



Neste módulo, continuaremos estudando sobre a matemática financeira. Porém agora, iremos estudar a área de juros compostos e observar como os resultados irão se comportar.

JUROS COMPOSTOS

Nos juros compostos os juros são diferentes entre o primeiro, o segundo, o terceiro período.

Por isso, o sistema de juros compostos é chamado de capitalização acumulada.

Exemplo:

C → R\$ 10.000,00

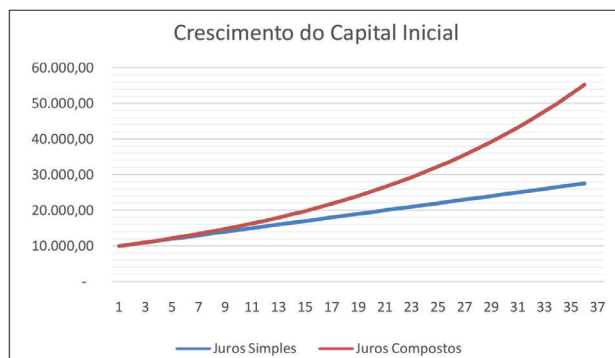
i → 5% a.m.

n → 1 semestre

Mês	Juros Simples	Juros compostos
1	10.000 x 0,05 = 500 → 10500,00	10.000 x 1,05 = 10.500,00
2	10.500 + 500 = 11.000,00	10.500 x 1,05 = 11.025,00
3	11.000 + 500 = 11.500,00	11.025 x 1,05 = 11.576,25
4	11.500 + 500 = 12.000,00	11.576,25 x 1,05 = 12.155,06
5	12.000 + 500 = 12.500,00	12.155,06 x 1,05 = 12.762,82
6	12.500 + 500 = 13.000,00	12.762,82 x 1,05 = 13.400,96

Seguindo a lógica para 360 meses, teremos a tabela abaixo:

Meses	Juros Simples	Juros Compostos
1	10.000,00	10.000,00
2	10.500,00	10.500,00
3	11.000,00	11.025,00
4	11.500,00	11.576,25
5	12.000,00	12.155,06
6	12.500,00	12.762,82
...	...	...
34	26.500,00	50.031,89
35	27.000,00	52.533,48
36	27.500,00	55.160,15



Ele é calculado pela fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

- **C:** capital aplicado
- **M:** montante
- **i:** taxa de juros
- **n:** período que corresponde os juros

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Zazá aplicou R\$ 500,00 em um investimento que rende 2% ao mês. Após 3 meses, qual o valor que ela terá a mais? ($1,02^3 \approx 1,06$)

Resolução:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 500 \cdot (1 + 0,02)^3$$

$$M = 500 \cdot 1,06$$

$$M = 530$$

02. Uma dívida, contraída a juros compostos, aumentou de R\$ 200,00 para R\$ 242,00 em dois meses. Admitindo-se um taxa mensal fixa, determine:

- A taxa de juros.
- O montante dessa dívida meio ano após a data que foi contraída.

Resolução

$$a) 242 = 200 \cdot (1 + i)^2$$

$$1,21 = (1 + i)^2$$

$$1 + i = 1,1$$

$$i = 0,1$$

10% a.m.

$$b) M = 200 \cdot (1,1)^6$$

$$M = 354,31$$

03. (ENEM) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses.

Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deverá esperar:

- dois meses, e terá a quantia exata.
- três meses, e terá a quantia exata.
- três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 225,00.
- quatro meses, e terá a quantia exata.
- quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 430,00.

Resolução: C

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Para $i = 2\%$ e $n = 2$

Teremos:

$$M = 20\,000 \cdot (1 + 0,02)^2 = 20\,808,00$$

Já com $i = 21\%$ e $n = 3$, teremos:

$$M = 20\,000 (1 + 0,02)^3 = 21\,224,16$$

Portanto, João deverá esperar por 3 meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, 225 reais.


**EXERCÍCIOS
PROTREINO**

01. Calcule o montante que receberei daqui a 5 meses, caso eu aplique hoje a quantia de R\$ 2000,00, a juros compostos de 3% a.m., com capitalização mensal.

02. Determine o tempo necessário para se triplicar um capital aplicado a uma taxa de 0,5% ao mês, no regime de juros compostos

03. Calcule os juros e o montante de uma aplicação financeira a juros compostos, nas seguintes condições:

Capital: R\$ 300,00; taxa: 2% a. m.; prazo: 4 meses

04. Um capital de R\$ 4000, 00 é aplicado, durante cinco anos, à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Calcule os juros gerado por esta aplicação após o determinado período.

05. Uma aplicação financeira a juros compostos rende 20% ao ano. Calcule o tempo mínimo para que possa resgatar 800% a mais que a quantia aplicada. (use as aproximações $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$)


**EXERCÍCIOS
PROPOSTOS**


01. (UNESP) Cássia aplicou o capital de R\$ 15.000,00 a juros compostos, pelo período de 10 meses e à taxa de 2% a.m. (ao mês). Considerando a aproximação $(1,02)^5 = 1,1$, Cássia computou o valor aproximado do montante a ser recebido ao final da aplicação. Esse valor é:

- a) R\$ 18.750,00. c) R\$ 17.250,00. e) R\$ 16.500,00.
b) R\$ 18.150,00. d) R\$ 17.150,00.

02. (UERJ) Ao se aposentar aos 65 anos, um trabalhador recebeu seu Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS) no valor de R\$ 50.000,00 e resolveu deixá-lo em uma aplicação bancária, rendendo juros compostos de 4% ao ano, até obter um saldo de R\$ 100.000,00. Se esse rendimento de 4% ao ano não mudar ao longo de todos os anos, o trabalhador atingirá seu objetivo após x anos. Considerando $\log(1,04) = 0,017$ e $\log 2 = 0,301$, o valor mais próximo de x é:

- a) 10 b) 14 c) 18 d) 22

03. (CFTMG) Analise as afirmações abaixo, marcando (V) para as verdadeiras e (F) para as falsas.

() No regime de juros compostos, uma taxa de 1% a.m. é equivalente a uma taxa de 12% a.a.

() Se montante é igual a capital mais juros, no regime de juros compostos, $\text{capital} = \frac{\text{montante}}{(1 + \text{taxa de juros})^{\text{período}}}$.

() Se considerados mesmo capital inicial, período e taxa, o montante em juros simples nunca será igual ao montante em juros compostos.

() Em juros compostos, o valor das n prestações iguais de um financiamento é determinado pela razão entre o total financiado C e o n, multiplicando-se esse resultado pela taxa de juros i:

$$\text{Prestações} = \frac{C}{n} \cdot i$$

A sequência correta é

- a) F, F, V, V. b) F, V, F, F. c) V, F, F, V. d) V, V, V, F.

04. (ENEM) Um empréstimo foi feito a taxa mensal de $i\%$, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P.

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

a) $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$

b) $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} \right]$

c) $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$

d) $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{3i}{100}\right)} \right]$

e) $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^3} \right]$

05. (ENEM) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55.000,00.
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30.000,00, e mais uma prestação de R\$ 26.000,00 para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20.000,00, mais uma prestação de R\$ 20.000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18.000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15.000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39.000,00
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60.000,00

Arthur tem o dinheiro para pagar a vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor), em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

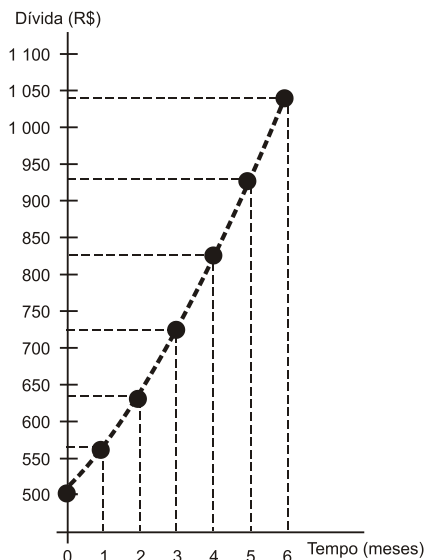
06. (ENEM) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses.

Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
b) três meses, e terá a quantia exata.
c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
d) quatro meses, e terá a quantia exata.
e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

07. (ENEM PPL) Um trabalhador possui um cartão de crédito que, em determinado mês, apresenta o saldo devedor a pagar no vencimento do cartão, mas não contém parcelamentos a acrescentar em futuras faturas. Nesse mesmo mês, o trabalhador é demitido. Durante o período de desemprego, o trabalhador deixa de utilizar o cartão de crédito e também não tem como pagar as faturas, nem a atual nem as próximas, mesmo sabendo que, a cada mês, incidirão taxas de juros e encargos por conta do não pagamento da dívida. Ao conseguir um novo emprego, já completados 6 meses de não pagamento das faturas, o trabalhador procura renegociar sua dívida. O gráfico mostra a evolução do saldo devedor.



Com base no gráfico, podemos constatar que o saldo devedor inicial, a parcela mensal de juros e a taxa de juros são

- a) R\$ 500,00; constante e inferior a 10% ao mês.
b) R\$ 560,00; variável e inferior a 10% ao mês.
c) R\$ 500,00; variável e superior a 10% ao mês.
d) R\$ 560,00; constante e superior a 10% ao mês.
e) R\$ 500,00; variável e inferior a 10% ao mês.

08. (UFU) Um comerciante está negociando o valor V da venda à vista de uma mercadoria que foi adquirida com seu fornecedor um mês antes por R\$ 1.000,00 com 4 meses de prazo para pagamento (sem pagar juros). Sabe-se que o comerciante aplica esse valor V à taxa de 2% de juros (compostos) ao mês para viabilizar o pagamento futuro da mercadoria.

Para que a atualização do valor associado à venda dessa mercadoria forneça, na data do pagamento do fornecedor, um lucro líquido de R\$ 200,00, a venda à vista deve ser de

Observação: use a aproximação $1,0612$ para $(1,02)^3$ e, ao expressar um valor monetário, faça o arredondamento na segunda casa decimal, considerando unidades inteiras de centavos.

- a) R\$ 942,33 c) R\$ 1.232,89
b) R\$ 1.130,80 d) R\$ 1.108,62

09. (FGV) Certo capital foi aplicado em regime de juros compostos. Nos quatro primeiros meses, a taxa foi de 1% ao mês e, nos quatro meses seguintes, a taxa foi de 2% ao mês. Sabendo-se que, após os oito meses de aplicação, o montante resgatado foi de R\$ 65.536,00, então o capital aplicado, em reais, foi aproximadamente igual a

Dado: $65536 = 2^{16}$

- a) $3,66^8$ b) $3,72^8$ c) $3,78^8$ d) $3,88^8$ e) $3,96^8$

10. (IFSC) Segundo dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o rendimento médio mensal das famílias catarinenses é R\$ 1.368,00.

Considerando-se que uma família pegou um empréstimo no valor de 30% de sua renda média mensal e vai pagar este empréstimo a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, quanto essa família pegou emprestado e qual o valor que a família irá pagar (montante final) se saldar essa dívida em 2 meses?

- a) Pegou emprestado R\$ 407,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 423,86.
b) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
c) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 424,90.
d) Pegou emprestado R\$ 409,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 425,94.
e) Pegou emprestado R\$ 410,40 e pagará, ao final de 2 meses, R\$ 426,98.

11. (FGV) Um capital aplicado a juros compostos a uma certa taxa anual de juros dobra a cada 7 anos. Se, hoje, o montante é R\$ 250.000,00, o capital aplicado há 28 anos é um valor cuja soma dos algarismos vale

- a) 20 b) 17 c) 19 d) 21 e) 18

12. (ESPM) Em todos os dias 10 dos meses de janeiro, fevereiro e março de um certo ano, o Sr. João aplicou a mesma quantia de R\$ 1.000,00 à taxa de juros compostos de 10% ao mês. Podemos concluir que o montante dessa aplicação no dia 10 de abril desse mesmo ano foi de:

- a) R\$ 4.203,00 c) R\$ 4.015,00 e) R\$ 3.968,00
b) R\$ 3.641,00 d) R\$ 3.135,00

13. (FGV) Ao aplicar hoje 100 mil reais a juros compostos a uma taxa de juros anual positiva, Jaime receberá 60 mil reais daqui a um ano e 55 mil reais daqui a dois anos.

Se a mesma aplicação fosse feita por dois anos a juros compostos e à mesma taxa anterior, Jaime receberia:

- a) 127 mil reais. c) 121 mil reais. e) 124 mil reais.
b) 118 mil reais. d) 115 mil reais.

14. (UFSM) Uma empresa de cartão de crédito opera com juros compostos de 6% ao mês. Um usuário dessa empresa contraiu uma dívida de R\$ 2.000,00 e, durante 6 meses, não pôde efetuar o pagamento. Ao procurar a empresa para renegociar a dívida, a empresa propôs que seja quitada em uma única parcela, com juros simples de 5% ao mês, referente aos 6 meses de atraso.

Aceita a proposta, o total de juros pagos e o desconto obtido, em reais, são, respectivamente, iguais a

Dado: $(1,06)^6 = 1,4185$

- a) 600,00 e 117,00. c) 600,00 e 237,00 e) 720,00 e 120,00.
b) 600,00 e 120,00. d) 720,00 e 117,00.

15. (FGV) Se uma pessoa faz hoje uma aplicação financeira a juros compostos, daqui a 10 anos o montante M será o dobro do capital aplicado C. Utilize a tabela abaixo.

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
2^x	1	1,0718	1,1487	1,2311	1,3195

Qual é a taxa anual de juros?

- a) 6,88% b) 6,98% c) 7,08% d) 7,18% e) 7,28%

16. (FGV) Um capital A de R\$ 10.000,00 é aplicado a juros compostos, à taxa de 20% ao ano; simultaneamente, um outro capital B, de R\$ 5.000,00, também é aplicado a juros compostos, à taxa de 68% ao ano.

Utilize a tabela abaixo para resolver.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log x$	0	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,96

Depois de quanto tempo os montantes se igualam?

- a) 22 meses. c) 23 meses. e) 24 meses.
b) 22,5 meses. d) 23,5 meses.

17. (MACKENZIE) Maria fez um empréstimo bancário a juros compostos de 5% ao mês. Alguns meses após ela quitou a sua dívida, toda de uma só vez, pagando ao banco a quantia de R\$10.584,00. Se Maria tivesse pago a sua dívida dois meses antes, ela teria pago ao banco a quantia de

- a) R\$10.200,00 c) R\$9.600,00 e) R\$9.000,00
b) R\$9.800,00 d) R\$9.200,00

18. (PUCMG) Certa pessoa tomou um empréstimo de R\$ 12.000,00 a juros compostos de 5% ao mês. Dois meses depois, pagou R\$ 7.230,00 desse empréstimo e, dois meses após esse primeiro pagamento, liquidou todo seu débito. O valor desse segundo pagamento, em reais, foi:

- a) 5.000,40 b) 5.200,00 c) 6.208,80 d) 6.615,00

19. (FGVRJ) Adotando os valores $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, em que prazo um capital triplica quando aplicado a juros compostos à taxa de juro de 20% ao ano?

- a) 5 anos e meio c) 6 anos e meio e) 7 anos e meio
b) 6 anos d) 7 anos

20. (FGVRJ) O senhor Haroldo deposita hoje R\$ 10.000,00 e depositará R\$ 12.000,00 daqui a 3 anos em um fundo que rende juros compostos à taxa de 10% ao ano. Seu montante, daqui a 4 anos, pertencerá ao intervalo:

- a) [27500; 27600] c) [27700; 27800] e) [27900; 28000]
b) [27600; 27700] d) [27800; 27900]



EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. (UERJ) Um capital de C reais foi investido a juros compostos de 10% ao mês e gerou, em três meses, um montante de R\$ 53.240,00. Calcule o valor, em reais, do capital inicial C.

02. (FGV) Um investidor aplicou certa quantia, em reais, à taxa de juro composto de 1% ao mês. Neste problema, desprezando qualquer tipo de correção monetária devido à inflação, responda as perguntas a seguir.

- a) Neste investimento, após 2 meses, seria possível resgatar o valor aplicado com lucro de R\$ 4.020,00. Calcule o valor inicialmente aplicado.
b) No investimento indicado, é possível resgatar um montante de 4 vezes o capital inicialmente aplicado em 139,3 meses. Caso o cálculo fosse feito adotando-se $\log 2 = 0,301$ e $\log 202 = 2,305$, que são logaritmos com apenas 3 casas decimais de aproximação, seria obtido um valor aproximado de t anos. Chamando de $E = t - 139,3$ ao erro cometido no cálculo devido ao uso de apenas 3 casas decimais de aproximação nos logaritmos indicados, calcule E.

03. (UFJF-PISM) Um capital de R\$ 1.000,00 aplicado no sistema de juros compostos a uma taxa de 10% ao mês, gera, após n meses, o montante (que é o juro mais o capital inicial) é dado pela fórmula abaixo:

$$M(n) = 1.000 \left(1 + \frac{1}{10} \right)^n$$

- a) Qual o valor do montante após 2 meses?
b) Qual o número mínimo de meses necessários para que o valor do montante seja igual a R\$10.000,00? (Use que $\log_{10} 11 = 1,04$)

04. (UFPE) Um capital é aplicado a uma taxa anual de juros compostos e rende um montante de R\$15.200,00 em 3 anos, e um montante de R\$17.490,00 em 4 anos. Indique o valor inteiro mais próximo da taxa percentual e anual de juros.

05. (UFPR) Uma quantia inicial de R\$ 1.000,00 foi investida em uma aplicação financeira que rende juros de 6%, compostos anualmente. Qual é, aproximadamente, o tempo necessário para que essa quantia dobre? (Use $\log_2(1,06) \approx 0,084$)

GABARITO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01.B	05.D	09.E	13.C	17.C
02.C	06.C	10.E	14.C	18.D
03.B	07.C	11.C	15.D	19.B
04.A	08.B	12.B	16.E	20.D

EXERCÍCIOS DE APROFUNDAMENTO

01. C = R\$ 40.000,00
02.
a) C = R\$ 200.000,00
b) 11,2 meses
03.
a) $M(2) = 1210$ reais
b) $n = 25$ meses
04. 15
05. $t \approx 11,9$ anos