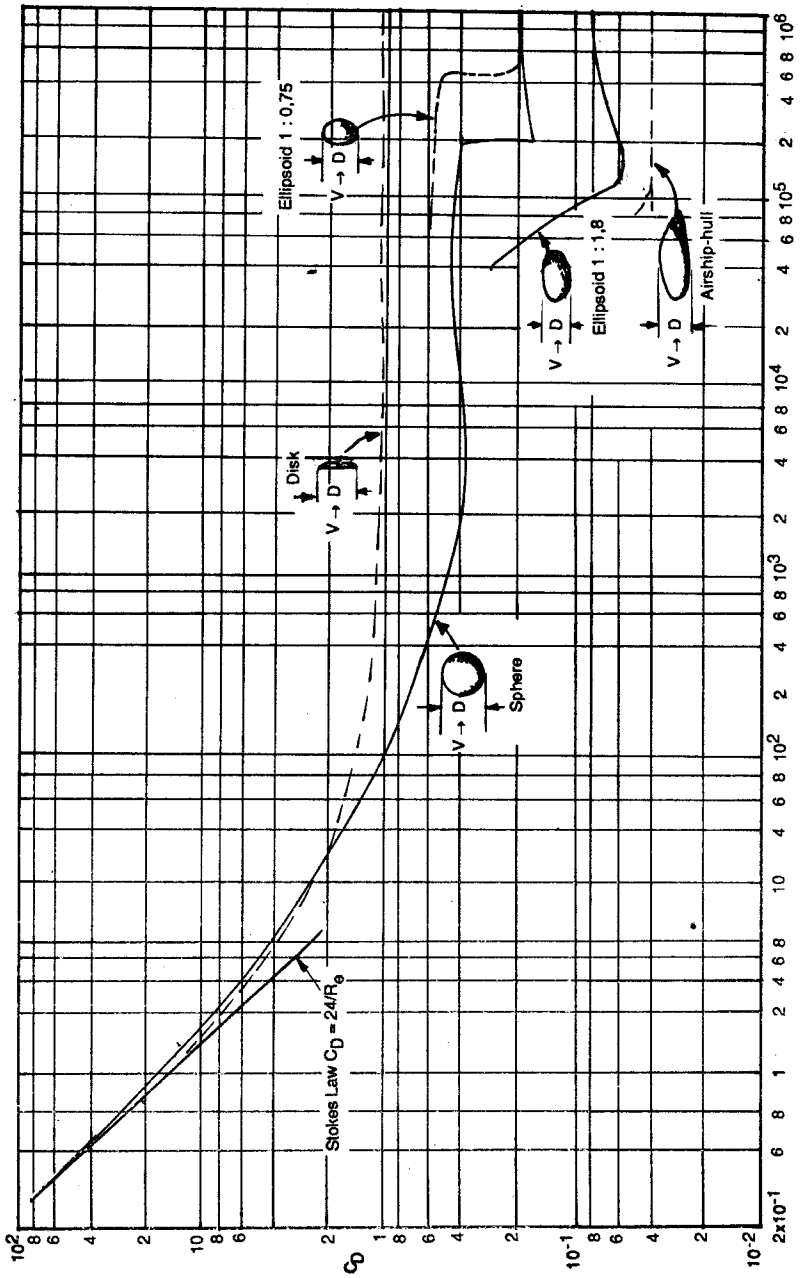
Pada benda-benda yang mempunyai sisi lengkung, lokasi titik perpisahan ditentukan oleh apakah boundary layernya laminer atau turbulen. Lokasi titik perpisahan ini selanjutnya menentukan ukuran wake dan besar drag tekanan.

Hal-hal tersebut di atas akan teruraikan secara jelas pada kasus aliran mengelilingi suatu bola. Untuk suatu R_e yang rendah ($R_e < 1$), aliran sekitar bola secara total kental dan drag geseran:

$$F_D = 3 \Pi \mu V D \quad \text{..... (99)}$$

Dengan menyamakan persamaan di atas dengan persamaan (98), di mana $A = \Pi D^2/4$ (luas frontal terproyeksi dari bola), didapat $C_D = 24/R_e$. (Lihat kemiripannya dengan kasus aliran laminer untuk pipa).

Note: lihat garis lurus pada bagian kiri plot log-log C_D vs. R_e dari Gambar 7.13.



Gambar 7.13. Koefisien drag untuk benda-benda tiga dimensi

Pada saat R_e lebih besar daripada 1, boundary layer laminer terpisah dari permukaan bola, bermula pada titik stagnasi belakang, di mana gradien tekanan adverse yang terbesar/terkuat. Kurve C_D pada Gambar 7.13 mulai turun tajam pada saat drag tekanan menjadi bertambah penting dan besar drag tersebut menjadi lebih proporsionil terhadap V^2. Dengan R_e yang makin besar, titik perpisahan bergerak ke depan bagian bola, dan sampai Re sekitar 1000, titik perpisahan menjadi stabil pada sudut 80° dari titik perpisahan depan.

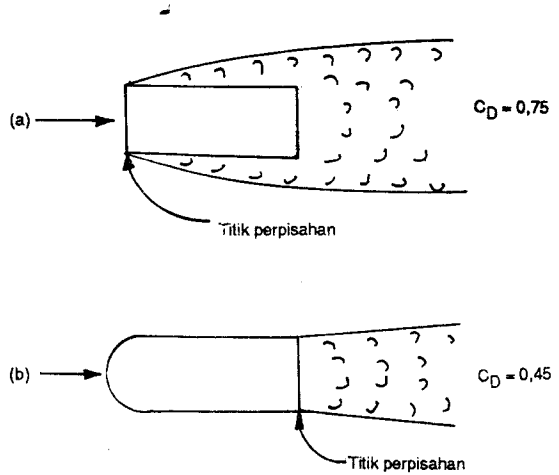
Untuk suatu range tertentu daripada R_e, kondisi-kondisi tetap stabil, boundary layer laminer terpisah pada separo bagian depan bola dan C_D tetap konstan dengan harga sekitar 0,45. Tetapi pada harga R_e sekitar 250.000, untuk bola halus, drag tiba-tiba berkurang hampir sebesar 50% seperti terlihat pada Gambar 7.13. Ini disebabkan oleh perubahan dari boundary layer laminer ke turbulen pada bola tersebut. Titik perpisahan berpindah ke belakang ke sekitar sudut 115° dari titik stagnasi, dengan akibat adanya pengurangan dalam ukuran wake dan drag tekanan.

Transisi dari boundary layer laminer ke turbulen dapat juga secara prematur dibuat dengan cara pengasaran permukaan buatan pada suatu daerah tertentu. Gambar 7.12 memperlihatkan secara jelas cara tersebut. Dengan mengasarkan hidung bola, boundary layer dibuat turbulen dan titik perpisahan bergerak ke belakang. Penambahan kekasaran dan boundary layer turbulen akan menyebabkan suatu penambahan drag geseran, tetapi hal ini tidak lebih penting dibandingkan dengan pengurangan yang besar pada ukuran dan pengaruh wake. Hal ini menjelaskan mengapa permukaan bola golf dilubangi. Suatu bola dengan permukaan halus akan mempunyai drag total yang lebih besar dan tidak akan dapat terbang lebih jauh.

Pada gambar 7.13 juga terlihat bermacam-macam bentuk tiga dimensi lain. Dapat diperlihatkan bahwa tujuan pen-streamline-an suatu benda adalah untuk memindahkan titik perpisahan sejauh mungkin ke belakang sehingga menghasilkan ukuran minimum wake turbulen. Hal ini akan mengakibatkan penurunan drag tekanan, tetapi dengan membuat benda lebih panjang (sehingga menciptakan perubahan tekanan yang graduil), drag geseran akan bertambah. Jadi optimum pen-streamline-an adalah bahwa jumlah drag geseran dan tekanan merupakan minimum.

Contoh:

Dapatkan drag geseran pada top dan sisi-sisi van berbentuk box dan drag total yang terjadi pada van tersebut (Gambar 7.14).



Gambar 7.14. Aliran di sekitar suatu kendaraan bermotor.
(a) Hidung persegi dengan aliran terpisah sepanjang seluruh sisi dinding dan mempunyai $C_D = 0,75$.
(b) Hidung bundar dengan perpisahan di bagian belakang kendaraan dan mempunyai $C_D = 0,45$.

Asumsikan C_D = 0,45 (hidung bundar). Lebar van 8 ft, tinggi 10 ft, dan panjang 35 ft, bergerak dengan kecepatan 60 mph melalui udara dengan γ = 0,0725 lb/ft^3 pada 50°F. Asumsikan bahwa boundary layer turbulen start segera pada ujung depan.

Pada 50°F, $\upsilon = 0{,}00015\ ft^2/sec$. Jadi,

$$R_e = \frac{LU}{\upsilon} = \frac{35 \times 88}{0{,}00015} = 20.550.000$$

untuk $R_e > 10^7$, digunakan

$$C_f = \frac{0{,}455}{(7{,}31)^{2{,}58}} = 0{,}00268$$

$$\text{Maka } F_f = C_f \rho \frac{V^2}{2} BL$$

$$= 0{,}00268 \times \frac{0{,}0725}{32{,}2} \times \frac{(88)^2}{2} \times (10 + 8 + 10)\ 35$$

$$= 23 \text{ lb.}$$

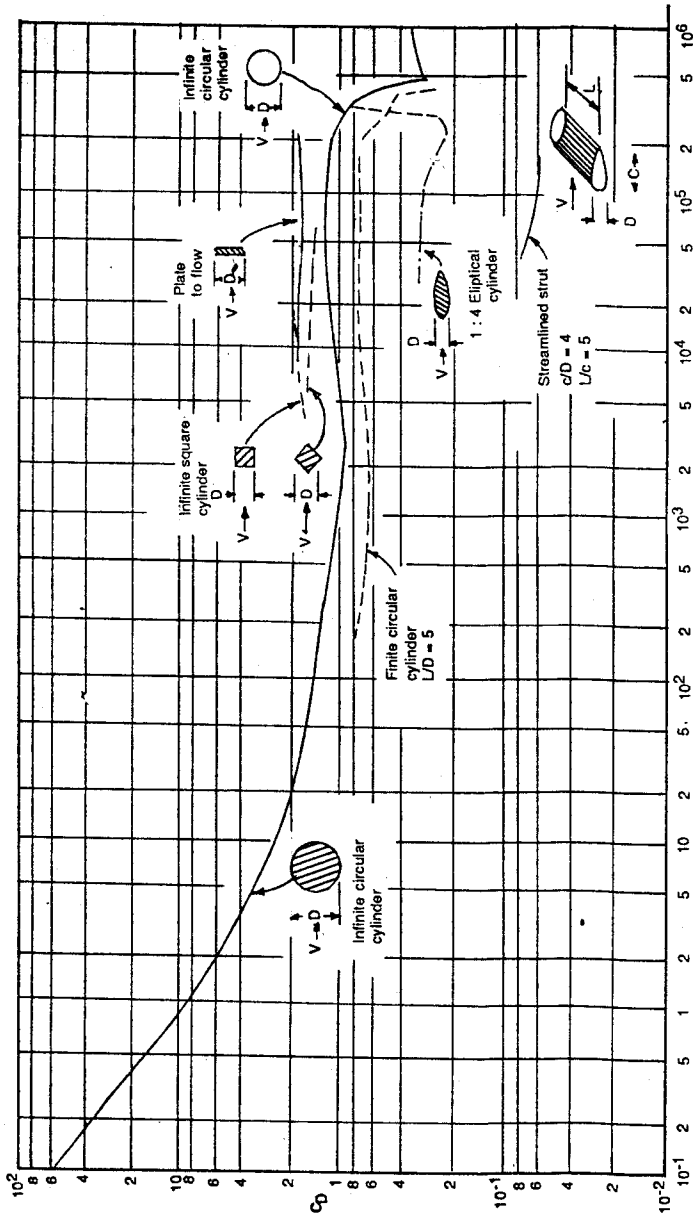
$$F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A = 0{,}45 \left(\frac{0{,}0725}{32{,}2}\right) \frac{(88)^2}{2} (8 \times 10)$$

$$= 314 \text{ lb.}$$

Jadi drag tekanan = 291 lb (93% drag total).

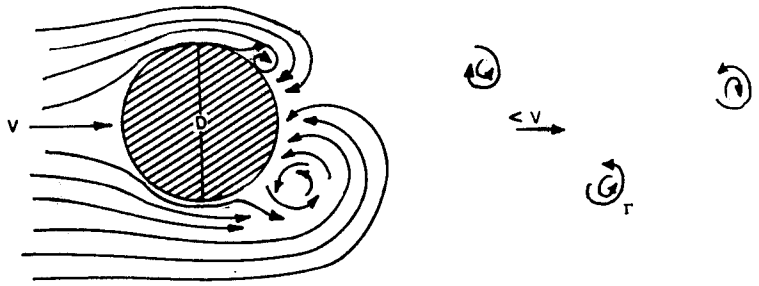
DRAG BENDA DUA DIMENSI

Benda-benda dua dimensi juga menjadi subyek terhadap drag geseran dan drag tekanan. Meskipun demikian, aliran sekitar suatu benda dua dimensi mempunyai beberapa sifat-sifat khusus yang tidak biasanya terjadi pada kasus tiga dimensi, aliran sekitar bola. Sebagai contoh, dengan R_e lebih kecil 1, aliran sekitar suatu silinder mempunyai kekentalan total dan koefisien dragnya adalah merupakan bagian garis lurus dari kurve sebelah kiri Gambar 7.15.



Gambar 7.15. Koefisien drag untuk benda-benda dua dimensi

Pada saat R_e bertambah dari 2 ke sekitar 30, boundary layer berpisah secara simetris dari kedua sisi silinder dan terbentuklah dua buah eddy yang lemah dan simetris. Pada R_e sekitar 60, tergantung pada: bentuk silinder, lebar kanal, dan turbulensi aliran, addies terpisah dan berpindah ke arah hilir. Hal ini menimbulkan permulaan adanya apa yang disebut "Karman Vortex Street". Di atas harga kritis R_e ini, dan sampai dengan harga R_e sekitar 120, vortex-vortex tersebut dilepaskan pertama dari satu sisi silinder dan kemudian dari sisi lain. Ini menghasilkan suatu vortex-vortex dengan dobel row seperti terlihat pada Gambar 7.16.



Gambar 7.16, Karman Vortex Street mengikuti suatu silinder

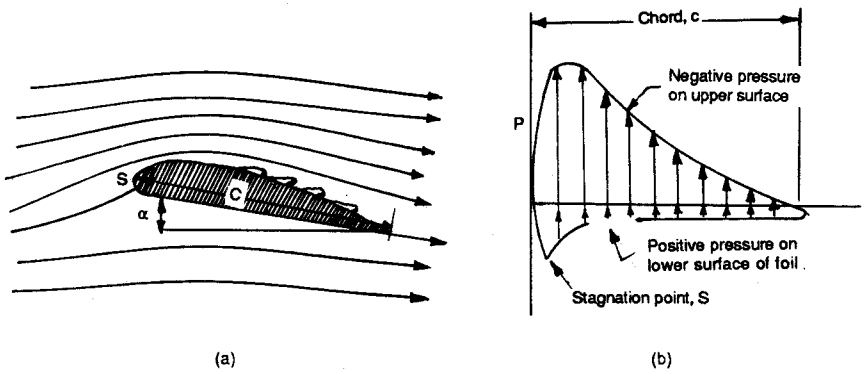
Adanya pelepasan vortex-vortex ini dan gaya-gaya yang menyertainya menciptakan suatu fenomena ketidakstabilan aerodinamis dan merupakan faktor penting dalam perencanaan cerobong asap ataupun jembatan suspensi/gantung. Seperti pada kasus bola, boundary layer untuk suatu silinder bulat menjadi turbulen pada harga R_e sekitar 350.000 dan suatu penurunan tajam dari C_D bisa dilihat pada Gambar 7.15. Beberapa harga C_D untuk bentuk-bentuk lain bisa dilihat juga pada Gambar 7.15.

LIFT DAN SIRKULASI

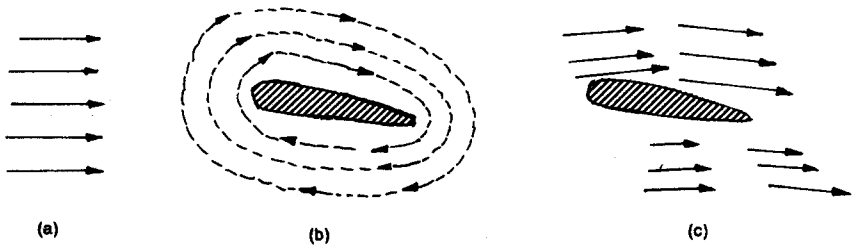
Gaya angkat (lift force) merupakan gaya yang bekerja pada suatu benda tenggelam, dan tegak lurus terhadap gerakan relatif antara fluida dan benda. Contoh yang paling jelas adalah pada sayap kapal terbang di mana gaya angkat menyangganya di udara, atau pada sayap hydrofoil di mana gaya angkat menyangganya di atas air. Penjelasan sederhana terhadap gaya angkat seperti itu adalah bahwa kecepatan udara/air yang melewati bagian top sayap lebih cepat daripada kecepatan rata-rata (kapal terbang/hydrofoil), sedangkan kecepatan udara/air yang melewati bagian bawah sayap bergerak lebih lambat daripada kecepatan rata-rata (Gambar 7.17). Dengan teori Bernoulli dapat terlihat bagaimana suatu tekanan yang lebih rendah pada top dan suatu tekanan yang lebih tinggi pada bagian bawah sayap akan mengakibatkan timbulnya suatu angkatan ke atas.

Kecepatan yang bertambah melewati bagian top sayap dan kecepatan yang berkurang pada bagian dasarnya dapat dijelaskan dengan memperhatikan sirkulasi yang timbul pada saat sayap bergerak relatif terhadap bidang aliran. Kekuatan sirkulasi tergantung pada: bentuk sayap dan kecepatannya, serta orientasi (sudut) terhadap bidang aliran. Suatu diagram skematis daripada peristiwa ini terlihat pada Gambar 7.18.

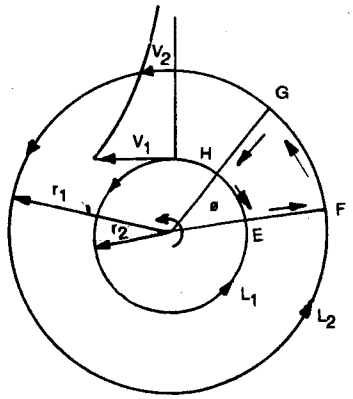
Mengerti hubungan antara lift dan sirkulasi adalah penting dalam rangka menganalisa bermacam-macam problem aero dan hydrodynamics. Untuk mengilustrasikan teori lift kita akan mempertimbangkan aliran fluida ideal yang melalui suatu silinder dan mengasumsikan bahwa suatu sirkulasi silinder timbul pada aliran (lihat Gambar 7.17 dan 7.18). Pertama-tama ditinjau bidang kecepatan sekitar suatu vortex bebas (Gambar 7.19).



Gambar 7.17. Streamlines dan distribusi tekanan sekitar suatu airfoil ber-camber, pada suatu sudut serang (angle of attack) α



Gambar 7.18.



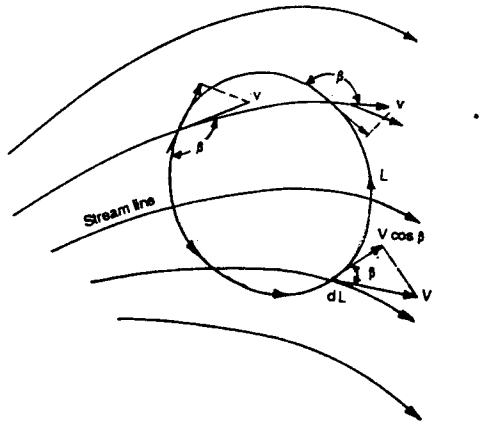
Gambar 7.19. Sirkulasi sekitar suatu pusat vortex

Persamaan untuk bidang kecepatan ini diberikan sebagai:

$$vr = C, \text{ suatu konstan.}$$

Sirkulasi dapat dihitung dengan memakai persamaan:

$$\Gamma = \oint_L \bar{V}.\bar{dL} = \oint_L V \cos \beta \, dL$$



Gambar 7.20. Sirkulasi sekitar suatu jejak tertutup pada suatu bidang kecepatan dua dimensi

di mana:

$\overline{V}$ = kecepatan dalam bidang aliran pada suatu elemen jejak dL, dan

ß = sudut antara $\overline{V}$ dan tangen terhadap jejak (pada arah positif sepanjang jejak) di titik tersebut.

Sedangkan pada kasus khusus ini (Gambar 7.19, bidang kecepatan sekitar suatu vortex bebas), sirkulasi juga dihitung dengan persamaan di atas, dengan memilih jejak tertutupnya sebagai lingkaran stream line L_1 sepusat dengan pusat vortex. Kecepatan adalah tangen terhadap jejak (Cos ß = 1) dan integral dari dL adalah keliling lingkaran.

Demikian juga dengan lingkaran sepusat yang lain L_2. Jadi,

$$\Gamma = v \int_L dL = v_1(2\Pi r_1) = v_2(2\Pi r_2)$$

Sedangkan dari bidang kecepatan vortex: $v_1 r_1 = v_2 r_2 = C$, dan karena itu

$$\Gamma = 2\Pi C = 2\Pi vr \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (100)$$

yang menjelaskan bahwa sirkulasi sekitar dua kurve yang berbeda di mana setiapnya mengelilingi sempurna pusat vortex, adalah sama. Secara umum bisa dibuktikan bahwa sirkulasi sekitar sebarang jejak yang mengelilingi pusat vortex: $\Gamma = 2\Pi C$. Dari sini terlihat bahwa sirkulasi hanya tergantung pada konstan vortex C, yang disebut "kekuatan vortex".

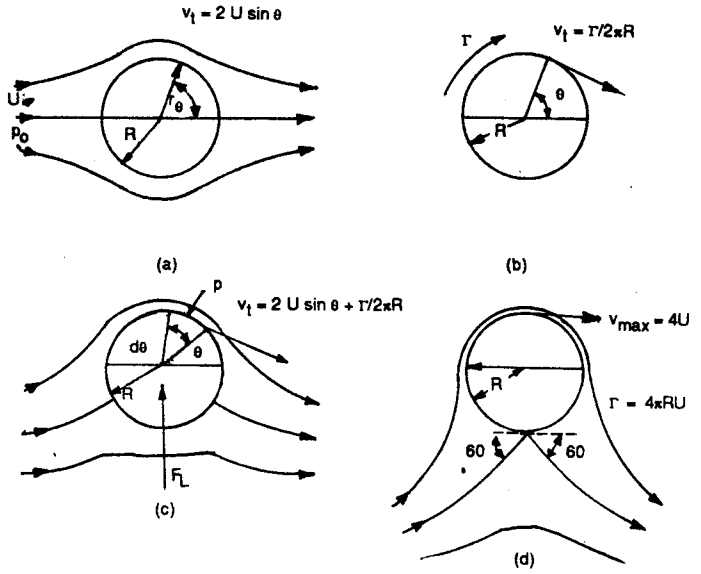
Suatu hukum menyatakan bahwa sirkulasi sekitar suatu jejak yang tidak mengelilingi pusat vortex adalah nol. Jika memperhatikan Gambar 7.19, di mana terdapat jejak EFGH, sepanjang dua garis radial EF dan GH, cos ß = 0, sedangkan sepanjang 2 lingkaran arcsegmen, $\Gamma_{FG} = v_2 \varnothing r_2$ dan $\Gamma_{HE} = -v_1 \varnothing r_1$, sehingga menghasilkan suatu sirkulasi bersih sebesar $\varnothing (v_2 r_2 - v_1 r_1) = 0$.

ALIRAN IDEAL SEKITAR SILINDER. HUBUNGAN ANTARA LIFT DAN SIRKULASI

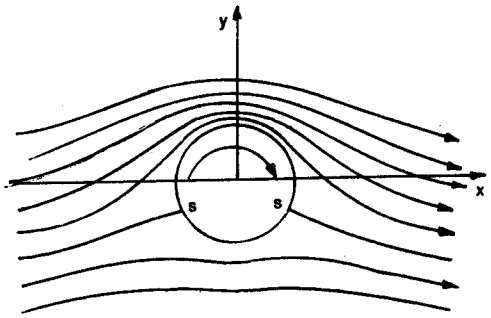
Kita tinjau aliran uniform dari fluida ideal sekitar suatu silinder yang panjangnya tak terhingga. Dari hidrodinamika terlihat bahwa untuk aliran tetap/steady dengan kecepatan uniform U, kecepatan v_{t1} pada pinggir silinder

$$v_{t1} = 2 U \sin \theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (101)$$

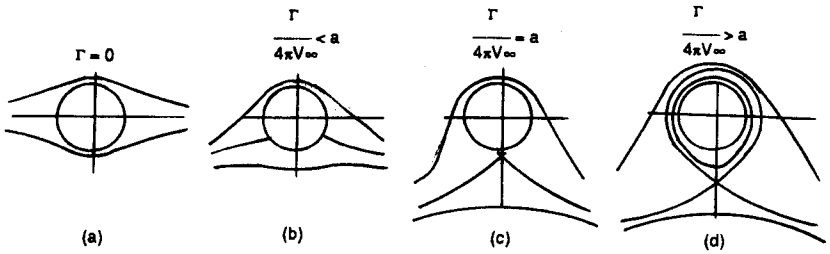
(lihat Gambar 7.21.a).



Gambar 7.21. Aliran tersirkulasi di sekitar suatu silinder pada suatu stream yang uniform



Gambar 7.22. Doublet + vortex + uniform flow. Sintesa dari aliran sekitar silinder bulat dengan sirkulasi



Gambar 7.23. Titik-titik stagnasi untuk beberapa harga Γ

Distribusi tekanan pada silinder dapat dihitung dengan menuliskan hukum Bernoulli antara titik di ~ pada fluida aliran bebas, dan satu titik pada dinding silinder. Karena distribusi tekanan simetris seluruhnya sekitar silinder, maka tidak ada lift bersih atau drag untuk kasus ideal ini.

Dengan mengesampingkan (untuk sementara) aliran uniform tersebut, kita selanjutnya mengumpamakan suatu aliran sirkulasi sekitar silinder tersebut (Gambar 7.21.b). Dengan mengambil arah pos (+) Γ sesuai jarum jam, kecepatan pinggir v_{t2} pada permukaan silinder yang disebabkan oleh sirkulasi, adalah

$$v_{t2} = \frac{\Gamma}{2\prod R} \quad \text{..... (102)}$$

di mana R = radius silinder. Jadi pada suatu bidang aliran di luar silinder, $v_{t2} = \Gamma/2\prod r$. Distribusi kecepatan ini memproduksi suatu variasi tekanan yang simetris secara radial, sesuai dengan teori vortex bebas. Kita lihat bahwa silinder pejal tersebut telah menggantikan pusat vortex di dalam teori sirkulasi. Adanya sirkulasi dapat dibuktikan dengan pemutaran suatu silinder dalam suatu fluida nyata.

Selanjutnya kita men-superposisikan aliran sirkulasi tersebut ke dalam gerakan uniformnya, sehingga membentuk aliran yang tidak simetris seperti terlihat pada Gambar 7.21.c. Jadi, kecepatan pinggir adalah jumlah dari keduanya, atau

$$v_t = 2\,U \sin\theta + \Gamma/2\prod R \quad \text{..... (103)}$$

Persamaan Bernoulli bagi tekanan p pada sebarang titik pada keliling silinder tersebut didapat:

$$\frac{p_o}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{v_t^2}{2g}$$

di mana p_o adalah tekanan di suatu tempat berjarak tertentu dari silinder di mana kecepatannya uniform.

Dari kedua persamaan di atas, didapat:

$$(p - p_o) = \frac{\rho}{2}\left[U^2 - \left(2\,U \sin\theta + \frac{\Gamma}{2\prod R}\right)^2\right]$$

Karena luas elemen per unit panjang silinder adalah Rdθ dan F_L adalah jumlah seluruh komponen normal terhadap arah U, maka harga F_L diperoleh dari:

$$F_L = -B \int_0^{2\Pi} (p - p_o) R \sin\theta \, d\theta$$

Dengan mensubstitusikan ekspresi $(p - p_o)$ dan mengintegralkannya, didapat

$$F_L = \rho B u \Gamma \quad \text{..... (104)}$$

di mana F_L adalah gaya angkat dan B adalah panjang silinder.

Adanya gaya transversal pada suatu silinder berputar ini dikenal dengan istilah *efek magnus.* Persamaan (104) dikenal sebagai dalil Kutta-Juokowski. Pentingnya dalil ini adalah karena dalil tersebut tidak hanya dipakai untuk silinder bulat, tetapi juga bisa dipakai untuk sebarang bentuk penampang silinder, termasuk daun pengangkat (lifting vane), atau airfoil, seperti terlihat pada Gambar 7.17.

Dari Gambar 7.21.c terlihat bahwa lokasi titik-titik stagnasi telah berpindah ke bawah sumbu horisontal, tetapi tetap simetris terhadap sumbu vertikal. Pada titik stagnasi pada silinder tersebut, V_t dalam persamaan (103) akan menjadi nol. Jadi pada titik stagnasi tersebut,

$$-2 U \sin\theta = \Gamma/2\Pi R$$

Hal ini menjelaskan bahwa jika kita bisa mengetahui sudut terhadap titik stagnasi dan mengetahui juga kecepatan aliran bebas, maka sirkulasi dapat diperoleh dari

$$\Gamma = -4 \Pi R U \sin\theta_S \quad \text{..... (105)}$$

di mana θ_S adalah sudut antara diameter horisontal dan titik stagnasi pada Gambar 7.21.c. Gambar 7.21.c menggambarkan suatu kasus di mana $\Gamma < 4\Pi RU$, yaitu di mana $|\sin\theta| < 1$. Bagi kasus $\Gamma = 4\Pi RU$, $\sin\theta = -1$, dan kedua titik stagnasi bertemu bersama-sama di dasar silinder seperti terlihat pada Gambar 7.21.d.

Kedua stream line membentuk sudut 60° dengan tangen terhadap silinder, dan kecepatan maksimum aliran untuk kasus ini terjadi di puncak silinder:

$$v_{max} = 2U + \frac{4\Pi RU}{2\Pi R} = 2U + 2U = 4U \quad \text{..... (106)}$$

Jadi, menurut teori aliran ideal, jika suatu silinder diputar sehingga $v_t = 2U$ (yaitu pada $\omega = v_t/R = 2U/R$), sirkulasi yang terjadi akan mengakibatkan titik stagnasi terjadi pada dasar silinder seperti terlihat pada Gambar 7.21.d. Jika silinder tersebut diputar pada kecepatan yang lebih besar lagi, titik stagnasi berpindah secara menyeluruh dari permukaan silinder, dan suatu cincin fluida berputar bersama silinder (lihat Gambar 7.23.d).

Contoh:

Suatu silinder diameter 4 ft dan panjang 25 ft berputar pada 90 rpm dengan sumbu tegak lurus terhadap aliran udara dengan suatu kecepatan angin sebesar 120 fps (81.8 mph). Berat spesifik udara = 0,765 lb/ft^3. Dengan mengasumsikan bahwa tidak ada slip di antara silinder dan aliran putar, tentukan: (a) harga sirkulasi, (b) gaya transverse atau lift, dan (c) lokasi titik-titik stagnasi.

(a) Kecepatan pinggir,

$v_t = 2\Pi R\, n/60 = 2\Pi \times 2 \times 90/60 = 18{,}84$ fps.

Dari persamaan (100) didapat,

$\Gamma = 2\Pi R\, v_t = 2\Pi \times 2 \times 18{,}84 = 237$ ft^2/s.

(b) Dari persamaan (104),

$F_L = \rho B U \Gamma = (0{,}0765/32{,}2) \times 25 \times 120 \times 237$

$= 1685$ lb.

(c) Dari persamaan (105),

$\sin\theta_S = -\Gamma/4\Pi RU = -237/(4\Pi\, 2 \times 120)$

$= -0{,}0786$

Jadi, $\theta_S = 184{,}5°;\ 355{,}5°$.

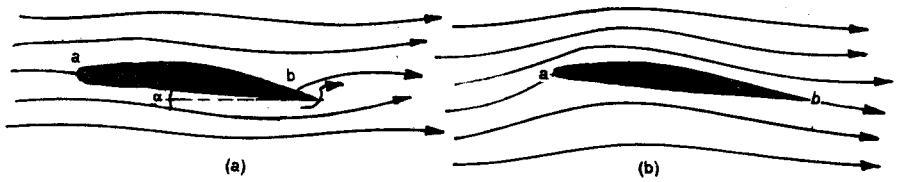
GAYA ANGKAT AEROFOIL

Pertanyaan akan timbul pada diri anda, mengapa kita begitu memperhatikan aliran sekitar silinder meskipun jelas bahwa hanya ada sedikit saja aplikasi daripada gaya angkat suatu silinder. Jawabannya adalah bahwa satu dari aplikasi-aplikasi yang paling penting daripada matematik untuk keinsinyuran adalah "transformasi konformal", dengan mana aliran sekitar satu benda dapat di-map ke dalam fluida sekitar suatu benda dengan bentuk yang berbeda (meskipun secara matematik masih berkaitan). Kuantitas-kuantitas tertentu seperti: sirkulasi dan posisi relatif titik-titik stagnasi, tetap tak berubah dalam proses map-ping tersebut. Karena itu, pentingnya silinder bulat adalah bahwa dia bisa di-map-kan ke dalam suatu aerofoil kerja yang sempurna dengan apa yang dinamakan: "transformasi Joukowski". Posisi titik-titik stagnasi ditentukan dari kebutuhan-kebutuhan fisik/teknis dari aliran sekitar aerofoil dan titik-titik stagnasi ini (yang di-map-kan kembali terhadap silinder) menentukan sirkulasi {dengan persamaan (105)} dan Lift {dengan persamaan (104)}.

Sekarang mari kita lihat aerofoil pada Gambar 7.24. Pada saat fluida mengalir melalui foil tersebut, akan timbul tendensi terbentuknya titik-titik stagnasi dari foil, mengikuti titik-titik 0° dan 180° dari silinder bersangkutan (Gambar 7.21.a). Letak di mana titik-titik ini terjadi pada foil tergantung pada α (sudut insidensi), atau kedudukan foil terhadap aliran yang datang seperti pada gambar. Kita akan mengumpamakan suatu α yang positif pada Gambar 7.24.a, dengan titik-titik stagnasi awalnya a dan b.

Sementara lokasi titik-titik stagnasi ini tidak menimbulkan kesulitan pada kasus fluida ideal, kita melihat bahwa kondisi pada ujung belakang/trailing edge — dengan udara dari sisi bawah mencoba untuk mengalir sekitar puncak tajam dari foil — menjadi suatu titik-titik perpisahan tak beraturan dari aliran fluida nyata.

Kondisi ini hanya berlangsung beberapa saat; meskipun demikian titik stagnasi b segera beralih ke belakang ke ujung belakang foil (Gambar 7.24.b), di mana dia menetap.

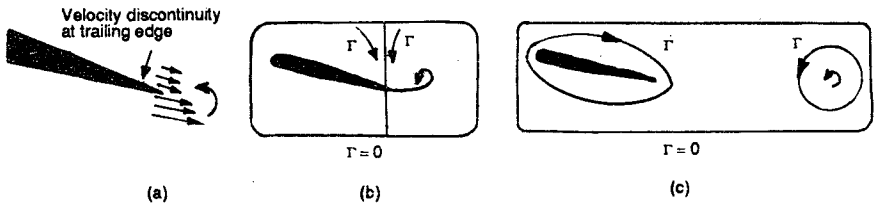


Gambar 7.24. Pengaturan titik-titik stagnasi untuk menghindari kecepatan tak terhingga di ujung belakang

Posisi stabil titik b penting (menurut apa yang disebut "hipotesa stagnasi" dari N. Joukowski) dalam rangka menghindari suatu kecepatan tak berhingga sekeliling puncak tajam dari foil. Selanjutnya, perubahan pada titik stagnasi belakang ini (dari aerofoil) berhubungan dengan/mengikuti suatu perubahan di titik stagnasi belakang (dari silinder) ke suatu sudut negatif, mirip seperti apa yang terlihat pada Gambar 7.21.c. Simetris vertikal aliran sekitar silinder membutuhkan bahwa titik stagnasi depan bergerak ke bawah dengan sudut sama. Ini pada gilirannya me-map suatu lokasi baru titik stagnasi depan pada aerofoil, dan suatu perubahan semacam itu terjadi juga pada fluida nyata. Kini kita tahu bahwa sirkulasi telah terjadi/terbentuk sekitar aerofoil, yang besarnya ditentukan oleh: lokasi titik-titik stagnasi pada silinder bersangkutan. Lift selanjutnya bisa ditentukan dengan persamaan (104) secara analitis.

Meskipun hipotesa Joukowski kelihatan beralasan, kita harus menyelidiki apakah betul atau tidak bahwa alam akan secara aktuil membentuk pengaturan titik stagnasi ini bagi puncak tajam profil aerofoil. Penerimaan kita terhadap hipotesa ini dikomplikasikan oleh dalilnya Thomson (Lord Kelvin) yang valid secara sempurna, yang menyatakan bahwa "sirkulasi sekitar kurve tertutup dalam fluida tidak berubah dengan waktu jika seseorang bergerak dengan fluida tersebut". Bagaimanakah suatu sirkulasi tercipta sekitar aerofoil di mana sebelumnya tidak ada?

Jawabannya pertama-tama diusulkan oleh Prandtl dan dikuatkan dengan gambar-gambar photo. Ia memperlihatkan bahwa titik perpisahan awal pada puncak tajam (Cusp) tersebut menyebabkan suatu "starting vortex" terbentuk, seperti terlihat pada Gambar 7.25.a.



Gambar 7.25. Urutan peristiwa terjadinya Starting Vortex

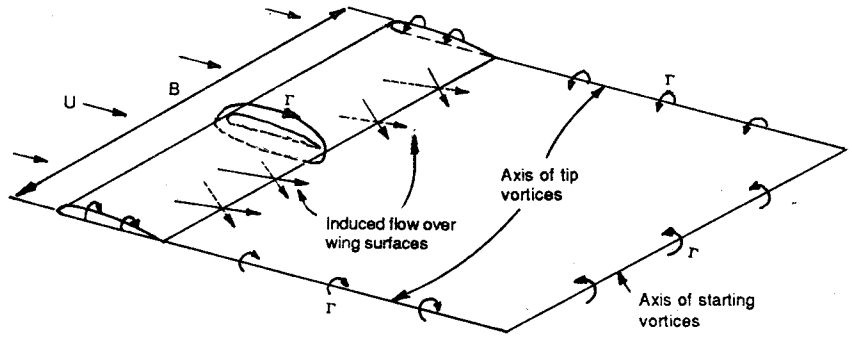
Dalam rangka memenuhi dalilnya Thomson, suatu sirkulasi yang sama dan berlawanan harus secara otomatis dibentuk sekitar foil tersebut (Gambar 7.25.b). Setelah sirkulasi ini terbentuk, starting vortex tersebut terlepas dan tertinggal di belakang sementara kapal terbang bergerak ke depan, tetapi hanya untuk memenuhi dalilnya Thomson, starting vortex tetap berputar berkeliling (Gambar 7.25.c) sampai dia hilang karena efek-efek kekentalan. Sirkulasi bersih sekitar kurve termasuk profil dan vortex tersebut tetap nol. Ketika aerofoil menjadi berhenti atau berubah sudut insidennya, vortex-vortex baru terbentuk untuk mempengaruhi perubahan yang dibutuhkan dalam sirkulasi.

INDUCED DRAG PADA AEROFOIL DENGAN PANJANG TERBATAS

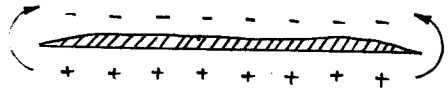
Pembicaraan mengenai lift sebegitu jauh dibatasi hanya untuk aliran 2-D. Tetapi jika foil atau daun pengangkat tersebut mempunyai panjang terbatas di dalam suatu fluida bebas, di sana terdapat kondisi-kondisi ujung yang mempengaruhi baik lift maupun drag. Karena tekanan pada sisi bawah daun lebih besar daripada tekanan sisi atas, fluida akan lari mengitari ujung-ujung vane/daun dan di sana akan timbul suatu aliran yang mengarah ke luar dari pusat/tengah menuju ke ujung-ujung (sepanjang sisi bawah/bottom) dan aliran yang mengarah ke dalam dari ujung-ujung menuju ke pusat/tengah daun (sepanjang top/sisi atas). Gerakan fluida ke atas, di sekitar ujung-ujung daun menghasilkan "tip vortex-vortex" kecil

yang terlepas dari wing tips (ujung-ujung tipis sayap). Dalam teori, dalil Thomson tetap berlaku, di mana terdapat tip vortex yang sama dan berlawanan.

Jika sirkulasi dihitung sekitar suatu jejak hipotetis melalui foil tersebut sepanjang sumbu-sumbu dari tip dan starting vortices (vortex-vortex) seperti sumbu-sumbu dari tip dan starting vortices (vortex-vortex) seperti terlihat pada Gambar 7.26, maka akan tetap berjumlah nol. Prakteknya tentu saja sirkulasi sekitar foil tersebut terus-menerus ada, tetapi tip dan starting vortices segera hilang dikarenakan tahanan kekentalan.



Gambar 7.26. Sayap dengan panjang (span) terbatas

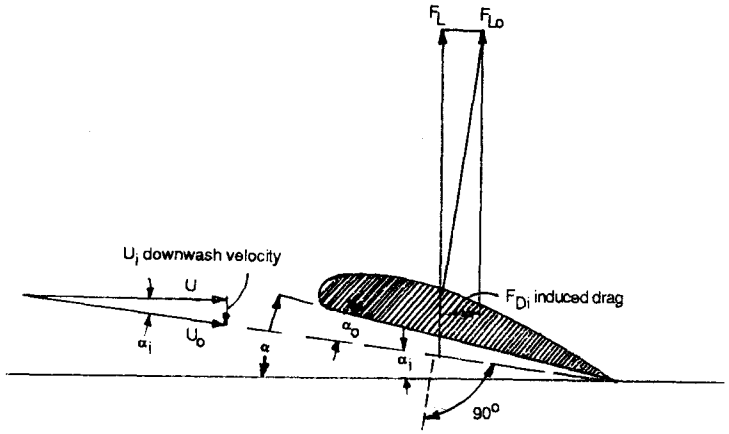


Gambar 7.27. Formasi trailing vortices di ujung-ujung tipis sayap (wing tips)

Jejak tertutup yang terdiri dari: wing terbatas, tip vortices, dan starting vortices (Gambar 7.26) mewakili suatu cincin vortex besar di dalam mana ada kecepatan downward (mengarah ke bawah) yang di-induce/diakibatkan/dipengaruhi oleh vortex-vortex tersebut.

Prandtl memperlihatkan bahwa kecepatan ke bawah atau kecepatan downwash U_i ini adalah konstan jika wing tersebut dikonstruksikan/dibentuk sedemikian sehingga memproduksi suatu distribusi lift yang eliptis sepanjang span. Downwash tersebut merubah arah aliran di pinggir foil dari U ke U_o sehingga menurunkan sudut insiden efektif dari α menjadi α_o. Pengurangan sudut insiden efektif $\alpha_i = \alpha - \alpha_o$ sama dengan arc tan (U_i/U), seperti terlihat pada Gambar 7.28.

Wing tersebut dapat dianalisa berdasarkan suatu foil dengan panjang tak terbatas yang diletakkan pada suatu aliran dengan kecepatan uniform U_o, pada sudut insiden α_o. Lift F_{LO} yang diproduksi sirkulasi sekitar foil tak terbatas tersebut harus normal terhadap U_o. Gaya lift ini diperlihatkan terdiri dari dua komponen, lift yang betul (true lift) F_L normal terhadap U dan suatu komponen paralel terhadap U yang disebut: "induced drag" F_{Di}.



Gambar 7.28. Definisi masing-masing istilah

Untuk menyeragamkan dengan bentuk persamaan kita yang lain, kita mewakili induced drag tersebut dalam bentuk standar:

$$F_{Di} = C_{Di}\,\rho\,\frac{V^2}{2}\,A \qquad \text{..... (107)}$$

Selanjutnya adalah penting untuk membedakan drag antara kasus-kasus 2-D dan 3-D. Gesekan kulit dan drag tekanan yang telah dibicarakan sebelumnya (pada bab ini) akan dirangkum ke dalam "drag profil" F_{DO}, yang meliputi seluruh gaya-gaya drag yang beraksi pada profil yang mempunyai panjang tak terbatas. Maka drag total pada span terbatas tersebut adalah jumlah drag profil dan induced, atau

$$F_D = F_{DO} + F_{Di} \qquad \text{..... (108)}$$

Oleh karena sudut α_i adalah kecil, maka

$$U_o \approx U, \quad F_{LO} \approx F_L, \quad F_{Di} \approx \alpha_i F_L$$

Pada tahap ini bisa kita perhatikan bahwa adalah praktis untuk mengekspresikan gaya lift dari persamaan (104), dengan bentuk standar,

$$F_L = C_L\,\rho\,\frac{V^2}{2}\,A \qquad \text{..... (109)}$$

di mana C_L adalah koefisien lift yang harganya tergantung pada sudut insiden dan bentuk aerofoil, sedangkan A adalah luas proyeksi dari aerofoil atau benda, normal terhadap vektor lift.

Perhitungan-perhitungan untuk distribusi eliptis daripada lift terlalu rumit untuk dijelaskan di sini (akan anda temui pada kuliah lanjutan dalam bidang hydro dynamics, dengan materi: aerofoil/ hydrofoil design), akan tetapi dapat dijelaskan bahwa perhitungan-perhitungan tersebut menghasilkan hubungan yang sederhana, sebagai:

$$U_i/U = \alpha_i \text{ (radians)} = \frac{C_L}{\Pi\,(B^2/A)} \qquad \text{..... (110)}$$

di mana B adalah span dari aerofoil dan A adalah luasan bidangnya. Kuantitas B^2/A disebut aspect ratio; dan kadang-kadang diekspresikan sebagai B/c, di mana c adalah panjang Chord rata-rata.

Dari persamaan (107) dan (109) bersama dengan ekspresi-ekspresi di atas untuk F_{Di}, kita mempunyai:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\Pi\,(B^2/A)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (111)$$

Dengan membagi persamaan (108) dengan $\rho V^2 A/2$ dan mensubstitusikan persamaan (111), memberikan koefisien drag total pada suatu foil dengan panjang terbatas:

$$C_D = C_{DO} + C_{Di} = C_{DO} + C_L^2/\Pi\,(B^2/A) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (112)$$

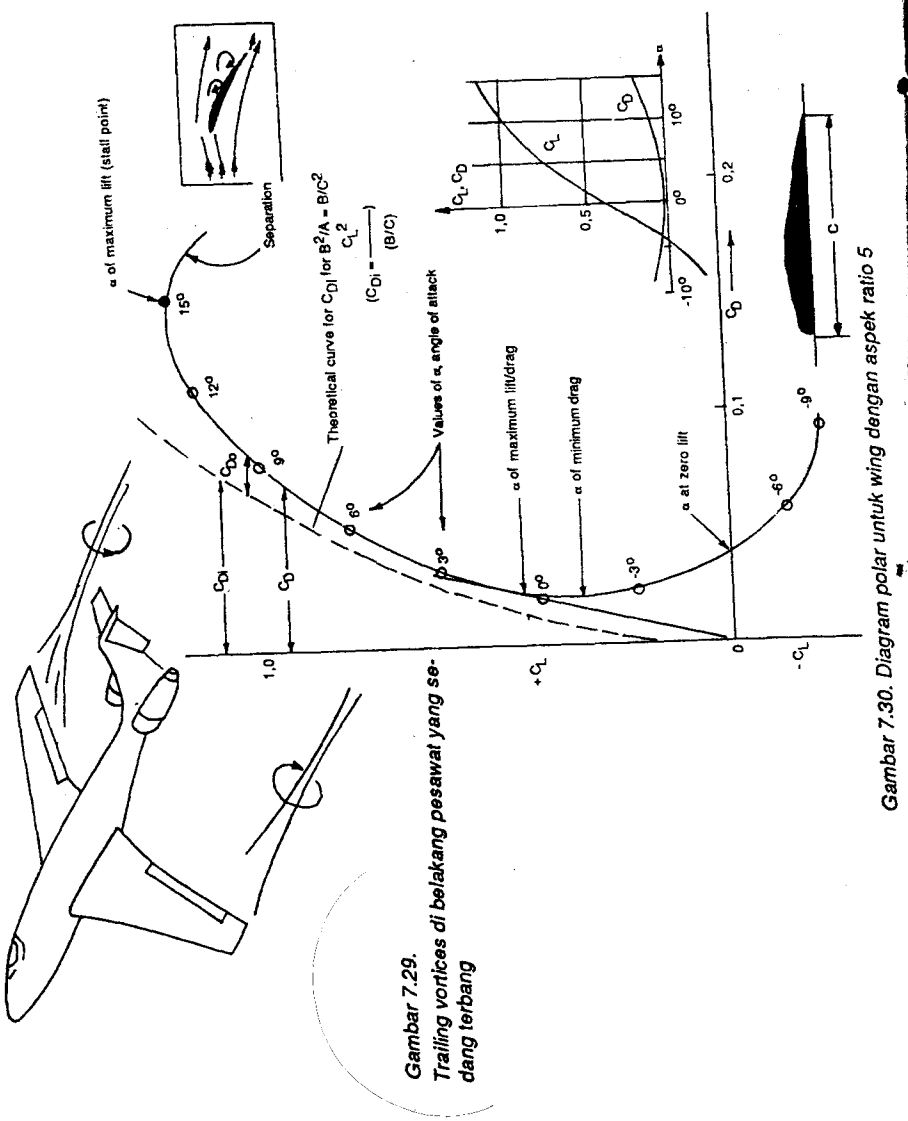
Seperti apa yang diharapkan, C_{Di} terlihat tergantung pada koefisien lift (yaitu: sudut insiden α_o dan aspek ratio B^2/A). Untuk lift sama dengan nol atau aspek ratio yang tak berhingga, induced drag akan menjadi nol. Persamaan-persamaan ini penting dalam perbandingan data untuk suatu aerofoil yang ditest pada satu aspect ratio dengan data untuk foil lain pada suatu aspect ratio yang berbeda.

Penjelasan tentang bagaimana induced drag, ketemu dengan D'A lembert paradox, yang menyatakan bahwa tidak ada drag pada suatu benda di dalam fluida ideal, adalah bahwa kerja yang dilakukan melawan aliran oleh induced drag disimpan di dalam enersi kinetis dari tip vortices yang terlontar dari ujung-ujung foil. Dalam fluida nyata, bukti dari adanya tip vortices seringkali terlihat dalam bentuk jejak/jalur uap (vapor trails) yang memanjang bermil-mil menembus langit. Penurunan suhu yang disebabkan turunnya tekanan pada pusat vortex menyebabkan kondensasi daripada moisture dalam udara. Lihat Gambar 7.29.

DIAGRAM LIFT DAN DRAG

Data mengenai lift dan drag untuk bermacam-macam aerofoil didapat dari test-test di wind tunnel. Hasil-hasil test disajikan secara graphis sebagai plot dari koefisien lift dan drag v.s. sudut insiden atau koefisien lift v.s. koefisien drag. Karena efisiensi

aerofoil diukur dengan ratio lift dan drag, maka harga-harga C_L/C_D juga diplotkan. Kurve tersebut dapat dikombinasikan ke sebuah kurve tunggal, seperti yang diajukan oleh Prandtl, yang dikenal sebagai polar (Gambar 7.30).



Gambar 7.29. Trailing vortices di belakang pesawat yang sedang terbang

Gambar 7.30. Diagram polar untuk wing dengan aspek ratio 5

Koordinat-koordinat diagram polar merupakan koefisien lift dan drag, sedangkan sudut insiden diwakili oleh titik-titik yang berbeda sepanjang kurve. Ratio lift terhadap drag merupakan slope garis dari origin ke kurve tersebut pada sebarang titik.

Harga maksimum dari ratio terjadi ketika garis ini merupakan tangen terhadap kurve. Lift terlihat bertambah sesuai dengan tambahnya sudut insiden sampai ke titik "stall". Di luar titik ini, boundary layer sepanjang permukaan atas foil akan memisah dan menciptakan wake yang sangat turbulen.

Diagram polar sangat instruktif, terutama mengenai koefisien drag-nya dan berisikan koefisien-koefisien profil serta induced drag seperti terlihat pada persamaan (112). Garis titik-titik pada Gambar 7.30 adalah parabola dari persamaan (111). Untuk suatu aspek ratio = 5, induced drag merupakan porsi terbesar dari drag total. Untuk aspek ratio yang lebih besar, parabola tersebut tetap lebih dekat ke sumbu vertikal, dan drag total menurun.

Pada Gambar 7.31 terlihat diagram polar suatu aerofoil Clark-y yang bidangnya merupakan empat persegi panjang, mempunyai chord 6 feet dan span 36 feet. Suatu sudut reference yang penting adalah sudut insiden pada keadaan lift nol, pada kasus ini $\alpha = -5{,}6^{o}$. Umumnya titik ini juga merupakan sudut pada drag minimum. Koefisien lift dapat diperlihatkan secara teoritis:

$$C_L = 2\,\Pi\,\eta\,\alpha'_o \qquad \text{..... (113)}$$

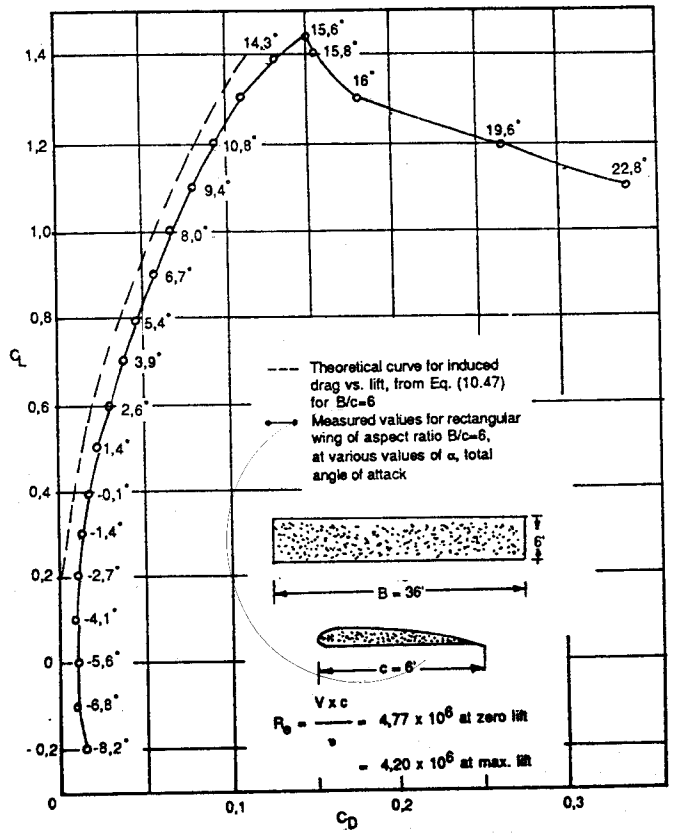
di mana α'_o merupakan sudut insiden (untuk aerofoil dengan span tak terhingga) diukur dalam radian dari keadaan tanpa lift, dan η adalah faktor koreksi untuk efek gesekan yang mempunyai harga sekitar 0,9 bagi penampang-penampang aerofoil modern.

Dari uraian sebelumnya kita mengetahui bahwa teori induced drag mengasumsikan suatu distribusi eliptis dari lift sepanjang span suatu aerofoil dengan panjang terbatas. Distribusi lift semacam ini merupakan pendekatan saja, dan untuk aerofoil empat persegi panjang - maka ekspresi untuk sudut insiden dan koefisien induced drag dari persamaan (110) dan (111) harus dikoreksi sebagai berikut:

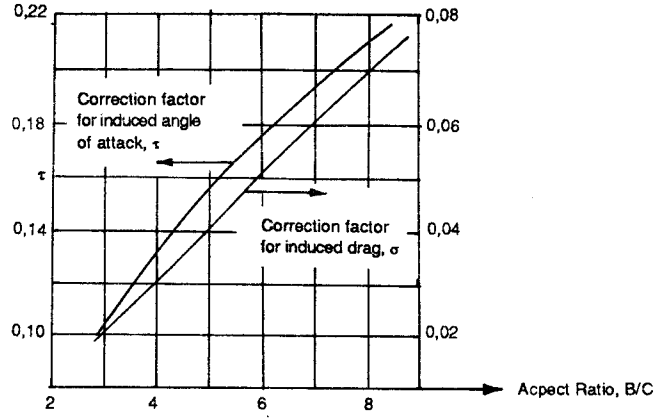
$$\alpha_i = \text{radian} = \frac{C_L}{\Pi\,(B/c)}\,(1+\tau) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (114)$$

$$C_{D_i} = \frac{C_L^{\,2}}{\Pi\,(B/c)}\,(1+\sigma) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (115)$$

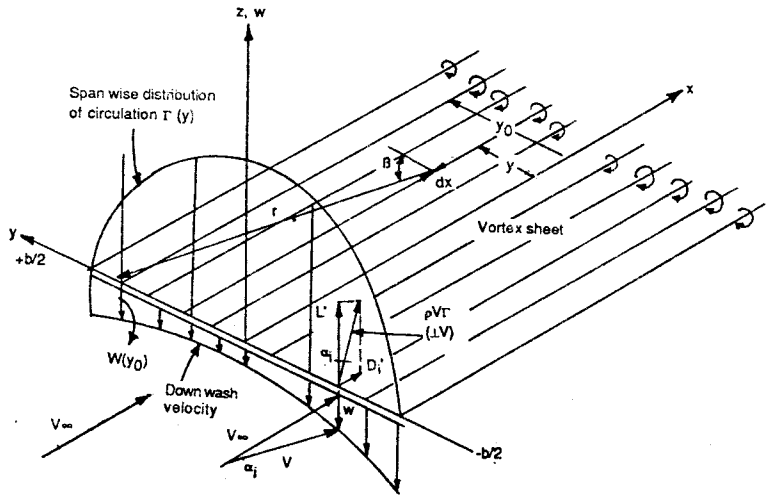
di mana τ dan σ merupakan faktor-faktor koreksi yang dapat dilihat pada Gambar 7.32.



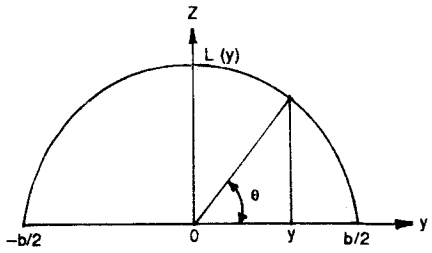
Gambar 7.31. Diagram polar untuk airfoil segi-empat Clark Y, chord 6 ft, span 36 ft.



Gambar 7.32. Faktor koreksi untuk mengubah airfoil segi-empat, dari aspect ratio terbatas ke tak terbatas



Gambar 7.33. Kecepatan downwash W ditimbulkan/diakibatkan oleh trailing vortices. Kecepatan resultan V dan gaya-gaya L' dan D' adalah per unit span



Gambar 7.34. Distribusi lift elliptis. Plot $y = 1/2\ b \cos \theta$

Contoh:

Dapatkah harga koefisien friction dari suatu aerofoil empat persegi panjang Clark-y dengan chord 6 ft dan span 36 ft, jika $\alpha = 5{,}4^o$ dan jika wing tersebut bergerak pada 300 fps melalui standard atmosphere pada altitude 10.000 ft. Dapatkan juga berat beban yang dapat dibawa oleh sayap tersebut dan HP yang dibutuhkan.

Solusi:

Dari Gambar 7.31, dengan $\alpha = 5{,}4^o$, $C_L = 0{,}8$ dan $C_D = 0{,}047$.

Dari Gambar 7.32, untuk B/c = 6, $\tau = 0{,}175$.

Dari persamaan (114),

$$\alpha_i = \frac{0{,}8}{\Pi(36/6)}(1 + 0{,}175) = 0{,}0498 \text{ rad}$$

$$= 2{,}85^o.$$

Dari Gambar 7.28, $\alpha_o = \alpha - \alpha_i = 5{,}4 - 2{,}85 = 2{,}55^o$.

Karena sudut pada lift nol = $-5{,}6^o$ maka

$$\alpha'_o = 2{,}55 + 5{,}6 = 8{,}15^o = 0{,}1424 \text{ rad.}$$

Dari persamaan (113),

$$\eta = C_L/2\Pi\,\alpha'_o = 0{,}8/2\Pi\ (0{,}1424) = 0{,}894.$$

Beban yang diangkat = $(C_L\ \rho\ V^2/2)(B \times c)$

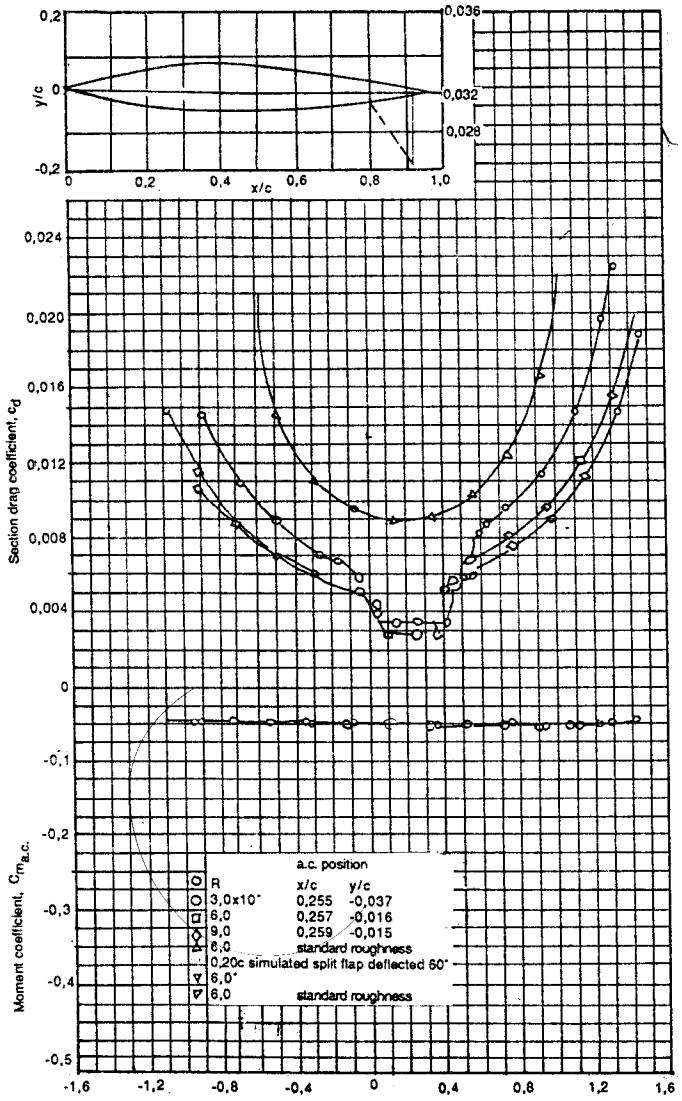
Pada 10.000 ft., $\rho = 0{,}001756$ slug/ft^3.

Jadi wing tersebut dapat mengangkat:

$$0{,}8 \times 0{,}001756 \times \frac{(300)^2}{2} \times 36 \times 6 = 13{,}680 \text{ lb.}$$

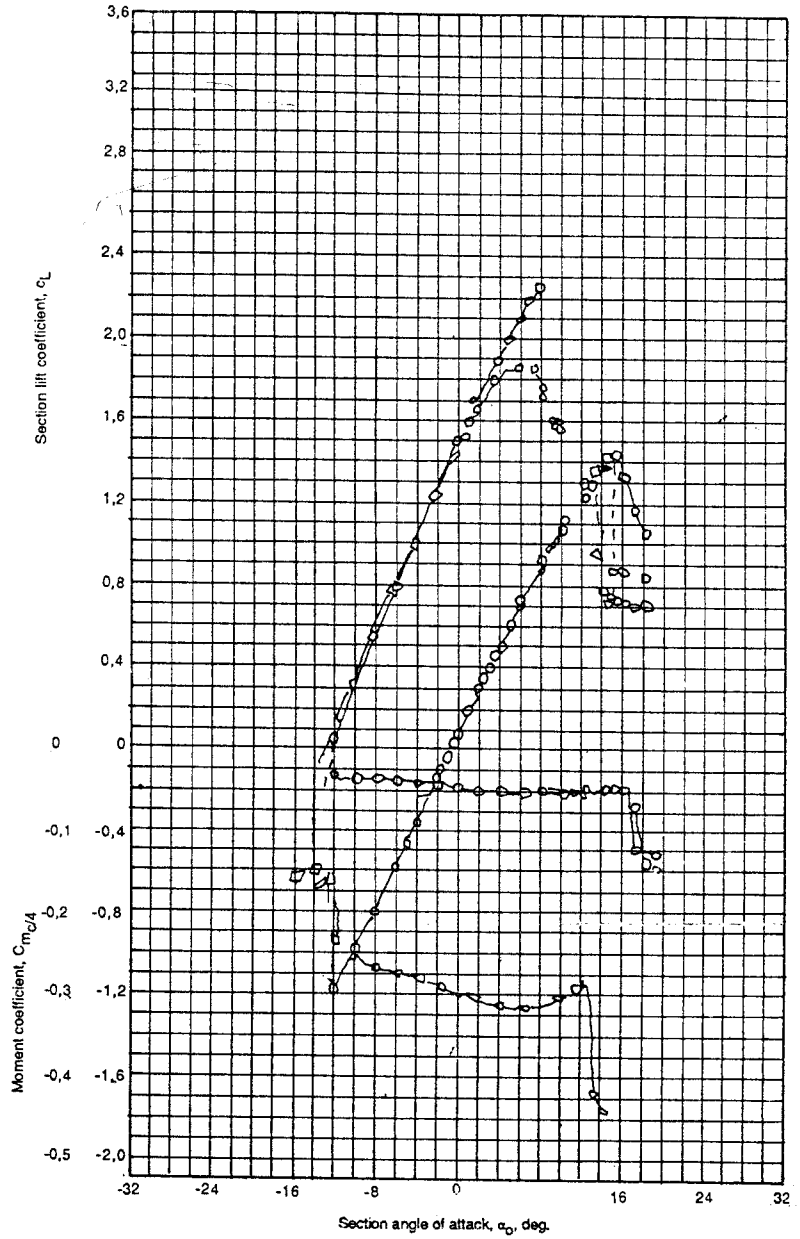
$$\text{HP yang dibutuhkan} = \frac{0{,}047}{0{,}8}(13{,}680)(300)/550 = 438 \text{ hp.}$$

Informasi-informasi dari aerofoil dengan bentuk lain dapat diperoleh dari literature oleh Ira Abbot, "Theory of wing sections" yang sebagai contoh dapat dilihat di gambar di bawah ini.



NACA 66-212 Wing Section

Gambar 7.35



NACA 66-212 Wing Section

Gambar 7.36.

APPENDIX B

UNIT AND DIMENSIONS

TABLE B.1. DIMENSIONS AND UNITS

Physical Quantity	Dimensions		Units			
			Metric		English	
	MLT System	FLT System	CGS System	MKS System	FPS System	Engineering System
Length	L	L	cm	m	ft	ft
Mass	M	$FL^{-1}T^2$	gm	kg	lb_m	slug
Time	T	T	sec	sec	sec	sec
Velocity	LT^{-1}	LT^{-1}	cm/sec	m/sec	ft/sec	ft/sec
Acceleration	LT^{-2}	LT^{-2}	cm/sec^2	m/sec^2	ft/sec^2	ft/sec^2
Force	MLT^{-2}	F	$gm\ cm/sec^2$ = dyne	$kg\ m/sec^2$ = newton	$lb_m ft/sec^2$ = poundal	slug ft/sec^2 = lb_f
Momentum, Impulse	MLT^{-1}	FT	gm cm/sec = dyne sec	kg m/sec = nt sec	lb_mft/sec = pdl sec	slug ft/sec = lb_f sec
Energy Work	ML^2T^{-2}	FL	$gm\ cm^2/sec^2$ = dyne cm = erg	$kg\ m^2/sec^2$ = nt m = joule	$lb_m ft^2/sec^2$ = ft pdl	slug ft^2/sec^2 = ft lb_f
Power	ML^2T^{-3}	FLT^{-1}	$gm\ cm^2/sec^3$ = dyne cm/sec = erg/sec	$kg\ m^2/sec^3$ = joule/sec = watt	$lb_m ft^2/sec^3$ = ft pdl/sec	slug ft^2/sec^3 = ft lb_f/sec
Density	ML^{-3}	$FL^{-4}T^2$	gm/cm^3	kg/m^3	lb_m/ft^3	$slug/ft^3$
Angular Velocity	T^{-1}	T^{-1}	rad/sec	rad/sec	rad/sec	rad/sec
Angular Acceleration	T^{-2}	T^{-2}	rad/sec^2	rad/sec^2	rad/sec^2	rad/sec^2
Torque	ML^2T^{-2}	FL	$gm\ cm^2/sec^2$ = dyne cm	$kg\ m^2/sec^2$ = nt m	$lb_m ft^2/sec^2$ = ft pdl	slug ft^2/sec^2 = ft lb_f
Angular Momentum	ML^2T^{-1}	FLT	$gm\ cm^2/sec$	$kg\ m^2/sec$	$lb_m ft^2/sec$	slug ft^2/sec
Moment of Inertia	ML^2	FL^{-2}	$gm\ cm^2$	$kg\ m^2$	$lb_m ft^2$	slug ft^2
Pressure Stress	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	$gm/(cm\ sec^2)$ = $dyne/cm^2$	$kg/(m\ sec^2)$ = nt/m^2	pdl/ft^2	lb_f/ft^2
Viscosity (μ)	$ML^{-1}T^{-1}$	$FL^{-2}T$	gm/(cm sec) = dyne sec/cm^2	kg/(m sec) = nt sec/m^2	lb_m/(ft sec) = pdl sec/ft^2	slug/(ft sec) = lb_f sec/ft^2
Kinematic Viscosity (υ)	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}	cm^2/sec	m^2/sec	ft^2/sec	ft^2/sec
Surface tension	MT^{-2}	FL^{-1}	gm/sec^2 = dyne/cm	kg/sec^2 = nt/m	lb_m/sec^2 = pdl/ft	slug/sec^2 = lb_f/ft

TABLE B.2. CONVERSION AND UNITS

Length

1 kilometer (km)	= 1.000 meters	1 inch (in.)	≈ 2,540 cm
1 meter (m)	= 100 centimeters	1 foot (ft)	≈ 30,48 cm
1 centimeter (cm)	= 10^{-2} m	1 mile (mi)	≈ 1,609 km
1 milimeter (mm)	= 10^{-3} m	1 mil	≈ 10^{-2} in.
1 micron (μ)	= 10^{-6} m	1 centimeter	≈ 0,3937 in.
1 millimicron (mμ)	= 10^{-9} m	1 meter	≈ 39,37 in.
1 angstrom (A)	= 10^{-10} m	1 kilometer	≈ 0,6214 mile

Area

1 square meter (m^2) = 10,76 ft^2
1 square foot (ft^2) = 929 cm^2

Volume

1 liter (l) = 1.000 cm^3 = 1,057 quart (qt) = 61,02 in^3 = 0,03532ft^3
1 cubic meter (m^3) = 1.000 l = 35,32 ft^3
1 cubic foot (ft^3) = 7,481 U.S. gal = 0,02832 m^3 = 28,32 l.
1 U.S. gallon (gal) = 231 in^3 = 3,785 l; 1 British gallon ≈ 1,201 U.S. gallon = 277,4 in^3

Mass

1 kilogram (kg) = 2,2046 lb_m = 0,06852 slug; 1 lb_m = 453,6 gm = 003108 slug
1 slug = 32,174 lb_m = 14,59 kg

Speed

1 km/hr = 0,2778 m/sec = 0,6214 mi/hr = 0,9113 ft/sec
1 mi/hr = 1,467 ft/sec = 1,609 km/hr = 0,4470 m/sec

Density

1 gm/cm^3 = 10^3 kg/m^3 = 62,43 lb_m/ft^3 = 1,940 $slug/ft^3$
1 lb_m/ft^3 = 0,01602 gm/cm^3; 1 $slug/ft^3$ = 0,5154 gm/cm^3

Force

1 newton (nt) = 10^5 dynes = 0,1020 kg_f = 0,2248 lb_f
1 pound force (lb_f) = 4,448 nt = 0,4536 kg_f = 32,17 poundals
1 kilogram force (kg_f) = 2,205 lb_f = 9,807 nt
1 U.S. short ton = 2.000 lb_f ; 1 long ton = 2.240 lb_f ; 1 metric ton = 2.205 lb_f

Energy

1 joule = 1 nt m = 10^7 ergs = 0,7376 ft lb_f = 0,2389 cal = 9,481 X 10^{-4} Btu
1 ft lb_f = 1,356 joules = 0,3239 cal = 1,285 X 10^{-3} Btu
1 calorie (cal) = 4,186 joules = 3,087 ft lb_f = 3,968 X 10^{-3} Btu
1 Btu = 778 ft lb_f = 1.055 joules = 0,293 watt hr
1 kilowatt hour (kw hr) = 3,60 X 10^6 joules = 860,0 kcal = 3.413 Btu
1 electron volt (ev) = 1,602 X 10^{-19} joule

Power

1 watt = 1 joule/sec = 10^7 ergs/sec = 0,2389 cal/sec
1 horsepower (hp) = 550 ft lb_f/sec = 33.000 ft lb_f/min = 745,7 watts
1 kilowatt (kw) = 1.341 hp = 737,6 ft lb_f/sec = 0,9483 Btu/sec

Pressure

1 nt/m^2 = 10 $dynes/cm^2$ = 9,869 X 10^{-6} atmosphere = 2,089 X 10^{-2} lb_f/ft^2
1 lb_f/in^2 = 6.895 nt/m^2 = 5,171 cm mercury = 27,68 in. water
1 atmosphere (atm) = 1,013 X 10^5 nt/m^2 = 1,013 X 10^6 $dynes/cm^2$ = = 14,70 lb_f/in^2 = 76 cm mercury = 406,8 in. water

Angle

1 radian (rad) = 57,296°; 1° = 0,017453 rad.

Bab VIII

KESAMAAN DAN ANALISA DIMENSI

1. DEFINISI DAN PENGGUNAAN KESAMAAN

Pada umumnya tidak mungkin menentukan semua fakta suatu aliran fluida tertentu dengan teori murni. Karena itu seringkali dibutuhkan penyelidikan-penyelidikan eksperimentil. Jumlah test yang harus dilakukan dapat sangat dikurangi dengan suatu program yang sistematis berdasarkan analisa dimensi dan khususnya berdasarkan hukum-hukum kesamaan, sehingga dapat dilakukan aplikasi hubungan-hubungan tertentu dengan mana data hasil test dapat diaplikasikan ke kasus-kasus yang lain.

Jadi hukum-hukum kesamaan memampukan kita melakukan eksperimen-eksperimen dengan suatu fluida yang praktis seperti air atau udara, dan kemudian mengaplikasikan hasil-hasilnya ke suatu fluida yang kurang praktis digunakan untuk eksperimen, seperti gas, uap, atau minyak. Juga, pada hidrolika maupun aeronotika, hasil-hasil yang berharga dapat diperoleh dengan biaya minimum dengan melakukan test-test terhadap model-model berskala kecil dari peralatan-peralatan skala penuh. Hukum-hukum kesamaan memungkinkan penentuan performen/unjuk-kerja "prototype", dari test-test yang dilakukan terhadap model.

Tidak perlu tersedianya fluida yang sama yang digunakan untuk model dan prototype-nya. Juga model tidak harus lebih kecil dari prototype-nya. Contoh: aliran di dalam karburator dapat dipelajari dengan menggunakan suatu model yang sangat besar. Juga, aliran air dimasukkan/entrance ke runner pompa centrifugal yang kecil dapat diselidiki dengan aliran udara dimasukkan ke suatu model runner yang besar.

Contoh-contoh lain di mana model-model bisa digunakan adalah kapal di towing basins, airplanes di wind tunnels, hydraulics turbines, centrifugal pumps, spillways dari dams, river channels, dan studi fenomena seperti bekerjanya gelombang dan arus di pantai, erosi tanah, dan transport sedimen.

Perlu ditekankan bahwa model tidak perlu mempunyai ukuran yang berbeda dari prototype-nya. Dengan alat yang lama, variabel-variabelnya adalah kecepatan dan sifat-sifat physik fluidanya.

2. PRINSIP-PRINSIP

Bidang mekanika meliputi berbagai macam konsep, di antaranya energi, gaya, densitas dan lain-lainnya. Adalah tidak ada pembatas yang bisa dicanangkan keadaan alami dan jumlah dari konsep itu sendiri. Kemajuan ilmu pengetahuan berarti lahirnya konsep-konsep baru. Di lain pihak setiap dari macam-macam konsep tersebut dapat dinyatakan oleh tiga (3) besaran pokok yang merupakan besaran bebas, yaitu: panjang L, waktu T dan massa M. Adalah menarik bahwa pada kehidupan kita tiga besaran pokok tersebut tidak bisa didefinisikan. Tidak ada sesuatu ujud dalam dunia ini yang lebih jelas buat kita daripada yang dinyatakan dalam/sebagai jauh, dekat, sebelum, sesudah, ringan, berat dan sebagainya. Kita mengetahui naluri ini diajari hal tersebut adalah merupakan kodrat alami atau sunatullah. Jadi suatu konsep umum bisa dinyatakan sebagai fungsi konsep dasar. Suatu besaran adalah sesuatu yang bisa diukur dan dinyatakan dalam suatu jumlah. Dalam suatu besaran mekanika misalnya, a, bisa dinyatakan sebagai fungsi dari panjang L, waktu T dan massa M.

$$(a) = f(L,T,M)$$

$$(a) = L^{\alpha} T^{\beta} M^{\gamma}$$

yang mana besaran (a) menentukan besarnya pangkat.

Sebagai contoh:

Bila (a) adalah kecepatan maka $\alpha = 1$, $\beta = -1$ dan $\gamma = 0$.

Bila (a) adalah gaya maka $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = 1$ dan seterusnya.

Ekspresi L, T dan M dari (a) disebut rumusan dimensi dari (a).

Besaran (a) disebut berdimensi bila α, β dan γ paling tidak satu di antaranya berpangkat tidak sama dengan nol. Bila $(a) = L^{\circ}T^{\circ}M^{\circ} = 1$, maka besaran (a) disebut besaran tak berdimensi. Ada tiga (3) besaran dimensi, yaitu:

1. Besaran geometris, bila $\alpha \neq 0$; $\beta = 0$; $\gamma = 0$.
2. Besaran kinematis, bila $\alpha \neq 0$; $\beta \neq 0$; $\gamma = 0$.
3. Besaran dinamis, bila $\alpha \neq 0$; $\beta \neq 0$; $\gamma \neq 0$.

Tabel pada halaman berikut ini menunjukkan hubungan antara besaran dan pangkat α, β dan γ yang sering dijumpai dalam mekanika fluida.

Besaran	α	β	γ
Panjang	1	0	0
Waktu	0	1	0
Massa	0	0	1
Kecepatan	1	–1	0
Percepatan	1	–2	0
Debit volume	3	–1	0
Gaya	1	–2	1
Tekanan	–1	–2	1
Densitas	–3	0	1
Berat jenis	–2	–2	1
Viskositas	–1	–1	1
Viskositas kinetis	2	–1	0
Energi	2	–2	1
Power	2	–3	1

Dari penyelidikan sifat-sifat struktur yang bergerak atau berada dalam suatu fluida, maka dipergunakanlah suatu model. Hal tersebut untuk memungkinkan para ahli mengetahui sifat-sifat dari data lainnya dan tingkah laku struktur seakurat mungkin. Sebagai contoh modelling misalnya pada struktur pesawat terbang, kapal, ocean struktur dan lain-lain.

3. KESAMAAN GEOMETRIS

Salah satu bentuk yang diinginkan dalam modelling adalah adanya kesamaan geometris. Maksudnya adalah antara model dan prototype mempunyai bentuk yang sama, hanya ukurannya saja yang berbeda. Yang menjadi pertimbangan pokok adalah aliran fluida harus sama secara geometris. Bila skala perbandingan dinyatakan dalam L_r, yaitu merupakan perbandingan linier antara prototype dengan modelnya, maka variasi luas sebagai L_r^2 dan volumenya sebagai L_r^3. Kesamaan geometri secara menyeluruh tidak selalu mudah untuk diperoleh. Contohnya, kekasaran dari permukaan suatu model yang kecil tidak mudah untuk dikurangi secara proporsional, kecuali jika dimungkinkan membuat permukaan model sangat lebih halus daripada prototypenya. Dalam penyelidikan sediment transport, boleh dikata tidak mungkin membuat lebih halus material-material dasar sungai (pantai), kecuali dengan material yang sangat halus. Akan tetapi material yang halus (bubuk halus) tidak bisa menyatakan tingkah laku daripada pasir. Seperti dalam modelling sungai, skala horisontal biasanya terbatas dengan adanya luas lantai yang ada; dengan mempergunakan skala yang sama untuk dimensi vertikal, akan menghasilkan suatu sungai yang sangat dangkal sehingga sifat kapilaritas akan berpengaruh, demikian pula dengan sudut sungai. Untuk hal tersebut di atas, maka dipakailah "Disrorted model", yaitu suatu model yang mempunyai skala horisontal dan skala vertikalnya tidak sama. Misalnya skala horisontalnya L_r, maka skala vertikalnya L_r' dan section area skalanya $L_r . L_r'$.

4. KESAMAAN KINEMATIS

Kesamaan kinematis meliputi kesamaan geometri, dan sebagai tambahan perbandingan kecepatan pada titik-titik dalam aliran adalah sama. Bila subscript p untuk prototype dan m adalah untuk model, maka skala perbandingan kecepatannya:

$$V_r = \frac{V_p}{V_m}$$

Karena waktu T secara dimensional adalah L/V, maka

skala wakt $T_r = \frac{L_r}{V_r}$ dan skala percepatan $a_r = \frac{L_r}{T_r^2} = \frac{V_r^2}{L_r}$

5. KESAMAAN DINAMIS

Bila dua sistem mempunyai kesamaan dinamis, maka gaya yang ada pada dua sistem tersebut harus selalu sama dalam perbandingannya. Gaya-gaya yang mungkin bekerja pada elemen fluida meliputi: gaya gravitasi, gaya bertekanan, gaya viskositas, gaya elastis, gaya surface tension, gaya inertia. Bila jumlah gaya-gaya: F_G, F_P, F_V, F_E, dan F_T tidak sama dengan nol, maka elemen fluida tersebut akan mengalami suatu percepatan sesuai dengan hukum Newton II. Sistem ketidakseimbangan gaya tersebut bisa ditransformasikan menjadi sistem gaya yang seimbang dengan menambahkan gaya inertia, F_I yang sama dan berlawanan dengan resultan gaya-gaya yang bekerja, R.

Jadi $\Sigma F = F_G + F_P + F_V + F_E + F_T = R$, di mana $F_I = -R$

sehingga $F_G + F_P + F_V + F_E + F_T + F_I = 0$

Adapun uraian dari gaya-gaya tersebut adalah:

Gravity : $F_G = m.g = \rho.L^3.g$

Pressure : $F_P = (\Delta p).A = (\Delta p).L^2$

Viskositas : $F_V = \mu \left(\frac{du}{dy}\right).A = \mu \left(\frac{V}{L}\right).L^2 = \mu VL$

Elastisitas : $F_E = E_v.A = E_v.L^2$

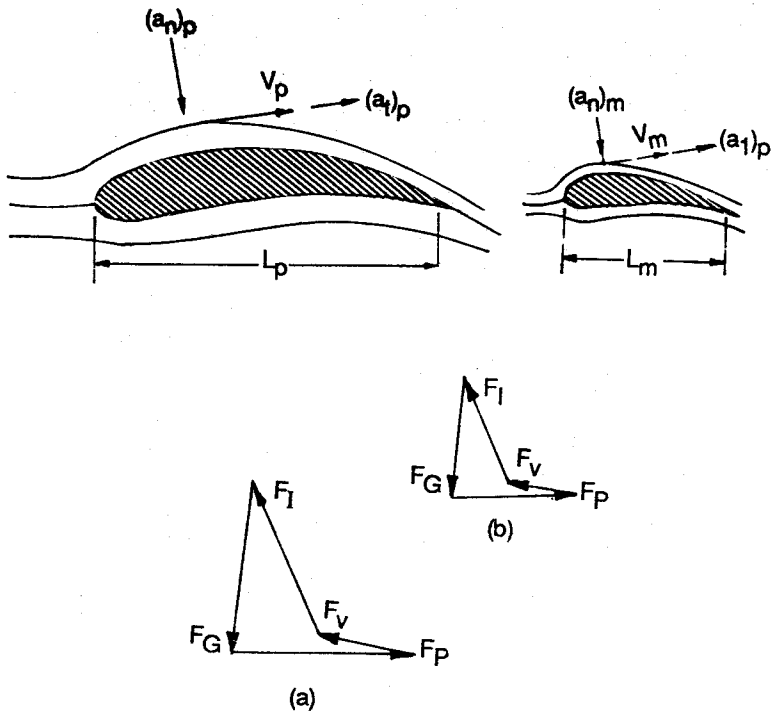
Surface tension $F_T = \sigma L$

Inertia $F_I = m.a$

$= \rho.L^3.\frac{L}{T^2} = \rho.L^4.T^{-2}$

$= \rho.V^2.L^2$

Perhatikan Gambar 8.1, di mana 2 sistem aliran mempunyai kesamaan geometris. Anggap juga bahwa keduanya mempunyai kesamaan kinematis, dan gaya-gaya yang bekerja adalah: F_G, F_P, F_V, F_I.



Gambar 8.1. (a) Prototype, (b) Model. Lr = Lp/Lm; Vr = Vp/Vm

Maka kesamaan dinamisnya akan diperoleh jika:

$$\frac{F_{Gp}}{F_{Gm}} = \frac{F_{Pp}}{F_{Pm}} = \frac{F_{vp}}{F_{vm}} = \frac{F_{Ip}}{F_{Im}}$$

di mana:

p = prototype
m = model

Persamaan tersebut di atas dapat dinyatakan dalam bentuk lain:

$$\left[\frac{F_I}{F_P}\right]_p = \left[\frac{F_I}{F_P}\right]_m, \quad \left[\frac{F_I}{F_G}\right]_p = \left[\frac{F_I}{F_G}\right]_m, \quad \left[\frac{F_I}{F_V}\right]_p = \left[\frac{F_I}{F_V}\right]_m$$

Tiap besaran tersebut di atas tidak berdimensi. Dengan adanya 4 persamaan, maka ada 3 ekspresi independen yang bisa dinyatakan. Bila ada 3 gaya maka ada 2 ekspresi. Kegunaan perbandingan-perbandingan tak berdimensi tersebut dapat dilihat pada bahasan berikut.

ANGKA REYNOLD

Dalam suatu aliran fluida melalui tabung terisi penuh ($T > {}^1/_2 d$) maka gravitasi tidak berpengaruh pada aliran dan pula gaya kapiler tidak begitu penting. Sehingga gaya-gaya yang penting adalah gaya inertia dan gaya gesek akibat adanya viscositas. Sama pula pada pesawat terbang yang berjalan pada kecepatan di mana kompresibilitas udara tipis, dan demikian pula pada kapal selam yang mengarungi di dalam lautan dalam, sehingga tidak menghasilkan ombak di permukaan laut, maka gaya-gaya yang bekerja adalah gaya inertia dan gaya gesek. Bila kita perhatikan maka perbandingan gaya inertia dan

gaya viscositas disebut angka Reynold (sebagai penghormatan pada Osborne Reynold, yang menyampaikan publikasinya pada tahun 1882).

$$N_R = \frac{F_I}{F_V} = \frac{L^2.V^2.\rho}{L.V.\mu} = \frac{L.V.\rho}{\mu} = L.V.\upsilon^{-1}$$

di mana:

$$\frac{\mu}{\rho} = \upsilon$$

N_R atau R_e = besaran tak berdimensi.

Dalam hal ini besaran panjang sangat berpengaruh pada bentuk aliran. Misalnya untuk suatu pipa yang alirannya penuh maka L diambil diameternya D atau radiusnya R. Pada pemakaian umum biasanya dipakai D. Bila dua sistem, misalnya prototype dan modelnya, agar mempunyai kesamaan dinamis, yang dalam hal ini kita perhatikan gaya inertia F_I dan gaya viscositas F_V maka angka Reynold N_R (R_e) juga harus sama.

Contoh: Bila $R_e(N_R)$ model dan prototypenya sama, maka dapatkan ekspresi dari V_r, T_r, dan a_r.

$$N_R = \frac{L_m.V_m}{\upsilon_m} = \frac{L_p.V_p}{\upsilon_p}$$

$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \frac{L_m.\upsilon_p}{\upsilon_m.L_p} = \frac{\upsilon_r}{L_r} = \left(\frac{\upsilon}{L}\right)_r$$

$$T_r = \frac{T_p}{T_m} = \frac{L_p.V_m}{V_p.L_m} = L_r.\frac{1}{V_r} = L_r.\frac{L_r}{\upsilon_r} = \left[\frac{L^2}{\upsilon}\right]_r$$

$$a_r = \frac{V_r}{T_r} = \left[\frac{v}{L}\right]_r \cdot \left[\frac{v}{L^2}\right]_r = \left[\frac{v^2}{L^3}\right]_r$$

ANGKA FROUDE

Bila memperhatikan gaya inertia dan gravitasi saja, maka perbandingannya merupakan suatu faktor yang disebut sebagai angka Froude.

$$\frac{F_I}{F_G} = \frac{\rho \cdot V^2 \cdot L^2}{\rho \cdot L^3 \cdot g} = \frac{V^2}{g.L}$$

dalam pemakaian kita lebih sering memakai perbandingan ini dalam square rootnya.

$$N_F \text{ atau } F_r = \frac{V}{\sqrt{g.L}}$$

Suatu sistem yang melibatkan gaya gravitasi dan gaya inertia misalnya gelombang air laut yang diakibatkan oleh kapal, aliran air dalam open channel, gaya-gaya arus pada pier jembatan, aliran lewat spillway, aliran lewat orifice. Dari perbandingan dua koefisien: N_R dan N_F, terlihat bahwa dua hal tersebut di atas sukar tercapai dalam fluida dengan viskositas yang sama. Hal ini karena kecepatan pada N_R berbanding lurus dengan L, sedangkan pada N_F (Fr) kecepatan berbanding terbalik dengan $\sqrt{L}$. Bila gaya gesek dan gravitasi ada dalam sistem, maka perlu ditentukan faktor mana yang lebih penting dan didahulukan. Dari rumus di atas diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \sqrt{\frac{L_r}{1}}, \quad \text{untuk } N_F \text{ sama.}$$

Jadi $T_r = \frac{T_p}{T_m} = \sqrt{\frac{L_r}{1}}$, untuk N_F sama, di mana $a_r = \frac{V_r}{T_r} = 1$

Karena kecepatan bervariasi dengan $\sqrt{L_r}$ dan luas penampang dengan L_r^2, maka:

$$Q_r = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L_r^{5/2}}{1} \quad \text{untuk } F_r \text{ atau } N_F \text{ sama.}$$

Seperti disebutkan sebelumnya bahwa untuk sungai, dan lain-lain, skala vertikalnya haruslah lebih besar, dalam hal ini kecepatannya bervariasi dengan $\sqrt{L_r'}$, maka:

$$Q_r = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L_r \cdot L_r'^{3/2}}{1}$$

ANGKA MACH

Bila kompresibility adalah sesuatu yang penting, maka perlu untuk mempertimbangkan perbandingan kecepatan fluida (atau kecepatan benda yang bergerak lewat fluida) dengan kecepatan gelombang suara. Perbandingan ini disebut sebagai angka Mach (ilmuwan Austria):

$$N_M = \frac{V}{C}$$

di mana:

C = kecepatan suara pada medium.
V = kecepatan benda yang bergerak pada medium yang sama.

Bila nilai N_M kurang dari 1, maka aliran disebut sebagai subsonic, $N_M = 1$ disebut aliran sonic dan bila $N_M > 1$ disebut supersonic dan untuk $N_M >> 1$ disebut hipersonic.

ANGKA WEBER

Pada kasus tertentu dari suatu aliran, tegangan permukaan merupakan hal yang penting. Akan tetapi biasanya nilai ini diabaikan. Perbandingan gaya inertia dengan tegangan permukaan dalam bentuk akar disebut sebagai angka Weber.

$$N_W = \sqrt{\rho V^2 L^2/\sigma L} = \frac{V}{\sqrt{\sigma/\rho L}}$$

Contoh pemakaiannya adalah pada leading edge dari lapisan cairan yang tipis yang mengalir sepanjang suatu permukaan.

ANGKA EULER

Suatu besaran tak berdimensi yang merupakan perbandingan gaya inertia dengan gaya tekan, disebut angka Euler.

$$N_E = \frac{V}{\sqrt{2(\Delta p/\rho)}} = \frac{V}{\sqrt{2g(\Delta p/\gamma)}}$$

Bila hanya tekanan dan inertia yang berpengaruh pada aliran maka angka Euler untuk segala bentuk pembatas akan tetap konstan. Namun bila parameter lain, seperti viscositas, gravitasi dan lain-lain menyebabkan bentuk aliran berubah, maka N_E pun akan berubah.

Contoh:

Suatu "benda tenggelam" bergerak secara horisontal dalam cairan minyak ($\gamma = 52$ lb/ft^3), $\mu = 0.0006$ lb.s/ft^2 dengan kecepatan

45 ft/sec. Untuk mempelajari karakteristik gerakan ini, suatu model yang dibesarkan dicoba dalam air dengan suhu 60°F. Angka perbandingan model, λ, adalah 8:1. Tentukan kecepatan dari model yang ditarik di air sehingga kesamaan dinamis dapat dicapai. Bila drag force dari model 0.8 lb, berapakah untuk prototypenya? Karena benda tenggelam maka tidak terjadi gelombang. Kriteria Reynold harus dipenuhi.

Jawab:

$$\left[\frac{D.V}{\upsilon}\right]_p = \left[\frac{D.V}{\upsilon}\right]_m \quad \text{di mana} \quad \frac{D_m}{D_p} = \frac{8}{1} \Rightarrow D_m = 8\,D_p$$

$\upsilon_m = 1{,}22 \times 10^{-5}$ lb.s/ft^2 (lihat acuan).

$$\upsilon_p = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}0006}{52/32{,}2} = 0{,}000322 \text{ lb.s/ft}^2.$$

$$\frac{D_p.(45)}{0{,}000322} = \frac{8\,D_p.V_m}{1{,}22 \times 10^{-5}} \Rightarrow V_m = 0{,}213 \text{ fps}$$

$F \alpha [\rho . V^2 . L^2]$, inertia force.

$$\frac{F_p}{F_m} = \frac{\rho_p.V_p^2.L_p^2}{\rho_m.V_m^2.L_m^2} = \frac{(52/32{,}2)45^2 \,.\, 1^2}{(1{,}94)(0{,}213)^2.8^2} = 580$$

Jadi $F_p = 580\,(0{,}8) = 465$ lb.

6. SKALA PERBANDINGAN

Angka-angka Reynold, Froude, Mach adalah parameter-parameter yang tidak mempunyai dimensi yang lazim muncul dalam permasalahan fluid mechanic. Pada pembicaraan sebelumnya, scale ratio untuk kecepatan, waktu, percepatan pada angka Reynold, Froude dan Mach telah dibicarakan. Scale ratio untuk besaran lain bisa dikembangkan, seperti terlihat pada Tabel 8.1. Dengan informasi ini memungkinkan kita untuk menghitung scale ratio besaran lain dengan cepat bila diberikan angka (koefisien) tak berdimensi yang nilainya sama pada model dan prototypenya. Untuk jelasnya coba perhatikan Tabel 8.1 pada halaman berikut:

Karakteristik	Dimensi	Reynolds	Froude	Mach
Impulse and momentum	MLT^{-1}	$(L^2\mu)_r$	$(L^{7/2}\rho g^{1/2})_r$	$(L^3\rho^{1/2}E_v{}^{1/2})_r$
Energy and work	ML^2T^{-2}	$\left(\frac{L\mu^2}{\rho}\right)_r$	$(L^4\rho g)_r$	$(L^3E_v)_r$
Power	ML^2T^{-3}	$\left(\frac{\mu^3}{L\rho^2}\right)_r$	$(L^{7/2}\rho g^{3/2})_r$	$\left(\frac{L^2E_v{}^{3/2}}{\rho^{1/2}}\right)_r$

Tabel 8.1

7. KOMENTAR MODELLING

Dalam menggunakan model adalah penting bahwa kecepatan fluida, sebaiknya tidak begitu rendah sehingga aliran laminer terjadi, bila aliran yang mengalir pada prototypenya turbulen. Juga kondisi dari model harus sedemikian rupa sehingga tegangan permukaan tidak

terjadi, bila hal itu juga tidak terjadi pada prototypenya. Sebagai contoh, kedalaman air yang mengalir pada crest atau slipway sebaiknya tidak terlalu rendah. Perlu pula dimaklumi bahwa dalam kegiatan modelling, sering terjadi scale effect pada saat kita mengembalikan kebesaran semula. Dalam hal pengujian model pompa sentrifugal, kesamaan geometris sangatlah penting. Model harus digerakkan sedemikian rupa sehingga kecepatan keliling dan kecepatan fluida sama antara prototypenya dan model; hanya dengan cara ini kavitasi bisa dideteksi. Kekasaran dari model harus di-scaled down sebagaimana perbandingan linier ukuran lainnya.

Contoh:

Suatu model boat dengan perbandingan 1:50 mempunyai tahanan gelombang sebesar 0,02 N bila kecepatannya 1,0 m/dt. Carilah tahanan ombak dari prototypenya. Berapakah kecepatan dari prototype? Dalam hal ini gaya-gaya gravitasi dan inertia berpengaruh dalam sistem, sehingga angka Froude bisa dipergunakan.

Jawab:

$$(N_F)_m = (N_F)_p$$

Jadi $$\left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_p$$

Karena pengaruh gravitasi pada model dan prototype adalah tidak berubah, maka keduanya saling menghilangkan.

$$\frac{V_p{}^2}{L_p} = \frac{V_m{}^2}{L_m}$$

$$L_r = \frac{L_p}{L_m} = \frac{V_p{}^2}{V_m{}^2} = 50$$

$$F \alpha \rho V^2 L^2$$

Karena $\frac{F_p}{F_m} = \frac{\rho V_p^2 L_p^2}{\rho V_m^2 L_m^2} = L_r^2.L_r = L_r^3$

Jadi $F_p = L_r^3.F_m = (50)^3.0{,}02 = 2.500$ N
$= 11.150$ lb.

$V_p = \sqrt{L_r}\,(V_m)$
$= \sqrt{50}\,(1) = 7{,}1$ m/dt $= 23{,}3$ fps.

$PK_p = \frac{F_p.V_p}{550} = \frac{11.150.\ 23{,}3}{550} = 473.$

8. ANALISA DIMENSI

Problematik fluid mechanic mungkin bisa diselesaikan dengan analisa dimensi suatu teknik matematik dengan mempergunakan analisa dimensi. Dalam analisa dimensi seorang ahli memprediksi/menganalisa parameter fisik dari general understanding fluid fenomena. Parameter tersebut tentunya yang akan mempunyai pengaruh pada aliran, kemudian melakukan grouping parameter-parameter tersebut dalam kombinasi yang tak berdimensi. Dari sini perolehan lebih baik dari fluid fenomena dimungkinkan. Analisa dimensi terutama sangat bermanfaat dalam pekerjaan eksperimentasi, karena dia memberi tuntunan yang sangat berpengaruh dalam fenomena, sehingga arah kerja kita lebih terarah. Besaran fisik dapat dinyatakan dengan tiga besaran pokok yaitu besaran: massa M, panjang L, waktu T.

Sebagai contoh, suatu gaya yang dinyatakan dalam Hukum Newton:

$F = m.a$
$F = M.L/T^2$

Untuk illustrasi lebih lanjut dari permasalahan analisa dimensi perhatikan suatu besaran drag force F_D dari suatu bola.

Besaran-besaran yang berpengaruh pada drag force adalah:

$F_D = f(D, V, \rho, \mu)$

di mana:

D = ukuran atau diameter bola
V = kecepatan bola
ρ = density dari fluida
μ = viscositas fluida.

Yang kita inginkan adalah bagaimana besaran-besaran tersebut berkaitan. Untuk itu kita ekspresikan persamaan sebelumnya menjadi:

$F_D = C.D^a.V^b.\rho^c.\mu^d$

C adalah konstante tanpa dimensi. Dengan mensubstitusikan dimensi-dimensinya, maka

$$\frac{M.L}{T^2} = L^a \left(\frac{L}{T}\right)^b \left(\frac{M}{L^3}\right)^c \left(\frac{M}{LT}\right)^d$$

Agar persamaan tersebut homogen, maka pangkat dari unsur-unsur harus sama.

M = ... $1 = c + d$
L = ... $1 = a + b - 3c - d$
T = ... $-2 = -b - d$

Ingat bahwa kita mempunyai tiga persamaan dengan 4 anu, sehingga kita harus menyatakan 3 anu dengan anu yang keempat.

$a = 2 - d$
$b = 2 - d$
$c = 1 - d$

Jadi $F_D = C.D^{2-d} V^{2-d} \rho^{1-d} \mu^d$

sehingga kalau dibuat regrouping :

$$F_D = C(\rho)\,(D^2V^2)\left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)^{-d}$$

Ingat bahwa: $\frac{VD\rho}{\mu}$ adalah merupakan N_R. Jadi persamaan:

$$F_D = f'(N_R)\,\rho.\,D^2.\,V^2$$

$$F_D/\rho D^2V^2 = f'(N_R)$$

Dari sini dapat disimpulkan bahwa drag force besarnya sama dengan suatu koefisien kali $\rho.D^2.V^2$. Sedang koefisien itu sendiri tergantung dari angka Reynold. Pendekatan analisa dimensi di atas disebut metode Rayleigh. Cara lain untuk menyelesaikan masalah tersebut di atas adalah dengan Buckhingham teorema. Bila dalam suatu besaran ada lima variabel yang berperan, maka n = 5; sedang m adalah besaran dasar. Jadi n – m = 2, yaitu 2 group tanpa dimensi: N_R dan $F_D/\rho D^2V^2$, yang disebut Buckingham: besaran-besaran π.

Jadi $f'(F_D, D, V, \rho, \mu) = 0$
di mana n = 5, m = 3 dan n – m = 2;
maka $\phi\,(\pi_1, \pi_2) = 0$

Dalam hal ini misalnya dipilih ρ, D, dan V sebagai variabel-variabel dasarnya, maka:

$$\pi_1 = \rho^{a_1}.D^{b_1}.V^{c_1}.\mu^{d_1}$$

$$\pi_2 = \rho^{a_2}.D^{b_2}.V^{c_2}.\mu^{d_2}$$

Karena π adalah besaran tak berdimensi, maka dia dapat diganti dengan $M^{\circ}L^{\circ}T^{\circ}$.

$$M^{\circ}L^{\circ}T^{\circ} = \left(\frac{M}{L^3}\right)^{a_1} L^{b_1} \left(\frac{L}{T}\right)^{c_1} \left(\frac{M}{LT}\right)^{d_1}$$

Untuk:

M = ... $0 = a_1 + d_1$
L = ... $0 = -3a_1 + b_1 + c_1 - d_1$
T = ... $0 = -c_1 - d_1$

Jadi $a_1 = -d_1$, $b_1 = -d_1$ dan $c_1 = -d_1$

$$\text{Jadi } \pi_1 = \rho^{-d_1}.D^{-d_1}.V^{-d_1}.\mu^{-d_1} = \left(\frac{\mu}{\rho.D.V}\right)^{d_1} = \left(\frac{\rho.D.V}{\mu}\right)^{-d_1},$$

atau $\pi_1 = N_R$

Dengan cara yang sama dapat diperoleh:

$$\pi_2 = \frac{F_D}{\rho\, D^2V^2}$$

Sehingga persamaan $\phi\,(\pi_1, \pi_2) = 0$ dapat dinyatakan:

$\pi_1 = \phi'\,(\pi_2)$ dan $\pi_2 = \phi''(\pi_1)$

$\frac{F_D}{\rho\, D^2V^2} = \phi''(N_R)$ sehingga didapat $F_D = \phi''(N_R)\ \rho\, D^2V^2$

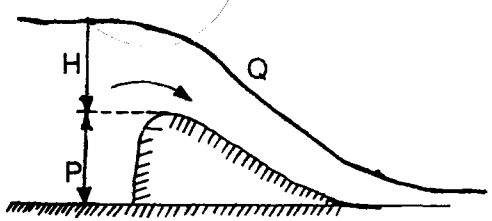
Perlu dicatat di sini bahwa analisa dimensi tidaklah memberikan penyelesaian yang menyeluruh, dia hanya memberikan sebagian penyelesaian saja. Keberhasilan analisa dimensi tergantung seluruhnya pada kemampuan masing-masing dalam memilih parameter-parameter yang dapat dipergunakan. Bila kita melupakan variabel *penting*,

ini akan menghasilkan hasil yang tidak lengkap dan akan membawa hasil yang keliru. Sebagai misal, dalam fluida yang kompresibel pada kecepatan yang tinggi, pengaruh kompresibel sangat besar, sehingga modulus volume E_υ haruslah diperhatikan sebagai sifat fisik yang pokok. Bila E_υ kita masukkan dalam analisa dimensi di atas, untuk drag force, maka dapat disimpulkan bahwa: besaran gaya tersebut merupakan fungsi dari angka Reynold dan angka Mach. Jadi untuk berhasilnya suatu analisa dimensi, kita harus mengenal baik fenomena fluida.

Contoh:

Turunkan ekspresi untuk intensitas flow rate q lewat spill-way. (q = Q/satuan panjang).
Dalam hal ini kedalamannya cukup sehingga tegangan permukaannya tidak diperhitungkan. Pengaruh gravitasi lebih besar dari pengaruh viscositas, sehingga pengaruh viscositasnya bisa diabaikan. Jadi yang mempengaruhi q adalah head H, percepatan gravitasi g, tinggi spill-way P.

$$q = f(H, g, P)$$
atau $f'(q, H, g, P) = 0$



Dalam kasus ini; n = 4, m = 2, n–m = 2, maka
$\phi(\pi_1, \pi_2) = 0$, di mana:

$$\pi_1 = q^{a_1} H^{b_1} g^{c_1} \text{ dan } \pi_2 = q^{a_2} H^{b_2} g^{c_2}$$

$$\pi_1 = L^{\circ}T^{\circ} = \left(\frac{L^3}{TL}\right)^{a_1} L^{b_1} \left(\frac{L}{T^2}\right)^{c_1}$$

$$L = 0 = 2a_1 + b_1 + c_1$$
$$T = 0 = -a_1 - 2c_1$$
Jadi : $c_1 = -\frac{1}{2} a_1$ dan $b_1 = -\frac{3}{2} a_1$

$$\pi_1 = q^{a_1} . H^{-\frac{3}{2} a_1} . g^{-\frac{1}{2} a_1} = \frac{q^{a_1}}{g^{\frac{1}{2}} . H^{\frac{3}{2}}}$$

$$\pi_2 = L^{\circ}T^{\circ} = \left(\frac{L^3}{TL}\right)^{a_2} L^{b_2} L^{c_2}$$

$$L: \quad 0 = 2a_2 + b_2 + c_2$$
$$T: \quad 0 = -a_2$$
Jadi : $a_2 = 0$ dan $c_2 = -b_2$

$$\pi_2 = q^0 . H^{b_2} . P^{-b_2} = \left(\frac{H}{P}\right)^{b_2}$$

$\phi(\pi_1, \pi_2) = 0$ ..... $\pi_1 = \phi'(\pi_2)$ dan $\pi_2 = \phi''(\pi_1)$

$$\frac{q}{\sqrt{g} . H^{3/2}} = \phi'\left(\frac{H}{P}\right) \text{ sehingga didapat } q = \phi'\left(\frac{H}{P}\right) \sqrt{g}\, H^{3/2}$$

Dengan hasil analisa dimensi tersebut di atas, kita dapat menyimpulkan bahwa flow rate/panjang, q, besarnya berbanding lurus dengan

$\sqrt{g}$ dan $H^{3/2}$. Juga flow dipengaruhi oleh H/P. Selain itu bila viscositas dimasukkan dalam perhitungan maka akan terbentuk group tak berdimensi yang lain dan dipengaruhi oleh angka Reynold. Bila tegangan permukaan dimasukkan maka terbentuk group yang tak berdimensi yang lain dan dipengaruhi oleh angka Weber.

Prosedur dalam analisa dimensi:

1. Terdapat tiga besaran pokok, yaitu: M (F), L dan T yang lebih lanjut disebut sebagai m.
2. Terdapat n besaran yang ada.
3. Hubungannya: $Q_o = F(Q_1, Q_2, \ldots\ldots, Q_{n-1})$

$$= K.\ Q_1^{y_1}.\ Q_2^{y_2}.\ \ldots\ldots\ Q_{n-1}^{y_{n-1}}$$

di mana:
K = suatu konstanta.
$y_1, y_2, \ldots\ldots, y_{n-1}$ adalah integer exponen.

4. Persamaan di atas mempunyai syarat bahwa dimensinya harus sama.

Contoh:

Perhatikan suatu gaya jatuh bebas di dekat permukaan bumi. Bila x, W, g, t, menunjukkan lintasan, berat, gravitasi, waktu. Carilah hubungan antara x dengan W, g, t.

Jawab:

$Q = x \quad m = 3$ maka:

$Q = W \quad n = 4 \quad x = F(W,g,t) = K\, W^{y_1}\, g^{y_2}\, t^{y_3}$

$Q = g$

$Q = t$

$$F^0\, L^1\, T^0 = F^{y_1}\, L^{y_2}\, T^{-2y_2 + y_3}$$

$F : 0 = y_1$
$L : 1 = y_2$
$T : 0 = -2y_2 + y_3 \quad$ jadi: $y_3 = 2y_2 = 2$

Jadi: $x = K\, W^0\, g^1\, t^2 = K\, g^1\, t^2$

Kita tahu bahwa: $x = {}^1/_2\, g\, t^2$ sehingga didapat $K = {}^1/_2$.

Contoh:

Dalam problem drag force, pada benda yang bergerak dalam fluida, maka $F\Delta$ dipengaruhi oleh ρ, μ, L dan V. Carilah hubungan antara $F\Delta$ dengan variabel yang mempengaruhinya.

Jawab:

$m = 3, n = 5, Q_o = F, Q_1 = \rho, Q_2 = \mu, Q_3 = L, Q_4 = V$

$F\Delta = F(\rho, \mu, L, V)$

$$= K\, (\rho)^{y_1}\, (\mu)^{y_2}\, (L)^{y_3}\, (V)^{y_4}$$

$$F^1\, L^0\, T^0 = (F\, L^{-4}\, T^2)^{y_1}\, (F\, L^{-2}\, T)^{y_2}\, (L)^{y_3}\, (L T^{-1})^{y_4}$$

$$F^1\, L^0\, T^0 = F^{y_1+y_2}\, L^{-4y_1-2y_2+y_3+y_4}\, T^{2y_1+y_2-y_4}$$

$F : 1 = y_1 + y_2$
$L : 0 = -4y_1 - 2y_2 + y_3 + y_4$
$T : 0 = 2y_1 + y_2 - y_4$
$y_1 = 1 - y_2$
$y_3 = 2 - y_2$

Jadi : $F\Delta = K\, \rho^{1-y_2}\, \mu^{y_2}\, L^{2-y_2}\, V^{2-y_2}$

$$= (2K) \left(\frac{\rho VL}{\mu}\right)^{-y_2} \left(\frac{\rho V^2}{2}\right) L^2$$

di mana:

$\frac{\rho VL}{\mu}$ = Re (angka Reynold)

$\frac{\rho}{2}V^2$ = dinamic pressure, q

L^2 = S, surface area

Jadi $F = 2K/(Re)^{y_2} .q.S$

Untuk laminer flow: $2K = 1.328$ dan $y_2 = {}^1/_2$

DAFTAR PUSTAKA

1. A.C. Walshaw: *"Mechanics of Fluids".*
2. W.F. Hughes and J.A. Brighton: *"Fluid Dynamics".*
3. Ranald V. Giles: *"Fluid Mechanics and Hydrolics".*
4. V.L. Streeter and E.B. Wylie: *"Fluid Mechanics".*
5. R.L. Daugberty and J.B. Franzini: *"Fluid Mechanics with Engineering Applications".*
6. A.M. Kuethe and Chuen-Yen Chow: *"Foundations of Aerodynamics: Bases of Aerodynamic Design".*
7. J.N. Newman: *"Marine Hydrodynamics".*
8. S.W. Yuan: *"Foundations of Fluid Mechanics".*
9. Abbott and Doenhoff: *"Theory of Wing Sections".*

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1994 / 1995