

1 Bentuk Akar

Bentuk $\sqrt{c\sqrt{c\sqrt{c\sqrt{\dots}}}} = c$ dengan $c \neq 0$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

Nilai dari $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}}$ adalah

A. 1

C. $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

E. 25

B. $\sqrt{5}$

D. 5

CARA BIASA	FAST METHOD LCC
$\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}} = x$ $\Rightarrow 5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}} = x^2$ $\Rightarrow 5x = x^2$ $\Rightarrow 5x - x^2 = 0$ $\Rightarrow x(5 - x) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ atau } x = 5$ Nilai x yang memenuhi adalah 5	$\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}} = 5$

Bentuk $\sqrt{c \pm \sqrt{c \pm \sqrt{c \pm \sqrt{c \pm \dots}}}}$ dengan $c \neq 0$

Trik menjawab soal dengan bentuk seperti di atas adalah:

Cari dua bilangan berurutan yang jika di kalikan akan menghasilkan nilai c , jika operasi soal adalah “+” maka jawabannya adalah nilai yang besar, dan jika operasi soal adalah “-” maka jawabannya adalah nilai yang kecil.

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Nilai dari $\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}}$ adalah

CARA BIASA	FAST METHOD LCC
$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}} = x$ $12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}} = x^2$ $12 + x = x^2$ $x^2 - x - 12 = 0$ $(x - 4)(x + 3) = 0$ $\rightarrow x = 4 \text{ atau } x = -3$ Nilai yang memenuhi $x = 4$	$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}}$ 3 4 Karena operasi “+” maka jawaban yang memenuhi adalah nilai yang besar yaitu 4. Jadi: $\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}} = 4$

2. Nilai dari $\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}}}$ adalah

CARA BIASA	
$\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}}} = x$ $12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}} = x^2$ $12 - x = x^2$	$x^2 + x - 12 = 0$ $(x + 4)(x - 3) = 0$ $\rightarrow x = -4 \text{ atau } x = 3$ Nilai yang memenuhi $x = 3$

FAST METHOD LCC

A diagram illustrating a nested radical expression. The expression is $\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}}}$. The expression is shown branching into two circles labeled 3 and 4.

Karena operasi “ - ” maka jawaban yang memenuhi adalah nilai yang kecil yaitu 3.

Jadi:

$$\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}}} = 3$$

SOAL – SOAL LATIHAN

1. $\sqrt{56 - \sqrt{56 - \sqrt{56 - \sqrt{56 + \dots}}}} = 2x - 3$, maka nilai $x = \dots$

- A. 2 C. 7 E. 56
B. 5 D. 8

2. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}\dots}} = \dots$ (Sipenmaru '84)

- A. 1 C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ E. 4
B. $\sqrt{2}$ D. 2

3. $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}}}} = \dots$

- A. 3 C. 5 E. 20
B. 4 D. 10

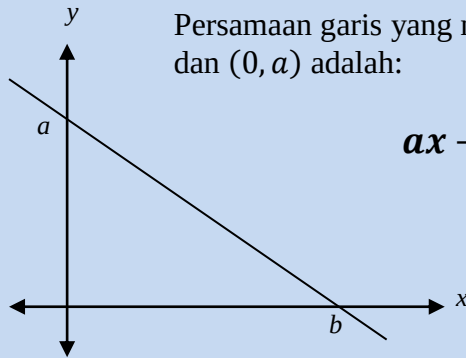
4. Nilai x yang memenuhi $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{\dots}}}} = 7$ adalah

- A. 1 C. 4 E. 10
B. 3 D. 7

5. Nilai x yang memenuhi $\sqrt{2x + \sqrt{2x + \sqrt{2x + \dots}}} = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{\dots}}}}$

- A. 5 C. 15 E. 25
B. 10 D. 20

2 Persamaan Garis



Persamaan garis yang memotong sumbu x di $(b, 0)$ dan $(0, a)$ adalah:

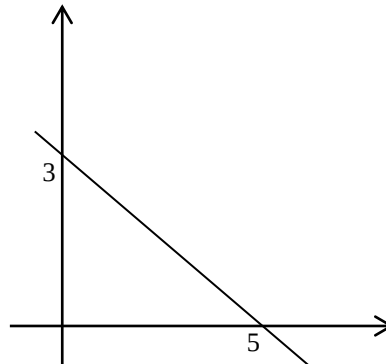
$$ax + by = ab$$

Materi ini penting untuk mempelajari materi Program Linier nanti

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Persamaan garis yang benar untuk gambar berikut ini adalah....

- A. $5x + 3y = 15$
- B. $5x - 3y = 15$
- C. $5x + 3y = 8$
- D. $3x - 5y = 15$
- E. $3x + 5y = 15$



Pembahasan:

CARA BIASA

Garis melalui titik $(5, 0)$ dan $(0, 3)$

Persamaan garisnya adalah:

$$\Rightarrow \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{y-0}{3-0} = \frac{x-5}{0-5} \Leftrightarrow \frac{y}{3} = \frac{x-5}{-5}$$

$$\Rightarrow -5y = 3(x - 5)$$

$$\Rightarrow -5y = 3x - 15$$

$$\Rightarrow -5y - 3x = -15$$

$$\Rightarrow 3x + 5y = 15$$

FAST METHOD LCC

$$ax + by = ab$$

$$3x + 5y = 15$$

Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah:

$$(x_1 - x_2)y = (y_1 - y_2)x + (x_1y_2 - x_2y_1)$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

2. Persamaan garis yang melalui titik $(5, -5)$ dan $(-5, 1)$ adalah ...

A. $3x + 5y - 10 = 0$

C. $5x + 3y - 10 = 0$

E. $5x - 3y - 10 = 0$

B. $3x + 5y + 10 = 0$

D. $5x + 3y + 10 = 0$

CARA BIASA
$\Rightarrow$ Cara biasa: Garis yang melalui titik $(5, -5)$ dan $(-5, 1)$ adalah: $\Rightarrow \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$ $\Rightarrow \frac{y+5}{1+5} = \frac{x-5}{-5-5}$ $\Rightarrow \frac{y+5}{6} = \frac{x-5}{-10}$ $\Rightarrow -10y - 50 = 6x - 30$ $\Rightarrow -10y - 6x - 20 = 0$ $\Rightarrow 3x + 5y + 10 = 0$ Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$(5, -5)$ $(-5, 1)$ $(5 + 5)y = (-5 - 1)x + (5 - 25)$ $10y = -6x - 20$ $6x + 10y + 20 = 0$ $3x + 5y + 10 = 0$

Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan **sejajar** dengan $ax + by + c = 0$ adalah

$$ax + by = ax_1 + by_1$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

3. Persamaan garis yang melalui titik $(4, 3)$ dan sejajar dengan garis $2x + y + 7 = 0$ adalah

A. $2x + 2y - 14 = 0$

D. $y + 2x - 11 = 0$

B. $y - 2x + 2 = 0$

E. $2y - x - 2 = 0$

C. $2y + x - 10 = 0$

CARA BIASA

$$2x + y + 7 = 0 \rightarrow m_1 = -2$$

$\Rightarrow$ Hubungan gradien dua garis yang sejajar adalah

$$m_1 = m_2 \text{ maka } m_2 = -2$$

$\Rightarrow$ Persamaan garis yang melalui $(4, 3)$ dan sejajar $2x + y + 7 = 0$ adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\Rightarrow y - 3 = -2(x - 4)$$

$$\Rightarrow y - 3 = -2x + 8$$

$$\Rightarrow y + 2x - 11 = 0$$

Jawaban : D

FAST METHOD LCC

Persamaan garis yang melalui $(4, 3)$ dan sejajar $2x + y + 7 = 0$ adalah:

$$\Rightarrow 2x + y = 2(4) + 1(3)$$

$$\Rightarrow 2x + y = 11$$

$$\Rightarrow 2x + y - 11 = 0$$

Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) berpotongan **tegak lurus** ($\perp$) dengan garis $ax + by + c = 0$ adalah $bx - ay = bx_1 - ay_1$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

4. Salah satu titik sudut persegi adalah $(-4, 5)$. Jika salah satu diagonalnya terletak pada garis $4x - y + 8 = 0$, maka persamaan garis diagonal yang lain adalah
- A. $x - 4y - 21 = 0$ C. $x + 4y + 6 = 0$ E. $x - 4y + 21 = 0$
 B. $x + 4y - 16 = 0$ D. $x + 4y - 6 = 0$

SPMB 2003

CARA BIASA

Diagonal dua buah persegi selalu berpotongan tegak lurus, maka persamaan garis diagonal yang lain adalah persamaan yang memotong $\perp$ garis $4x - y + 8 = 0$ dan melalui titik $(-4, 5)$.

$$4x - y + 8 = 0 \rightarrow m_1 = 4 \text{ maka } m_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y - 5 = -\frac{1}{4}(x + 4)$$

$$\Rightarrow 4y - 20 = -x - 4$$

$$\Rightarrow x + 4y - 16 = 0$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

$$bx - ay = bx_1 - ay_1$$

$$\Rightarrow -x - 4y = -(-4) - 4(5)$$

$$\Rightarrow -x - 4y = -16$$

$$\Rightarrow x + 4y - 16 = 0$$

5. Garis yang melalui titik $(2, -3)$ dan tegak lurus garis $x + 2y = 14$ memotong sumbu y di titik

A. $(0, -14)$

C. $(0, -3\frac{1}{2})$

E. $(0, -3\frac{1}{2})$

B. $(0, -7)$

D. $(0, 7)$

UMPTN '00 (Rayon B)

CARA BIASA

$$x + 2y = 14 \rightarrow \text{gradien} = m_1 = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ Hubungan gradien dua garis yang tegak lurus adalah $m_1 \cdot m_2 = -1$ maka $m_2 = 2$

$\Rightarrow$ Persamaan garis yang melalui $(2, -3)$ dan tegak lurus garis $x + 2y = 14$ adalah:

$$\Rightarrow y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y + 3 = 2(x - 2)$$

$$\Rightarrow y + 3 = 2x - 4 \Leftrightarrow y - 2x + 7 = 0$$

Memotong sumbu y jika $x = 0$.

$$\Rightarrow y - 2(0) + 7 = 0 \rightarrow y = -7$$

Jadi, garis memotong sumbu y di titik $(0, -7)$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

Persamaan garis yang melalui titik $(2, -3)$ dan tegak lurus garis $x + 2y = 14$ adalah:

$$2x - y = 2(2) + 3$$

$$\Rightarrow 2x - y = 7$$

Titik potong sumbu y ($x = 0$)

$$\Rightarrow 2(0) - y = 7 \rightarrow y = -7$$

Jadi, garis memotong sumbu y di titik $(0, -7)$

3 Persamaan Kuadrat

1. AKAR-AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Jika akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki selisih n ($x_1 - x_2 = n$) maka berlaku:

$$D = (a \cdot n)^2$$

Dengan $D = b^2 - 4ac$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Salah satu akar persamaan $x^2 + ax - 4 = 0$ adalah 5 lebih besar dari akar yang lain. Nilai a adalah
- A. -1 atau 1 C. -3 atau 3 E. -5 atau 5
B. -2 atau 2 D. 4 atau 4

UMPTN '97 (Rayon B)

CARA BIASA	FAST METHOD LCC
$x^2 + ax - 4 = 0$ memiliki akar $x_1 = x_2 + 5$ Maka $x_1 \cdot x_2 = -4$ $\Rightarrow (x_2 + 5)x_2 = -4$ $\Rightarrow x_2^2 + 5x_2 + 4 = 0$ $\Rightarrow (x_2 + 4)(x_2 + 1) = 0$ maka $x_2 = -4$ atau $x_2 = -1$ $x_1 + x_2 = -a$ Untuk $x_2 = -4 \rightarrow x_1 = 1$ maka $a = 3$ Untuk $x_2 = -1 \rightarrow x_1 = 4$ maka $a = -3$ Jawaban : C	$x_1 = x_2 + 5 \Rightarrow x_1 - x_2 = 5$ $D = (a \cdot n)^2$ $\Rightarrow a^2 - 4(1)(-4) = (1.5)^2$ $\Rightarrow a^2 + 16 = 25$ $\Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$

2. Jika selisih akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - nx + 24 = 0$ sama dengan 5, maka jumlah akar-akar persamaan adalah ...
- A. 11 atau -11 D. 8 atau -8 E. 6 atau -6
B. 9 atau -9 E. 7 atau -7

UMPTN '94

CARA BIASA	FAST METHOD LCC
$x^2 - nx + 24 = 0$ memiliki akar x_1 dan x_2 , dan $x_1 - x_2 = 5$, maka $x_1 = x_2 + 5$ $\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 24$ $(x_2 + 5)x_2 = 24$ $x_2^2 + 5x_2 - 24 = 0$ $(x_2 + 8)(x_2 - 3) = 0$ $x_2 = -8$ atau $x_2 = 3$ $\Rightarrow$ Untuk $x_2 = -8 \leftrightarrow x_1 = -8 + 5 = -3$ Maka $x_1 + x_2 = -3 + (-8) = -11$ $\Rightarrow$ Untuk $x_2 = 3 \leftrightarrow x_1 = 3 + 5 = 8$ Maka $x_1 + x_2 = 8 + 3 = 11$ Jadi, jumlah akar-akarnya adalah 11 atau -11 Jawaban : A	$x_1 + x_2 = n$ $D = (a \cdot n)^2$ $(-n)^2 - 4(1)(24) = (1.5)^2$ $\Rightarrow n^2 - 96 = 25$ $\Rightarrow n^2 = 121$ $\Rightarrow n = \pm 11$ Jawaban : A

Jika aka-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ berlaku $x_1 = nx_2$ maka :

$$n \cdot b^2 = (n + 1)^2 ac$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

3. Jika salah satu akar persamaan kuadrat $x^2 - (k + 1)x + (k + 3) = 0$ adalah dua kali akar lainnya, maka nilai k adalah

A. 5 atau -5

D. 5 atau $-\frac{5}{2}$

E. -5 atau $\frac{5}{2}$

B. 5 atau $\frac{5}{2}$

E. -5 atau $\frac{5}{2}$

UMPTN '01 (Rayon B)

CARA BIASA

$x^2 - (k + 1)x + (k + 3) = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 dengan $x_1 = 2x_2$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow 3x_2 = k + 1$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{k+1}{3}$$

$$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow 2(x_2)^2 = k + 3$$

$$\Rightarrow x_2 = \sqrt{\frac{k+3}{2}}$$

$$\frac{k+1}{3} = \sqrt{\frac{k+3}{2}}$$

$$\left(\frac{k+1}{3}\right)^2 = \frac{k+3}{2}$$

$$\frac{k^2+2k+1}{9} - \frac{k+3}{2} = 0$$

$$\frac{2(k^2+2k+1)-9(k+3)}{18} = 0$$

$$2k^2 - 5k - 25 = 0$$

$$(k - 5)(2k + 5) = 0$$

$$k_1 = 5 \text{ atau } k_2 = -\frac{5}{2}$$

Jawaban : C

FAST METHOD LCC

$$n \cdot b^2 = (n + 1)^2 ac$$

$$2(k + 1)^2 = (2 + 1)^2(1)(k + 3)$$

$$\Rightarrow 2(k^2 + 2k + 1) = 9(k + 3)$$

$$\Rightarrow 2k^2 + 4k + 2 = 9k + 27$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 5k - 25 = 0$$

$$\Rightarrow (k - 5)(2k + 5) = 0$$

$$k_1 = 5 \text{ atau } k_2 = -\frac{5}{2}$$

Jika aka-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ saling berkebalikan ($x_1 = \frac{1}{x_2}$), maka :

$$a = c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

4. Jika persamaan kuadrat $3x^2 - (2 + p)x + (p - 5) = 0$ mempunyai akar kembar yang saling berkebalikan, konstanta p adalah

A. 8

C. 3

D. -2

B. 5

E. 2

SPMB '03

CARA BIASA	FAST METHOD LCC
$3x^2 - (2 + p)x + (p - 5) = 0$ memiliki akar x_1 dan x_2 dengan $x_1 = \frac{1}{x_2}$ $\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $\frac{1}{x_2} \cdot x_2 = \frac{p-5}{3}$ $1 = \frac{p-5}{3}$ $3 = p - 5 \rightarrow p = 8$ Jawaban : A	$a = c \rightarrow 3 = p - 5$ $p = 8$

2. MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT BARU

Jika persamaan kuadrat baru memiliki hubungan dengan akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c$, maka persamaan kuadrat baru dapat kita peroleh dengan cara mensubstitusikan invers akar-akar yang diketahui ke persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c$

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(x_1 - p)$ dan $(x_2 - p)$ adalah:

$$a(x + p)^2 + b(x + p) + c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

4. Akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 + 6x - 3 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(x_1 - 2)$ dan $(x_2 - 2)$ adalah

- A. $x^2 + 6x + 7 = 0$ C. $x^2 + 6x - 7 = 0$ E. $-x^2 + 6x + 7 = 0$
B. $x^2 - 6x + 7 = 0$ D. $x^2 - 6x - 7 = 0$

EBTANAS '97

CARA BIASA	
Jika $x_1 - 2 = p$ dan $x_2 - 2 = q$, maka Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya p dan q adalah: $x^2 - (p + q)x + pq = 0$ $\Rightarrow p + q = (x_1 - 2) + (x_2 - 2)$ $= x_1 + x_2 - 4$ $= -2 - 4$ $= -6$	$\Rightarrow p \cdot q = (x_1 - 2)(x_2 - 2)$ $= x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4$ $= -1 - 2(-2) + 4$ $= 7$ $\therefore x^2 + 6x + 7 = 0$ Jawaban : A

FAST METHOD LCC

$$\begin{aligned}
 3(x+2)^2 + 6(x+2) - 3 &= 0 \\
 \Rightarrow 3(x^2 + 4x + 4) + 6x + 12 - 3 &= 0 \\
 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 + 6x + 12 - 3 &= 0 \\
 \Rightarrow 3x^2 + 18x + 21 &= 0 \\
 \Rightarrow x^2 + 6x + 7 &= 0
 \end{aligned}$$

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $(x_1 + p)$ dan $(x_2 + p)$ adalah:

$$a(x - p)^2 + b(x - p) + c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua lebih besar dari akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah

- A. $3x^2 - 24x + 38 = 0$ C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$ E. $3x^2 - 24x - 24 = 0$
 B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$ D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$

UMPTN '97 (Rayon B)

CARA BIASA

Misal $x_1 + 2 = p$ dan $x_2 + 2 = q$,
 maka Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya p dan q adalah

$$\begin{aligned}
 x^2 - (p+q)x + pq &= 0 \\
 \Rightarrow p+q &= (x_1+2) + (x_2+2) \\
 &= x_1 + x_2 + 4 \\
 &= 4 + 4 = 8 \\
 \Rightarrow p \cdot q &= (x_1+2)(x_2+2) \\
 &= x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4 \\
 &= \frac{2}{3} + 2(4) + 4 \\
 &= \frac{2}{3} + \frac{36}{3} = \frac{38}{3}
 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan kuadratnya adalah

$$x^2 - 8x + \frac{38}{3} = 0 \rightarrow 3x^2 - 24x + 38 = 0$$

Jawaban : A

FAST METHOD LCC

$$\begin{aligned}
 3x^2 - 12x + 2 &= 0 \\
 \Rightarrow 3(x-2)^2 - 12(x-2) + 2 &= 0 \\
 \Rightarrow 3(x^2 - 4x + 4) - 12x + 24 + 2 &= 0 \\
 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 12 - 12x + 24 + 2 &= 0 \\
 \Rightarrow 3x^2 - 24x + 38 &= 0
 \end{aligned}$$

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya (nx_1) dan (nx_2) adalah:

$$a\left(\frac{x}{n}\right)^2 + b\left(\frac{x}{n}\right) + c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

6. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua kali dari akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 8x + 10 = 0$ adalah

A. $x^2 + 16x + 20 = 0$

D. $x^2 + 16x + 80 = 0$

E. $x^2 + 16x + 160 = 0$

B. $x^2 + 16x + 40 = 0$

C. $x^2 + 16x + 120 = 0$

UMPTN '96 (Rayon A)

CARA BIASA

Persamaan $x^2 + 8x + 10 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 , persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2x_1$ dan $2x_2$ adalah:

$$\begin{aligned} x^2 - (2x_1 + 2x_2)x + (2x_1 \cdot 2x_2) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2(x_1 + x_2)x + 4(x_1 \cdot x_2) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2(-8)x + 4(10) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 16x + 40 &= 0 \end{aligned}$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{x}{2}\right) + 10 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{x^2}{4} + 4x + 10 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 16x + 40 &= 0 \end{aligned}$$

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\left(\frac{1}{x_1}\right)$ dan $\left(\frac{1}{x_2}\right)$ adalah:

$$a\left(\frac{1}{x}\right)^2 + b\left(\frac{1}{x}\right) + c \quad \text{Atau} \quad cx^2 + bx + a = 0$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

7. Persamaan kuadrat $3x^2 - ax + b = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 dengan $x_1 \neq 0$ dan $x_2 \neq 0$. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$ adalah

A. $bx^2 - ax + 3 = 0$

C. $bx^2 + ax + 3 = 0$

E. $bx^2 - ax + 3a = 0$

B. $bx^2 - ax - 3 = 0$

D. $bx^2 + ax - 3 = 0$

UMPTN '98 (Rayon C)

CARA BIASA

$3x^2 - ax + b = 0$ memiliki akar x_1 dan x_2 , maka $x_1 + x_2 = \frac{a}{3}$ dan

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{3}$$

Jika $\frac{1}{x_1} = p$ dan $\frac{1}{x_2} = q$ maka:

$$\begin{aligned} \Rightarrow p + q &= \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \\ &= \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{a}{3}}{\frac{b}{3}} = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 x_2} = \frac{1}{\frac{b}{3}} = \frac{3}{b}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya p dan q adalah:

$$x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{a}{b}\right)x + \left(\frac{3}{b}\right) = 0 \Rightarrow bx^2 - ax + 3 = 0$$

Jawaban : A

FAST METHOD LCC

$3x^2 - ax + b = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$ adalah : $bx^2 - ax + 3 = 0$

Jawaban : A

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2 adalah:

$$a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

8. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 4x + 3 = 0$, maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2 adalah

A. $x^2 + 10x + 9 = 0$

C. $x^2 + 4x + 3 = 0$

E. $x^2 - 4x - 9 = 0$

B. $x^2 - 10x + 9 = 0$

D. $x^2 - 4x + 3 = 0$

SPMB '04 (Regional I)

CARA BIASA

Persamaan $x^2 - 4x + 3 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka:

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 4 \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = 3$$

Persamaan kuadrat yang memiliki akar x_1^2 dan x_2^2 adalah:

$$x^2 - (x_1^2 + x_2^2)x + x_1^2 \cdot x_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (4)^2 - 2(3) = 16 - 6 = 10$$

$$\Rightarrow x_1^2 \cdot x_2^2 = (x_1 \cdot x_2)^2 = 3^2 = 9$$

Jadi, persamaan kuadrat yang memiliki akar-akar x_1^2 dan x_2^2 adalah:

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

Persamaan $x^2 - 4x + 3 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka persamaan kuadrat yang memiliki akar x_1^2 dan x_2^2 adalah:

$$a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$$

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$ adalah:

$$ax^2 - bx + c = 0 \quad (\text{Nilai } b \text{ berubah tanda})$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

9. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya berlawanan dengan akar-akar persamaan $5x^2 - 8x + 6 = 0$ adalah

A. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

C. $5x^2 - 6x + 8 = 0$

E. $5x^2 - 8x - 6 = 0$

B. $2x^2 + 3x + 5 = 0$

D. $5x^2 + 8x + 6 = 0$

CARA BIASA

Jika persamaan $5x^2 - 8x + 6 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka persamaan kuadrat baru memiliki akar-akar $-x_1$ dan $-x_2$.

Persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - x_1 + (-x_2)x + (-x_1)(-x_2) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \left(-\frac{b}{a}\right)x + \left(\frac{c}{a}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \left(-\frac{-8}{5}\right)x + \left(\frac{6}{5}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{8}{5}x + \frac{6}{5} = 0 \quad \text{kali 5}$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 8x + 6 = 0$$

Jawaban : C

FAST METHOD LCC

Jika $5x^2 - 8x + 6 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 , maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$ adalah:

$$5x^2 + 8x + 6 = 0$$

(hanya merubah tanda nilai b)

SOAL-SOAL LATIHAN BAB 3

1. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan $2x^2 - x - 5 = 0$, maka persamaan kuadrat dengan akar-akar $x_1 + 1$ dan $x_2 + 1$ adalah
A. $x^2 - 5x + 2 = 0$
B. $2x^2 + 5x + 2 = 0$
C. $2x^2 - 5x + 2 = 0$
D. $2x^2 - 5x - 2 = 0$
E. $2x^2 + 5x - 2 = 0$
2. Persamaan kuadrat $x^2 + (p + 1)x + p = 0$ mempunyai akar-akar yang berselisih 3 jika nilai p bernilai
A. -4 atau -2
B. -2 atau 4
C. -6 atau -1
D. -4 atau 2
E. 1 atau -6
3. α dan β adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 4x + a - 4 = 0$. Jika $\alpha = 3\beta$ maka nilai a yang memenuhi adalah
A. 1
B. 3
C. 4
D. 7
E. 6
4. Jika akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - (2 + 6a)x + 3a = 0$ saling berkebalikan, maka nilai diskriminannya adalah
A. $\frac{1}{3}$
B. 3
C. $2\sqrt{3}$
D. 4
E. 12
5. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - (3 + p)x + 2p = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 4\beta$ maka nilai p sama dengan
A. 2 saja
B. $-4\frac{1}{2}$
C. -2 saja
D. -2 dan $-4\frac{1}{2}$
E. 2 dan $4\frac{1}{2}$
6. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 3x - 50 = 0$, maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 5$ dan $x_2 - 5$ adalah
A. $2x^2 + 15x + 23 = 0$
B. $2x^2 - 15x + 23 = 0$
C. $2x^2 + 15x - 23 = 0$
D. $2x^2 + 23x + 15 = 0$
E. $2x^2 - 23x - 15 = 0$
7. Persamaan kuadrat $x^2 - 2x + 5 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + 3$ dan $x_2 + 3$ adalah
A. $x^2 + 8x + 20 = 0$
B. $x^2 - 8x + 20 = 0$
C. $x^2 - 8x - 20 = 0$
D. $x^2 + 20x + 8 = 0$
E. $x^2 - 20x + 8 = 0$
8. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua lebih besar dari akar-akar persamaan $3x^2 + 2x + 1 = 0$ adalah
A. $3x^2 + 10x + 9 = 0$
B. $3x^2 + 9x + 10 = 0$
C. $3x^2 - 10x + 9 = 0$
D. $3x^2 - 9x + 10 = 0$
E. $3x^2 - 10x - 9 = 0$
9. Persamaan kuadrat $x^2 + 5x - 2 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $3x_1$ dan $3x_2$ adalah
A. $x^2 + 15x + 18 = 0$
B. $x^2 - 15x + 18 = 0$

- C. $x^2 - 15x - 18 = 0$
 D. $x^2 + 15x - 18 = 0$
 E. $x^2 + 18x + 15 = 0$
10. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya setengah kali akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 5x + 3 = 0$ adalah
 A. $4x^2 + 10x + 3 = 0$
 B. $10x^2 + 4x + 3 = 0$
 C. $3x^2 + 4x + 10 = 0$
 D. $10x^2 + 3x + 4 = 0$
 E. $4x^2 + 3x + 10 = 0$
11. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 - 2x - 2 = 0$ mempunyai akar-akar α dan β . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya α^2 dan β^2 adalah
 A. $x^2 + 2x + 1 = 0$
 B. $x^2 - 2x + 1 = 0$
 C. $x^2 + 8x + 4 = 0$
 D. $x^2 - 8x + 4 = 0$
 E. $x^2 + 8x - 4 = 0$
12. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya kebalikan dari akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - 2x + 7 = 0$ adalah
 A. $2x^2 + 3x - 7 = 0$
 B. $7x^2 - 2x + 3 = 0$
 C. $7x^2 + 2x + 3 = 0$
 D. $7x^2 + 3x - 2 = 0$
 E. $7x^2 - 3x + 2 = 0$
13. Persamaan kuadrat $2x^2 - 3x - 4 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $-\frac{1}{x_1}$ dan $-\frac{1}{x_2}$ adalah
 A. $4x^2 + 3x - 4 = 0$
 B. $4x^2 - 3x + 2 = 0$
 C. $4x^2 + 3x + 4 = 0$
 D. $4x^2 - 3x - 2 = 0$
 E. $4x^2 + 3x - 2 = 0$
14. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 - 3x - 3 = 0$ maka persamaan dengan akar-akar $\frac{1}{x_1} + 1$ dan $\frac{1}{x_2} + 1$ dapat difaktorkan menjadi
 A. $(y - 2)(y - 3) = 0$
 B. $(y - 2)(y + 3) = 0$
 C. $(y + 2)(y - 3) = 0$
 D. $(y + 2)(y - 1) = 0$
 E. $(y - 2)(y + 1) = 0$

PEMBAHASAN LATIHAN BAB 3

1. Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan $2x^2 - x - 5 = 0$, maka persamaan kuadrat dengan akar-akar $x_1 + 1$ dan $x_2 + 1$ adalah:

$$2(x - 1)^2 - (x - 1) - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) - x + 1 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 2 = 0$$

Jawaban : D

2. Persamaan kuadrat $x^2 + (p + 1)x + p = 0$ mempunyai akar-akar yang berselisih 3.

$$\text{Maka } x_1 - x_2 = 3$$

$$D = (a \cdot n)^2$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (a \cdot n)^2$$

$$\Rightarrow (p + 1)^2 - 4(1)(p) = (1 \cdot 3)^2$$

$$\Rightarrow p^2 + 2p + 1 - 4p = 9$$

$$\Rightarrow p^2 - 2p - 8 = 9$$

$$\Rightarrow (p - 4)(p + 2) = 0$$

$$p = 4 \text{ atau } p = -2$$

Jawaban : B

3. $x^2 + 4x + a - 4 = 0$ memiliki akar-akar α dan β dengan $\alpha = 3\beta$. Maka :

$$nb^2 = (n + 1)^2 ac$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 4^2 = (3 + 1)^2 (1)(a - 4)$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 16 = 16(a - 4)$$

$$\Rightarrow 3 = a - 4$$

$$\Rightarrow a = 7$$

Jawaban : D

4. $x^2 - (2 + 6a)x + 3a = 0$ memiliki akar x_1 dan x_2 dengan $x_1 = \frac{1}{x_2}$. Maka

$$a = c \rightarrow 1 = 3a \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

Persamaan Kuadratnya:

$$x^2 - \left(2 + 6\left(\frac{1}{3}\right)\right)x + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-4)^2 - 4(1)(1) = 16 - 4 = 12$$

Jawaban : E

5. $x^2 - (3 + p)x + 2p = 0 \rightarrow$ memiliki akar-akar α dan β . Dengan $\alpha = 4\beta$

$$nb^2 = (n + 1)^2 ac$$

$$\Rightarrow 4(3 + p)^2 = (4 + 1)^2 (1)(2p)$$

$$\Rightarrow 4(9 + 6p + p^2) = 50p$$

$$\Rightarrow 4p^2 - 26p + 36 = 0$$

$$\Rightarrow 2p^2 - 13p + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (2p - 9)(p - 2) = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{9}{2} \text{ atau } p = 2$$

Jawaban : E

6. PK $2x^2 + 3x - 50 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $x_1 - 5$ dan $x_2 - 5$:

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 50 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x + 5)^2 + 3(x + 5) - 50 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 10x + 25) + 3x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 20x + 50 + 3x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 23x + 15 = 0$$

Jawaban : D

7. PK $x^2 - 2x + 5 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $x_1 + 3$ dan $x_2 + 3$:

$$\Rightarrow (x - 3)^2 - 2(x - 3) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 - 2x + 6 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 20 = 0$$

Jawaban : B

8. PK $3x^2 + 2x + 1 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2

PK yang akar-akarnya $x_1 + 2$ dan $x_2 + 2$ adalah:

$$\begin{aligned}\Rightarrow 3(x-2)^2 + 2(x-2) + 1 &= 0 \\ \Rightarrow 3(x^2 - 4x + 4) + 2x - 4 + 1 &= 0 \\ \Rightarrow 3x^2 - 10x + 9 &= 0\end{aligned}$$

Jawaban : C

9. PK $x^2 + 5x - 2 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $3x_1$ dan $3x_2$ adalah:

$$\begin{aligned}\Rightarrow \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 5\left(\frac{x}{3}\right) - 2 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{5x}{3} - 2 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 15x - 18 &= 0\end{aligned}$$

Jawaban : D

10. PK $x^2 + 5x + 3 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $\frac{x_1}{2}$ dan $\frac{x_2}{2}$ adalah:

$$\begin{aligned}\Rightarrow (2x)^2 + 5(2x) + 3 &= 0 \\ \Rightarrow 4x^2 + 10x + 3 &= 0\end{aligned}$$

Jawaban : A

11. PK $x^2 - 2x - 2 = 0$ memiliki akar-akar α dan β .

PK yang akar-akarnya α^2 dan β^2 adalah:

$$\begin{aligned}\Rightarrow a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 &= 0 \\ \Rightarrow 1^2x^2 - 22 - 2(1)(-2)x + (-2)^2 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 8x + 4 &= 0\end{aligned}$$

Jawaban : D

12. PK yang akar-akarnya kebalikan dari $3x^2 - 2x + 7 = 0$ adalah:

$$7x^2 - 2x + 3 = 0$$

Jawaban : B

13. PK $2x^2 - 3x - 4 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $-\frac{1}{x_1}$ dan $-\frac{1}{x_2}$

adalah:

(berlawanan dan berkebalikan)

✍ Berlawanan

$$2x^2 + 3x - 4 = 0$$

✍ Berkebalikan

$$-4x^2 + 3x + 2 = 0 \text{ (kali -1)}$$

$$4x^2 - 3x - 2 = 0$$

Jawaban : D

14. $6x^2 - 3x - 3 = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 .

PK yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1} + 1$ dan $\frac{1}{x_2} + 1$

adalah.

✍ PK yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$:

$$-3x^2 - 3x + 6 = 0 \text{ (bagi -3)}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

✍ PK yang akar-akarnya $\frac{1}{x_1} + 1$ dan

$$\frac{1}{x_2} + 1:$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 + (y-1) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 + y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (y-2)(y+1) = 0$$

Jawaban : E

4

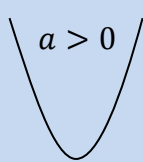
Fungsi Kuadrat

Meprediksi suatu fungsi kuadrat dari gambar

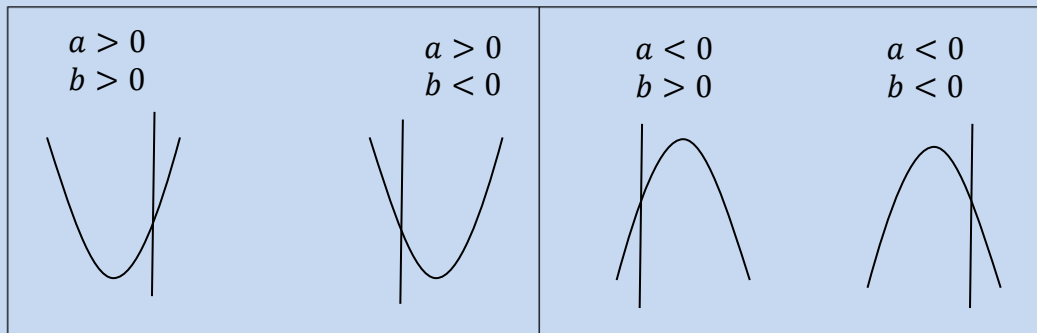
Untuk suatu fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$, maka:

- ☑ Nilai a fungsi kuadrat sebagai penentu apakah kurvanya terbuka ke atas atau terbuka ke bawah.

Jika $a > 0$ (a bernilai positif) maka kurva terbuka ke atas dan jika $a < 0$ (a bernilai negatif) maka kurva terbuka ke bawah

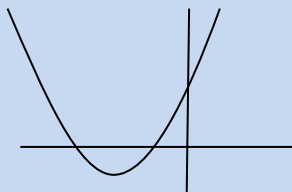


- ☑ Nilai b sebagai penentu apakah kurva “lebih berat” ke kiri atau ke kanan

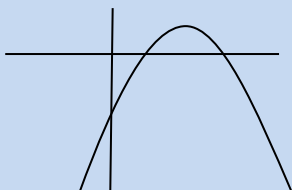


- ☑ Nilai c merupakan titik potong terhadap sumbu y .

Contoh:



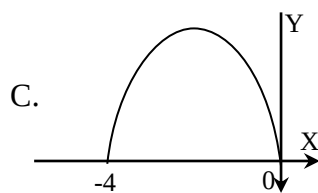
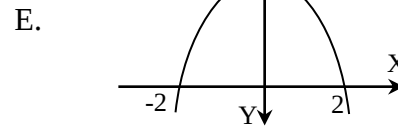
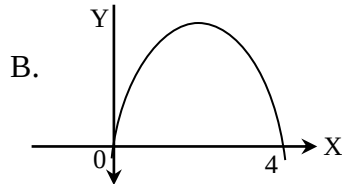
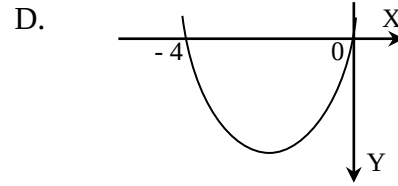
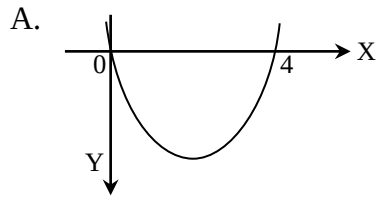
Karena kurva pada gambar memotong sumbu y di y positif, maka $c > 0$



Karena kurva pada gambar memotong sumbu y di y negatif, maka $c < 0$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Grafik fungsi $y = 4x - x^2$ paling tepat digambarkan sebagai



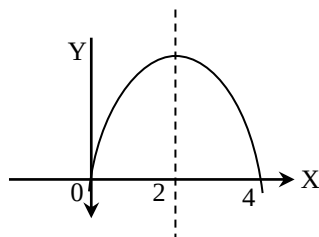
UMPTN '92

CARA BIASA

Grafik fungsi $y = 4x - x^2$

- $a = -1 < 0$ maka kurva terbuka ke bawah
- Sumbu simetri $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$
- Titik potong sumbu X
 $y = 0$
 $\Rightarrow 0 = 4x - x^2$
 $\Rightarrow 0 = x(4 - x)$
 $\Rightarrow x_1 = 0$ dan $x_2 = 4$

Grafiknya adalah seperti pada gambar berikut:



Jawaban : B

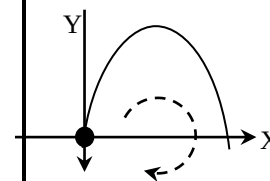
FAST METHOD LCC

Grafik fungsi $y = 4x - x^2$

- ✓ $a < 0$ kurva terbuka ke bawah
Jawaban yang mungkin: B, C dan E
- ✓ $c = 0$ kurva memotong sumbu Y di 0. Jawaban yang mungkin: B dan C.
- ✓ $b > 0$ kurva berat ke kanan.

$\therefore$ Jawaban : B

Tips Menentukan nilai b :



bayangkan kurva berputar (jatuh) sesuai arah beratnya dengan titik potong sumbu Y sebagai sumbu putarnya.

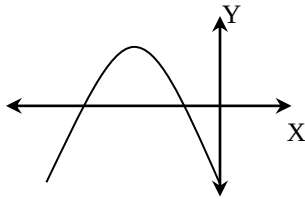
Maka kurva akan berbentuk seperti berikut ini:



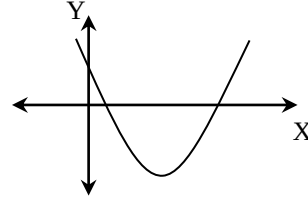
Gambar tersebut menyerupai tanda " $>$ ".
Maka $b > 0$

2. Grafik fungsi $y = ax^2 + bx + c$ dengan $a > 0, b > 0, c > 0$ dan $b^2 - 4ac > 0$ berbentuk

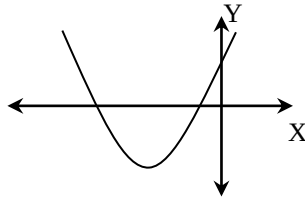
A.



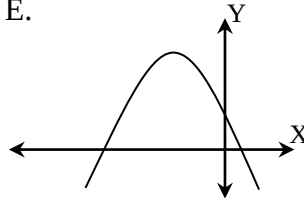
D.



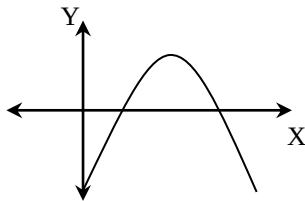
B.



E.



C.



FAST METHOD LCC

Grafik fungsi $y = ax^2 + bx + c$ $a > 0, b > 0, c > 0$ dan $b^2 - 4ac > 0$

✓ $a > 0$ kurva terbuka ke atas

Jawaban yang mungkin: B, dan D

✓ $c > 0$ kurva memotong sumbu Y di Y positif.

Jawaban yang mungkin: B, dan D

✓ $b > 0$ kurva berat ke kiri.

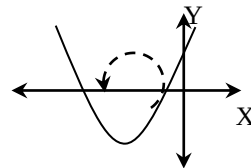
Jawaban yang mungkin: B

✓ $b^2 - 4ac > 0$ kurva memotong sumbu X di dua titik.

∴ Jawaban : B

Tips menentukan nilai b :

Perhatikan kurva pilihan B,



Karena kurva berat ke kiri, maka kurva akan jatuh (berputar) dan akan membentuk :

gambar tersebut menyerupai tanda “ > “, maka $b > 0$

3. Nilai p untuk grafik fungsi $y = -x^2 - px + 1 - p$ i pada gambar di samping adalah

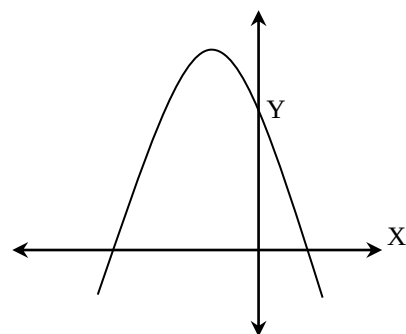
A. $p \neq 0$

B. $p > 0$

C. $0 < p < 1$

D. $0 < p < 2$

E. $1 < p < 2$



SPMB '05 (Regional I)

FAST METHOD LCC

Grafik fungsi $y = -x^2 - px + 1 - p$

Informasi yang dapat kita peroleh dari gambar adalah:

$\Rightarrow b < 0$ maka :

$$-p < 0 \Rightarrow p > 0$$

$\Rightarrow c > 0$ maka :

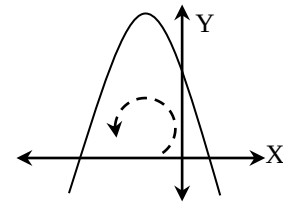
$$1 - p > 0 \Rightarrow p < 1$$

Jadi, irisan dari kedua pertidaksamaan tersebut adalah $0 < p < 1$

$\therefore$ Jawaban : C

Tips menentukan nilai b:

Perhatikan gambar pada soal,



Karena kurva berat ke kiri, maka kurva akan jatuh (berputar) dan akan membentuk :



gambar tersebut menyerupai tanda "<", maka $b < 0$

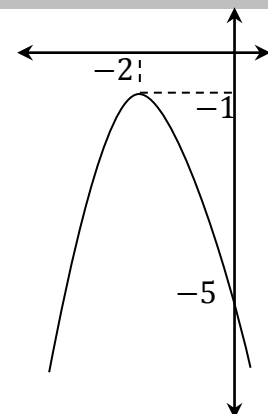
Fungsi kuadrat yang memiliki puncak (p, q) dan memotong sumbu y di titik $(0, c)$ adalah:

$$y = \frac{c - q}{p^2}(x - p)^2 + q$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Jika gambar di samping ini adalah grafik fungsi kuadrat f dengan titik puncak $(-2, -1)$ dan melalui titik $(0, -5)$, maka nilai $f(2)$ adalah

- A. -17 D. -20
B. -18 E. -21
C. -19



SNMPTN '12

CARA BIASA
$\Rightarrow y = a(x - p)^2 + q$ $\Rightarrow y = a(x - (-2))^2 + (-1)$ $\Rightarrow y = a(x + 2)^2 - 1$ $\Rightarrow$ Menentukan nilai a dengan mensubstitusikan titik $(0, -5)$. $\Rightarrow -5 = a(0 + 2)^2 - 1$ $\Rightarrow -5 = 4a - 1$ $\Rightarrow -4 = a$ $\Rightarrow a = -1$ Jadi persamaan kuadratnya adalah $y = f(x) = -1(x + 2)^2 - 1$ $f(2) = -1(2 + 2)^2 - 1$ $f(2) = -16 - 1 = -17$
Jawaban : A

FAST METHOD LCC
titik puncak $(-2, -1)$ dan melalui titik $(0, -5)$ jadi $p = -2, q = -1$ dan $c = -5$ $y = \frac{c-q}{p^2}(x-p)^2 + q$ $\Rightarrow y = \frac{-5+1}{(-2)^2}(x+2)^2 - 1$ $\Rightarrow y = -1(x+2)^2 - 1$ $\Rightarrow f(2) = -1(2+2)^2 - 1 = -17$

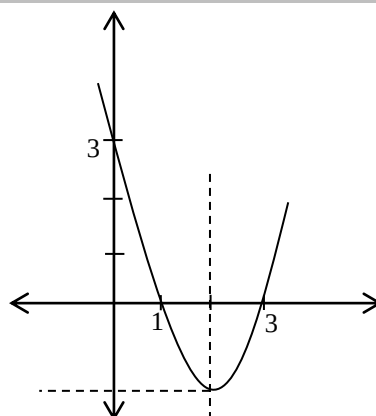
Fungsi kuadrat yang memotong sumbu x di $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ dan memotong sumbu y di titik $(0, c)$ adalah:

$$y = \frac{c}{x_1 x_2} (x - x_1)(x - x_2)$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

2. Grafik di samping adalah grafik dari

- A. $y = x^2 - 3x + 4$
- B. $y = x^2 - 4x + 3$
- C. $y = x^2 + 4x + 3$
- D. $y = 2x^2 - 8x + 3$
- E. $y = x^2 - 3x + 3$



UMPTN '95

CARA BIASA

Kurva melalui titik (1,0), (3,0), dan (0,3)

persamaan kuva tersebut adalah:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Rightarrow y = a(x - 1)(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = a(x^2 - 4x + 3)$$

Substitusikan titik (0,3) untuk menentukan nilai a

$$\Rightarrow 3 = a(0^2 - 4 \cdot 0 + 3)$$

$$\Rightarrow 3a = 3 \rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow y = 1(x^2 - 4x + 3)$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

$$x_1 = 1, x_2 = 3, c = 3$$

$$y = \frac{c}{x_1 x_2} (x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{1 \cdot 3} (x - 1)(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3$$

5

Fungsi Komposisi & Fungsi Invers

Jika $f(x) = ax + b$ maka $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Jika $f(x) = 2x - 4$ maka $f^{-1}(x) = \dots$

A. $2x + 4$

C. $\frac{1}{2}x - 4$

E. $\frac{1}{2}x + 2$

B. $x + 2$

D. $\frac{1}{2}x + 4$

CARA BIASA

$$f(x) = 2x - 4$$

$$\Rightarrow y = 2x - 4$$

$$\Rightarrow 2x = y + 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{y+4}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

Jawaban : D

FAST METHOD LCC

$$f(x) = 2x - 4$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

Jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

2. Jika ditentukan $f(x) = \frac{4x+1}{x-4}$ dengan $x \in R$ dan $x \neq 4$, maka $f^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{x+1}{4x-1}$

C. $\frac{4x-1}{x-1}$

E. $\frac{4x-1}{x-4}$

B. $\frac{x-4}{4x+1}$

D. $\frac{4x+1}{x-4}$

UMPTN '97 (Rayon A)

CARA BIASA

$$f(x) = \frac{4x+1}{x-4} \Rightarrow y = \frac{4x+1}{x-4}$$

$$\Rightarrow y(x-4) = 4x+1 \Rightarrow xy-4y = 4x+1$$

$$\Rightarrow xy-4x = 4y+1 \Rightarrow x(y-4) = 4y+1$$

$$\Rightarrow x = \frac{4y+1}{y-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-4}$$

Jawaban : D

FAST METHOD LCC

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = \frac{4x+1}{x-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{x-4}$$

3. Diketahui $f(x) = \frac{3x+4}{5x-2}, x \neq \frac{2}{5}$. Bila $f^{-1}(x)$ adalah invers dari $f(x)$, maka $f^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{3x+5}{4x-2}, x \neq \frac{1}{2}$

C. $\frac{2x+4}{5x-3}, x \neq \frac{3}{5}$

E. $\frac{5x+3}{2x-4}, x \neq 2$

B. $\frac{3x-4}{5x+2}, x \neq -\frac{2}{5}$

D. $\frac{5x-3}{2x+4}, x \neq -2$

UN IPA 2013

CARA BIASA
$f(x) = \frac{3x+4}{5x-2}$ $\Rightarrow y = \frac{3x+4}{5x-2}$ $\Rightarrow y(5x-2) = 3x+4$ $\Rightarrow 5xy - 2y = 3x+4$ $\Rightarrow 5xy - 3x = 2y+4$ $\Rightarrow x(5y-3) = 2y+4$ $\Rightarrow x = \frac{2y+4}{5y-3}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{5x-3}$
Jawaban : C

FAST METHOD LCC
$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ $f(x) = \frac{3x+4}{5x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{5x-3}$

4. Invers fungsi $f(x) = \frac{x+4}{6x+1}, x \neq -\frac{1}{6}$ adalah

A. $f^{-1}(x) = \frac{4-x}{6x-1}, x \neq \frac{1}{6}$

C. $f^{-1}(x) = \frac{6x-1}{4-x}, x \neq 4$

E. $f^{-1}(x) = \frac{6x-1}{x-4}, x \neq 4$

B. $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{6x-1}, x \neq \frac{1}{6}$

D. $f^{-1}(x) = \frac{6x+4}{x+1}, x \neq -1$

UN IPS 2013

CARA BIASA
$f(x) = \frac{x+4}{6x+1}$ $\Rightarrow y = \frac{x+4}{6x+1}$ $\Rightarrow y(6x+1) = x+4$ $\Rightarrow 6xy + y = x+4$ $\Rightarrow 6xy - x = 4 - y$ $\Rightarrow x(6y-1) = 4 - y$ $\Rightarrow x = \frac{4-y}{6y-1}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4-x}{6x-1}$
Jawaban : A

FAST METHOD LCC
$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ $f(x) = \frac{x+4}{6x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4-x}{6x-1}$

Jika $f(x) = y$ maka $f^{-1}(y) = x$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. Jika $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = 3x + b$ dan $f^{-1}(g(0)) = 1$, maka nilai $g(2)$ adalah

A. 5

C. 8

E. 12

B. 6

D. 11

SBMPTN 2013

CARA BIASA
$g(x) = 3x + b$ $\Rightarrow g(0) = 3(0) + b$ $\Rightarrow g(0) = b$ $f(x) = 5x - 3$ $\Rightarrow y = 5x - 3$ $\Rightarrow x = \frac{y+3}{5}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{5}$ $\Rightarrow f^{-1}(g(0)) = f^{-1}(b)$ $\Rightarrow 1 = \frac{b+3}{5}$ $\Rightarrow b + 3 = 5 \rightarrow b = 2$ $g(x) = 3x + 2$ $\Rightarrow g(2) = 3(2) + 2 = 8$
Jawaban : C

FAST METHOD LCC
$f(x) = y \rightarrow f^{-1}(y) = x$ $g(0) = f(1)$ $\Rightarrow 3(0) + b = 5(1) - 3$ $\Rightarrow b = 2$ $g(x) = 3x + 2$ $\Rightarrow g(2) = 3(2) + 2 = 8$

6. Jika $f(x) = \frac{2x-5}{3x-2}$ maka $f^{-1}(1) = \dots$

A. 11

C. -7

E. 11

B. -3

D. $\frac{2}{3}$

UMPTN 1993 (Rayon B)

CARA BIASA	
$f(x) = \frac{2x-5}{3x-2} \rightarrow y = \frac{2x-5}{3x-2}$ $\Rightarrow y(3x-2) = 2x-5$ $\Rightarrow 3xy-2y = 2x-5$ $\Rightarrow 3xy-2x = 2y-5$ $\Rightarrow x(3y-2) = 2y-5$	$\Rightarrow x = \frac{2y-5}{3y-2}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-5}{3x-2}$ $\Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{2(1)-5}{3(1)-2} = \frac{-3}{1} = -3$
Jawaban : B	

FAST METHOD LCC

$$f(x) = y \rightarrow f^{-1}(y) = x$$

$$f^{-1}(1) = x$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2x-5}{3x-2} \Rightarrow 3x-2 = 2x-5 \Rightarrow x = -3$$

7. Jika $f(x) = 3^{x-1}$ maka $f^{-1}(81) = \dots$

A. 1

C. 3

E. 5

B. 2

D. 4

UMPTN '01

CARA BIASA

$$f(x) = y = 3^{x-1}$$

$$\Rightarrow {}^3\log y = x - 1$$

$$\Rightarrow x = {}^3\log y + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = {}^3\log x + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(81) = {}^3\log 81 + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(81) = 4 + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(81) = 5$$

Jawaban : E

FAST METHOD LCC

$$3^{x-1} = 81$$

$$\Rightarrow 3^{x-1} = 3^4$$

$$\Rightarrow x - 1 = 4 \rightarrow x = 5$$

8. Jika fungsi f dan g adalah $f: x \rightarrow 2x^{\frac{2}{3}}$, $g: x \rightarrow x^{\frac{3}{2}}$ maka $(g \circ f)^{-1}(\sqrt{2}) = \dots$

A. $\frac{1}{2}$

C. 1

E. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

D. 2

UMPTN '92

CARA BIASA

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = \left(2x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = 2\sqrt{2}x$$

$$\Rightarrow y = 2\sqrt{2}x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\sqrt{2}y$$

$$\Rightarrow (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow (g \circ f)^{-1}(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

Jawaban : C

FAST METHOD LCC

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = 2\sqrt{2}x$$

$$2\sqrt{2}x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Jika $f \circ g(x) = h(x)$ maka $f(x) = h(g^{-1}(x))$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

9. Diketahui fungsi $g(x) = x + 1$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$ maka $f(x) = \dots$

A. $x^2 + 3x + 3$

C. $x^2 + x + 1$

E. $x^2 + x - 3$

B. $x^2 + 3x - 3$

D. $x^2 + x - 1$

CARA BIASA

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = f(x + 1)$$

$$\text{Misal } x + 1 = p \rightarrow x = p - 1$$

$$\Rightarrow (p - 1)^2 + 3(p - 1) + 1 = f(p)$$

$$\Rightarrow p^2 - 2p + 1 + 3p - 3 + 1 = f(p)$$

$$\Rightarrow p^2 + p - 1 = f(p)$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + x - 1$$

Jawaban : D

FAST METHOD LCC

$$(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 + 3(x - 1) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + x - 1$$

6 Eksponen dan Logaritma

Jika diketahui $a(p^x)^2 + b(p^x) + c = 0$ maka $x_1 + x_2 = \frac{p \log \frac{c}{a}}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $2 \cdot 9^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} + 18 = 0$, maka $x_1 + x_2 = \dots$

- A. 0
B. 2
C. ${}^3\log 2$
D. $2 - {}^3\log 2$
E. $2 + {}^3\log 2$

UMPTN '00 (Rayon B)

CARA BIASA
$2 \cdot 9^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} + 18 = 0$ $\Rightarrow \frac{2}{9}(9^x)^2 - 5(9^x) + 18 = 0$ misal $9^x = p$ $\Rightarrow \frac{2}{9}p^2 - 5p + 18 = 0 \quad \times 9$ $\Rightarrow p_1 \times p_2 = 9^{x_1} \times 9^{x_2}$ $\Rightarrow \frac{c}{a} = 9^{x_1+x_2}$ $\Rightarrow \frac{18}{\frac{2}{9}} = 9^{x_1+x_2} \Rightarrow 81 = 9^{x_1+x_2}$ $\Rightarrow 9^2 = 9^{x_1+x_2}$ maka $x_1 + x_2 = 2$ Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$2 \cdot 9^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} + 18 = 0$ $\Rightarrow \frac{2}{9}(9^x)^2 - 5(9^x) + 18 = 0$ $\Rightarrow x_1 + x_2 = {}^9\log \frac{18}{\frac{2}{9}} = {}^9\log 81 = 2$

2. Jumlah akar-akar persamaan $5^{x+1} + 5^{1-x} = 11$ adalah

- A. 6
B. 5
C. 0
D. -2
E. -4

UMPTN '98 (Rayon A)

CARA BIASA
$\Rightarrow 5^{x+1} + 5^{x-1} = 11$ $\Rightarrow 5(5^x) + \frac{5}{5^x} = 11$ kalikan dengan 5^x $\Rightarrow 5(5^x)^2 + 5 = 11(5^x)$ $\Rightarrow 5(5^x)^2 - 11(5^x) + 5 = 0$ misal $5^x = y$ $\Rightarrow 5y^2 - 11y + 5 = 0$ $\Rightarrow y_1 \cdot y_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 5^{x_1} \cdot 5^{x_2} = 1$ $\Rightarrow 5^{x_1+x_2} = 5^0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$

FAST METHOD LCC
$5(5^x)^2 - 11(5^x) + 5 = 0$ $x_1 + x_2 = {}^5\log \frac{5}{5} = {}^5\log 1 = 0$ Jawaban : C

Jika diketahui $a(\sqrt[p]{\log x})^2 + b(\sqrt[p]{\log x}) + c = 0$ maka $x_1 \cdot x_2 = p^{-\frac{b}{a}}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

3. Hasil kali akar-akar persamaan ${}^3\log x^{2+{}^3\log x} = 15$ adalah . . .

A. $\frac{1}{9}$

C. 1

E. 9

B. $\frac{1}{3}$

D. 3

UMPTN 1994

CARA BIASA
${}^3\log x^{2+{}^3\log x} = 15$ $\Rightarrow (2 + {}^3\log x)({}^3\log x) = 15$ $\Rightarrow ({}^3\log x)^2 + 2({}^3\log x) - 15 = 0$ Misal ${}^3\log x = p$ $\Rightarrow p^2 + 2p - 15 = 0$ $\Rightarrow (p - 3)(p + 5) = 0$ $p_1 = 3 \rightarrow {}^3\log x_1 = 3 \rightarrow x_1 = 3^3$ $p_2 = -5 \rightarrow {}^3\log x_2 = -5 \rightarrow x_2 = 3^{-5}$ $x_1 \cdot x_2 = 3^3 \cdot 3^{-5} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$ Jawaban : A

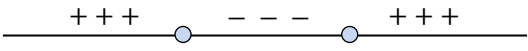
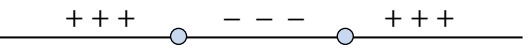
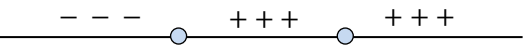
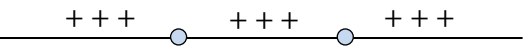
FAST METHOD LCC
$a(\sqrt[p]{\log x})^2 + b(\sqrt[p]{\log x}) + c = 0$ maka $x_1 \cdot x_2 = p^{-\frac{b}{a}}$ $({}^3\log x)^2 + 2({}^3\log x) - 15 = 0$ $x_1 \cdot x_2 = 3^{-\frac{2}{1}} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

7 Pertidaksamaan

Tips Menentukan Tanda Pada Garis Bilangan

Berikut ini cara menentukan tanda + dan – pada setiap ruas garis bilangan.

Dari bentuk $(x - a)^p(x - b)^q$ atau $\frac{(x-a)^p}{(x-b)^q}$ dengan $a < b$ maka dapat kita buat garis bilangan sebagai berikut:

No	Nilai p dan q	Garis Bilangan
1	p bilangan ganjil q bilangan ganjil	
2	p bilangan ganjil q bilangan genap	
3	p bilangan genap q bilangan ganjil	
4	p bilangan genap q bilangan genap	

☑ Jika $x_1 < x_2$ dan $(x - x_1)(x - x_2) > 0$ atau $\frac{(x-x_1)}{(x-x_2)} > 0$ maka $x < x_1$ atau $x > x_2$

Keterangan:

Jika setelah difaktorkan diperoleh dua angka pembuat nol fungsi, angka yang nilainya **kecil** dan yang nilainya **besar**. Untuk tanda “ $>$ ” tanpa membuat garis bilangan kita bisa langsung peroleh jawabannya: $x < \text{kecil}$ atau $x > \text{besar}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $3x^2 + 4x > 7$ adalah

- A. $\{x|x < -\frac{1}{3} \text{ atau } x > 0\}$ D. $\{x|x < -\frac{1}{2} \text{ atau } x > 1\}$
 B. $\{x|x < -\frac{7}{3} \text{ atau } x > 1\}$ E. $\{x|x < -\frac{1}{4} \text{ atau } x > 0\}$
 C. $\{x|x < -1 \text{ atau } x > 1\}$

UMPTN '95

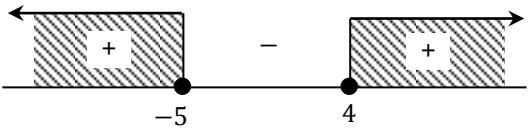
CARA BIASA
$3x^2 + 4x > 7$ $3x^2 + 4x - 7 > 0$ $\Rightarrow (3x + 7)(x - 1) > 0$ Pembuat nol fungsi: $\Rightarrow x = -\frac{7}{3}$ dan $x = 1$
$\{x x < -\frac{7}{3} \text{ atau } x > 1\}$
Jawaban : B

FAST METHOD LCC
Pembuat nol fungsi: $x = -\frac{7}{3}$ dan $x = 1$ Karena “ $>$ ” maka jawabannya: $\{x x < -\frac{7}{3} \text{ atau } x > 1\}$

2. Jawaban dari pertidaksamaan $(x - 4)(x + 5) \geq 0$ adalah

- A. $\{x|x \leq -5 \text{ atau } x \geq 4\}$ C. $\{x|-4 \leq x \leq 5\}$ E. $\{x|x \leq 4\}$
 B. $\{x|-5 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x|x \geq -5\}$

SIPENMARU' 87

CARA BIASA
$(x - 4)(x + 5) \geq 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -5$ dan $x = 4$

$\{x x \leq -5 \text{ atau } x \geq 4\}$
Jawaban : A

FAST METHOD LCC
$(x - 4)(x + 5) \geq 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -5$ dan $x = 4$
Karena tandanya " $\geq$ " maka jawabannya:
$\{x x \leq -5 \text{ atau } x \geq 4\}$

☑ Jika $x_1 < x_2$ dan $(x - x_1)(x - x_2) < 0$ atau $\frac{(x-x_1)}{(x-x_2)} < 0$ maka $x < x_1$ atau $x > x_2$

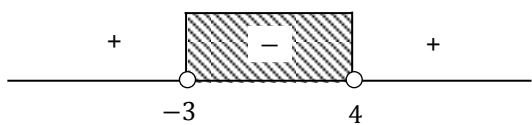
Keterangan:

Jika setelah difaktorkan diperoleh dua angka pembuat nol fungsi, angka yang nilainya **kecil** dan yang nilainya **besar**. Untuk tanda " $<$ " tanpa membuat garis bilangan kita bisa langsung peroleh jawabannya: **kecil** $<$ x $<$ **besar**

3. Nilai x yang memenuhi $x^2 - 3x - 2 < 10 - 2x$ adalah

- A. $x < 4$ C. $-3 < x < 4$ E. $x > 4$ atau $x < -3$
 B. $x > -3$ D. $-4 < x < -3$

UMPTN '99

CARA BIASA
$\Rightarrow x^2 - 3x - 2 < 10 - 2x$ $x^2 - x - 12 < 0$ $(x + 3)(x - 4) < 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -3$ dan $x = 4$

Jadi, $-3 < x < 4$
Jawaban: C

FAST METHOD LCC
$\Rightarrow x^2 - 3x - 2 < 10 - 2x$ $x^2 - x - 12 < 0$ $(x + 3)(x - 4) < 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -3$ dan $x = 4$
Karena tandanya " $<$ ", maka
$-3 < x < 4$

4. Pertidaksamaan $\frac{2x+7}{x-1} \leq 1$ dipenuhi oleh

A. $0 \leq x \leq 1$

C. $-4 < x \leq 1$

E. $x \geq -4$ dan $x < 1$

B. $-8 \leq x < 1$

D. $1 < x \leq 7$

UMPTN'94

CARA BIASA
$\Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} \leq 1$
$\Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \leq 0$
$\Rightarrow \frac{2x+7-(x-1)}{x-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+7-x+1}{x-1} \leq 0$
$\Rightarrow \frac{x+8}{x-1} \leq 0$
Pembuat nol fungsi: $x = -8$ dan $x = 1$ (ingat syaratnya $x \neq 1$)

$-8 \leq x < 1$
Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$\Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} \leq 1$
$\Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+7}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \leq 0$
$\Rightarrow \frac{2x+7-(x-1)}{x-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+7-x+1}{x-1} \leq 0$
$\Rightarrow \frac{x+8}{x-1} \leq 0$
Pembuat nol fungsi: $x = -8$ dan $x = 1$ (ingat syaratnya $x \neq 1$), maka:
$-8 \leq x < 1$

☒ Jika $|x| < a$ maka $-a < x < a$

☒ Jika $|x| > a$ maka $x < -a$ atau $x > a$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. Himpunan penyelesaian dari ketidaksamaan $|3x + 2| > 5$ adalah

A. $\{x | x < -\frac{1}{3} \text{ atau } x > 0\}$

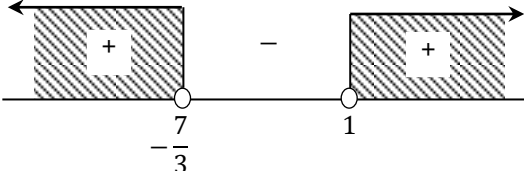
B. $\{x | x < -\frac{7}{3} \text{ atau } x > 1\}$

C. $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 1\}$

D. $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ atau } x > 1\}$

E. $\{x | x < -\frac{1}{4} \text{ atau } x > 0\}$

UMPTN '94 (Rayon A)

CARA BIASA
$\Rightarrow 3x + 2 > 5$ (dikuadratkan kedua ruas)
$\Rightarrow 9x^2 + 12x + 4 > 25$
$\Rightarrow 9x^2 + 12x - 21 > 0$ (bagi 3)
$\Rightarrow 3x^2 + 4x - 7 > 0$
$\Rightarrow (3x + 7)(x - 1) > 0$
Pembuat nol fungsi:
$x = -\frac{7}{3}$ dan $x = 1$

$\{x x < -\frac{7}{3} \text{ atau } x > 1\}$
Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$ 3x + 2 > 5$
$ x > a$ maka $x < -a$ atau $x > a$
$\Rightarrow 3x + 2 < -5$ atau $3x + 2 > 5$
$\Rightarrow 3x < -7$ atau $3x > 2$
$\Rightarrow x < -\frac{7}{3}$ atau $x > 1$

6. Nilai $x \in R$ yang memenuhi $|2x - 5| < 1$ adalah

A. $x < 3$

C. $2 < x < 3$.

E. $x > 2$

B. $x < 2$

D. $-3 < x < -2$

SIPENMARU '88

CARA BIASA
$\Rightarrow 2x - 5 < 1$ (kedua ruas dikuadratkan)
$\Rightarrow 4x^2 - 20x + 25 < 1$
$\Rightarrow 4x^2 - 20x + 24 < 0$ (dibagi 4)
$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$
$\Rightarrow (x - 2)(x - 3) < 0$
Pembuat nol fungsi:
$x = 2$ dan $x = 3$

$2 < x < 3$
Jawaban : C

FAST METHOD LCC
$ 2x - 5 < 1$
$ x < a$ maka $-a < x < a$
$\Rightarrow -1 < 2x - 5 < 1$
$\Rightarrow 4 < 2x < 6$
$\Rightarrow 2 < x < 3$

$$\checkmark \left| \frac{x}{y} \right| < k, y \neq 0 \text{ atau } |x| < k|y| \text{ maka } (x + ky)(x - ky) < 0$$

$$\checkmark \left| \frac{x}{y} \right| > k, y \neq 0 \text{ atau } |x| > k|y| \text{ maka } (x + ky)(x - ky) > 0$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

7. Pertidaksamaan $\left| \frac{3}{2x-1} \right| > 1$ mempunyai penyelesaian

A. $x > 2$

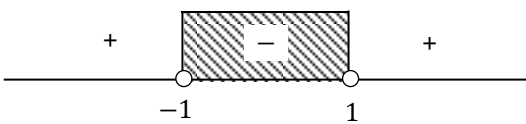
C. $x < -1$ dan $x \neq \frac{1}{2}$

E. $x < -1$

B. $x < 2$ dan $x \neq \frac{1}{2}$

D. $-1 < x < 2$ dan $x \neq \frac{1}{2}$

UMPTN '95 (Rayon B)

CARA BIASA
$\Rightarrow \left \frac{3}{2x-1} \right > 1$
$\Rightarrow 3 > 2x - 1 $ (kedua ruas di kuadratkan)
$\Rightarrow 9 > 4x^2 - 4x + 1$
$\Rightarrow 0 > 4x^2 - 4x - 8$
$\Rightarrow 4x^2 - 4x - 8 < 0$
$\Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$
$\Rightarrow (x + 1)(x - 2) < 0$
Pembuat nol fungsi: $x = -1$ dan $x = 2$

$-1 < x < 2$ dan $x \neq \frac{1}{2}$
Jawaban : D

FAST METHOD LCC
$\Rightarrow \left \frac{3}{2x-1} \right > 1$
$\Rightarrow 3 > 2x - 1 $
$\Rightarrow (3 + (2x - 1))(3 - (2x - 1)) > 0$
$\Rightarrow (2x + 2)(-2x - 4) > 0$ (bagi -2)
$\Rightarrow (x + 1)(x + 2) < 0$
Pembuat nol fungsi: $x = -1$ dan $x = 2$
Karena tandanya “<”, maka: $-1 < x < 2$ dan $x \neq \frac{1}{2}$

8. Penyelesaian dari pertidaksamaan $\left| \frac{x-2}{x+3} \right| \leq 2$ adalah

A. $-8 \leq x < -3$

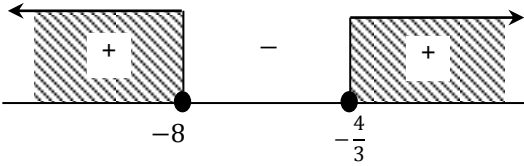
B. $-8 \leq x \leq -1$

C. $-4 \leq x < -3$

D. $x \leq -8$ atau $x \geq -\frac{4}{3}$

E. $x \leq -4$ atau $x \geq 3$

UMPTN '01 (Rayon A)

CARA BIASA
$\left \frac{x-2}{x+3} \right \leq 2$ $\Rightarrow x-2 \leq 2 x+3 \text{ (kuadratkan)}$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 \leq 4(x^2 + 6x + 9)$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 \leq 4x^2 + 24x + 36$ $\Rightarrow -3x^2 - 28x - 32 \leq 0$ $\Rightarrow 3x^2 + 28x + 32 \geq 0$ $\Rightarrow (x+8)(3x+4) \geq 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -8 \text{ dan } x = -\frac{4}{3}$  $x \leq -8 \text{ atau } x \geq -\frac{4}{3}$ Jawaban : D

FAST METHOD LCC
$\left \frac{x-2}{x+3} \right \leq 2$ $\Rightarrow x-2 \leq 2 x+3 $ $\Rightarrow ((x-2) + 2(x+3))((x-2) - 2(x+3)) \leq 0$ $\Rightarrow (3x+4)(-x-8) \leq 0$ $\Rightarrow (3x+4)(x+8) \geq 0$ Pembuat Nol Fungsi: $x = -8 \text{ Dan } x = -\frac{4}{3}$ Karena tandanya "$\geq$" maka jawabannya: $x \leq -8 \text{ atau } x \geq -\frac{4}{3}$

9. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| \leq 3$ adalah

A. $x \leq -16$ atau $x \geq -\frac{14}{5}$

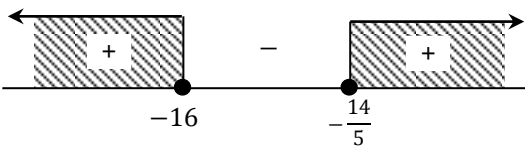
C. $x \leq -\frac{14}{5}$

E. $-16 \leq x \leq -\frac{14}{5}$

B. $x \leq -\frac{14}{5}$ atau $x \geq 16$

D. $x \geq -\frac{14}{5}$

UMPTN '01 (Rayon A)

CARA BIASA
$\Rightarrow \left \frac{2x-1}{x+5} \right \leq 3 \Leftrightarrow 2x-1 \leq 3 x+5 $ $\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 \leq 9x^2 + 30x + 225$ $\Rightarrow -5x^2 - 94x - 224 \leq 0$ $\Rightarrow 5x^2 + 94x + 224 \geq 0$ $\Rightarrow (5x+14)(x+16) \geq 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -16 \text{ dan } x = -\frac{14}{5}$  $x \leq -16 \text{ atau } x \geq -\frac{14}{5}$ jawaban : A

FAST METHOD LCC
$\Rightarrow \left \frac{2x-1}{x+5} \right \leq 3 \Leftrightarrow 2x-1 \leq 3 x+5 $ $\Rightarrow (5x+14)(x+16) \geq 0$ Pembuat nol fungsi: $x = -16 \text{ dan } x = -\frac{14}{5}$ Karena tandanya "$\geq$" maka jawabannya: $x \leq -16 \text{ atau } x \geq -\frac{14}{5}$

8 Turunan

Jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ maka $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Jika $f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$ maka turunan $f^{-1}(x)$ adalah

- A. $\frac{8x-10}{(x-3)^2}$ C. $\frac{8x}{(x-3)^2}$ E. $\frac{14}{(x-3)^2}$
 B. $\frac{10}{(x-3)^2}$ D. $\frac{14-8x}{(x-3)^2}$

UMPTN '97 (Rayon A)

CARA BIASA
$f(x) = \frac{3x-2}{x+4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-2}{x-3}$
$(f^{-1})'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{(-4)(x-3)-(-4x-2)(1)}{(x-3)^2}$
$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{-4x+12+4x+2}{(x-3)^2} = \frac{14}{(x-3)^2}$
Jawaban : E

FAST METHOD LCC
$f(x) = \frac{3x-2}{x+4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-2}{x-3}$
$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{(-4)(-3)-(-2)(1)}{(x-3)^2}$
$\Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{14}{(x-3)^2}$

2. Jika $f(x) = \frac{5x-4}{5x+4}$, maka turunan fungsi f di 0 adalah $f'(0) = \dots$

- A. $-2\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ E. $2\frac{1}{2}$
 B. -1 D. 1

SPMB 2007 (Regional I)

CARA BIASA
$f(x) = \frac{5x-4}{5x+4}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{5(5x+4)-(5x-4)5}{(5x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{25x+20-25x+20}{(5x+4)^2} = \frac{40}{(5x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(0) = \frac{40}{(5(0)+4)^2} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
Jawaban : E

FAST METHOD LCC
$f(x) = \frac{5x-4}{5x+4}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{(5)(4)-(-4)(5)}{(5x+4)^2} = \frac{40}{(5x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(0) = \frac{40}{(5(0)+4)^2} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

Jika $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r}$ maka $f'(x) = \frac{(aq-bp)x^2+2(ar-cp)x+(br-cq)}{(px^2+qx+r)^2}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

3. Diketahui $y = \frac{x^2-2x+1}{x-3}, x \neq 3$. Turunan pertamanya adalah $y' = \dots$

A. $\frac{2x-2}{(x-3)^2}$

C. $\frac{x^2-10x+5}{(x-3)^2}$

E. $\frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$

B. $\frac{x^2+6x+5}{(x-3)^2}$

D. $\frac{x^2+10x+7}{(x-3)^2}$

EBTANAS IPS '93

CARA BIASA
$y = \frac{x^2-2x+1}{x-3}, x \neq 3$
$\Rightarrow y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\Rightarrow y' = \frac{(2x-2)(x-3)-(x^2-2x+1)(1)}{(x-3)^2}$
$\Rightarrow y' = \frac{2x^2-8x+6-x^2+2x-1}{(x-3)^2}$
$\Rightarrow y' = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$
Jawaban : E

FAST METHOD LCC
$y = \frac{x^2-2x+1}{0x^2+x-3}, x \neq 3$
$\Rightarrow y' = \frac{(1-0)x^2+2(-3-0)x+(6-1)}{(x-3)^2}$
$\Rightarrow y' = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$

4. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = \frac{x^2+8x+12}{x+4}, x \neq -4$ dan $f'(x)$ adalah turunan pertama dari $f(x)$. Nilai $f'(1) = \dots$

A. 10

C. $\frac{71}{25}$

E. $\frac{10}{25}$

B. 2

D. $\frac{29}{25}$

EBTANAS IPS '96

CARA BIASA
$f(x) = \frac{x^2+8x+12}{x+4}, x \neq -4$
$\Rightarrow f(x) = \frac{u}{v} \rightarrow f'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+8)(x+4)-(x^2+8x+12)(1)}{(x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{2x^2+16x+32-x^2-8x-12}{(x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2+8x+20}{(x+4)^2} \rightarrow f'(1) = \frac{1^2+8(1)+20}{(1+4)^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{29}{25}$
Jawaban : D

FAST METHOD LCC
$f(x) = \frac{x^2+8x+12}{0x^2+x+4}, x \neq -4$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{(1-0)x^2+2(4-0)x+(32-12)}{(x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2+8x+20}{(x+4)^2}$
$\Rightarrow f'(1) = \frac{1^2+8(1)+20}{(1+4)^2} = \frac{29}{25}$

Jika $f(x) = \sqrt{p}$ maka $f'(x) = \frac{p'}{2\sqrt{p}}$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. Jika $f'(x)$ merupakan turuna $f(x) = \sqrt{6x+7}$ maka nilai $f'(3) = \dots$

A. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{5}{7}$

E. $\frac{9}{11}$

B. $\frac{3}{5}$

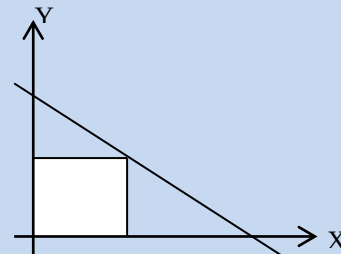
D. $\frac{7}{9}$

UMPTN '01 (Rayon C)

CARA BIASA
$f(x) = \sqrt{6x+7}$
$\Rightarrow f(x) = (6x+7)^{\frac{1}{2}}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(6x+7)^{-\frac{1}{2}}(6)$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{3}{(6x+7)^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{\sqrt{6x+7}}$
$\Rightarrow f'(3) = \frac{3}{\sqrt{6(3)+7}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$
Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$f(x) = \sqrt{6x+7} \rightarrow f'(x) = \frac{6}{2\sqrt{6x+7}}$
$\Rightarrow f'(x) = \frac{3}{\sqrt{6x+7}}$
$\Rightarrow f'(3) = \frac{3}{\sqrt{6(3)+7}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$

- ☒ Luas Maksimum Segi empat dalam segitiga = $\frac{1}{2}$ Luas Segitiga
- ☒ Luas Minimum Segitiga di luar segi empat = 2 Luas segi empat



CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Suatu daerah segitiga dibatasi oleh garis $6x + 10y = 60$, Sumbu X, dan sumbu Y. Dari sebuah titik pada garis tersebut dibuat garis tegak lurus pada sumbu X dan sumbu Y sehingga membentuk persegi panjang seperti pada gambar berikut.

Luas maksimum persegi panjang yang diarsir adalah ... satuan luas.

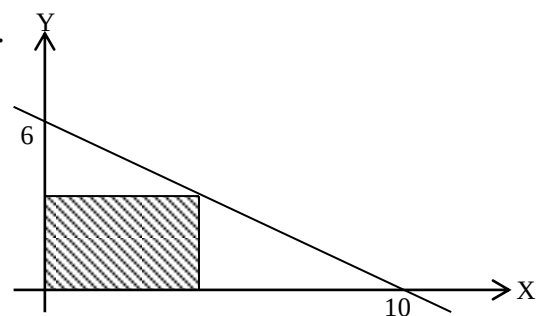
A. 60

D. 15

B. 30

E. 10

C. 25



UJIAN NASIONAL PROGRAM IPA 2011/2012

CARA BIASA

Persamaan garis: $6x + 10y = 60$

Dari persamaan garis diperoleh:

$$x = 10 - \frac{5}{3}y$$

Persegi panjang memiliki panjang x dan lebar y .

Maka luas persegi panjang adalah:

$$L = x \cdot y$$

$$\Rightarrow L = \left(10 - \frac{5}{3}y\right)y$$

$$\Rightarrow L = 10y - \frac{5}{3}y^2$$

Luas persegi panjang akan mencapai maksimum ketika $L' = 0$

$$\Rightarrow L' = 10 - \frac{10}{3}y$$

$$\Rightarrow 0 = 10 - \frac{10}{3}y$$

$$\Rightarrow \frac{10}{3}y = 10 \rightarrow y = 3$$

Substitusikan $y = 3$ ke persamaan Luas:

$$L = 10y - \frac{5}{3}y^2$$

$$\Rightarrow L = 10(3) - \frac{5}{3}(3)^2$$

$$\Rightarrow L = 30 - 15 = 15$$

Jawaban : D

FAST METHOD LCC

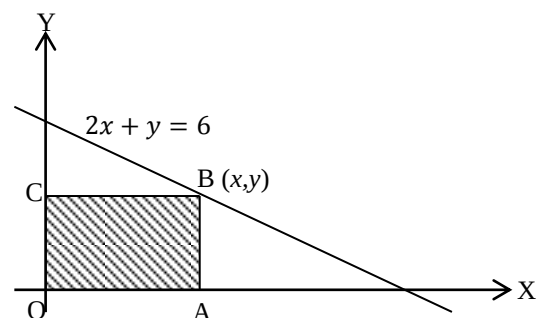
Dari gambar dapat kita lihat segitiga memiliki panjang alas 10 dan tinggi 6, maka luas segitiga adalah:

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$$

Maka luas maksimum persegi panjang adalah $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ satuan luas

2. Luas maksimum persegi panjang OABC adalah

- A. $4\frac{1}{2}$ satuan luas D. 6 satuan luas
 B. 5 satuan luas E. $6\frac{1}{2}$ satuan luas
 C. $5\frac{1}{2}$ satuan luas

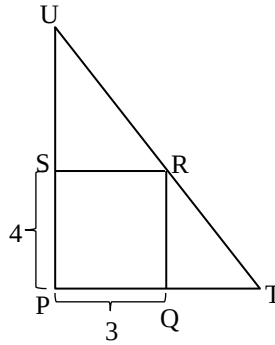
**FAST METHOD LCC**

Garis $2x + y = 6$ akan memotong sumbu X di $(3,0)$ dan memotong sumbu Y di $(0,6)$ maka luas segitiga adalah $L = \frac{1}{2} \times a \times t = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$ satuan luas. Dengan demikian luas persegi panjang maksimum adalah $\frac{1}{2} \times 9 = 4\frac{1}{2}$ satuan luas

Jawaban : A

3. Persegi panjang $PQRS$ terletak pada segitiga siku-siku PTU , $PS = 4$ dan $PQ = 3$ maka luas minimum ΔPTU adalah satuan luas

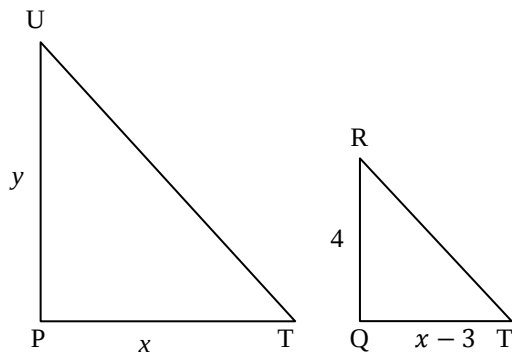
- A. 16
B. 18
C. 20
D. 22
E. 24



SPMB '04 (Regional III)

CARA BIASA

✓ ΔPTU sebangun dengan ΔQTR



Kesebangunan:

$$\frac{y}{4} = \frac{x}{x-3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{4x}{x-3}$$

$$\text{Luas } \Delta PTU = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}(x)\left(\frac{4x}{x-3}\right)$$

$$\Rightarrow \text{Luas } \Delta PTU = \frac{2x^2}{x-3}$$

$$\text{Agar minimum } \left(\frac{2x^2}{x-3}\right)' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4x(x-3) - 2x^2(1)}{(x-3)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 6$$

$$\Rightarrow x = 6 \rightarrow y = 8$$

$$\text{Luas } \Delta PTU = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}(6)(8) = 24$$

Jawaban : E

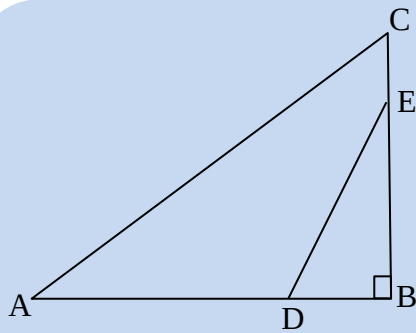
FAST METHOD LCC

Luas minimum $\Delta = 2$ luas segi empat

$$\Rightarrow \text{Luas } \Delta = 2 \times (3 \times 4)$$

$$\Rightarrow \text{Luas } \Delta = 2 \times (12)$$

$$\Rightarrow \text{Luas } \Delta = 24$$



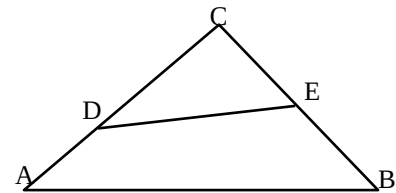
✓ Luas maksimum $\triangle DCE = \frac{1}{4}$ luas $\triangle ABC$

✓ Luas minimum segiempat $ABED = \frac{3}{4}$ luas $\triangle ABC$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

4. Jika $\triangle ABC$ siku-siku sama kaki, $AC = BC = 20$, dan $AD = CE$, maka luas minimum dari segi empat $ABED$ adalah

- A. 50
B. 100
C. 125
D. 150
E. 200



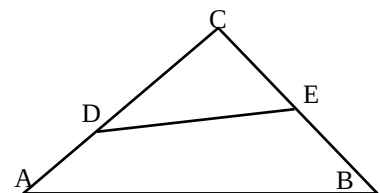
SPMB '04 (Regional I)

CARA BIASA
$AC = 20, BC = 20, AD = x, CD = 20 - x$ $L_{ABED} = L_{ABC} - L_{CDE}$ $L_{ABED} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC - \frac{1}{2} \cdot CD \cdot CE$ $L_{ABED} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot (20 - x) \cdot x$ $L_{ABED} = \frac{1}{2} x^2 - 10x + 200$ $L_{ABED \text{ minimum}} = \frac{D}{-4a} = \frac{(-10)^2 - 4(\frac{1}{2})(200)}{-4(\frac{1}{2})} = 150$

FAST METHOD LCC
$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC$ $\Rightarrow L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200$ $\Rightarrow \text{Luas } ABED = \frac{3}{4} \times L_{\triangle ABC}$ $\Rightarrow \text{Luas } ABED = \frac{3}{4} \times 200 = 150$

5. Jika $\triangle ABC$ siku-siku sama kaki, $AC = BC = 4$, dan $AD = CE$, maka luas minimum dari segi empat $ABED$ adalah

- A. 3,75
B. 4,00
C. 6,00
D. 6,75
E. 8,00



SPMB '04 (Regional II)

FAST METHOD LCC
$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AC$ $\Rightarrow L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ $\Rightarrow \text{Luas } ABED = \frac{3}{4} \times 8 = 6$
Jawaban : C

9 Limit

10 Integral

Cara Cepat Integral Substitusi:

$$\int f(x) \cdot (g(x))^n dx = \frac{f(x)}{g'(x)} \cdot \underbrace{\frac{1}{n+1}}_{\text{Ingat integral}} (g(x))^{n+1} + c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Hasil dari $\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{10} dx = \dots$

- A. $\frac{1}{11}(x^2 + 3x)^{11} + C$ C. $\frac{1}{11}x(x^2 + 3x)^{11} + C$ E. $\frac{2}{11}x(x^2 + 3x)^{11} + C$
 B. $2x(x^2 + 3x)^{11} + C$ D. $\frac{1}{2}(x^2 + 3x)^{11} + C$

UN Prog. IPA 2011/2012

CARA BIASA
$\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{10} dx$ Misal : $x^2 + 3x = u$ $2x + 3 dx = du$ $\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{10} dx$ $\Rightarrow \int (x^2 + 3x)^{10} (2x + 3) dx$ $\Rightarrow \int u^{10} du$ $\Rightarrow \frac{1}{11} u^{11} + c$ $\Rightarrow \frac{1}{11} (x^2 + 3x)^{11} + c$ Jawaban : A

FAST METHOD LCC
$\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{10} dx$ $\Rightarrow \frac{2x+3}{2x+3} \cdot \frac{1}{11} (x^2 + 3x)^{11} + c$ $\Rightarrow \frac{1}{11} (x^2 + 3x)^{11} + c$

Penjelasan:

Perhatikan polanya!

$$\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{10} dx = \frac{2x + 3}{2x + 3} \cdot \frac{1}{11} (x^2 + 3x)^{11} + c$$

Turunkan

10 + 1

2. Hasil dari $\int \frac{3x-1}{(3x^2-2x+7)^7} dx = \dots$

A. $\frac{1}{3(3x^2-2x+7)^6} + c$

C. $\frac{1}{6(3x^2-2x+7)^6} + c$

E. $\frac{-1}{12(3x^2-2x+7)^7} + c$

B. $\frac{1}{4(3x^2-2x+7)^6} + c$

D. $\frac{-1}{12(3x^2-2x+7)^6} + c$

UN Prog. IPA 2011/2012

CARA BIASA
$\int \frac{3x-1}{(3x^2-2x+7)^7} dx$
$\Rightarrow \int (3x-1)(3x^2-2x+7)^{-7} dx$
$\Rightarrow$ Misal : $3x^2-2x+7 = u$
$(6x-2)dx = du$
$dx = \frac{du}{6x-2}$
$\Rightarrow \int (3x-1)u^{-7} \frac{du}{6x-2}$
$\Rightarrow \int \frac{(3x-1)}{2(3x-1)} u^{-7} du$
$\Rightarrow \frac{1}{2} \int u^{-7} du$
$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{6}\right) u^{-6} + c$
$\Rightarrow -\frac{1}{12} (3x^2-2x+7)^{-6} + c$
$\Rightarrow \frac{-1}{12(3x^2-2x+7)^6} + c$
Jawaban : D

FAST METHOD LCC
$\int \frac{3x-1}{(3x^2-2x+7)^7} dx$
$\Rightarrow \int (3x-1)(3x^2-2x+7)^{-7} dx$
$\Rightarrow \frac{(3x-1)}{(6x-2)} \cdot \frac{1}{-6} (3x^2-2x+7)^{-6} + c$
$\Rightarrow -\frac{1}{12} (3x^2-2x+7)^{-6} + c$
$\Rightarrow \frac{-1}{12(3x^2-2x+7)^6} + c$

3. $\int (x-2)\sqrt{x^2-4x} dx = \dots$

A. $\frac{1}{3}(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$

D. $2(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$

B. $\frac{2}{3}(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$

E. $4(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$

C. $\frac{4}{3}(x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$

FAST METHOD LCC
$\int (x-2)\sqrt{x^2-4x} dx = \int (x-2)(x^2-4x)^{\frac{1}{2}} dx$
$\Rightarrow \frac{x-2}{2x-4} \cdot \frac{2}{3} (x^2-4x)^{\frac{3}{2}} + C \Rightarrow \frac{x-2}{2(x-2)} \cdot \frac{2}{3} (x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$
$\Rightarrow \frac{1}{3} (x^2-4x)\sqrt{x^2-4x} + C$
Jawaban : A

Cara Cepat Integral Parsial:

$$\int \underbrace{f(x)}_{\text{Turunkan}} \cdot \underbrace{g(x)}_{\text{Integralkan}} dx$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

4. Hasil dari $\int x \sin 2x \cos 2x \, dx = \dots$

- A. $\frac{1}{16}(4x \cos 4x - \sin 4x) + C$ D. $-\frac{1}{16}(4x \cos 4x - \sin 4x) + C$
 B. $\frac{1}{32}(4x \cos 4x - \sin 4x) + C$ E. $-\frac{1}{32}(4x \cos 4x - \sin 4x) + C$
 C. $\frac{1}{32}(4x \sin 4x - \sin 4x) + C$

UAN 2004

CARA BIASA

$$\begin{aligned} & \int x \sin 2x \cos 2x \, dx \\ \Rightarrow & \int \frac{x}{2} (2 \sin 2x \cos 2x) dx \\ \Rightarrow & \int \frac{x}{2} (\sin 4x) dx \\ \text{Misal : } & u = \frac{x}{2} \rightarrow du = \frac{1}{2} dx \\ & dv = \sin 4x \, dx \rightarrow v = -\frac{1}{4} \cos 4x \\ & \int u \, dv = uv - \int v \, du \\ \Rightarrow & \int \frac{x}{2} \sin 4x \, dx = -\frac{x}{8} \cos 4x + \int \frac{1}{8} \cos 4x \, dx \\ \Rightarrow & \int \frac{x}{2} \sin 4x \, dx = -\frac{x}{8} \cos 4x + \frac{1}{32} \sin 4x + c \\ \Rightarrow & \int \frac{x}{2} \sin 4x \, dx = -\frac{1}{32} (4x \cos 4x - \sin 4x) + c \end{aligned}$$

Jawab : E

FAST METHOD LCC

Diferensialkan	Integralkan	
$\frac{x}{2}$	$\sin 4x \, dx$	
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4} \cos 4x$	$\rightarrow$ kalikan dan kali +
0	$-\frac{1}{16} \sin 4x$	$\rightarrow$ kalikan dan kali -

$$\int x \sin 2x \cos 2x \, dx = -\frac{x}{8} \cos 4x + \frac{1}{32} \sin 4x + c = -\frac{1}{32} (4x \cos 4x - \sin 4x) + c$$

$$\boxed{\checkmark} \int \sin^n px \cos px \, dx = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{p} \sin^{n+1} px + c$$

$$\boxed{\checkmark} \int \cos^n px \sin px \, dx = -\frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{p} \cos^{n+1} px + c$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. $\int \sin^3 x \cos x \, dx = \dots$

A. $\frac{1}{4} \sin^4 x + c$

C. $-\frac{1}{4} \cos^4 x + c$

E. $\frac{1}{3} \sin^4 x + c$

B. $\frac{1}{4} \cos^4 x + c$

D. $\frac{1}{3} \sin^2 x + c$

CARA BIASA

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx$$

Misal : $\cos 2x = u$

$$-2 \sin 2x \, dx = du$$

$$\sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} du$$

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} \int u^4 du$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} u^5 + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} u^5 + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} \cos^5 2x + c$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cos^5 2x + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} \cos^5 2x + c$$

6. Hasil dari $\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx = \dots$

A. $-\frac{1}{10} \sin^5 2x + c$

C. $-\frac{1}{5} \cos^5 2x + c$

E. $\frac{1}{10} \sin^5 2x + c$

B. $-\frac{1}{10} \cos^5 2x + c$

D. $\frac{1}{5} \cos^5 2x + c$

UN Prog IPA 2010/2011

CARA BIASA

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx$$

Misal : $\cos 2x = u$

$$-2 \sin 2x \, dx = du$$

$$\sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} du$$

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} \int u^4 du$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} u^5 + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} u^5 + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} \cos^5 2x + c$$

Jawaban : B

FAST METHOD LCC

$$\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cos^5 2x + c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{10} \cos^5 2x + c$$

11 Program Linier

12 Matriks

- ✓ Jika $A_{n \times n}$ adalah suatu matriks persegi dengan ordo $n \times n$, dan k adalah suatu konstanta maka $|kA| = k^n |A|$
- ✓ Jika A^T adalah transpose Matriks A , maka $|A^T| = |A|$
- ✓ Jika A^{-1} adalah invers Matriks A , maka $|A^{-1}| = |A|$
- ✓ Jika $A \cdot B = C$ dengan A , B dan C merupakan suatu matriks, maka berlaku:
 $|A| \cdot |B| = |C|$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$, maka determinan matriks $2A$ adalah

A. $\frac{1}{2}$

C. 4

E. 8

B. 2

D. 6

CARA BIASA
$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow 2A = 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 12 & 20 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow 2A = 4 \cdot 20 - 6 \cdot 12$ $\Rightarrow 2A = 80 - 72$ $\Rightarrow 2A = 8$
Jawaban : E

FAST METHOD LCC
$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$ (ordo 2×2) $ A = 2 \cdot 10 - 3 \cdot 6 = 20 - 18 = 2$ $\Rightarrow 2A = 2^2 A = 4 \cdot 2 = 8$

2. Jika $A = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ dan A^T adalah transpose Matriks A , maka $|A^T|$ adalah

A. 1

D. 6

B. 3

E. 9

C. 2

5. Jika matriks A memenuhi $A \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$, maka $\det A = \dots$

A. -3

C. -1

E. 2

B. -2

D. 1

SPMB '07 (Regional I)

CARA BIASA
$A \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 20 & 10 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = 2 - 1 = 1$
Jawaban : D

FAST METHOD LCC
$\Rightarrow A \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$ $\Rightarrow A \cdot 10 = 10$ $\Rightarrow A = \frac{10}{10} = 1$

6. Jika M adalah matriks sehingga $M \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c & b+d \\ -c & -d \end{bmatrix}$ maka $\det M$ adalah

A. -2

C. 0

E. 2

B. -1

D. 1

SNMPTN 2010

FAST METHOD LCC
$M \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c & b+d \\ -c & -d \end{bmatrix}$ $\Rightarrow M \times \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+c & b+d \\ -c & -d \end{vmatrix}$ $\Rightarrow M \times (ad - bc) = -ad - cd + bc + cd$ $\Rightarrow M \times (ad - bc) = -ad + bc$ $\Rightarrow M \times (ad - bc) = -(ad - bc)$ $\Rightarrow M = \frac{-(ad-bc)}{(ad-bc)} = -1$
Jawaban : B

13 Statistika

Perbandingan banyaknya data A dan data B dari rata-rata gabungan adalah:

$$\frac{n_A}{n_B} = \left| \frac{\bar{x} - \bar{x}_B}{\bar{x} - \bar{x}_A} \right|$$

Keterangan:

n_A = banyak data A

n_B = banyak data B

$\bar{x}$ = rata – rata gabungan

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

- Umur rata-rata dari suatu kelompok yang terdiri dari guru dan dosen adalah 42 tahun. Jika umur rata-rata para guru 39 tahun dan umur rata-rata para dosen 47 tahun, maka perbandingan banyaknya guru dan banyaknya dosen adalah
 A. 5: 3
 B. 5: 4
 C. 3: 4
 D. 3: 5
 E. 3: 7

14 Barisan dan Deret

Bentuk umum suku ke $-n$ barisan aritmatika :

☑ $U_n = a + (n - 1)b$ (rumus biasa/umum)

atau

☑ $U_n = bn + c$ dengan c berupa konstanta dan $b + c = U_1$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

1. Suku ke 25 pada barisan 13, 10, 7, 4, ...

A. -65

C. -53

E. -41

B. -59

D. -47

CARA BIASA
13, 10, 7, 4, ...
$a = 13, b = -3$
$U_n = a + (n - 1)b$
$\Rightarrow U_{25} = 13 + (25 - 1)(-3)$
$\Rightarrow U_{25} = 13 + (24)(-3)$
$\Rightarrow U_{25} = 13 - 72$
$\Rightarrow U_{25} = -59$
Jawaban : B

FAST METHOD LCC
13, 10, 7, 4, ...
$b = -3$
$U_n = -3n + 16$
$\Rightarrow U_{25} = -3(25) + 16$
$\Rightarrow U_{25} = -75 + 16$
$\Rightarrow U_{25} = -59$

2. Suku ke $-n$ pada barisan 2, 6, 10, 14, ... bisa dinyatakan dengan

A. $U_n = 3n - 1$

C. $U_n = 4n + 2$

E. $U_n = 2n - 4$

B. $U_n = 6n - 4$

D. $U_n = 4n - 2$

CARA BIASA
2, 6, 10, 14, ...
$a = 2, b = 4$
$U_n = a + (n - 1)b$
$\Rightarrow U_n = 2 + (n - 1)4$
$\Rightarrow U_n = 2 + 4n - 4$
$\Rightarrow U_n = 4n - 2$
Jawaban : D

FAST METHOD LCC
2, 6, 10, 14, ...
$b = 4$
$U_n = 4n - 2$
$U_n = 4n - 2$
Jumlah koefisien harus sama dengan suku pertama

Jika diketahui dua suku, misalnya U_n dan U_p , maka untuk menentukan nilai b gunakan sifat berikut:

$$U_n = U_p + qb$$

$$p + q = n$$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

3. Suku ke-4 dan suku ke-9 suatu barisan aritmatika berturut-turut 110 dan 150. Suku ke-30 barisan aritmatika tersebut adalah

- A. 308
B. 318
C. 326
D. 344
E. 354

UN Prog IPA 2010/2011

CARA BIASA
$U_9 = a + 8b \rightarrow 150 = a + 8b$ $U_4 = a + 3b \rightarrow 110 = a + 3b$ $40 = 5b$ $b = 8$ $110 = a + 3b$ $110 = a + 3(8)$ $110 = a + 24$ $a = 110 - 24 = 86$ $U_{30} = a + 29b$ $U_{30} = 86 + 29(8)$ $U_{30} = 86 + 232 = 318$ Jawaban : B

FAST METHOD LCC
$U_9 = U_4 + 5b$ $\Rightarrow 150 = 110 + 5b$ $\Rightarrow 5b = 40 \rightarrow b = 8$ $U_{30} = U_9 + 21b$ $\Rightarrow U_{30} = 150 + 21(8)$ $\Rightarrow U_{30} = 150 + 168 = 318$



Keterangan:

$$\begin{array}{ccc}
 U_9 = U_4 + 5b & & U_{30} = U_9 + 21b \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 9 = 4 + 5 & & 30 = 9 + 21
 \end{array}$$

4.

Menentukan S_n Jika diketahui $U_n = bn + c$:

$$U_n = bn + c \rightarrow S_n = \frac{b}{2}n^2 + C_2$$

Integral

Jumlah koefisien U_n harus sama dengan jumlah koefisien S_n

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

5. Suku ke $-n$ suatu deret adalah $U_n = 4n + 1$. Jumlah sepuluh suku pertama adalah

A. 250

C. 230

E. 210

B. 240

D. 220

SPMB '02 (Regional II)

CARA BIASA

$$U_n = 4n + 1$$

$$\Rightarrow a = U_1 = 4(1) + 1 = 5$$

$$\Rightarrow U_2 = 4(2) + 1 = 9$$

$$\Rightarrow b = U_2 - U_1 = 9 - 5 = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2(5) + (10-1)4)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5(10 + (9)4)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5(46)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 230$$

Jawaban : C

FAST METHOD LCC

$$U_n = 4n + 1 \rightarrow S_n = 2n^2 + 3$$

$$\Rightarrow S_{10} = 2(10)^2 + 3$$

$$\Rightarrow S_{10} = 2(100) + 3 = 203$$

Penjelasan:

$$U_n = 4n + 1 \rightarrow S_n = 2n^2 + (3)$$

Integralkan

Perhatikan jumlah koefisien U_n adalah $4 + 1 = 5$, maka jumlah koefisien S_n pun harus sama. Karena koefisien n^2 pada S_n sudah kita peroleh = 2 (dari integral), maka konstantanya haruslah (3)

Jika diketahui dua suku deret geometri, misalnya U_n dan U_p , maka untuk menentukan nilai r gunakan sifat berikut:

$$U_n = U_p r^q$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
 $p + q = n$

CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN

6. Suatu barisan geometri mempunyai rasio positif. Suku ke-5 adalah 12 dan suku ke-9 adalah 192. Suku ke-10 barisan tersebut adalah...
- A. 342
B. 348
C. 352
D. 368
E. 384

CARA BIASA
$U_9 = ar^8 \rightarrow 192 = ar^8$ $U_5 = ar^4 \rightarrow 12 = ar^4$ $\frac{U_9}{U_5} \rightarrow \frac{ar^8}{ar^4} = \frac{192}{12}$ $\Rightarrow r^4 = 16 \rightarrow r = 2$ Substitusikan $r = 2$ ke salah satu persamaan $\Rightarrow 12 = ar^4$ $\Rightarrow 12 = a(2^4)$ $\Rightarrow 12 = 16a \rightarrow a = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ $U_{10} = ar^9$ $\Rightarrow U_{10} = \left(\frac{3}{4}\right) 2^9 = \left(\frac{3}{4}\right) 512 = 384$ Jawaban : E

FAST METHOD LCC
$U_9 = U_5 r^4$ $\Rightarrow 192 = 12r^4$ $\Rightarrow 16 = r^4 \rightarrow r = 2$ $U_{10} = U_9 r$ $\Rightarrow U_{10} = 192 \times 2 = 384$

7.

