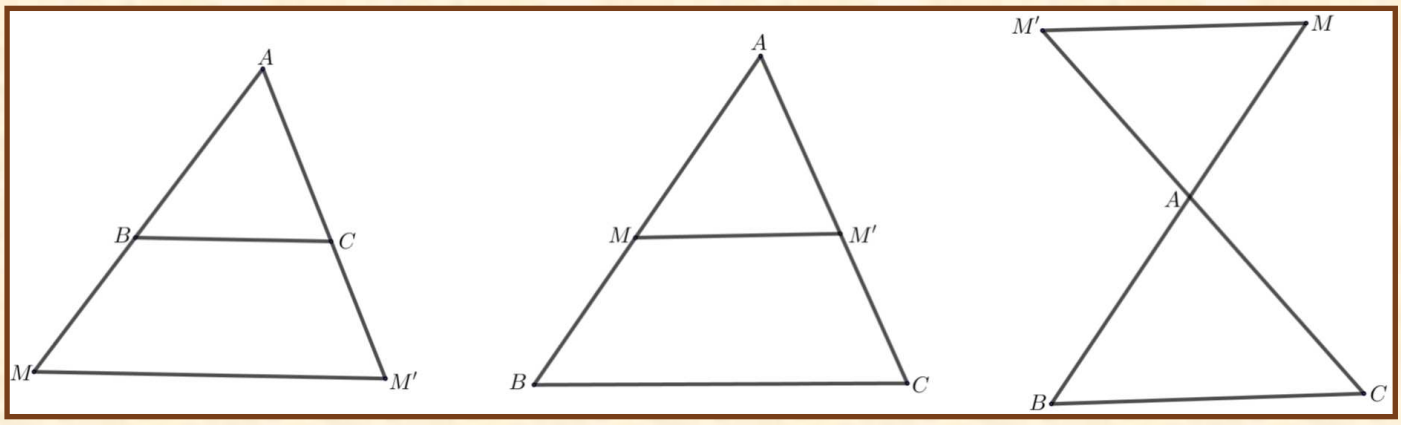
# LA CONNAISSANCE EST UNE FORCE

# LES SUJETS DU BEPC TOGO DE 2000 A 2020

## Classe de Troisième (3ème)




**ABC est un triangle, M est un point de (AB) et M′ un point de (AC).**

**Si (MM′)//(BC) alors** $\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}$.

$$\overrightarrow{3MC} + \overrightarrow{2BM} = \overrightarrow{BC}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$H = \frac{(x^2 + x) + (x + 1)(4x - 8)}{(5x - 8)(x - 4)}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

1ère édition


PAR

ALLOH YAOVI ROBERT

# BEPC TOGO DE 2000 A 2020

# MATHEMATIQUES

## TROISIEME



***Auteur : ALLOH Yaovi Robert***

***Professeur de Sciences Physiques au TOGO***

**Email : allohyaovirobert@gmail.com**

# MATHEMATIQUES

***COLLECTION***

**LA CONNAISSANCE EST UNE FORCE**

©2020 La connaissance est une force

(+228) 92 60 69 35

# BEPC TOGO SESSION 2000

## EXERCICE 1

1- Construire dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, les droites $(D_1)$ et $(D_2)$ d'équations respectives $y_1 = 2x - 1$ et $y_2 = x - 2$.

2- Calcule les coordonnées de leur point d'intersection $M$.

## EXERCICE 2

1- Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, placer les points $A, B, C$ et $D$ tels que $\overrightarrow{OB} = 3i$, $\overrightarrow{OA} = 2i + 3j$, $\overrightarrow{OC} = -2i + j$, $\overrightarrow{OD} = -3i + 4j$.

2-a) Détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}$.

b) En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

3- Quelles sont les coordonnées du point $K$, centre du quadrilatère $ABCD$ ?

## EXERCICE 3

Un quadrilatère $ABCD$ est inscrit dans un cercle de centre $O$ et de rayon $R$. On donne : $\hat{A} = \hat{C} = 90°$, $AB = AD$ et $\widehat{DBC} = 60°$.

1- Faire la figure.

2- Calculer les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ du quadrilatère.

3- Calculer les longueurs des côtés du quadrilatère en fonction de $R$.

## EXERCICE 4

Soit l'expression $F$ telle que $F = 3(x-2)^2 - 4 + x^2 + (x+5)(x-2)$.

1- Développer, réduire et ordonner $F$.

2- Factoriser $F$.

3- Soit $G$ la fraction rationnelle définie par $G = \frac{5x^2-9x-2}{3x^2-12}$.

a) Donner la condition d'existence d'une valeur numérique de $G$.

b) Simplifier $G$ pour cette condition.

c) Résoudre les équations $G = 0$ puis $G = 1$.

d) Calculer la valeur de $G$ pour $x = \sqrt{3}$.

## EXERCICE 4

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points $A, B$ et $C$ de coordonnées respectives $A(-5\,;3)$ et $B(2\,;2)$.

1- Déterminer les coordonnées du points $C$ tel que le quadrilatère $BCAO$ soit un parallélogramme.

2- Déterminer les coordonnées du point $M$ tel que $3\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC}$.

3- Montrer que $C$ est le milieu du bipoint $(M, B)$.

ALLOH Y. ROBERT +228 92606935 La Connaissance est une Force

## BEPC TOGO — SESSION 2001

### EXERCICE 1

a- Calcule et donne le résultat sous forme de fraction irréductible : $B = \frac{2}{7} : \frac{3}{7} - \left(\frac{56}{70} + \frac{2}{3}\right)$ ;

$C = \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$.

b- Ecris au moyen d'un seul radical $D = 5\sqrt{28} - 3\sqrt{175} + \sqrt{252}$ ; $E = -4\sqrt{48} + 3\sqrt{147} - \frac{2}{3}\sqrt{243}$.

### EXERCICE 2

1- On considère l'expression suivante : $A = (x+3)(3-2x) - (x+3)^2 + 2(x+3)(x-1)$.

a) Développe, réduis et ordonne $A$.

b) Montre que $A = (x+3)(-x-2)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $A = 0$.

2- Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère les droites $(D_1)$ et $(D_2)$ d'équations respectives $(D_1) : y_1 = x + 3$ et $(D_2) : y_2 = -x + 1$.

a) Tracer les droites $(D_1)$ et $(D_2)$.

b) On appelle $I$ le milieu d'intersection de $(D_1)$ et de $(D_2)$. Lis sur le graphique les coordonnées de $I$.

c) Retrouve par calcul, les coordonnées de $I$.

### EXERCICE 3

1- Place les points $A(2\,;1{,}5)$, $B(5\,;3)$, $C(-1\,;7{,}5)$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

2- Démontrer que les droites $(AB)$ et $(AC)$ sont perpendiculaires.

3- Calculer les coordonnées du milieu $I$ du segment $[AC]$.

4- Soit $J$ le symétrique du point $I$ par rapport au point $C$.

Calcule les coordonnées du point $J$.

5- Place le point $K$ tel que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AJ}$.

Quelle est la nature du quadrilatère $ABKJ$ ?

Calcule les coordonnées du point $K$.

### EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre. Soit un démi-cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 12$. Soit $O$ le milieu de $[AB]$ et $H$ le milieu de $[AO]$. La perpendiculaire en $H$ à $(AB)$ coupe $(\mathcal{C})$ en $M$. Fais la figure.

1- Calcule $AM$, $MB$, $\sin \widehat{ABM}$ et $\cos \widehat{ABM}$.

2- Trace la médiatrice de $[AB]$ ; elle coupe $(MB)$ en $N$. Calcule $NB$ et $ON$.

# BEPC TOGO SESSION 2002

## EXERCICE 1

On sait que $2a + 2b + 3c = 21$ et que $c = \frac{1}{2}$. Donne la valeur de $a + b + c$.

## EXERCICE 2

On considère les expressions $f$ et $g$ telles que : $f = 25 - 9x^2$ et $g = (3x - 5)^2 - 15x + 25$.

1-a) Développe, réduis et ordonne $g$ suivant les puissances décroissantes de $x$.

b) Donne son degré.

2- Factorise $f$ et $g$.

3- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $g = 2f$.

4- Soit $h = \frac{f}{g}$.

a) Quelle est la condition d'existence d'une valeur numérique de $h$ ?

b) Simplifier $h$.

c) Calculer la valeur de $h$ pour $x = \sqrt{3}$.

## EXERCICE 3

La plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère les points $A, B$ et $C$ tels que : $\overrightarrow{OA} = 5i - j$, $B(-1\,;2)$, $(BC)$ a pour coefficient directeur $\frac{1}{2}$, $(AC)$ et $(BC)$ sont perpendiculaires.

1- Dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, porte les points $A$ et $B$.

2-a) Donne une équation cartésienne de la droite $(BC)$.

b) Donne une équation cartésienne de la droite $(AC)$.

c) Déduis-en les coordonnées du point $C$.

3- Soit $E$ le symétrique de $B$ dans la symétrie orthogonale par rapport à $(BC)$. Détermine les coordonnées de $E$ et $F$.

4- Place les points $C, E$ et $F$ dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ précédent.

5- Quelle est la nature du quadrilatère $ABFE$ ?

6- Quelle est l'aire du quadrilatère $ABFE$ ?

## EXERCICE 4

Dans un plan, on considère un carré $ABCD$ tel que $AB = 8\,cm$. Soit $O$ le milieu de $[AB]$ et $E$ le point du segment $[AD]$ tel que $AE = 2cm$.

1- Calcule $OC$, $OE$ et $CE$.

2- Démontre que le triangle $OCE$ est rectangle.

3- Soit $\alpha$ la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

a) Calcule $\cos\alpha$.

b) Déduis à 1 degré près l'encadrement de $\alpha$.

ALLOH Y. ROBERT +228 92606935 La Connaissance est une Force DE SCIENCES PHYSIQUES

## BEPC TOGO — SESSION 2003

### EXERCICE 1

On pose $A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ et $B = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

1- Calcule $\left(\left(1 + \sqrt{2}\right)^2\right.$ et $\left(1 - \sqrt{2}\right)^2$. Et déduis-en la valeur la plus simple de $A$ et de $B$.

2- Calcule $A + B$ et $A - B$.

3- Trouve une valeur approchée à $10^{-2}$ près par excès du réel $A + B$ sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

4- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(x - 2)^2 = \left(\sqrt{2} - 1\right)^2$.

### EXERCICE 2

Soit l'expression $F = (3x - 6)^2 - 4(x - 1)^2$.

1- Factorise $F$.

2- Utilise cette factorisation pour répondre à la question suivante :

Existe-t-il une valeur entière de $x$ qui annule $F$ ?

3- Développe, reduis et ordonne $F$.

4- Soit la fonction rationnelle $H$ telle que $H = \frac{(x^2+x)+(x+1)(4x-8)}{(5x-8)(x-4)}$.

a) Donne la condition d'existence d'une valeur numérique de $H$ puis simplifie $H$.

b) Pour quelle valeur de $x$ a-t-on $H = 0$ et $H = 1$ ?

### EXERCICE 3

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A, B, C$ et $K$ définis par : $\overrightarrow{OA} = 4i + 6j$, $\overrightarrow{OB} = -4i + 8j$, $\overrightarrow{OC} = -5i + \left(3 - 3\sqrt{2}\right)j$ et $\overrightarrow{AK} = -5i - 3j$.

1-a) Calcule les coordonnées de $K$.

b) Calcule la distance $KA$, $KB$ et $KC$.

c) Que représente le point $K$ pour le triangle $ABC$ ?

2- Soit $M$ le symétrique de $B$ par rapport à $K$. Calcule les coordonnées de $M$.

3- Calcule les longueurs des côtés du triangle $ABM$.

Déduis de ces calculs la nature du triangle $ABM$.

### EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre. Soit un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB = 3$ et $AC = 9$. $J$ est le milieu de $[BC]$. $I$ est le point du segment $[AC]$ tel que $IC = 5$. Fais la figure.

1- Calcule $BC$ et $BI$. Que représente la droite $(IJ)$ pour le segment $[BC]$ ? En déduire la nature du triangle $IJC$.

2- La droite parallèle à $(AB)$ passant par $I$ coupe $(BC)$ en $E$. Calcule $EC$, $EI$ et $EJ$.

## BEPC TOGO — SESSION 2004

### EXERCICE 1

1- Calcule : $A = -\frac{7}{5} \times \left(3 - \frac{8}{21}\right)$ ; $B = \left(2 - \frac{1}{3}\right) : \left(5 + \frac{5}{6}\right)$.

2- Ecris les nombres $E$ et $F$ sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où $a, b$ et $c$ sont des entiers ($c$ le plus petit possible).

$E = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{81} - \sqrt{700}$ ; $F = \left(2\sqrt{3} + 1\right)^2 - (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)$.

### EXERCICE 2

Soit l'application $f$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f = 9(x-2)^2 - (2x+2)^2$.

1- Développe, réduis et ordonne $f$.

2- Factoriser $f$.

3- Soit $h$ la fraction rationnelle de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que $h = \frac{x(x+1)+4(x+1)(x-2)}{(5x-8)(x-4)}$.

a) Donne la condition d'existence d'une valeur numérique de $h$ puis simplifie l'écriture de $h$.

b) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations : $h = 0$ ; $h = 1$.

### EXERCICE 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On donne les points $A(-2\,;5)$, $B(-1\,;1)$, $D(2\,;4)$.

1- Détermine les coordonnées du point $C(x\,;y)$ pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2- Calcule les coordonnées du point $I$ centre du parallélogramme $ABCD$.

3- Calcule les distances $AB$ et $AD$. En déduire la nature exacte du parallélogramme $ABCD$.

4- Ecris une équation de la droite $(AD)$.

5- Ecris une équation de la droite $(\Delta)$ perpendiculaire à $(AD)$ et passant par $B$.

### EXERCICE 4

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre $O$ et de diamètre $[BC]$ tel que $BC = 8$. $A$ est un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que $BA = 4$. $B'$ est le symétrique de $B$ par rapport à $A$.

1- Démontrer que le triangle $BAC$ est rectangle en $A$.

2- Calcule $AC$.

3- Démontrer que $AOB$ est un triangle équilatéral.

4- Calcule la mesure en degré de chacun des angles du triangle $AOC$.

5- Calcule $BB'$.

6- Démontre que $(AC)$ est la médiatrice se $[BB']$.

ALLOH Y. ROBERT +228 92606935 La Connaissance est une Force AMATEUR DE SCIENCES PHYSIQUES

# BEPC TOGO SESSION 2005

## EXERCICE 1

1- Soit $A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$.

Calcule $A$. (On donnera le résultat sous la forme $a.\sqrt{13}$ où $a$ est un nombre entier).

2- Soit $B = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$. Montre que $B = 0$.

3- Soit $C = \left(2 + \sqrt{3}\right)^2 + \left(1 - 2\sqrt{3}\right)^2$. En précisant toutes les étapes du calcul de $C$, montre que $C$ est un nombre entier.

## EXERCICE 2

On donne les polynômes $F = (12x^2 - 3)(x + 3) + (x^2 - 9)(2x - 1)$ et $G = 4x^3 - x$.

1- Factorise $F$ et $G$.

2- Développe, réduis et ordonne $F$ suivant les puissances croissantes de $x$.

3- Soit $H$ la fraction rationnelle telle que $H = \frac{(12x^2-3)(x+3)+(x^2-9)(2x-41)}{4x^3-x}$.

a) Trouve la condition d'existence de la fraction rationnelle $H$.

b) Simplifie l'écriture de $H$.

c) Pour quelle valeur de $x$ a-t-on $H = 0$ ? $H = 1$ ?

d) Calcule la valeur numérique de $H$ pour $x = \sqrt{2}$ puis donne un encadrement à $10^{-2}$ près de cette valeur sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

## EXERCICE 3

Dans un plan $(P)$ muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points suivants : $E(-1\,;\,-3)$ et $P(-3\,;\,1)$.

1- Fais la figure que tu complèteras au fur et à mesure.

2- Quelles sont les coordonnées du point $K$ milieu du segment $[EP]$ ?

3- Démontre que le triangle $OPE$ est rectangle isocèle en $O$.

4- Détermine les coordonnées du point $N$ tel que $OPNE$ soit un carré.

## EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.

On considère le triangle $OAB$ rectangle en $O$ tel que $OA = 3$ et $OB = 4$. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de diamètre $[AB]$ et de centre $I$. $(D)$ est la droite tangente en $A$ au cercle $(\mathcal{C})$ qui coupe la droite $(OB)$ en $K$.

1- Calcule $AB$, $OK$ et $KA$.

2- On appelle $I'$ le symétrique de $I$ par rapport à $A$. L'image de $I'$ par la translation du vecteur $\overrightarrow{KI}$.

a) Montre que $KI'LI$ est un parallélogramme.

b) En déduire que $L$ est un point de la droite $(D)$.

c) Prouve que $KI'LI$ est un losange.

d) Montre que $BK = BI$.

3- Fais une figure complète.

# BEPC TOGO SESSION 2006

## EXERCICE 1

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de 3ème à l'issu d'un devoir de mathématiques noté sur 20.
14 8 9 14 6 12 7 17 11 16 13 7 14 11 8 15 6 14 14 5 13 10 9 11 10 10 11 10 10 12.

1- Quel est l'effectif total de cette série statistique ?

2-a) Dresser le tableau des effectifs.

b) Construire le diagramme en bâton des effectifs. (On prendra 1 $cm$ pour unité sur l'axe des effectifs).

c) Préciser le ou les modes.

3- Calculer la moyenne de cette classe à l'issue de ce devoir.

## EXERCICE 2

On donne les polynômes $A = -2(x^2 - 3x) + 4(3 - x)$ et $B = (x - 3)^2 - (6 - 2x)(5 - x) - x^2 + 9$.

1- Développe, réduis et ordonne suivant les puissances croissantes de $x$ le polynôme $B$.

2- Ecris $A$ et $B$ sous la forme de produit de facteurs du premier degré.

3- On considère dans cette partie la fraction rationnelle $R = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)(x-3)}$.

a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $R$.

b) Simplifier $R$.

c) Calculer la valeur exacte de $R$ pour $x = \sqrt{2}$ (rendre rationnel le dénominateur).

d) Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, déterminer un encadrement à $10^{-2}$ près de cette valeur.

## EXERCICE 3

Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et l'unité de longueur le centimètre, on considère les points $A(-5\,;1)$, $B(1\,;7)$ et $D(1\,;1)$.

1-a) Placer les points $A, B$ et $D$ dans le repère. (On complètera au fur et à mesure).

b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$ puis en déduire les distances $AB$, $AD$ et $BD$.

c) Quelle est la nature du triangle $BAD$ ? Justifier.

2- On considère le point $E(7\,;7)$. Démontrer que le quadrilatère $BADE$ est un parallélogramme puis calculer les coordonnées de son centre $M$.

3-a) Déterminer une équation de la droite $(AB)$ puis de la droite $(AE)$ sous la forme $y = ax + b$.

b) En déduire le coefficient directeur de la droite $(DE)$.

4- Soit $(\Delta)$ la perpendiculaire à $(AE)$ puis de la droite $(DE)$.

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$ puis en déduire une équation de $(\Delta)$.

b) Calculer les coordonnées du point $G$.

## EXERCICE 4

$ABE$ est un triangle en $A$ tel que $AB = 5$ et $BE = 10$.

L'unité de longueur est le centimètre.

1- Construire le triangle $ABE$ puis calculer la valeur exacte de la distance $AE$.

2- Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre $B$ et de rayon $AB$. $(\mathcal{C})$ coupe la droite $(BE)$ en $F$ et $G$ avec $F \in [BE]$. La perpendiculaire à $(AF)$ passant par $B$ coupe $(AE)$ en $I$ et $(AF)$ en $J$.

a) Construire le cercle $(\mathcal{C})$ puis les points $F$, $G$, $I$ et $J$.

b) Montrer que la droite $(AG)$ est perpendiculaire à la droite $(AF)$.

c) En déduire que les droites $(AG)$ et $(IB)$ sont parallèles puis que le point $J$ est milieu du segment $[AF]$.

# BEPC TOGO SESSION 2007

## EXERCICE 1

1-a) Développer puis réduire les nombres $a = (1+\sqrt{3})^2$ et $b = (1-\sqrt{3})^2$.

b) On donne $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ et $B = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$. Ecrire le plus simplement $A$ et $B$.

2- On considère la fraction rationnelle $R = \frac{(x+1)(2x-8)}{(x-4)(2x+6)}$.

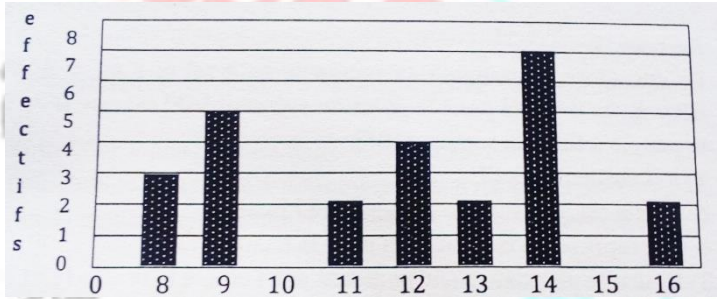
a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $R$.

b) Simplifier $R$ lorsqu'elle existe.

3-a) Trouver la valeur exacte de $R$ pour $x = \sqrt{2}$ (rendre rationnel le dénominateur de $R$).

## EXERCICE 2

Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes obtenues à un devoir de mathématiques par une classe de 3ème .




1- Le caractère est quantitatif ou qualitatif ? Justifier votre réponse.

2- Quel est le mode de ce caractère ?

3- Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.

4- Calculer la moyenne de cette classe.

5- Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note plus petite que la moyenne de la classe ?

## EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre. $AIDS$ est un rectangle tel que $ID = 6$ et $AI = 8$.

1- Fais une figure qu'on complètera au fur et à mesure.

2-a) Calculer $AD$ et tan $\widehat{DAS}$.

b) Déterminer l'arrondi d'ordre 0 de la mesure de l'angle $DAS$.

3- Soit $M$ le milieu de $[AI]$ et $N$ celui de $[DI]$.

a) Démontrer de deux façons que les droites $(MN)$ et $(AD)$ sont parallèles.

b) Démontrer que les triangles $MIN$ et $SAD$ sont semblables.

4- La droite $(SI)$ coupe le segment $[AD]$ en $K$ et le segment $MN$ en $L$. Calculer $KI$ et $IL$.

5- $E$ et $F$ sont symétriques respectifs des points $M$ et $N$ par rapport au point $K$. Déterminer l'image du triangle $FAK$ par $S_{(ME)}$ suivie de $S_{(NF)}$.

## EXERCICE 4

On considère le triangle $CAF$ rectangle en $A$ tel que $AC = 3$ et $AF = 9$. On désigne par $I$ le point du segment $[AF]$ tel que $IF = 5$ et par $J$ le milieu du segment $[CF]$.

1-a) Calculer $CF$ et $CI$.

b) Quelle est la nature du triangle $CFI$ ? Justifier.

c) Que représente la droite $(IJ)$ pour le triangle $CFI$ ?

2- La droite parallèle à $(AC)$ passant par $I$ coupe la droite $(CF)$ au point $E$. Calculer $EF$ et $EI$.

3- On désigne par $R$ le symétrique de $I$ par rapport à $J$. Quelle est la nature du quadrilatère $CIFR$ ? Justifier.

## BEPC TOGO — SESSION 2008

### EXERCICE 1

1- Calculer les valeurs exactes des nombres suivants : (chaque résultat sera donné sous forme la plus simple possible). $P = -3\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{1}{5} + 1\right)$ ; $Q = \frac{14}{15} : \left(-\frac{15}{65}\right)$ ; $R = \frac{4{,}5\times10^{-4}\times8\times10^{6}}{3^2\times10^2}$ ; $S = \sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{125}$.

2- On donne les nombres suivants : $A = \frac{1}{\sqrt{7}}$ ; $B = \frac{1}{2+\sqrt{7}}$ ; $C = \frac{-3+\sqrt{7}}{-2+\sqrt{7}}$.

a) Rendre rationnel le dénominateur de $A$, $B$ et $C$.

b) Calculer $C + \frac{7}{3} - \frac{1}{3}$.

### EXERCICE 2

On considère les polynômes $U = (2x-5)(x+1)$ ; $V = 2x^2 - 3x - 5$ ;
$W = 2x^2 - 3x - 5 + (2x-5)(2x+5)$.

1- Développe, réduis et ordonne suivant les puissances décroissantes de $x$, les polynômes $U$ et $W$.

2- Déduis une factorisation de $V$ et $W$.

3- Pour quelle valeur de $x$ $W = 0$ ?

4- On considère la fraction rationnelle $R = \frac{6x+20}{(2x-5)(3x+10)}$.

a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $R$.

b) Simplifier $R$ lorsqu'elle existe.

c) Calculer les valeurs de $x$ pour lesquelles $R$ est positif. Ecrire le résultat sous forme d'intervalle.

### EXERCICE 3

$ABC$ est un triangle isocèle tel que $AB = AC$. Le point $H$ est le milieu de $[BC]$, et $D$ le symétrique de $A$ par rapport à $H$.

1- Montrer que $ABDC$ est un losange.

2- Placer le point $E$ tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$. Quelle est la nature du quadrilatère $AECB$ ? Justifier.

3- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

4- Construire le point $F$ symétrique de $A$ par rapport à $C$. Quelle est la nature du quadrilatère $AEFD$ ? Justifier.

### EXERCICE 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A$, $N$, $E$ et $D$ tels que :
$\overrightarrow{OA} = -3\vec{u}$ ; $\overrightarrow{ON} = 2\vec{u} + \vec{v}$ ; $\overrightarrow{OE} = 4\vec{u} + 3\vec{v}$ et $\overrightarrow{DO} = \vec{u} - 2\vec{v}$.

1- Placer les points $A$, $N$, $E$ et $D$ dans le plan.

2-a) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{NA}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b) En déduire la nature du quadrilatère $EDAN$.

c) Démontrer que les segments $[AE]$ et $[DN]$ ont un même milieu $K$. Calculer les coordonnées de $K$.

3-a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{ON}$ sont orthogonaux.

b) Calculer $OD$ et $ON$ puis en déduire la nature du triangle $DON$.

c) $S(1\,;3)$ est un point du plan. Donner, en justifiant, la nature précise du quadrilatère $DONS$.

4a) Déterminer une équation de la droite $(DN)$.

b) Le point $R(2\,;\,-3)$ appartient-il à la droite $(DN)$ ? Justifier.

c) Calculer les coordonnées du point d'intersection $H$ de $(DN)$ et l'axe des ordonnées.

5- On considère par $F$ le pied de la hauteur issue de $O$ dans le triangle $DON$.

a) Déterminer le coefficient directeur de $(OF)$.

b) Prouver que la droite $(OF)$ a pour équation $y = 3x$.

c) Calculer les coordonnées de $F$.

# BEPC TOGO SESSION 2009

## EXERCICE 1

1- Fais le calcul et donne le résultat sous forme irréductible.

a) $\frac{2}{3} - 21 \times \frac{5}{7}$

b) $\frac{15}{37} \times \frac{5}{7} \times \frac{28}{42}$.

2- Ecris sous forme de $a\sqrt{b}$ où $b$ est un entier naturel le plus possible.

a) $3\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{15}$

b) $3\sqrt{3} - 7\sqrt{45} + 2\sqrt{10}$.

3- On donne $x = 1 - \sqrt{2}$ et $y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

a) Calculer $x^2$.

b) Déduis-en l'écriture simplifiée de $y$.

## EXERCICE 2

On donne $f(x) = (x + 2)(x - 4) + (3x - 5)(2x + 4)$ et $g(x) = (2x - 3)^2 - (x - 1)^2$.

1- Développe, réduis et ordonne $f(x)$.

2- Résoudre l'équation $f(x) = 35$.

3- Factoriser $2x + 4$ ; factoriser en suite $f(x)$.

4- Factoriser $g(x)$.

5- On pose $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

a) Quelle est la condition d'existence d'une valeur numérique de $q(x)$ ?

b) Simplifie $q(x)$.

6- Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} y - 2x + 3 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$

## EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On donne les points $A(7\,;1)$, $B(8\,;4)$, $C(-1\,;7)$.

1-a) Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

b) Calcule les distances $BA$, $BC$ et $CA$.

c) Démontre que le triangle $ABC$ est rectangle.

2- $M$ est le milieu du segment $[AC]$ et $D$ le symétrique de $B$ par rapport à $M$.

a) Détermine les coordonnées des points $M$ et $D$.

b) Démontre que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

## EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre. $MNPQ$ est un rectangle de centre $I$ tel que $MN = 8$ et $PN = 6$. $(\mathcal{C})$ est un cercle circonscrit au rectangle $MNPQ$.

1- Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.

2-a) Quelle est la nature du triangle $MNQ$ ? Justifie ta réponse.

b) Calcule $NQ$.

3- Place le point $S$ appartenant au demi-cercle du diamètre $[NQ]$ contenant le point $M$ tel que $NS = 6$.

a) Démontre que le triangle $NSQ$ est un triangle rectangle en $S$.

b) Calcule l'aire du quadrilatère $NSQR$.

# BEPC TOGO SESSION 2018

## EXERCICE 1

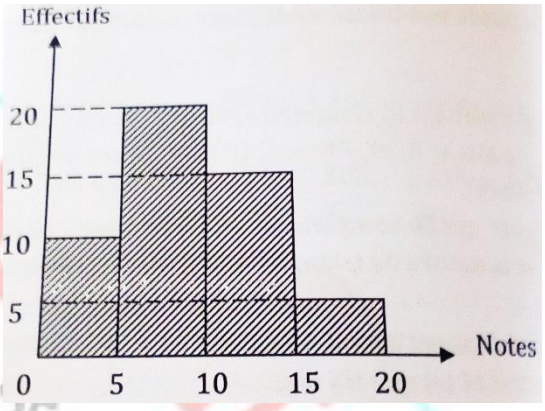
1- On considère les nombres suivants : $A = \frac{3}{2} - \frac{10}{3} \times \frac{12}{5}$ et $B = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}+1}$.

a) Calculez $A$ et donnez le résultat sous la forme de fraction irréductible.

b) Ecrivez $B$ sans radical au dénominateur.

2- Calculez $(1-\sqrt{3})^2$ puis déduisez l'écriture simple de $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

3- Après un devoir de mathématiques dans une classe de 3ème, le professeur construit le diagramme ci-contre.




a) Déterminez l'effectif de la classe.

b) Etablissez le tableau des effectifs et fréquences de cette série regroupée en classe d'amplitudes égales chacune à 5.

c) Quelle est la classe modale ?

## EXERCICE 2

On donne les expressions $A$ et $B$ suivantes : $A = 49x^2 - 25$ et $B = (7x-5)(3-2x) - 14x + 10 - 5(5-7x)$

1- Développez, réduisez et ordonnez $B$ suivant les puissances croissantes de $x$.

2- Factorisez $A$ et $B$.

3- On donne la fraction rationnelle $H = \frac{(7x+5)(7x-5)}{(7x-5)(-x+3)}$.

a) Déterminez la condition d'existence d'une valeur numérique de $H$.

b) Simplifiez $H$.

c) Calculez la valeur numérique de $H$ pour $x = \sqrt{5}$.

d) Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $H = 1$.

## EXERCICE 3

$ABC$ est un triangle rectangle en $A$ tel que $AB = 3\ cm$ ; $AC = 9\ cm$.

1- Faites une figure que vous complèterez au fur et à mesure.

2- Soit $J$ le milieu de $[BC]$ et $I$ le milieu de $[AC]$ tel que $IC = 5\ cm$.

a) Calculez $BC$. Déduisez-en que $\sin \widehat{ACB} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

b) Calculez $BI$. Déduisez-en que la droite $(IJ)$ est la médiatrice de $[BC]$.

3- La droite parallèle à $(AB)$ passant par $I$ coupe $(BC)$ en $E$. Calculez les distances $EC$ et $EI$, puis déduisez-en la valeur de $EJ$.

## EXERCICE 4

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les points $A$, $B$ et $C$ sont définis par : $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ ; $\overrightarrow{OB} = 8\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OC} = 8\overrightarrow{OJ}$.

1- Donnez le couple de coordonnées des points $A$, $B$ et $C$ ; placez ensuite ces points dans le repère.

2- Calculez les distances $AB$ et $AC$, puis déduisez-en la nature du triangle $ABC$.

3- Soit $T$ le milieu de $[BC]$.

a) Trouvez une équation de la droite $(AT)$.

b) Soit $x$ la mesure en degré de $\widehat{ABC}$. Calculez $\tan x$.

# BEPC TOGO SESSION 2011

## EXERCICE 1

1- Calculez : $A = -\frac{5}{3} \times \left(4 + \frac{7}{5}\right)$ et $B = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} : \frac{7}{15}$

2-a) Calculez : $C = \left(2 - \sqrt{5}\right)^2$ et $D = \left(2 + \sqrt{5}\right)^2$

b) Déduisez-en une écriture simple de $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$ et $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.

3- Soit la fraction rationnelle $R = \frac{x(2x+3)-(6x+9)}{(2x+3)(x-2)}$.

a) Trouvez la condition d'existence d'une valeur numérique de $R$.

b) Factorisez : $x(2x + 3) - (6x + 9)$, puis simplifiez $R$ lorsqu'elle existe.

c) Calculez la valeur numérique de $R$ pour $x = \sqrt{2}$ (rendre rationnel le dénominateur).

## EXERCICE 2

On relève les âges le 1er avril 2010, des élèves d'une classe de troisième :

13 16 14 15 13 15 16 14 14 15 16 14 15 15 14 17 14 15 13 14 15 16 15 16 14 15 13 14 15 17 16 15 16 15 15 14 15 13 14 16.

1- Etablissez le tableau des effectifs des âges de ces élèves.

2- Quel est le mode de cette série statistique ?

3- Construire le diagramme en bâton de cette série.

4- Calculez l'âge moyen des élèves de cette classe.

## EXERCICE 3

Dans un plan muni d'un repère ortonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(-3\,;0)$, $B(2\,;-3)$et $C(5\,;2)$.

1- Calculez $AB$, $BC$ et $AC$.

2- Justifier que le triangle $ABC$ est un triangle rectangle isocèle.

3- Calculer les coordonnées du point $K$ milieu de $[AC]$.

4- $D$ est le symétrique de $B$ par la symétrie de centre $K$. Calculer les coordonnées de $D$.

## EXERCICE 4

$(\mathcal{C})$ est un demi-cercle de centre $O$ et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 12$. L'unité est le centimètre. $C$ est le point du demi-cercle tel que $BC = 3$.

1- Faites une figure que vous complèterez au fur et à mesure.

2- Quelle est la nature du triangle $ABC$ ? Calculez $AC$.

3- Le projeté orthogonal de $C$ sur $[AB]$ est $E$ et le projeté orthogonal de $E$ sur $[AC]$ est $F$.

a) Justifiez que la droite $(CE)$ est la médiatrice de $[OB]$.

b) Calculez $AE$, $AF$ et $EF$.

# BEPC TOGO SESSION 2012

## EXERCICE 1

1- On donne les nombres suivants : $M = \frac{15}{2} \times \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3}\right)$ ; $N = \frac{30\times2^2-5^2\times4}{4\times10^{-2}}$ ; $P = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$.

a) Calcule et simplifie si possible $M$ et $P$.

b) Montre que $N$ est un entier naturel.

2- Montre que les réels $\frac{1}{2\sqrt{2}-3}$ zt $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés.

3- Après un devoir de mathématiques dans une classe de troisième, le professeur constitue des effectifs suivants :

| Classe | ]0 ; 5[ | ]5 ; 10[ | ]10 ; 15[ | ]15 ; 20[ |
|---|---|---|---|---|
| **Effectifs** | 10 | 20 | 15 | 5 |

a) Quel est l'effectif de cette classe ?

b) Quelle est la classe modale ?

c) Quel est le pourcentage des élèves ayant obtenu une note inférieure à 10 ?

d) Construit le diagramme à bande de cette série statistique ?

Prendre : pour effectif 1 $cm$ pour 5 ; pour classe largeur 1 $cm$.

## EXERCICE 2

On donne les polynômes $A$ et $B$ définis par : $A = x^2 + x - 6$ et $B = x^2 - 3x + 2$.

1- Trouve les polynômes $C$ et $D$ tels que $A = x - 2 + C$ et $B = x - 2 + D$.

2- Déduis-en une factorisation de $A$ et de $B$.

3- Soit la fraction rationnelle $H$ définie par $H = \frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)(x-1)}$.

a) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de $H$.

b) Simplifie $H$.

c) Calcule la valeur numérique de $H$ pour $x = \sqrt{3}$ (rendre rationnel le dénominateur).

d) Détermine la valeur approchée à $10^{-2}$ près par défaut de cette valeur sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.

e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $H = -\frac{1}{2}$.

## EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On donne les points $B$ et $C$ et $M$ définis par : $\overrightarrow{OB} = 8\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$ ; $C(-1\,;5)$ et $M(3\,;2)$.

1-a) Donne le couple de coordonnées du point $B$, puis calculer les distances $BM$ et $CM$.

b) Déduis-en la nature du triangle $BMC$.

2- On désigne par $A$ le symétrique de $C$ par rapport à $M$ et $D$ l'image de $C$ par la translation du vecteur $\overrightarrow{BA}$.

a) Détermine les coordonnées des points $A$ et $D$.

b) Démontre que le triangle $ABC$ est rectangle en $B$.

c) Calcule $BA$ puis démontre que $\sin\widehat{BCA} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

3- Trouve une équation de la droite $(CM)$.

## EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre. $CEG$ est un triangle rectangle en $G$ tel que $EG = 6$ et $CG = 8$.

1- Calcule $EC$.

2-a) Place le point $A$ du segment $[EC]$ tel que $CA = 4$. Trace le cercle $(\mathcal{C})$ de centre $O$ et de diamètre $[CA]$. Le cercle $(\mathcal{C})$ recoupe la droite $(CG)$ en $B$.

b) Justifier que le triangle $BAC$ est rectangle en $B$.

c) Déduis-en que les droites $(EG)$ et $(AB)$ sont parallèles.

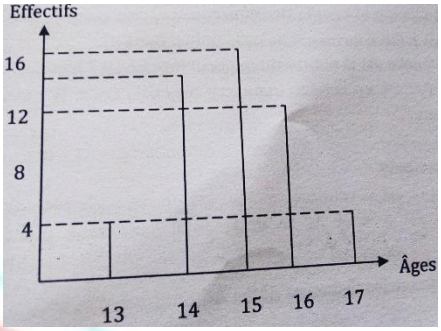
d) Calcule $AB$ et $BC$.

# BEPC TOGO SESSION 2013

## EXERCICE 1

1- Calcule $(4+\sqrt{5})^2$ et $(4-\sqrt{5})^2$ ; puis écris plus simplement $\sqrt{21+8\sqrt{5}}$ et $21-8\sqrt{5}$.

2- Le diagramme en bâton suivant représente une série statistique sur les âges des élèves d'une classe de troisième.




a) Etablis le tableau des effectifs et de fréquences de cette série.

b) Calcule la moyenne des âges des élèves de cette classe.

## EXERCICE 2

1- On donne les polynômes suivants : $A = 9(x+1)^2 - (2x-1)^2$ et $B = (x+4)(3x-2) - (2x+8)(x+3) + (3x +$

a) Développe, réduis et ordonne $B$.

b) Factorise $A$ et $B$.

2- Soit la fraction rationnelle $E = \frac{(x-5)(x+4)}{(x+4)(5x+2)}$.

a) Trouve la condition d'existence d'une valeur numérique de $E$.

b) Simplifie la fraction rationnelle $E$ lorsqu'elle existe.

c) Trouve la valeur de $x$ lorsque $E = \frac{1}{2}$.

d) Calcule la valeur numérique de $E$ pour $x = \sqrt{2}$ (rendre rationnel le dénominateur).

## EXERCICE 3

L'unité est le centimètre.

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points $E$, $F$, $G$ et $H$ définis par : $E(2\,;2)$, $F(-4\,;-1)$, $G(-1\,;-5)$ et $H(4\,;-2)$.

1- Fais la figure que tu complèteras.

2- Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont orthogonaux.

3- Calcule le couple de coordonnées du point $K$ milieu de $[EG]$ puis justifie que $K$ est aussi le milieu de $[FH]$.

4- Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$ ? Justifie.

5- $(\mathcal{C})$ est un cercle circonscrit à $EFGH$. Trace $(\mathcal{C})$ et calcule son rayon.

## EXERCICE 4

L'unité est le centimètre. $ABC$ est un triangle rectangle en $B$ tel que $AB = 6$ et $AC = 8$. $M$ et $N$ sont deux points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

1- Trouve les distances $AM$ et $AN$ puis fais la figure.

2- Justifie que les droites $(BC)$ et $(MN)$ sont parallèles.

3- Calcule $BC$, $\cos\widehat{BAC}$ et $\tan\widehat{BAC}$.

4- A l'aide de la table trigonométrique, trouve l'encadrement d'ordre zéro de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

# BEPC TOGO SESSION 2014

## EXERCICE 1

1- Calcule les nombres $M = \frac{2}{7} - \frac{3}{7} \times (\frac{2}{3})^2$ et $N = \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1}{9} + 7$.

2- On considère les nombres $A = \sqrt{81} - \sqrt{108} + \sqrt{48} - \sqrt{25}$ ; $B = \left(1 - \sqrt{3}\right)^2$ et $C = \sqrt{A}$.

a) Calcule $B$ et montre que : $A = 4 - 2\sqrt{3}$.

b) Déduis-en une écriture simplifiée de $C$.

3- Dans un collège, on a relevé les âges de 50 élèves d'une classe de troisième. Les résultats ont permis d'établir le tableau suivant :

| Ages (en années) | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Fréquences (en %)** | 2 | 10 | 38 | 34 | 16 |

a) Etablis le tableau des effectifs de cette série statistique.

b) Quelle est le mode de cette série statistique ?

c) Quel est le pourcentage des élèves qui ont un âge supérieur à 13 ans ?

## EXERCICE 2

On donne l'expression : $H = (x + 3)(2x - 1) + (1 - x)(x + 3) + (-x - 3)^2$.

1- Développe, réduis et ordonne $H$.

2-a) Factorise $H$. b) Résous dans $IR$ l'équation $H = 0$.

3- On considère la fraction rationnelle : $F = \frac{(2x+3)(x+1)}{(x+3)(2x+3)}$.

a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $F$.

b) Simplifie $F$ si elle existe.

c) Pour quelle valeur de $x$ a-t-on $F = 0$ ?

d) Calcule la valeur numérique de $F$ pour $x = \sqrt{3}$. (Rends rationnel le dénominateur).

e) Sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ donne un encadrement de cette valeur numérique par deux nombres décimaux d'ordre 2.

## EXERCICE 3

1- Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, I, J)$ où l'unité de mesure est le centimètre, place les points $A(-2\ ;\ -2)$; $B(-4; 4)$ ; $D(4\ ;0)$ et le point $C$ tel que : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

2-a) Calcule le couple de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

b) Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux. c) Détermine le couple de coordonnées du point $C$.

3- Calcule les distances $AB$ et $AD$.

4- Quelle est la nature exacte du quadrilatère $ABCD$ ? Justifie.

5- Calcule le couple de coordonnées du centre $E$ de $ABCD$.

## EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre.

$AEG$ est un triangle tel que : $AE = 6\ cm$ ; $mes\ \widehat{GAE} = 30°$ et $mes\ \widehat{AEG} = 60°$.

Le point $I$ est le milieu du segment $[AE]$ et $O$ est le projeté orthogonal de $E$ sur $[GI]$.

On donne : $\sin 30° = \frac{1}{2}$ ; $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $et$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$.

a-a) Fais une figure que tu complètera au fur et à mesure.

b) Démontre que le triangle $AEG$ est rectangle.

2- Calcule les valeurs exactes de $AG$ et $GE$.

3- $(C)$ est le cercle de centre $G$ et de rayon $[EG]$.

a) Quelle est la nature du triangle $GEI$ ? Justifie. b) Calcumle la valeur exacte de $EO$.

4- Le cercle $(C)$ coupe la démi-droite $[EG]$ en $J$.

a) Démontre que le triangle $IJE$ est rectangle.

b) Démontre que les triangles $IJE$ et $AGE$ sont symétriques par rapport à un axe que tu préciseras.

## BEPC TOGO SESSION 2015

### EXERCICE 1

1- On donne : $A = \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{8}\right) : (18 - 3^2 \times 5)$ ; $B = 2\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{125}$ et $C = \sqrt{\left(-2+\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(-1+\sqrt{2}\right)^2}$

a) Calcule en rendant irréductible $A$.

b) Ecris plus simplement $B$ et $C$.

2- Montre que les réels $3 - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont inverses l'un de l'autre.

3- Après un devoir de mathématiques dans une classe de troisième, le relevé des notes est le suivant :

16 ; 2 ; 5 ; 11 ; 4 ; 6 ; 10 ; 7 ; 7 ; 1 ; 6 ; 12 ; 9 ; 2 ; 13 ; 7 ; 8 ; 17 ; 7 ; 10 ; 11.

a) Sachant que tous les élèves ont fait le devoir, quel est l'effectif de cette classe ?

b) Fais un regroupement de ces notes par classe d'amplitude 5 et donne le tableau des effectifs.

c) Quelle est la classe modale de cette série statistique ?

d) Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 10 ?

### EXERCICE 2

I) On donne les expressions littérales suivantes : $E = 2x(3x-4) - (4-3x)^2$ et $F = 9x^2 - 4 - (2x-3)(3x-2)$.

1- Développe, réduis et ordonne $E$ suivant les puissances croissantes de $x$.

2- Factorise $E$ et $F$.

3- Résous dans $IR$ l'équation : $(3x-2)(x+5) = 0$.

II) Soit $Q$ la fraction rationnelle telle que : $Q = \frac{2x(x-3)+3(x-3)}{3(2x+3)(x-5)}$.

1- Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de $Q$.

2- Simplifie $Q$ dans cette condition.

3- Calcule la valeur numérique exacte de $Q$ pour $x = \sqrt{2}$ en rendant rationnel le dénominateur.

### EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre. Soit $(C)$ un démi-cercle de diamètre $[NI]$ tel que $NI = 10$ et $O$ le point de $(C)$ tel que $OI = 6$.

1- Fais une figure que tu complétera au fur et à mesure.

2- Démontre que le triangle $NIO$ est rectangle.

3- Calcule $NO$.

4- $H$ est le projeté orthogonal de $O$ sur $[NI]$. Calcule $OH$, $\tan \widehat{INO}$ puis déduis un encadrement d'ordre zéro de la mesure de l'angle $\widehat{INO}$.

5- Place le point $P$ sur le segment $[NO]$ tel que : $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ON}$.

Le parallèle à $(OI)$ passant par $P$ coupe $[NI]$ en $R$. Calcule $PR$.

### EXERCICE 4

1- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, I, J)$, place les points $B(4\,;0)$ ; $E(2\,;8)$ et $P(4\,;4)$. La figure sera complétée au fur et à mesure.

2- Calcule les coordonnées du point $C$ tel que : $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BC}$.

3- Calcule les coordonnées du point $R$ milieu de $[EC]$.

4-a) Détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BP}$ et $\overrightarrow{ER}$.

b) Montre que les droites $(BP)$ et $(ER)$ sont perpendiculaires.

c) Quelle est la nature du quadrilatère $BEPC$ ? Justifie ta réponse.

5-a) Donne une équation de la droite $(BE)$.

K étant le point de la droite $(BE)$ dont l'ordonnée est nulle, calcule son abscisse.

b) Quelle est la nature du triangle $EKC$ ? Justifie ta réponse.

## BEPC TOGO SESSION 2016

### EXERCICE 1

1- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\begin{cases} y = -5x + 7 \\ x = 3y - 2 \end{cases}$

2- Tu partages une sommes de 20 670 $F$ entre trois personnes de manière que la seconde reçoive le double de la première et la troisième le quart de la première. Quelle est la part de chacune ?

3- Précise le sens de variation des applications affines définies par : $f(x) = 2x + 3$ ; $g(x) = -5x$ et $k(x) = 7$.

4- $f$ est une application affine définie par : $f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$.

Range dans l'ordre décroissant : $f(-2)$, $f(2)$, $f(0)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

### EXERCICE 2

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième à l'issue d'un devoir de mathématiques noté sur 20.

2 ; 19 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 17 ; 8 ; 14 ; 17 ; 10 ; 12 ; 14 ; 12 ; 8 ; 17 ; 14 ; 12 ; 10 ; 12 ; 8 ; 10 ; 8 ; 12.

1- Quel est l'effectif total de cette série statistique ?

2-a) Dresse le tableau des effectifs et des fréquences.

b) Construis le diagramme en bâton des effectifs.

c) Précise le mode de cette série statistique.

d) Calcule le nombre et le pourcentage des élèves qui ont une note supérieure ou égale à 12.

### EXERCICE 3

1- L'unité de longueur est le centimètre. Construis le triangle $ABC$ rectangle en $B$ tel que $mes\widehat{BAC} = 30°$ et $AB = 3$. Calcule $BC$ et $AC$.

2- Trace un segment $[AB]$. Construis sur la même figure les points $M$ et $I$ du segment $[AB]$ tels que : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ et $AI = \frac{1}{3}AB$.

Explique comment tu as procédé. Exprime $IM$ en fonction de $AB$.

3- $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre $O$ et de diamètre $[BC]$ tel que $BC = 8\ cm$. $A$ est un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que $BA = 4\ cm$. $B'$ est le symétrique de $B$ par rapport à $A$.

a) Démontre que le triangle $BAC$ est rectangle en $A$.

b) Calcule $AC$.

c) Démontre que $AOB$ est un triangle équilatéral.

d) Calcule la mesure en dégré de chacun des angles du triangle $AOC$.

e) Calcule $BB'$.

f) Démontre que $(AC)$ est la médiatrice de $[BB']$.

### EXERCICE 4

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A$, $B$ et $C$ définis par : $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ ; $\overrightarrow{OB} = 8\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{CO} = -8\overrightarrow{OJ}$.

1- Trouve les coordonnées des points $A$, $B$ et $C$ puis placer-les dans le repère.

2- Calcule les distances $AB$ et $AC$ puis déduis-en la nature du triangle $ABC$.

3- Soit $K$ le milieu de $[BC]$.

a) Calcule les coordonnées de $K$.

b) Trouve une équation de la droite $(AK)$.

c) Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

d) Justifie que $(AK)$ est la médiatrice de $[BC]$.

# BEPC TOGO SESSION 2017

## EXERCICE 1

On considère les expressions littérales suivantes où $x$ est un nombre réel

$F = (x+2)(x-4) + (3x-5)(2x+4)$ ; $G = (2x-3)^2 - (x-1)^2$.

1- Développe, réduis et ordonne $F$ suivant les puissances croissantes de $x$.

2- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F = 0$.

3- Calcule la valeur numérique de $G$ pour $x = 0$.

4- Factorise $F$.

5- On pose $Q = \frac{7(x+2)(x-2)}{(x-2)(3x-4)}$. Donne une condition d'existence d'une valeur numérique de $Q$ et simplifie $Q$.

## EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous illustre la répartition des planches par épaisseur en millimètre dans un dépôt de bois.

| Epaisseur en $mm$ | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectifs** | 7 | 13 | 26 | 26 | 35 | 37 |
| **Angle au centre en degré** | | | | | | |

1- Calcule l'effectif total de cette série.

2- Quel est le mode de cette série ?

3- Complète le tableau par le secteur angulaire correspondant.

4- Construis le diagramme circulaire de cette série statistique.

## EXERCICE 3

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points $A(-3\,;2)$ et $B(1\,;-4)$.

1- Place les points $A$ et $B$ dans ce plan.

2- Calculer les coordonnées du point $I$ milieu de $[AB]$.

3- Démontre que le point $I$ appartient à la droite $(\Delta)$ d'équation $2x - 3y - 1 = 0$.

4- Calcule le réel $a$ pour que le point $C(2\,;a)$ appartienne à $(\Delta)$.

5- Déterminer une équation de la droite $(\Delta')$ passant par $A$ et $B$.

6- Montre que $(\Delta)$ et $(\Delta')$ sont perpendiculaires.

7- Calcule les coordonnées du point $D$ pour que le point $I$ soit le milieu de $[CD]$.

8- Calcule $AB$ et $CD$. Précise la nature du quadrilatère $ACBD$.

## EXERCICE 4

L'unité de longueur est le centimètre. $SAID$ est un rectangle tel que $ID = 6$ et $IA = 8$.

1- Calcule $AD$ et sin $\widehat{DAS}$ et déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{DAS}$ en degré.

2- $M$ est le milieu de $[AI]$ et $N$ celui de $[DI]$.

a) Démontre que les droites $(MN)$ et $(AD)$ sont parallèles.

b) Démontre que les triangles $MIN$ et $SAD$ sont semblables.

3- Les droites $(SI)$ et $(AD)$ se coupent au point $K$. Les droites $(MN)$ et $(SI)$ se coupent au point $L$. Calcule $KI$ et $IL$.

4- $E$ et $F$ sont les symétriques respectifs des points $M$ et $N$ par rapport au point $K$.

a) Détermine l'image du triangle $FAK$ par la symétrie centrale de centre $K$.

b) Trouve l'image du triangle $KND$ par la symétrie ortthogonale par rapport à la droite $(ME)$.

## BEPC TOGO SESSION 2018

### EXERCICE 1

On donne $a = 2\sqrt{2} - 1$ ; $b = 5 - \sqrt{2}$.

1- Déterminer le signe de $a$ et $b$.

2- Comparer $a$ et $b$.

3- Calculer $a^2$ et $b^2$.

4- Déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{27 - 10\sqrt{2}}$.

### EXERCICE 2

On considère les expressions littérales suivantes où $x$ désigne un nombre réel :

$F = (x - 2)(-3x + 1)$ et $G = (3x - 1)(2x + 3) - (9x^2 - 1)$.

1- Développer, réduire et ordonner $F$ suivant les puissances décroissantes de $x$.

2- Résoudre l'équation $G = 0$.

3- Soit la fraction rationnelle $K$ définie dans $\mathbb{R}$ par : $K = \frac{-3x^2+7x-2}{(3x-1)(2x+3)}$.

a) Trouver la condition d'existence d'une valeur numérique de $K$.

b) Simplifier $K$.

c) Calculer la valeur numérique de $K$ pour $x = \sqrt{2}$ en rendant le dénominateur rationnel.

d) Donner un encadrement de $K$ pour $x = \sqrt{2}$ à $10^{-2}$ près sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

### EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, I, J)$.

1- Placer dans le repère $(O, I, J)$, les points $A(6\,;\,-1)$ ; $B(2\,;\,-2)$ ; $C(5\,;3)$.

2- Démontrer que les droites $(AB)$ et $(AC)$ sont perpendiculaires.

3- Calculer les distances $AB$, $AC$ et $BC$.

4- Quelle est la nature du triangle $ABC$ ?

5- Déterminer les coordonnées du points $K$ centre du cercle corconscrit au triangle $ABC$ ; calculer son rayon.

6- Déterminer une équation de la droite $(BC)$.

### EXERCICE 4

Voici les notes obtenues par les élèves s'une classe de 3ème à l'issue d'un devoir de mathématiques noté sur 20.

11 13 13 13 6 13 10 9 6 14 7 14 8 10 14 8 11 9 10 10 15 7 12 7 12 11 14 11 17 8 10 10 5 16 16 14.

1- Quel est l'effectif de cette classe ?

2- Dresser le tableau des effectifs.

3- Construire le diagramme en bâton des effectifs.

4- Quel est le mode de cette série statistique ?

5- Calculer la moyenne de cette classe à l'issue de ce devoir.

### EXERCICE 5

L'unité de longueur est le centimètre.

$ABC$ est un triangle tel que $AB = 6{,}4$ ; $AC = 4{,}8$ et $BC = 8$.

1- Démontrer que le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

2- Calculer l'aire du triangle $ABC$.

3- Soit $I$ le milieu de $[AB]$ et $J$ un point du segment $[BC]$ tel que $(IJ)$ et $(AC)$ soient parallèles.

Démontre que $J$ est le milieu de $[BC]$.

# BEPC TOGO SESSION 2019

## EXERCICE 1

On considère les réels $A$ et $B$ suivants : $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ et $B = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

1- Calculer $\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ et $\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ puis en déduire une valeur simple de $A$ et $B$.

2- Calculer $A+B$ et $A-B$.

3- Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, trouver une valeur approchée à $10^{-2}$ près par excès de $A+B$.

4- Démontrer que les nombres $\sqrt{2}+1$ et $\sqrt{2}-1$ sont inverses l'un de l'autre.

## EXERCICE 2

On a relevé, le 23 avril 2019, les âges d'une classe de 3ème que voici :

13 ; 16 ; 14 ; 15 ; 13 ; 15 ; 16 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16 ; 14 ; 15 ; 15 ; 14 ; 17 ; 14 ; 15 ; 13 ; 15 ; 15 ; 15 16 ; 15 ; 13 ; 14 ; 15 ; 17 ; 16 ; 15 ; 16 ; 15 ; 15 ; 14 ; 15 ; 13.

1- Quel est le caractère étudié ? Préciser sa nature ?

2- Etablir le tableau des effectifs des âges de ces élèves.

3- Quel est le mode de cette série qtatistique ?

4- Quel est le nombre d'élèves qui ont un âge inférieur à 15 ans ?

5- Construire le diagramme circulaire de cette série.

6- Calculer l'âge moyen des élèves de cette classe.

## EXERCICE 3

L'unité de longueur est le centimètre. On considère un triangle $ABC$ rectangle en $B$ tel que $AB = 4$ et $BC = 3$. $I$ est le projeté orthogonal de $B$ sur $[AC]$.

1- Calculer les distances $AC$ ; $AI$ ; $CI$ et $BI$.

2- La droite perpendiculaire à $(BC)$ passant par $C$, coupe $(BI)$ en $D$.

a) Montrer que les triangles $ICD$ et $IAB$ sont semblables.

b) Calculer $DI$ et $CD$. Figure.

## EXERCICE 4

On considère les polynômes suivants : $E = (-2x+1)(x-1) + 4x^2 - 1$ ;

$F = (x^2+2x-6) - (x^2-2x-2)$ et $G = (x^3-4x) + (x^2-4)$.

1- Développer, réduire et ordonner $E$ suivant les puissances croissantes de $x$.

2- Mettre $F$ et $G$ sous la forme de produit de facteurs du premier degré.

3- On considère la fraction rationnelle : $R = \frac{(8x+16)(x-2)(x-1)}{(x^2-4)(x+1)}$.

a) Trouver la condition d'existence d'une valeur numérique de la fraction $R$.

b) Ecrire la fraction $R$ sous forme simplifiée.

## EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, I, J)$. On considère les points $A(-3\,;0)$, $B(-1\,;-2)$ et $C(3\,;2)$.

1-a) Calculer les distances $AB$ ; $AC$ et $BC$.

b) En déduire la nature du triangle $ABC$.

2- Soit $E$ le milieu du segment $[AC]$. La droite $(L)$ passant par $E$ et parallèle à $(AB)$ coupe la droite $(BC)$ en $F$.

a) Montrer que $F$ est le milieu du segment $[BC]$.

b) Calculer les coordonnées des points $E$ et $F$.

c) Déterminer une équation de la droite $(L)$.

3- Soit $D$ le symétrique du point $B$ par rapport à $E$.

a) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$ ?

b) Déterminer un vecteur de la figure égale au vecteur $\overrightarrow{ED}$ ; puis déterminer les coordonnées de $D$. Figure.

## BEPC TOGO SESSION 2020

### EXERCICE 1

On donne les réels suivants : $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ et $b = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$.

1- Calculer le produit $a \times b$. Que peut-on dire des nombres $a$ et $b$.

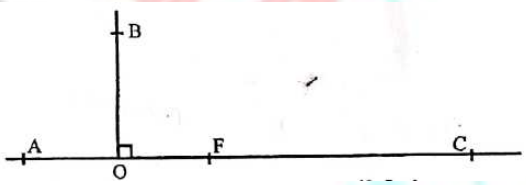
2- Calculer $a^2$ et $\frac{a}{b}$. Que constate-t-on ? Pouvait-t-on prévoir ce résultat ? Justifier votre réponse.*

3-a) Développer les expressions suivantes : $(\sqrt{3}-1)^2$ et $(\sqrt{3}+1)^2$.

b) En déduire une écriture simple des expressions $C$ et $D$. $C = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ; $D = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

### EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre. Reproduire en vraie grandeur la figure ci-dessous en tenant compte des renseignements suivants : les points $A$, $O$, $F$ et $C$ sont alignés dans cet ordre et $AC = 15$ ; $BO = 6$ et $AO = OF = 3$. Les droites $(BO)$ et $(AC)$ sont perpendiculaires. On complètera la figure au fu et à mesure de l'évolution des questions.




1- Calculer les distances $AB$ et $BC$.

2- Démontrer que les droites $(AB)$ et $(BC)$ sont perpendiculaires.

3- Construire le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[FC]$ qui recoupe la droite $(BC)$ en $H$.

a) Démontrer que $HFC$ est un triangle rectangle.

b) Démontrer que les droites $(AB)$ et $(HF)$ sont parallèles.

c) Calculer les distances $FC$ et $CH$.

### EXERCICE 3

$H$ est le polynôme définit par : $H = 3(x-2)^2 - 4 + x^2 - (x+5)(x-2)$.

1- Développer, réduire et ordonner $H$.

2- Factoriser $H$.

3- $f$ est la fraction rationnelle définie par : $f = \frac{(x-2)(3x-9)}{3x^2-12}$.

a) Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de $f$.

b) Montrer que $f = \frac{x-3}{x+2}$ dans certaines conditions qu'on précisera.

c) Calculer la valeur de $f$ pour $x = \sqrt{3}$.

d) Déterminer $x$ lorsque $f = -1$.

### EXERCICE 4

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, I, J)$ les points $A$, $B$ et $C$ sont définis par : $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$, $\overrightarrow{BO} = -8\overrightarrow{OI} - 4\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OC} = 8\overrightarrow{OJ}$.

1- Déterminer les coordonnées des points $A$, $B$ et $C$.

2- Calculer les distances $AB$ et $AC$ puis en déduire la nature du triangle $ABC$.

3- Soit $S$ le milieu du segment $[BC]$.

a) Déterminer une équation de la droite $(AS)$.

b) Montrer que la droite $(AS)$ est la médiatrice du segment $[BC]$.

c) Lers points $D(1\,;1)$ et $E(2\,;2)$ appartiennent-ils à la droite $(AS)$ ? Justifier votre réponse. Figure.