CONCOURS D'ENTRÉE À L'EAMAU
SESSION DE MAI 2010
FILIÈRES : ARCHITECTURE ET URBANISME
ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures

Pour cette épreuve, le candidat est autorisé à utiliser une calculatrice scientifique non programmable.

EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan étant rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le triangle ABC où $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$ et $C(1, -2)$.

1. Construire, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le triangle ABC et les droites (Δ_1), (Δ_2) et (Δ_3) d'équations respectives $x - 3y + 4 = 0$, $4x - y = 6$ et $3x + 2y = -1$.

2. Résoudre graphiquement le système d'inéquations : $\begin{cases} x - 3y + 4 > 0 \\ 4x - y - 6 < 0 \\ 3x + 2y + 1 > 0 \end{cases}$.

EXERCICE 2 : (8 points)

On considère la suite (v_n), $n \in \mathbb{N}^*$ définie par $v_n = \dfrac{e^n + 2^n}{e^n - 2^n}$.

1- a) Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, v_n est strictement positif.
b) Démontrer que la suite (v_n), $n \in \mathbb{N}^*$ est décroissante.
c) Utiliser les résultats précédents pour montrer que la suite (v_n), $n \in \mathbb{N}^*$ est convergente.

2- Calculer la limite de la suite (v_n), $n \in \mathbb{N}^*$.

3- Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que : si $n > n_0$, $v_n < 1{,}1$.

EXERCICE 3 : (7 points)

1- a) Soient α et β deux nombres complexes. Développer : $(\alpha - \beta)\left(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2\right)$.
b) Factoriser $Z^3 - 8$ puis en déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $Z^3 - 8 = 0$.

2- Déduire de la question **1-** les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(iz + 1)^3 - 8 = 0$. (On pourra poser $iz + 1 = Z$)

3- Montrer que les points du plan complexe dont les affixes sont les solutions de l'équation proposée à la question **2-** sont les sommets d'un triangle équilatéral que l'on représentera.