



ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE POLYTECHNIQUE

CONCOURS D'ENTRÉE EN 1^{ÈRE} ANNÉE 2014

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES N° 2

Exercice 1 : (Q1 à Q6)

Dans une boîte se trouvent 12 jetons indiscernables au toucher tels que sur chacun d'entre eux est inscrit l'un des 12 caractères de : CONCOURS2014 (chacun des 12 caractères n'étant inscrit que sur l'un des 12 jetons).

On tire successivement et sans remise deux des jetons de cette boîte et l'on considère les événements suivants :

A : « Les deux jetons sont des consonnes »

B : « Les deux jetons représentent le même caractère »

Q1. $\bar{A}$, l'événement contraire de A, est :

A	« Les deux jetons sont des lettres »
B	« Les deux jetons sont des voyelles »
C	« Les deux jetons sont des chiffres »
D	« Les deux jetons sont tous les deux soit des voyelles soit des chiffres »
E	Aucune des réponses précédentes

Q2. La probabilité de l'événement $\bar{A}$ est égale à :

A	B	C	D	E
2/5	3/5	5/33	28/33	Aucune des réponses précédentes

Q3. La probabilité de l'événement B est égale à :

A	B	C	D	E
1/4	3/44	1/22	1/2	Aucune des réponses précédentes

Q4. La probabilité conditionnelle $P_B(\bar{A}) =$

A	B	C	D	E
1/12	1/6	1/3	2/3	Aucune des réponses précédentes

Q5. La probabilité $P(\bar{A} \cap B) =$

A	B	C	D	E
1/33	1/26	1/6	1/36	Aucune des réponses précédentes

Q6. La probabilité $P(\bar{A} \cup B) =$

A	B	C	D	E
$P(\bar{A}) + P(B)$	$P(\bar{A}) \times P(B)$	$P(B) - P(\bar{A})$	$P(\bar{A} \cap B) + P(B)$	Aucune des réponses précédentes

Exercice 2 : (Q7 à Q14)

On se place dans le plan complexe rapporté au repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ orthonormé direct.

Soient les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 1$ et $z_B = 3 - 2i$.

Pour tout complexe z , on pose : $z' = iz + 1 - i$.

On considère la fonction F qui, à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' .

Q7. On considère un point M , différent de A , donc d'affixe $z \neq 1$. Le complexe

$$Z = \frac{z' - 1}{z - 1} \text{ s'écrit :}$$

A	B	C	D	E
$Z = -i$	$Z = i$	$Z = 2i$	$Z = -1$	Aucune des réponses précédentes

Q8. Soit $|Z|$ le module de Z et $\arg(Z)$ un argument de Z .

A	$ Z = 1$ et $\arg(Z) = -\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$
B	$ Z = 2$ et $\arg(Z) = \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$
C	$ Z = 2$ et $\arg(Z) = -\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$
D	$ Z = 1$ et $\arg(Z) = \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$
E	Aucune des réponses précédentes

Q9. L'angle $(\widehat{AM, AM'})$ vaut :

A	B	C	D	E
$\pi/4$	$\pi/3$	$-\pi/2$	$\pi/2$	Aucune des réponses précédentes

Q10. La fonction F est :

A	Une rotation de centre A et d'angle $\pi/2$
B	Une rotation de centre A et d'angle $\pi/4$
C	Une rotation de centre A et d'angle $2\pi/3$
D	Une rotation de centre A et d'angle $5\pi/3$
E	Aucune des réponses précédentes

Q11. Soient $z_{A'}$ et $z_{B'}$ les affixes des images A' et B' par F des points A et B.

A	$z_{A'} = 1$ et $z_{B'} = 3 + 2i$
B	$z_{A'} = -1$ et $z_{B'} = 1 + 2i$
C	$z_{A'} = 2$ et $z_{B'} = 3 - 2i$
D	$z_{A'} = 1$ et $z_{B'} = 3 - 2i$
E	Aucune des réponses précédentes

Q12. Soit C le point dont l'image par la fonction F est le point C' d'affixe $z_{C'} = -3 - 3i$.

L'affixe z_C du point C est :

A	B	C	D	E
$z_C = 3 + 2i$	$z_C = 2 - 4i$	$z_C = 2 + 4i$	$z_C = 4 + 2i$	Aucune des réponses précédentes



Q13. On désigne par I le milieu du segment $[BC']$. L'affixe z_I du point I est :

A	B	C	D	E
$z_I = -\frac{2}{5}i$	$z_I = -\frac{5}{2}i$	$z_I = \frac{2}{5}i$	$z_I = \frac{5}{2}i$	Aucune des réponses précédentes

Q14. Soient $z_{\overrightarrow{CB'}} = z_{B'} - z_{C'}$ l'affixe du vecteur $\overrightarrow{CB'}$:

A	B	C	D	E
$z_{\overrightarrow{CB'}} = 3 + 2i$	$z_{\overrightarrow{CB'}} = 5 + 2i$	$z_{\overrightarrow{CB'}} = -5 + 2i$	$z_{\overrightarrow{CB'}} = -3 - 2i$	Aucune des réponses précédentes

Exercice 3 : (Q15 à Q18)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{e^{x^2}}{x}$.

Q15. Sa fonction dérivée f' est alors définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f'(x) =$

A	B	C	D	E
$\frac{e^{x^2}}{x}$	$2x e^{x^2}$	$\frac{(x-1)e^{x^2}}{x^2}$	$\frac{(2x^2-1)e^{x^2}}{x^2}$	Aucune des réponses précédentes

Q16. f est strictement décroissante sur :

A	B	C	D	E
$\left[\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$	$\left[-1, -\frac{1}{2} \right]$	$\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \right]$	$\left[-\frac{1}{4}, -\frac{1}{12} \right]$	Aucune des réponses précédentes

Q16. La courbe représentative de f dans un repère orthonormé est symétrique par rapport à :

A	l'axe des abscisses
B	l'axe des ordonnées
C	l'origine
D	la droite $y = x$
E	Aucune des réponses précédentes

Q17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

A	B	C	D	E
$+\infty$	$-\infty$	0	n'existe pas	Aucune des réponses précédentes

Q18. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

A	B	C	D	E
$+\infty$	$-\infty$	0	n'existe pas	Aucune des réponses précédentes

Exercice 4 : (Q19 à Q22)

Q19. Pour tout réel x , $\cos(x + \pi) - \cos(x - \pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$

A	B	C	D	E
0	$2 \cos(x)$	$2 \sin(x)$	$\sin(x)$	Aucune des réponses précédentes

Dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$,

Q20. l'équation $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 0$ a pour solution :

A	B	C	D	E
$x = \left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$	$x = \left\{ 0, \frac{\pi}{2} \right\}$	$x = \{-\pi, \pi\}$	$x = \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$	Aucune des réponses précédentes

Q21. l'équation $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ a pour solution :

A	B	C	D	E
$x = \left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$	$x = \left\{ 0, \frac{\pi}{2} \right\}$	$x = \{-\pi, \pi\}$	$x = \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$	Aucune des réponses précédentes

Q22. l'équation $\sin(x) + \cos(x) = 0$ a pour solution :

A	B	C	D	E
$x = \left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$	$x = \left\{ 0, \frac{\pi}{2} \right\}$	$x = \{-\pi, \pi\}$	$x = \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$	Aucune des réponses précédentes

Exercice 5 : (Q23 à Q29)

On considère la fonction f définie, pour tout réel de l'intervalle $]0, +\infty[$, par $f(x) = 2 \ln x - (\ln x)^2$.

Q23. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) =$

A	B	C	D	E
$+\infty$	0	1	$-\infty$	Aucune des réponses précédentes

Q24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

A	B	C	D	E
$-\infty$	0	-1	$+\infty$	Aucune des réponses précédentes

Q25. Soit f' la dérivée de f . $f'(x) =$

A	B	C	D	E
$2/x$	$1 - \ln x$	$\frac{2}{x}(1 - \ln x)$	$\frac{2}{x}(1 + \ln x)$	Aucune des réponses précédentes

Q26. f présente un extremum en un point M , de coordonnées (x_M, y_M) données par :

A	$(x_M = 1, y_M = 1)$
B	$(x_M = 1, y_M = e)$
C	$(x_M = e, y_M = 0)$
D	$(x_M = e, y_M = 1)$
E	Aucune des réponses précédentes

Q27. La courbe représentant f dans un repère orthonormé coupe l'axe des abscisses (Ox) en deux points A et B d'abscisses respectives x_A et x_B telles que $x_A < x_B$, avec :

A	$(x_A = e \text{ et } x_B = e^2)$
B	$(x_A = 1 \text{ et } x_B = e)$
C	$(x_A = -1 \text{ et } x_B = e)$
D	$(x_A = -e \text{ et } x_B = 1)$
E	Aucune des réponses précédentes

Q28. La primitive de f s'écrit :

A	$F(x) = x^2 [-4 + 4 \ln x + (\ln x)^2]$
B	$F(x) = x [-4 - 4 \ln x - (\ln x)^2]$
C	$F(x) = x [4 \ln x - (\ln x)^2]$
D	$F(x) = x [-4 + 4 \ln x - (\ln x)^2]$
E	Aucune des réponses précédentes

Q29. La valeur de l'intégrale définie par $J = \int_1^e f(x) dx$ est donnée par :

A	B	C	D	E
$J = 4 + e$	$J = -4 + e$	$J = 1 + e$	$J = -1 + e$	Aucune des réponses précédentes

Exercice 6 : (Q30 à Q36)

Soient :

(U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = 5 - \frac{10}{n}$, (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n = 6 + \frac{3}{n}$ et (W_n) une suite telle que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $U_n < W_n < V_n$.

Q30. Ainsi :

A	(U_n) et (V_n) sont décroissantes
B	(U_n) et (V_n) sont croissantes
C	(U_n) est décroissante et (V_n) est croissante
D	(U_n) est croissante et (V_n) est décroissante
E	Aucune des réponses précédentes

Q31. La suite (W_n) est bornée par :

A	B	C	D	E
-7 et 11	-6 et 8	-4 et 9	5 et 6	Aucune des réponses précédentes

Q32. la suite (W_n) est forcément :

A	divergente vers $-\infty$
B	divergente vers $+\infty$
C	divergente vers $-\infty$ ou $+\infty$
D	divergente sans limite
E	Aucune des réponses précédentes

Q33. Si (W_n) converge vers le réel ℓ , alors ℓ appartient forcément à :

A	B	C	D	E
$]5, 6[$	$]5, 6]$	$[5, 6[$	$[5, 6]$	Aucune des réponses précédentes



Soient (A_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $A_n = -3 \times \left(\frac{-7}{5}\right)^n + 2 \times \left(\frac{-7}{5}\right)^{n-1}$.

Q34. La suite (A_n) est :

A	arithmétique non géométrique
B	géométrique non arithmétique
C	arithmétique et géométrique
D	ni arithmétique ni géométrique
E	Aucune des réponses précédentes

Q35. La suite (A_n) :

A	converge vers 0
B	converge vers 1
C	diverge vers $-\infty$
D	diverge vers $+\infty$
E	Aucune des réponses précédentes

Q36. La suite (A_n) :

A	est bornée
B	minorée non majorée
C	majorée non minorée
D	ni majorée ni minorée
E	Aucune des réponses précédentes

Exercice 7 : (Q37 à Q40)

Soit un triangle rectangle isocèle dans un plan orienté P. On suppose que $\text{mes}(\widehat{(\vec{AB}, \vec{AC})}) = \frac{\pi}{2}$.

Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC). On appelle :

- S_1 la symétrie axiale d'axe (AH)
- S_2 la symétrie axiale d'axe (AB)
- S_3 la symétrie axiale d'axe (AC)
- r_1 la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
- r_2 la rotation de centre H et d'angle π
- r_3 la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Q37. $S_1 \circ S_2$ est égale à :

A	B	C	D	E
la symétrie de centre A	r_1	r_2	r_3	l'identité de P

Q38. $S_2 \circ S_3$ est égale à :

A	B	C	D	E
la symétrie de centre A	r_1	r_2	r_3	l'identité de P

Q39. $S_3 \circ S_1$ est égale à :

A	B	C	D	E
la symétrie de centre A	r_1	r_2	r_3	l'identité de P

Q40. $r_1 \circ r_2 \circ r_3$ est égale à :

A	B	C	D	E
la symétrie de centre A	r_1	r_2	r_3	l'identité de P